

Pécsi Tudományegyetem  
„Oktatás és Társadalom”  
Neveléstudományi Doktori Iskola

Köves Gabriella

**Alapozó szintű matematika-tankönyvek vizsgálata  
a kezdetektől napjainkig**

Doktori (PhD) értekezés

Témavezető:  
Fischerné Dárdai Ágnes PhD  
habil. egyetemi tanár

Pécs  
2012

# Tartalom

## Tézisek

### Bevezetés

A témaválasztás indoklása	3
A kutatás témája	3
A kutatás céljai	5
A kutatás kérdései	5
A dolgozat szerkezeti felépítése	6
A vizsgálati anyag kiválasztása	7
Az alkalmazott módszerek	8

### 1. A tankönyv

1. 1. A tankönyv fogalma, funkciójának változása	10
1. 1. 1. A tankönyv mint a tanulás segítője	10
1. 1. 2. A tankönyvek tudáselemeinek céljai és feladatai	11
1. 2. A magyarországi tankönyvvé nyilvánítás rövid történeti áttekintése	13
1. 2. 1. A XV–XVIII. század iskolai könyvei	13
1. 2. 2. A két Ratio Educationis korának tankönyvei (Az I. állami tankönyvprogram)	14
1. 2. 3. Iskolaügy és pedagógia az abszolútizmus korában (1849—1867) (A II. állami tankönyvprogram)	14
1. 2. 4. Eötvös második és Pauler, valamint Trefort minisztersége (A III. állami tankönyvprogram)	15
1. 2. 5. A két világháború időszaka, Klebelsberg minisztersége	16
1. 2. 6. A második világháború után	17
1. 2. 7. A szabad tankönyvpiac időszaka: az 1990-es évektől napjainkig	19
1. 3. A tankönyvelemzés rövid történeti áttekintése	20
1. 3. 1. A magyarországi tankönyvkutatás	21
1. 3. 2. A tankönyv-jóváhagyási szempontsor bemutatása	22
1. 3. 3. Fischerné Dárdai–Kojanitz szempontsorának bemutatása	23
2. A Magyarországon megjelenő elemi szintű matematikakönyvek elemzése	24
2. 1. <u>A mechanikus bevésés időszaka (XVI–XVII. század)</u>	24
2. 1. 1. A mechanikus bevésés időszakának történeti áttekintése	25
2. 1. 2. A mechanikus bevésés időszakából kiválasztott könyvek elemzése	29
2. 2. <u>A számtan oktatásának kötelezővé tétele (1777–1868)</u>	42
2. 2. 1. A korszak iskolatípusai és számtantananyagaik	42
2. 2. 2. Az elemiszámtan-tanítás módszerei a XIX. században	45
2. 3. <u>Az 1883–2010 közötti időintervallumban kiválasztott tankönyvek vizsgálatának bemutatása</u>	51
2. 3. 1. A vizsgálandó tankönyvek kiválasztása	51
2. 3. 2. A mérő apparátus bemutatása	52
2. 4. <u>Új törekvések a népoktatásban, és hatásuk a matematika tanítására</u>	56
2. 4. 1. A kiegyezés utáni változások az iskolaügyben	56
2. 4. 2. A első korszakból kiválasztott tankönyvek vizsgálatának bemutatása	57

2. 5.	<a href="#">Klebsberg Kunó (1922–1931) miniszterségének hatása a matematikaoktatásra</a>	85
2. 5. 1.	A tananyag változása 1869 és 1926 között a tantervek tükrében	86
2. 5. 2.	A második korszakból kiválasztott tankönyvek vizsgálatának bemutatása	91
2. 6.	<a href="#">Az iskolarendszer átformálása az államosítás időszakában (1945–1950)</a>	110
2. 6. 1.	A harmadik korszakból kiválasztott tankönyvek vizsgálatának bemutatása	112
2. 7.	<a href="#">Az egytankönyvűség időszaka a megváltozott társadalmi rendben</a>	128
2. 7. 1.	A negyedik korszakból kiválasztott tankönyvek vizsgálatának bemutatása	130
2. 8.	<a href="#">Az új matematika az 50-es évektől (New Math mozgalom)</a>	148
2. 8. 1.	A nemzetközi új matematikatanítási mozgalomra ható néhány tényező	148
2. 8. 2.	A magyarországi matematikatanítás változására ható néhány tényező	154
2. 9.	<a href="#">Napjaink alsó tagozatos matematikatanítása</a>	159
2. 9. 1.	A tanterv változásai 1985-től 2010-ig	159
2. 9. 2.	Az ötödik korszakból kiválasztott matematika-tankönyvek vizsgálatának bemutatása	160
2. 10.	<a href="#">A matematika-tankönyvek tananyagának változásai</a>	181
2.10.1.	A tematikában bekövetkezett változások	181
3.	<a href="#">A szorzótábla tanításának vizsgálata</a>	202
3. 1.	A vizsgálati anyag	203
3. 2.	A szorzótábla módszertani felépítése a tankönyvekben	204
3. 2. 1.	A szorzótáblák tanításának elhelyezkedése az éves tananyagban	204
3. 2. 2.	A kapcsolódó fogalmak bevezetése – szorzás, bennfoglalás, részekre osztás, osztás, maradékos osztás	208
3. 2. 3.	A szorzás értelmezése a természetes számok halmazán	210
3. 2. 4.	A 4-es szorzótáblához kapcsolódó feladatok vizsgálata	212
3. 3.	A tankönyvek néhány nyelvi jellemzője	218
3. 3. 1.	A mondatok felépítésének vizsgálata	220
3. 3. 2.	A szóanyag vizsgálata	225
3. 3. 3.	Szakszavak megjelenése	228
3. 3. 4.	A helyesírás és a nyelvhelyesség vizsgálata	229
3. 3. 5.	Fogalmak a szöveges feladatokban	229
3. 4.	Az illusztrációk	
3. 5.	Az eredmények összefoglalása	234
4.	<a href="#">A tankönyvválasztás 2003-ban, 2007-ben és 2009-ben egy kérdőíves vizsgálat tükrében</a>	236
4. 1.	A kérdőív sajátosságai	236
4. 2.	Az adatok elemzése	244
	<a href="#">5. Összegzés</a>	256
	<a href="#">Irodalom</a>	266

Pécsi Tudományegyetem  
„Oktatás és Társadalom”  
Neveléstudományi Doktori Iskola

Köves Gabriella

**Alapozó szintű matematika-tankönyvek vizsgálata  
a kezdetektől napjainkig**

Doktori (PhD) értekezés tézisei

Témavezető:  
Fischerné Dárdai Ágnes PhD  
habil. egyetemi tanár

Pécs  
2012

## A disszertáció témája, a téma fontossága

Az utóbbi húsz évben átalakult a tankönyvkiadás. Az addigi több évtizeden át tartó „egytankönyvűséget” felváltotta az olykor szakmódszertani koncepciójában különböző, vagy egymástól koncepcionálisan nem eltérő tankönyvek sokasága. A tankönyvek közötti eligazodás komoly kihívást jelentett és jelent mindazon szakembereknek, akik a tankönyvek elméleti és gyakorlati kérdéseivel foglalkoznak.

2006-ban a Tankönyvkiadó Intézet összehasonító elemzést végzett a felső tagozatos tankönyvek körében (Fischerné Dárdai–Kojanitz 2006). Az alsó tagozatos matematikakönyvek körében azonban nem készült még sem vertikális, sem horizontális elemzés. Disszertációmban erre teszek kísérletet.

Dolgozatomban történeti fejlődésében tekintetem át a – legelső magyar nyelvű tankönyvnek tekinthető, 1557-ben megjelent Debreceni aritmeticától a XX. századig, illetve napjainkig (2009-2010-es tanév) – a számvetés, a számtan, majd a számtan-mértan, később a matematika tantárgyak oktatásához kapcsolódó tankönyveket, amelyeket a következőkben matematika-tankönyveknek nevezek. A matematikaoktatás alapozó szintjét vizsgáltam, amely a jelenlegi alsó tagozatra, az 1–4. osztályra (és korábban az ennek megfelelő ciklusra) terjed ki. Az alapozó szint elnevezést a jelenlegi Nemzeti Alaptantervnek megfelelően alkalmazom.

Részletes elemzéseket Császár Károly *Számvetés* c. munkájának megjelenésétől (1883) végeztem. Ugyanis az 1880-as években nemzetközi reformmozgalom indult a matematikatanítás megújítására. Magyarországon 1891-ben megalakult a Matematikai és Fizikai Társulat, amely célul tűzte ki a matematikatanítás megreformálását. A változások nyomán követése érdekében elemeztem az ezt megelőző utolsó megjelent tankönyvet (1883) is. Vertikális vizsgálatot végeztem 1883-tól 2010-ig az 1–4. osztályos matematika tankönyvekben megjelenő tanítási tartalmakat tekintve. Horizontális vizsgálatot végeztem ugyanezen kérdésekről a kiválasztott korszakokban megjelent vizsgált tankönyvek körében.

A kutatás a tankönyvek problematikus voltának számos elemére mutat rá, amelyek mint vitatandó kérdések további kutatásokat igényelnek és egyben tesznek lehetővé.

## A kutatás céljai

A kutatás célkitűzéseit a következőkben határoztam meg.

Áttekinteni (1557-től), nyomon követni és elemezni az elmúlt századokban megjelent (főleg 1883-tól 2010-ig) alsó tagozatos matematika-tankönyvek tananyagváltozásának folyamatát.

Feltárni a fellelhető módszertani tendenciákat négy kategóriában: a tananyagszerkesztés, a feladatválasztás, a szakszavak használata és az illusztrációk funkciója szerint.

Nyomon követni a feltárt tendenciák megjelenését a jelenleg forgalomban lévő (2009-2010-es tanév tankönyvlistája szerinti) tankönyvcsaládokban.

Átfogó képet adni a mai kisiskoláskori matematika-tankönyvek felépítésének, tananyagszerkesztésének, egy választott téma – kiemelt szempontok szerinti – metodikai kidolgozásának azonosságairól, különbségeiről, a különbségek gyökereiről, hozzájárulva a tankönyvkiadás és a matematika-módszertan fejlesztéséhez.

Segítségét nyújtani az oktatásban dolgozó szakembereknek – a tanítóktól a tankönyv szerkesztőig, kiadókig – a tankönyvek áradatában való eligazodáshoz, ezzel is fejlesztve a módszertani tudatosságot. Ennek érdekében összevetni a dolgozatomban elemzett és értékelt tankönyvek „sorrendjét” a piac által mutatott (megrendelési) adatokkal.

A módszertani kultúra és tudatosság fejlesztésével hozzájárulni a mindennapi tanítási gyakorlat hatékonyságának növeléséhez.

Az eredmények segítséget nyújthatnak annak a problémakörnek az átgondolásához is, hogy a jelenleg forgalomban lévő tankönyvek valóban különböző metodikai koncepciót képviselnek-e.

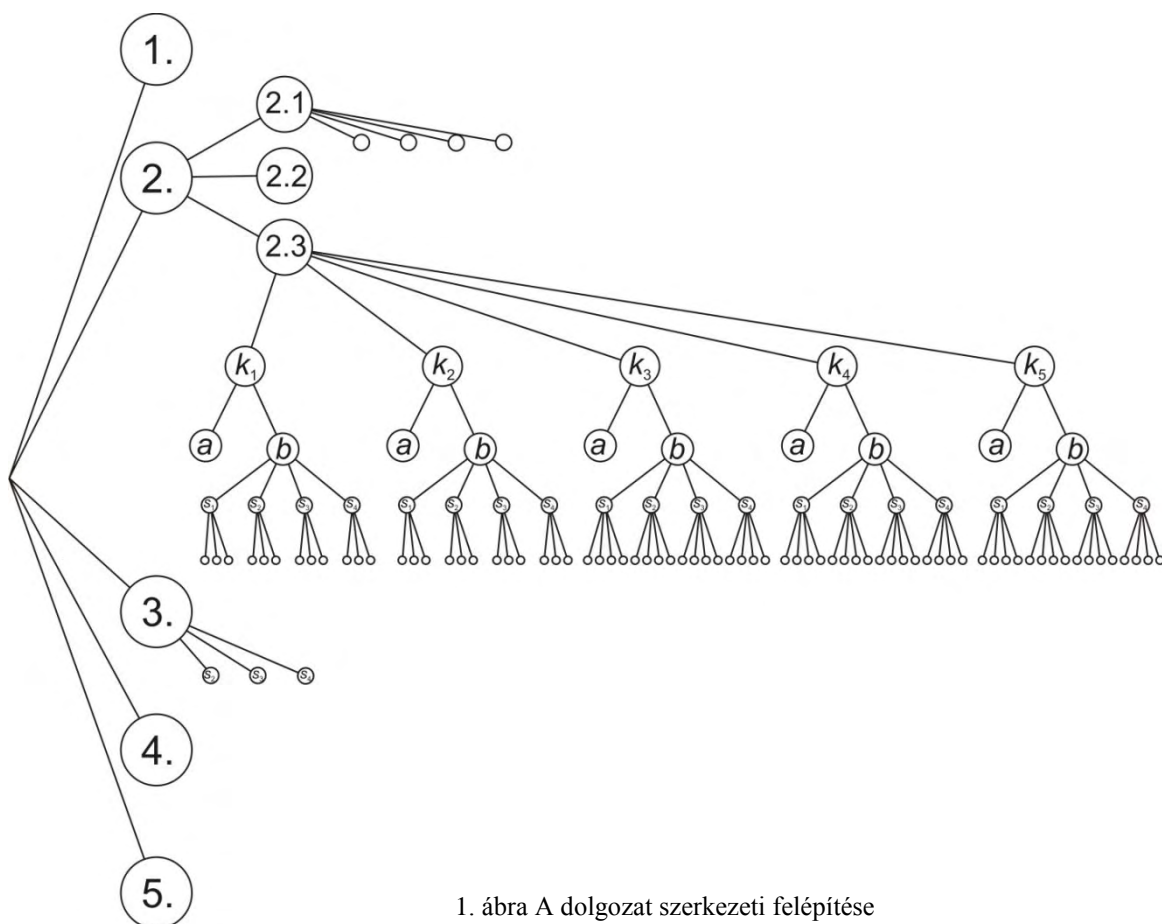
## A kutatási kérdései

1. Fellelhető-e valamilyen különbség vagy egyezés az 1557-től 2010-ig terjedő időszakban a tankönyvek tananyagstruktúrájában, didaktikai építkezésében, valamint egy-egy tananyag feldolgozásában kronologikusan, illetve azonos korszakon belül  
a tematikában;  
a kérdések és a feladatok szerkesztésében;  
a tankönyvi szövegek tanulhatóságában, különös tekintettel a szakszavak használatára;  
az illusztrációk funkciójában?
2. Napjaink matematika-tankönyvei miben és mennyire építenek a vizsgálatban elemzett matematika-tankönyvek tananyag-szerkesztési, metodikai megfontolásaira, az előző korokban használt matematika-tankönyvek hagyományaira?
3. A vizsgált tankönyvek, tankönyvcsaládok valóban különböző koncepciókat képviselnek-e, vagy vannak közöttük irányadók, melyeket más tankönyvek egyéni koncepció híján/nélkül követnek egy-egy tananyag rész feldolgozásában?
4. A pedagógusok tankönyvválasztásában megvan-e a kellő módszertani tudatosság, a fejlett kritikai látásmód, amelyek szükségesek ahhoz, hogy valóban a „megfelelő tankönyvet” válasszák ki a diákok és önmaguk számára?

## A dolgozat szerkezeti felépítése

A nagy terjedelmű vizsgálati anyag könnyebb áttekinthetősége érdekében közlöm a dolgozat szerkezetének sémáját (1. ábra). Először a tankönyvjóváhagyáshoz, a tankönyvelemzéshez kapcsolódó szakirodalmi háttérrel tekintetem át (az ábrán az 1. pont). Ezt követően a Magyarországon megjelent elemi szintű matematika könyvek elemzésével foglalkoztam (2.). Ezt a részt három alrészre bontottam. Kiindulásnak négy szempont szerint (könyvészeti sajátosságok, a tananyag strukturáltsága, didaktikai megoldás, nyelvezet) elemeztem az első hat, 1557-től 1777-ig, a matematikaoktatás kötelezővé tételéig, magyar nyelven megjelent, az elemi számtan oktatásával foglalkozó könyveket (2.1.). A XVIII. században a felvilágosodás eszmeáramlata módosította a számtan oktatásáról addig kialakult elképzeléseket is, melyek a XIX. század végére az elemi számtantanítás tekintetében egységessé kezdtek válni. Ezen irányok fejlődésének áttekintése (2.2.) után 1883-tól 2010-ig 21 tankönyvcsalád 74 kiválasztott tankönyvét vizsgáltam meg a fentebb 1. pontban közölt négy szempont szerint (2.3.) öt időintervallumban (1. korszaktól 5-ig korszakig:  $k_1$ – $k_5$ ) Mindegyik korszakot két részben tárgyalom: az első részben röviden áttekintem a kor oktatáspolitikai vonatkozásait ( $k_{1-5}$ . a) pont), a másik részben elemzem a kiválasztott tankönyveket ( $k_{1-5}$ . b) pont).

A következő (3.) részben a 2009-10-es tanév tankönyvlistáján megjelenő nyolc tankönyvcsalád (összesen kilenc tankönyv) második évfolyamának ugyanazon témakört tárgyaló egy-egy fejezetét vizsgáltam három szempontból (l. alább), amely vizsgálatba már bevontam a tanítói segédleteket is (tanítói útmutatót, munkafüzetet, feladatgyűjteményt stb.). A következő (4.) részben egy 450 fős mintára kiterjedő kérdőív adatai alapján vizsgáltam a pedagógusok tankönyvválasztásának szempontjait, illetve összefoglaltam a tankönyvválasztással kapcsolatos tanulságokat. Az utolsó rész (5.) az összegezés és a tanulságok megfogalmazása.



1. ábra A dolgozat szerkezeti felépítése

### A vizsgálati anyag kiválasztása

A XVI. századtól 1777-ig az első hat, magyar nyelvű matematikakönyvet elemeztem. Ezen könyvek rövid áttekintését azért tartom fontosnak, mert tananyagtartalmuk, didaktikai megfontolásai, mint az később kiderült, alapját képezik a későbbi elemi szintű matematika-tankönyveknek.

Az I. Ratio Educationis kötelezővé tette a számtanoktatást az anyanyelvi iskolák második osztályában átlagosan heti egy órában, majd a II. Ratio Educationis első osztálytól tette kötelezővé a számtan oktatását, és meghatározta a tanítandó tananyag tartalmát. Ekkor jelentek meg az első magyar nyelvű matematika- (számvetés-) tankönyvek. A XIX. században az elemiszámtan-tananyagot csaknem véglegesnek tekintették. A módszertan körül azonban heves viták folytak. Négy alapelv „küzdött” egymással (Beke 1911):

- a szemléleten alapuló számfogalom alakítása
- a számok minden oldalú vizsgálatán alapuló számfogalom alakítása
- a számláláson és soralkotáson alapuló számfogalom alakítása
- a számbeli viszonyok feldolgozásán alapuló számfogalom alakítása.

Ezen módszerek megjelenését vizsgáltam a korszak nemzetközi és hazai tankönyveiben.

A XIX. század végére érzékelhetővé válik a négy alapelv együttes megjelenése a tankönyvekben. Ezért 1880-tól napjainkig vizsgáltam az alsó tagozatos korosztálynak szóló tankönyveket. Az 1880-tól 1945-ig terjedő időszakban párhuzamosan számos népiskolai tankönyv jelent meg. 1945-től az 1990-es évek végéig – a kísérleti tankönyvektől eltekintve – egy időszakban egy-egy tankönyvet használtak egy-egy iskolatípus egy-egy évfolyamán. Majd a szabad tankönyvválasztással a tankönyvek is megszorodtak. A tankönyvek kiválasztásához az OPKM adatbázisát használtam (Hegedős–Tóthpál–Kálmán 1985). A vizsgálatba kizárólag tankönyvcsaládokat vontam be. Azért döntöttem a tankönyvcsaládok mellett, mert a későbbi vizsgálatokban így, egy-egy korszakban és korszakonként is,

nemcsak horizontálisan (egy évfolyamon belül), hanem vertikálisan (az egymást követő évfolyamok alapján) is képet kaphatok a tananyag felépüléséről.

A XIX-XX. század fordulójától napjainkig ívelő időszakot öt korszakra bontva, korszakonként maximum öt olyan tankönyvcsaládot választottam ki, amelyek a korszak nagy részében használatban voltak. Ezen túl a kiválasztás véletlenszerű volt.

Az 1. korszak (az ábrán  $k_1$ ) a XIX-XX. század fordulójának időszaka. A kiegyezés után (1867) a népoktatás korszerűsítésével, a pedagógia tudomány fejlődésével párhuzamosan az 1880-as években nemzetközi reformmozgalom indult a matematikatanítás megújítására. Magyarországon 1891-ben megalakult a Magyar Paedagogiai Társaság, amely megkezdte a pedagógia tudományá szervezését, valamint a Matematikai és Fizikai Társulat, melynek keretén belül kezdetét vette a magyarországi matematikatanítási reformmozgalom.

A 2. korszak ( $k_2$ ) a trianoni békediktátum (1920) utáni időszak, amikor Klebelsberg Kunó vallás- és közoktatásügyi miniszter az iskoláztatás tartalmának átalakításával kívánta az általános műveltségi színvonal emelését megvalósítani (Pukánszky–Németh 1996).

A 3. korszak ( $k_3$ ), az 1947–1951 közötti időszak, a második világháború után az iskolarendszer átforgalmazásának időszaka.

A 4. korszakot ( $k_4$ ) az egytankönyvűség jellemzi. Ezt a korszakot három időszakra tagoltam. Az első időszak az 1962-es tanterv előtti, a második az 1962-es és 1978-as tanterv közötti, a harmadik az 1978-tól 1990-ig tartó időszak (ez már az egytankönyvűség kezdődő lebomlásának időszaka).

Az 5. korszak ( $k_5$ ): 1978-tól az 1990-es évek elejéig Matematika-munkalapok voltak forgalomban, amelyeket kicsit átdolgozva, de a matematikai, módszertani koncepciót megtartva váltott fel a tankönyvcsalád, amely a mai napig szerepel a tankönyvlistán. Ezért ezt a tankönyvcsaládot és a 2009-10-es tanévben a tankönyvlistán szereplő, három legnagyobb példányszámban használt tankönyvcsaládot hasonlítottam össze.

A 2. fejezetben kiválasztott négy mai matematika-tankönyvcsalád elemzése során olyan összefüggéseket is meg kívántam mutatni, amelyek csupán a tankönyvekből nehezen olvashatók ki biztonsággal, ezért a mai tankönyvekhez kapcsolódó segédleteket is bevontam a vizsgálatba. A 2009-10-es tankönyvlistán szereplő összes alsó tagozatos tankönyvcsalád második osztályos tankönyveiből a 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetet választottam a vizsgálathoz (az ábrán a 3. pont).

Itt indokolom meg, hogy a szorzótáblák közül miért épp a 4-es került a vizsgálatba. A tankönyvek előzetes áttekintése azt mutatta, hogy az egyes szorzótáblák tanításának sorrendje különböző. Másrészt különbség van a szorzásfogalom alakításának elhelyezésében is. Van olyan tankönyv, amelyik a szorzótáblák előtt, és van olyan is, amelyik a szorzótáblákkal párhuzamosan alakítja a szorzás fogalmát. Azonban bármelyik metodikai eljárást nézzük, a 4-es szorzótábla tanításakor már megtörtént a szorzáshoz kapcsolódó fogalmak kialakítása.

### **Az alkalmazott módszerek**

Az I. Ratio Educationis kiadásáig vizsgált könyvek megjelenésének nagy időeltérése miatt külön-külön elemeztem a könyveket négy kategória szerint. Elsőként a könyvészeti sajátosságokat, mint például a könyv keletkezésének sajátosságai, terjedelme. Ezt követte a tananyag strukturáltságának vizsgálata, majd egy-egy tanulságosnak mutató didaktikai eljárást emeltem ki. Végezetül a könyvek nyelvezetének vizsgálatára tértem rá, mivel ebben az időben kezd kialakulni a magyar matematikai szaknyelv. A későbbi tankönyveket a jelentős változások miatt már más szempontsorral vizsgálom.

(Ábra 2. pont) A XIX-XX. század fordulójától napjainkig ívelő időszak tankönyvvizsgálatának előkészítő munkafázisai: a mintavétel, az elemzési egységek meghatározása, a kategóriarendszer kialakítása és a tartalmak kódolása. Mivel nagy adatmennyiségből kellett választanom, a mintát klaszteres mintavétellel állítottam elő. Az elemek csoportjait az adott időszakhoz tartozó tantervek alapján kívántam meghatározni, fenntartva annak a lehetőségét, hogy nem túl nagy számban ugyan, de találhatóak ezektől különböző csoportok is.



A tartalomelemzést három lépésre bontottam:

1. A kódolás szakasza: a tankönyvi szöveg egyes részeit a már meglévő kategóriákhoz soroltam.
2. Az elemzés szakasza: a kódolt tartalmakat feldolgoztam statisztikai módszerekkel. Ebben a szakaszban már kaptam információt a látens tartalmakra, mert egyrészt több kód együttes előfordulása jelentéstartalommal bír, másrészt a nem jelenlévő fogalmaknak is lehet jelentéstartalmuk.
3. Az értelmezés szakasza: a kapott statisztikai eredmények magyarázata, értelmezése, a következtetések megfogalmazása.

A tartalomelemzés mellett az ott levont következtetések alátámasztására vagy elvetésére interjúkat készítettem, amelyek célja, a kvantitatív eredmények alátámasztása mellett, újabb kvalitatív adatok feltárása volt. Az interjú fajtáját tekintve a „szakmai mélyinterjú” (Nánási 2000) műfaját használtam, amelyben a strukturált interjú strukturálatlan beszélgetés is kiegészíthetett a témával kapcsolatos mondanivalók függvényében.

További eredmények, illetve az árnyaltabb megközelítés érdekében írásbeli kérdőíves (elektronikus) kikérdezés alapján felmértem az iskolák tankönyvválasztási és tankönyvhasználati szokásait.

A XIX-XX. század fordulójától napjainkig ívelő időszak öt korszakának összehasonlító vizsgálata több szempontra terjedt ki, ezért kategorizáltam a szempontokat. A kategória-rendszer felállításával elsődleges célom az objektív mérőeszköz előállítása volt, melynek segítségével elkészíthettem az elemzéshez elengedhetetlen munkatáblázatokat. A tankönyvek előzetes átolvasásával feltérképeztem, mely elemeket célszerű vizsgálnom. A kategóriák meghatározásában felhasználtam Fischerné Dárdai szempontsorát (2008), és a következő négy kategóriát alkalmaztam:

1. a tematika (az ábrán  $s_1$ ),
2. a kérdések és feladatok ( $s_2$ ),
3. a pedagógiai szövegek tanulhatósága a szakszavakra korlátozva ( $s_3$ ),
4. könyvészeti szempontok, az illusztrációra korlátozva ( $s_4$ ).

A tematika összehasonlítása (értelemszerűen) a teljes tankönyvsorozat vizsgálatát igényelte, míg a másik három kategória vizsgálatokor elegendőnek bizonyult csupán egy-egy témakör tankönyvi fejezeteinek összevetése.

1. *A tematika összehasonlítását*, két alkategóriában, azzal a céllal végeztem, hogy feltérképezem a tankönyvek témaköreit, nyilvánvalóvá váljanak az azonos és különböző, az eltűnő és újonnan megjelenő tartalmak.

a) A témaköröket a tankönyv szintjén vizsgáltam, felmértem terjedelmüket, melyet oldalszámban mértem, majd százalékban fejeztem ki. Egyrészt azért, mert így egy tankönyvön belül a tananyag súlyára kapok mérőszámot, azaz megbecsülhető, hogy a szerzők mennyire tartják fontosnak az adott tananyag megjelenését a tankönyvben. Másrészt a különböző tankönyvek tipográfiai paraméterei (tükörméret, betűtípus, sortávolság, ábrák száma és mérete) különböznek, az összehasonlításra alkalmasabb a relatív, mint az abszolút viszonyítás. A vizsgálat eredményeként kiderült, hogy mely témakörök mekkora súllyal jelentek meg, illetve melyek azok, amelyek eltűntek.

b) A témaköri tartalmak részben kívántam feltárni egy-egy témakör tárgyalásának koncepcióját, a tananyag feldolgozásának különbségeit, azonosságait a bennük található tartalmak részletezésével.

2. *A kérdések és feladatok* elemzését abból a célból végeztem, hogy feltárjam:

- a) a számfeladatok és szöveges feladatok előfordulási arányát (azért, hogy kimutatható legyen ezen feladattípusok előfordulásának változása),
- b) a számfeladatok típusainak változását,
- c) a szöveges feladatok típusainak változását.

Mivel nagy adatmennyiség áll rendelkezésemre, a klaszteres mintavétellel állítottam elő a mérési egységeket. A tankönyvek előzetes vizsgálatából látszott, hogy több mint 100 év óta az 1–4. osztályos matematikatanítás a számfogalom és a műveletfogalom megalapozását, alakítását tekinti legfontosabb feladatának, tanévről tanévre új tananyagtartalommal. Igyekeztem olyan témaköröket bevonni a vizsgálati anyagba, amelyek a megfelelő évfolyamnak szóló valamennyi tankönyvben megtalálhatók (például első osztályban a tízesátlépés), vagy hiányuk jellemző az adott korra. Mindegyik évfolyamon

más-más témakört kellett választanom, ugyanis nem található olyan témakör, amely mindegyik tankönyvben, mind a négy évfolyamon szerepel (például a tízesátlépés csak első osztályban tananyag). Mindezek alapján a különböző évfolyamokon a következő témakörökhöz kapcsolódó fejezeteket választottam:

– Az első osztályban a tízesátlépést, de csak a harmadik korszaktól kezdve, mivel a megelőző időkben a tankönyvcsaládokhoz nem tartozott első osztályos tankönyv.

– A második osztályban a négyes szorzótábla tanításához kapcsolódó részeket választottam egységnek; amennyiben ez nem volt kellően elkülöníthető, a tankönyv tagolásától függően a számkörbővítésnek például 30–40-ig terjedő részét.

– A harmadik osztályban az írásbeli összeadáshoz kapcsolódó fejezetet vizsgáltam.

– A negyedik osztályban pedig a törtek témakörét hasonlítottam össze, mindegyik évfolyamon a feladattípusok, illetve a szám- és szöveges feladatok típusai és témái tekintetében.

Első lépésként elkülönítettem a szám- és szöveges feladatokat. Számfeladatoknak azokat a feladatokat tekintettem, amelyekben számokkal és műveleti jelekkel adott algebrai kifejezést vagy egyenletet, illetve egyenlőtlenséget kell megoldani. A számfeladatok megszámlálásakor a szerző egységeire hagytam, és nem számláltam, hogy hány művelet (item) tartozik egy feladathoz. A számfeladatokat az előfordulásuk alapján, az ismeretlen helye szerinti osztályokba soroltam, és ennek alapján hasonlítottam össze az előfordulásukat.

A nem számfeladatokat két csoportra osztottam:

a) a csupán tárgyi manipulációt kívánó feladatok – ezt a típust ezen kutatás keretein belül nem vizsgálom – és

b) az egyéb, szöveggel adott feladatok. – A továbbiakban ezeket nevezem szöveges feladatoknak.

A szöveges feladatok kategorizálására öt csoportot alakítottam ki:

a) egyszerű, egy művelettel megoldható, direkt szövegezésű feladatok – azaz a szövegben közvetlen utalás van az elvégzendő műveletre;

b) egyszerű, egy művelettel megoldható, indirekt szövegezésű feladatok – a szövegben nincs közvetlen utalás az elvégzendő műveletre;

c) összetett feladat – amelyben szükséges a mértékegység átváltása;

d) összetett feladat – amelyet több művelettel lehet megoldani;

e) összetett feladat – amely fölösleges adatot is tartalmaz.

Az összetett feladatok között lehet olyan feladat is, amelyet több csoportba is be tudtam sorolni. Ezért nem kell okvetlenül megegyeznie az összes feladat számának az előzőekben említett csoportokban lévő feladatok számának összegével.

A szöveges feladatok tartalmának vizsgálatával, a feladatok témái alapján a tankönyvek látens tartalmára, illetve a tartalmak változására következtetek. A szöveges feladatok jellemző tartalma utal a kor, a szerző gyerekképére, szemléletére, értékfelfogására stb.

3. *A pedagógiai szövegek tanulhatóságának vizsgálatát meghatározza, hogy mely szempontokat kívánjuk érvényesíteni. A szakirodalomban találunk vizsgálatot például az elvárható értékek alapján, az elvárható funkció alapján, a szöveg tulajdonsága alapján, a szöveg nyelvi szerkezete alapján (Kojanitz 2004).*

Geiling a pedagógiai szövegek érthetőségét három szinten vizsgálta: a szavak, a mondatok és a szöveg szintjén (id. Kojanitz 2004).

A szavak szintjén az idegen szavak és szakszavak különös figyelmet kapnak a tankönyvanalízisek során a pedagógiai szövegek elemzésekor. Kojanitz szerint (2004) a legtöbb megértési és tanulási problémát a szakszavak szokták okozni. A szakszavak előfordulása a szöveg érthetőségét, a tanulhatóságot nagymértékben meghatározza. Ugyanakkor megmutatja azt is, hogy a szerzők mekkora mértékben tartják fontosnak az adott fejezetben a szakszavak elsajátítását, használatát.

A matematikai szövegek lényeges különbséget mutatnak (mind a három szinten) más, irodalmi vagy tudományos szövegekkel összehasonlítva. A matematikai tartalmak kifejezésére jellemző a nagyszámú szimbólum – nevezhetjük ezt a szavak szintjének –, illetve szimbólumkombináció – mondatok szintje – használata. Ezeknek a szimbólumoknak a használata többnyire az egész világon egységes, ugyanazt a tartalmat hordozza minden, matematikával foglalkozó ember számára,

függetlenül a matematikai szöveg természetes nyelvétől. (Czékmán 2010). A tankönyvek előzetes vizsgálata alapján azt tapasztaltam, hogy a szimbólumok használata csekély variációt mutat, ezért szisztematikus vizsgálatukat mellőztem. Egy-egy esetben jelzem, ha a szimbólumhasználat eltér az általánosan megszokottól.

Az egyes korok tankönyveinek összehasonlításakor a szakszavak mennyiségét, különbözőségét kívántam mérhetővé tenni, majd kvalitatív jellemzéssel összehasonlítani.

Azokat a szavakat tekintetem szakszavaknak, melyek a köznyelvben nem használatosak, vagy a matematikában megszokott jelentésük eltér a köznyelvi jelentéstől. A kiválasztott témakörökben táblázatba gyűjtöttem az adott rész szakszavait, így nemcsak a szakszavak számát kaptam meg, hanem a szakszavak és oldalak számának arányát, az eltűnt, a megmaradt és az éppen megjelent szavak listáját is. (Egy-egy szakszó előfordulási gyakoriságát nem vizsgáltam.)

4. *A könyvészeti szempontok* az illusztrációkra terjednek ki, mivel az illusztrációk fontos szerepet játszanak a tanultak megértésében és megjegyzésében. Paivio (1971) kettős kódolási vagy duális kódolási elmélete szerint két információkódoló rendszerünk működik az információfeldolgozás során. Az egyikkel a vizuális, a konkrét képszerű információkat, a másikkal a verbális, az absztrakt információkat dolgozzuk fel. A különböző kódolásokat egy-egy agyféltekénk segítségével végezzük, melyek összeköttetését „információs híd”, a kérgestest (corpus callosum) biztosítja. Tipográfiai elemzést nem kívántam adni.

Három szempontcsoportban tártam fel az illusztrációk mennyiségét, típusát, összhangját a matematikai tartalommal.

Az első szempontcsoportban vizsgáltam egyrészt a tankönyv szintjén az oldal és az illusztráció arányát, másrészt az illusztrációban a képi és szöveges elemek arányát. Eszerint négy osztályba sorolom az illusztrációkat.

- a) Az illusztrációban nincs szöveges elem,
- b) 50%-nál kevesebb a szöveges elem,
- c) 50%-nál nem kevesebb a szöveges elem,
- d) szöveges illusztráció (ide kerül például a számokkal kitöltött táblázat).

A 2. szempontcsoportban a matematikai tartalom és az illusztráció viszonyát vizsgáltam a problémamegoldás tekintetében, Zrinszky (2003) alapján négy osztályba sorolva az illusztrációkat.

- a) Az irányított megfigyelés kategóriája (ebbe nemcsak a magyarázattal irányított megfigyeléseket soroltam, mint Zrinszky, hanem minden irányított tevékenységet),
- b) szemléltetésre támaszkodó magyarázat,
- c) szemléleti igazolás vagy utólagos illusztráció,
- d) motiváló illusztráció.

A 3. szempontcsoportban az illusztrációkat funkciójuk szerint négy osztályba soroltam:

- a) aktív tevékenységhez kapcsolódik, azaz cselekvéssel kísért tevékenységet kíván az illusztráció.
- b) passzív befogadás, előzetes élmények, tapasztalatok felelevenítése,
- c) a tanulási folyamatot irányítja az illusztráció, például mintaadással irányítja a tanulási tevékenységet,
- d) a matematikai tartalomtól független az illusztráció.

A tankönyvek összehasonlítását a kategóriák, alkategóriák alapján elkészített tankönyvprofilok segítségével a kategóriák szerinti bontásban végeztem el.

A négy kategória és alkategóriái alapján először egy-egy korszakon belül vizsgáltam a különböző tankönyveket évfolyamonként, majd egy-egy tankönyvcsaládon belül figyeltem a változást, és végül a különböző korok közti változást elemeztem.

(Ábra 3. pont) Annak érdekében, hogy megtudjam, a 2009-10-es tankönyvlistán szereplő alsó tagozatos tankönyvcsaládok második osztályos tankönyveinek 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetei mutatnak-e lényegi különbségeket a szorzótábla tanításában, illetve a változatoknak vannak-e előzményeik a korábban megjelent tankönyvekben, és ha igen, akkor honnan eredeztethetők, az előzőekben bemutatott (Ábra 2. pont) kategóriarendszert vettem alapul.

A *tematika összehasonlítása* kategóriában az első alkategória, a témakör már adott. A témaköri tartalmakkal foglalkozó részben, ugyanúgy, mint eddig, feltárni kívántam a szorzótábla módszertani felépítését. Ennek érdekében vizsgáltam a szorzótáblák tanításának elhelyezkedését az éves tananyagban; a kapcsolódó fogalmak: a szorzás, a bennfoglalás, a részekre osztás, az osztás és a maradékos osztás bevezetését, a szorzás értelmezését, a szorzásban használt fogalmak megnevezését.

A *kérdések és feladatok* kategóriában a számfeladatok és szöveges feladatok előfordulási aránya és típusaik változása mellett vizsgáltam a feladatokban a szorzáshoz szorosan kapcsolódó, valamint a tantárgyi koncentrációban megjelenő matematikai fogalmakat.

A *pedagógiai szövegek tanulhatósága* kategóriát kibővítettem. A 2009-10-es tankönyvlistán megjelent 2. osztályos tankönyvek nyelvi vizsgálatát négy kiemelt területen végeztem:

1. A mondatok felépítése, terjedelme, illetve szerkezete
2. A matematikai tartalom megfogalmazásának pontossága, megfelelősége
3. Három szócsoportra kiterjedő lexikai vizsgálat, a szóanyag és a szakszavak megjelenésének tekintetében
4. Helyesírás és nyelvhelyesség (Köves–Szegfü 2011).

A vizsgálat fontosságát megerősíti, hogy az alsó tagozatos matematika tanításában is mind a kognitív, mind a kommunikációs képességek fejlesztése alapvető feladat, amint azt a 2012-es NAT és a kerettantervek is kifejtik. Az anyanyelvi és a matematikai kompetenciákban közös elemként jelenik meg az utalás a nyelv és a gondolkodás kölcsönhatására, fontosságára, az ok-okozati viszonyok felismerésére, a lényegkiemelés szükségességére, valamint a hallott és olvasott szöveg értésére, a szövegalkotás fejlesztésére, az érvelés jelentőségére, a szókincs bővítésére, a szaknyelv elsajátítására stb. A tankönyv nyelvhasználata egyaránt mintául szolgál a tanítónak, tanulónak, ezért is tartom lényegesnek a matematikai tartalom, a kérdések és válaszok érthető, egzakt, a művelt köznyelv és a szaknyelv együttes érvényesítése szerinti megfogalmazását.

Ugyanúgy, mint az előző fejezetekben, itt is vizsgáltam a feladatokban megjelenő látens tartalmat is.

A *könyvszeti szempontok* alkategóriában itt is csak az illusztrációkkal foglalkoztam. Az áttekintett száz év során a tankönyvekbe egyre több illusztráció került. A mai vizsgált tankönyvekben az illusztrációk átlagosan a felét teszik ki a tankönyvek terjedelmének, és szorosan kapcsolódnak egy-egy feladathoz. Ezért az ábrákat a matematika tartalomhoz kapcsolódásuk szempontjából vizsgáltam. Az ábrákat a feladathoz kapcsolódásuk jellege szerint csoportosítottam. Öt szinten több kategóriát (s ezeken belül további alkategóriákat) határoztam meg:

1. A feladat megoldásához kapcsolódik az ábra
2. A feladat értelmezéséhez kapcsolódik az ábra
3. Az ábra hívókép
4. Nincs kapcsolat az illusztráció és a feladat értelmezése, megoldása között
5. Nem tartozik ábra a feladathoz.

A tankönyvvizsgálatot az összehasonlító kvalitatív és kvantitatív elemzés módszerével végeztem. A kvantitatív adatok alapján tártam fel a bekövetkezett változásokat. A mérést oldalban (a téma oldalszámokban megadva), darabszámban (például egy egységben hány feladat van), az előfordulás gyakoriságában határoztam meg, és százalékos megoszlásban is kifejeztem. Az adatok megjelenítésére táblázatot, oszlopdiagramot, pókháló diagramot használtam. Ez utóbbit azért választottam, mert szerkezete alkalmas egy tankönyv több szempont szerinti adatainak a megjelenítésére, miközben ugyanaz a diagram alkalmas több tankönyv egy szempont szerinti összehasonlítására ugyanúgy, mint több tankönyv több szempont szerinti összehasonlítására. Tartalomelemzéssel összehasonlítottam a meghatározott kategóriák alapján a matematika-tananyagot.

## A kutatás eredményei

1. Fellelhető-e valamilyen különbség vagy megegyezés az 1557-től 2010-ig terjedő időszakban a tankönyvek tananyagstruktúrájában, didaktikai építkezésében, valamint egy-egy tananyag feldolgozásában azonos időszakban és kronologikusan
  - a tematikában,
  - a kérdések és feladatok szerkesztésében,
  - a pedagógiai szövegek tanulhatóságában, különös tekintettel a szakszavak használatára,
  - az illusztrációk funkciójában?

### A tananyag tematikájában bekövetkezett változások

A részletesen vizsgált egy és negyed századnak az elemi szintű matematikatanítása egységes abban, hogy az első négy évben a lehangsúlyosabban a természetes szám fogalmát kívánja kialakítani, a számkör fokozatos bővítésével, a fejszámolás és az írásbeli számolás megtanításával.

#### A számkör fokozatos bővítése a természetes számok halmazán

Az első, magyar nyelvű számtankönyvek mindegyike a könyv elején egy lépésben bevezette a tanítani kívánt számkört általában 1-től százmillióig. Ebben az időszakban a szám- és műveletfogalom alakítását még teljes egészében különválasztották. A tankötelezettség bevezetésével már a két Ratio Educationis korában a tankönyvek meghatározott korosztály számára készültek, ami indítéka lehetett később a számkör fokozatos bevezetésének, amely magával hozta a műveletek tanításának fokozatos bevezetését is.

Az első osztályban a II. Ratio Educationis időszakában 100-ig, majd később, kevés kivétellel, 20-ig vagy 30-ig számoltak, másodikban 100-ig, harmadikban 1000-ig, negyedikben régebben millióig, a mai tankönyvekben százezerig. Mindegyik évfolyamon a számkörbővítésre két metodikai irány mutatkozik. Az egyik egy lépésben bővíti a számkört, és egymástól elkülönítve tanítja a négy alpműveletet. Míg a másik (Busse nyomán) fokozatosan bővíti a számkört, és ez esetben a szám- és műveletfogalom alakítását párhuzamosan végzi.

A második osztályban az első két korszakban a szám- és műveletfogalom alakítását párhuzamosan végezték, de a számkörbővítés lépéseiben voltak különbségek. A fogalomalkotás szempontjából igen hatékony volt ez a tananyag-építkezés, mert kis számkörben begyakorolták az analóg műveleteket, így később nagyobb lépésekben tudtak haladni. A harmadik korszak három tankönyve közül egy, a Budapesti tankönyv, visszatér a XVIII. századi hagyományhoz: egy lépésben 20-tól 100-ig bővíti a számkört, és egymástól elkülönítve tanítja a négy alpműveletet. A negyedik korszak elején a Nagy0,1 tankönyvek törekedtek visszaállítani a XX. század közepéig bevett gyakorlatot, majd 1962-től Csáki–Géczy<sup>1,2</sup> tankönyvek az 1947-es Budapesti tankönyv módszertani felépítését követték. Látszólag ez egyszerű másolás vagy visszalépés, de ha figyelembe vesszük a második tanév eleji előismereteket, mai szemmel inkább a módszertani tévedés látszik helytállóbb kifejezésnek. Ugyanis a Budapesti tankönyv előzménye a 100-as számkörben biztos tájékozottság, míg a Csáki–Géczy<sup>1,2</sup>-ben csak a 20-as számkörben. E módszertani gyakorlatot követi a kiválasztott mai tankönyvek közül az Apáczai és a Mozaik tankönyv, míg az NTK\_C és a Műszaki tankönyv három (20→30→100), illetve öt (20→30→40→100→200) lépésben bővíti a számkört.

A harmadik osztályos tananyagban az 1920-as évektől az 1950-es évek elejéig fokozatosan, míg a többi időszak vizsgált tankönyveiben egy lépésben bővítik a számkört ezerre. A 4. osztályban 1947-ig egy lépésben bővítik a számkört egymillióig. A 1947-es Baranyai tankönyv mereven, a második osztályhoz hasonlóan lépésekben bővítette a számkört egymillió felett is. A későbbi tankönyvek általában két lépésben végzik a számkörbővítést, de a maiak csak százezerig.

#### A négy alpművelet tanítása, a műveletfogalom alakítása

Az első, magyar nyelvű számtankönyvek csak az írásbeli számolás megtanítását tartották feladatuknak. A fejszámolás oktatása még nem került be a könyvekbe. Ebben az időszakban élesen szétválasztották a számok értelmezését és a műveletek tanítását. 1869-től az első osztályban 20-as vagy 30-as

számkörben, 1905-től már csak 20-as számkörben a négy alpműveletet kell ismerni szóban. A 3–5. korszakban ugyanebben a számkörben már csak a szóbeli összeadást és kivonást. Egy kivétel van, az 1951-es Első könyvünk, amely a 20-as számkörben elvégezhető szorzásokat, osztásokat is bevezeti. A második osztályban egységesen mindegyik tankönyv tanítja a négy alpműveletet szóban. A 20-as évekre egységesedett a módszertan. A tízesével növekvő számkör mindegyikében a négy alpműveletet gyakoroltatták fejszámolással, majd szöveges és számfeladatokon keresztül az írásbeli műveletekkel. Az 1947-es tankönyvek nem építenek az előzőek tapasztalataira, az újítás jegyében készültek, a struktúra felépítésében, a szóhasználatban, szinte minden részmozzanatban mutatkoznak különbségek. Majd a Nagy0,1 tankönyvek visszatérnek az 1947 előtti módszertanhoz, de a 1962-es Csáki–Géczy1, majd ennek változata, a Csáki–Géczy2 tankönyv az 1947-es Budapesti tankönyvet veszi alapul. Különválasztja mind a négy alpműveletet, csoportosítva tanítja a szorzótáblákat, ami azért lehetséges, mert egy lépésben bővíti a számkört. Ennek eredményeként a műveleti tulajdonságok nem a maguk természetes útján rögzülnek a tanulóknak, hanem megismertetésükre külön ki kell térni. A Csáki–Géczy2 gyakorlatát követi a kiválasztott mai tankönyvek közül az Apáczai és a Mozaik tankönyv. Az Apáczai a műveleteket egymástól elkülönítve begyakoroltatja, majd a vegyes feladatok részben megpróbálja értelmezni a műveletek közötti kapcsolatokat. A Mozaik az év első félévében az összeadást, kivonást, majd a második félévben a szorzást, osztást gyakoroltatja. Az NTK\_C is szétválasztja a két félévre az összeadást-kivonást, illetve a szorzás-osztást, de a számkört 20→30→100 lépésekben bővíti. A Műszaki tankönyve részben visszatér a XIX-XX. század fordulójának módszertanához: 20→30→40→100 lépésekben bővítve a számkört, minden lépésnél begyakoroltatja a számkörhöz kapcsolható négy alpműveletet.

A harmadik, negyedik osztályos tananyag nagy részét a tanult számkörben a négy alpművelet elsajátíttatása teszi ki. Az írásbeli műveletek a XX. század elejétől fokozatosan bekerülnek a harmadik osztályos tananyagba, majd a század végére fokozatosan kezdenek kimaradni.

A harmadikos Császár tankönyvben az írásbeli műveletek közül még nem szerepel a szorzás és az osztás, majd bekerül a tananyagba egyjegyű és többjegyű számmal is. A Beke tankönyv az első – a vizsgált tankönyvek között –, amelyik külön témaként kezeli az egyjegyű és többjegyű számokkal végzett szorzást, osztást. Az 1947-es tankönyvből teljesen kimaradt ez a tananyag rész, ami hatalmas tananyagcsökkenést jelent, majd a 1950-es években visszaveszik az írásbeli szorzást egy- és többjegyű szorzóval, valamint az írásbeli osztást egyjegyű osztóval. A mai tankönyvek tananyag-elrendezésében a Műszaki és a Mozaik tankönyvek megtartották ezen az évfolyamon az írásbeli osztást egyjegyű osztóval. Az írásbeli szorzás többjegyű szorzóval és az írásbeli osztás többjegyű osztóval teljes egészében átkerült a következő évfolyamokra. Az 1947-es évektől nem találtam metodikai magyarázatot a tananyag csökkentésére. A mai tankönyvek tananyagcsökkentését indokolhatja a tananyagban a témakörök kiszélesedése, illetve a heti óraszám csökkentése.

#### *A közönséges és tizedestörtek tanítása<sup>1</sup>*

Az 1871-es és 1880-as a Dunamelléki Református Egyházkerület népiskoláinak tanterve szerint a negyedik osztály tananyaga a törtek, valamint művelet a közönséges törtekkel. Az 1895-ös Deső Lajos-féle – a Tiszáninnyi Református Egyházkerület népiskolái számára írt – tanterv szerint az első, második osztályban a törtek származtatása, a harmadik osztályban a műveletek a törtekkel, negyedikben a tizedestörtek a tananyag, ami meg is jelenik Schultz 1899-es tankönyveiben. Ebben a korszakban a többi tankönyvben nem szerepelnek a közönséges törtek. A tizedestörtekkel negyedik osztályban két tankönyv foglalkozik, mindkettő összead, kivon tizedestörteket, szoroz és oszt is tizedestörteket pozitív egészszel és pozitív tizedestörtekekkel. Az 1905-ös tanterv szerint a törtek származtatása negyedik osztályos tananyag. A XIX-XX. század fordulóján a negyedik osztályos tankönyvek átlagosan a negyed részükben foglalkoztak a közönséges törtekkel. A következő időszakokban ez az arány csökken, az 1960-as évek elejétől az 1978-as tantervig ki is marad. A mai negyedik tankönyvek folytatják a harmadikban elkezdett törtek tanítását, de az első korszak terjedelemarányának a felét sem érik el.

<sup>1</sup> Mindegyik tankönyv a törtek és a tizedestörtek fejezeteiben csak a pozitív törtekkel foglalkozik.

## A geometriai ismeretek tanítása

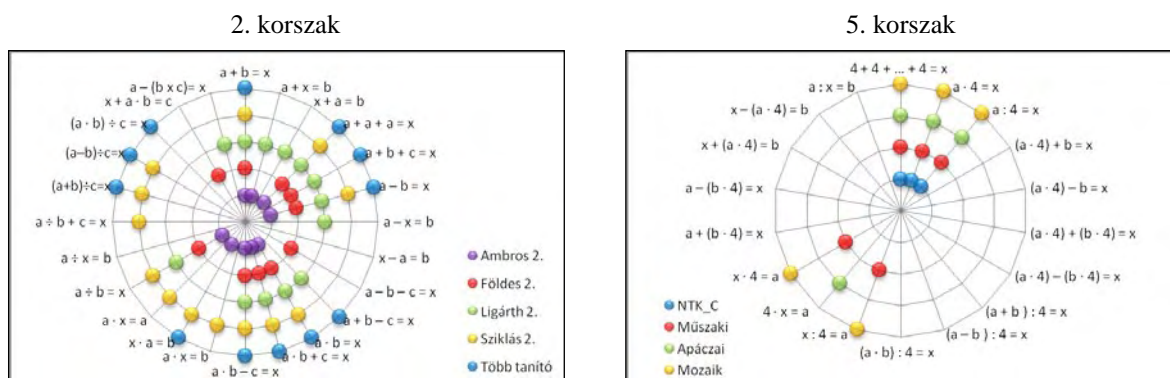
Maróthi írja *Arithmetica*jának előszavában, hogy „igen hasznos a’ gyermeki elmének élesítésére az Aritmetica és ha lehet a’ Geometria...” (Maróthi 1743). Már Maróthi idejében is a mértékek, mértékváltás témakört a számtanoktatás részének tekintették. Az I-II. Ratio Educationis idejében a városi iskolákban nem kötelező tárgy lett a geometria. Ekkor geometriából csak azon ismereteket tanították, melyek alkalmazása a hétköznapi életben előfordul. (I. Ratio Educationis).

A XIX-XX. század fordulójától csak az 1954–63 közti időszak első osztályos könyveiből maradt ki a mértékek, mértékváltás témakör. A geometriai ismeretek témája első osztályban először az 1951-es Első könyvünkben szerepel, majd az 1978-as tantervtől folyamatosan valamennyi tankönyvben, kivéve az Apáczai tankönyvet. A felsőbb évfolyamokon is, kevés kivételtől eltekintve, a 1978-as tantervtől jelennek meg, főleg a testek, a síkidomok, illetve a transzformációk köré csoportosulva, a geometriai feladatok.

## A kérdésekben és a feladatokban bekövetkezett változások

A kérdések és feladatok vizsgálatát az egy-egy évfolyamon kiválasztott témakörök feladatszámának meghatározásával kezdtem. A mai tankönyvekben a feladatok száma az első osztálytól a negyedikig a XIX-XX. század fordulójához képest mindenhol csökkenést mutat. Azonban csupán a feladatok számából nem lehet messzemenő következtetéseket levonni, mert a különböző tankönyvekben egy-egy feladatszámhoz nem azonos mennyiségű item tartozik.

*Számfeladatok.* Az első osztályban az idő előrehaladtával a feladatok száma erősen csökken, de a számfeladatok típuszámának trendvonala csekély mozgást mutat. A második osztályban a 40-es számkörben, illetve a 4-es szorzótáblához kapcsolódó feladatok körében csökken a feladatok száma és variabilitása is. Nagy különbség mutatkozik az 1–2. és a 3–5. korszakbeli tankönyvek számfeladattípusai között (1. grafikon), amelynek legszembetűnőbb oka a számkörbővítés stratégiájának megváltozása. A harmadik osztályban vizsgált témakörben a feladatok számának trendvonala kicsiny csökkenést mutat. A negyedik osztályban a törtek és a tizedestörtek tanításához kapcsolódó feladatok száma mutatja a legnagyobb csökkenést. A minimumot az egytankönyvűség időszakában mutatja, de napjainkban sem éri el a XIX-XX. század fordulójának szintjét. A feladattípuszám csökkenésének az egyik oka a tananyag tartalmi csökkenése, ami a számkörbővítés metodikájának szemléletváltásából adódik. A törtek tanításánál az első két korszakban a súlypontot a törtekkel végzett műveletekre helyezték, míg napjainkban inkább a fogalom alakítására.



1. grafikon

A számfeladatok típusainak megjelenése, 2. osztály

*Szöveges feladatok.* A szöveges feladatok százalékos arányának trendje és a szöveges feladatok típusának százalékos megoszlása első osztálytól negyedikig 1883–2010 között a következő.

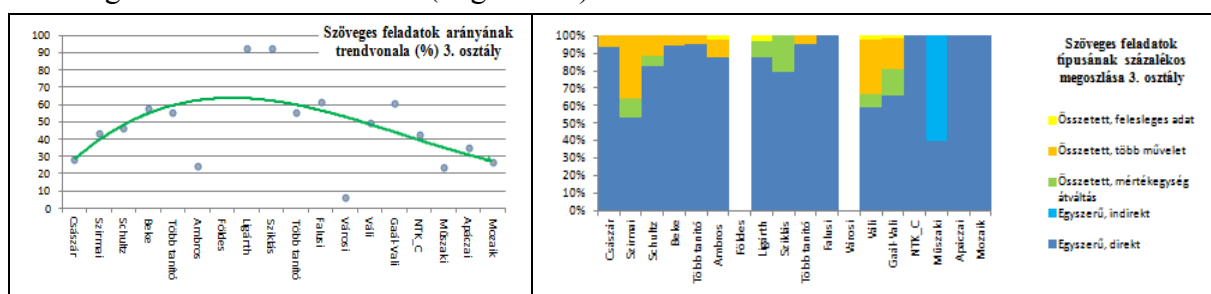
Az első osztályos tankönyvek vizsgált fejezeteiben a 3–4. korszakban egyre kisebb arányban fordulnak elő szöveges feladatok. Az új matematika hatására az NTK\_C tankönyvben nagyobb arányban szerepelnek szöveges feladatok, de a többi mai tankönyv nem követi ezt a tendenciát. A szöveges feladatok számának minimumát a mai Mozaik tankönyv mutatja. A szöveges feladatok



típusára megállapítható, hogy az idő múlásával a vizsgált feladatok szövegei is egyszerűsödnek. Egyre több az egyszerű, direkt szövegezésű feladat. A mai Apáczai és a Mozaik tankönyv vizsgált fejezeteiben már csak ilyen típusúak találhatók, ugyanakkor az NTK\_C és a Műszaki tankönyvben viszonylag nagy arányban szerepel összetett feladat.

Második osztályban az 1–2. korszakban egyre nagyobb arányban kerülnek a feladatok közé szövegesek. A 3–4. korszakban visszaesés tapasztalható, a mai vizsgált tankönyvek közül az NTK\_C és a Műszaki tankönyvek meghaladják, a Mozaik tankönyv eléri a 2. korszak arányát. Az összetett, több művelettel megoldható feladatok aránya is egyre kisebb.

A harmadik osztályban a szóbeli és írásbeli összeadás témakörében 1947-ig a szöveges feladatok aránya emelkedik, az egyszerű, direkt szövegezésű feladatok mellett megjelennek az összetett feladatok. Innen kezdve a szöveges feladatok aránya egyre csökken. Több tankönyvben csak egyszerű, direkt szövegezésű feladatok vannak (2. grafikon).



2. grafikon

A szöveges feladatok arányának trendvonala és típusainak aránya, 3. osztály, 1883–2010

A negyedik osztályos törtek témakörben a szöveges feladatok trendvonala mutatja a legnagyobb csökkenést. Napjaink tankönyveiben a szöveges feladatok aránya jóval alatta marad a XX. század eleji tankönyvekének. A témakör tanítása kapcsán a tárgyi manipuláció a Gaál tankönyvtől kezdve válik fokozatosan általánossá. Ez szemléletváltást is mutat. Az alsó tagozatban a törtekkel végzett műveletek helyett a törtfogalom alakítására tevődik át a hangsúly.

Felvethető az a kérdés, hogy a szöveges feladatok számának és a szövegek összetettségének jelentős visszaesése nem hathatott-e kedvezőtlenül a kognitív képességekre, például az olvasási képességekre, lényegkiemelésre, rendszerezésre stb.

### A szakszavak használatában bekövetkezett változások

A matematikai szaknyelv több szempontból is speciális a többi szaknyelvhez képest. Használata szélesebb körű, mint a legtöbb szaknyelv, ugyanis elemeiben vagy teljes egészében más tudományterületek is átveszik, de a hétköznapi élet számos területén is szükségesek a matematikai kifejezések. Ezért szervesen be kell épülniük az iskolai tananyagba is. A matematikai szaknyelv sok szimbólumot, jelet tartalmaz, melyek kódok vagy fogalmak közötti relációkat fejeznek ki; ezek használatával egyszerűsödik a kommunikáció.

A szakszavak megjelenését vizsgálva megállapítható, hogy az első osztályban az 1960-as évektől szinte eltűnnek a vizsgált fejezetből a szakszavak (akkoriban vélhetőleg a „verbalizmus vádjától” menekülve), amelyek a mai tankönyvekben egyre nagyobb arányban jelennek meg. A második osztályban a kiválasztott témában az egyes korszakokon belül is, a korszakok között is nagyobb eltérések mutatkoznak, de a trendvonal kis hullámmozgással az oldalankénti egy új szakszó körül mozog. A harmadik osztályban a XIX-XX. és a XX-XXI. század fordulóján az egy oldalra jutó szakszavak átlaga megegyezik, a század közepén kevesebb szakszó fordul elő. A negyedik osztályban a szakszavak használata a törtek témakörben egyre kevésbé jellemző. Napjainkra növekedés mutatkozik, egyre több az egy oldalra jutó új szakszavak száma, de átlaguk nem éri el a XIX-XX. század fordulója átlagának felét sem.



## ***Az illusztrációk megjelenésében, funkciójában bekövetkezett változások***

*Az illusztrációk előfordulásának vizsgálata.* 1947-ig mindegyik évfolyamon maximum két-három oldalanként jelenik meg egy-egy illusztráció, de az is előfordul, hogy a fejezet nem tartalmaz illusztrációt. A nyomdatechnika fejlődésével a tankönyv mint nyomdatermék minőségének javulásával a tankönyvi illusztrációk oldalankénti átlaga látványosan emelkedett a XX-XIX. század fordulójára.

*A matematikai tartalom és az illusztráció viszonya.* Az első osztályban a negyedik korszakban fordul elő legnagyobb arányban illusztráció, de általában ezek nem kapcsolódnak a matematikai tartalomhoz, nem segítik a matematikai gondolkodást. Ebben az időszakban a nyomdatechnika már lehetővé tette a négyszínnyomott tankönyvek megjelenését, ám a tankönyvszerzők általában nem gondolták, hogy ezt a technikai lehetőséget a tanulás érdekében kihasználják. Talán a legtalálhatóbb jelző az illusztrációkra a figyelemelterelő képecske lehetne, ám a cél vélhetőleg a motiválás volt.

A második osztályban a XX. század elején az illusztrációk jellemzően az ismeretek felelevenítését szolgálták, majd ezeket fokozatosan az aktív tevékenységhez kapcsolódó illusztrációk váltják fel. A 20-as években már megjelenik a figyelmet irányító ábra, majd fokozatosan megnő ezek aránya. A mai tankönyveknél átlagosan eléri a 70%-ot.

A XX. század elején a harmadik osztályos írásbeli összeadás fejezetben legfeljebb egy-egy illusztráció található. Az 1960-70-es években a motiváló illusztrációk a jellemzők, majd ezt váltja fel napjaink tankönyveiben a szemléltetésre támaszkodó magyarázó illusztráció. Az aktív tevékenységhez kapcsolódó, a passzív, az ismeret felelevenítését szolgáló és a tanulási folyamatot irányító illusztrációk aránya kezd kiegyenlítődni.

Negyedik osztályban a törtek tanításában tapasztalt szemléletváltás az illusztrációkban is megmutatkozik. Míg a XIX-XX. század fordulóján a szemléltetésre támaszkodó magyarázat és a szemléleti igazolás volt a legjellemzőbb, addig a XX-XXI. század fordulóján már az illusztrációk nagy aránya a megfigyelést irányítja. Az illusztrációk többsége aktív tevékenységhez kapcsolódik. A negyedik osztályban a törtek tanításánál a 128 évet átölelő vizsgált időszakban csupán egy olyan tankönyv van, a mai Apáczai, amelynek illusztrációi függetlenek a matematikai tartalomtól.

Tehát általában megfigyelhető, hogy az új technikai lehetőségekkel mind kevésbé öncélúan bánnak a szerzők, szándékuk szerint az illusztrációk egyre inkább szolgálják a tanulást.

### *2. Napjaink matematika tankönyvei miben és mennyire építenek a vizsgálatban elemzett matematika-tankönyvek tananyag-szerkesztési, metodikai megfontolásaira, az előző korokban használt matematika-tankönyvek hagyományaira?*

A 3. fejezetben a 2009-10-es tanévben a tankönyvlistán szereplő kilenc matematika-tankönyv második osztályos kötetében a szorzótábla tanítását vizsgáltam a tananyag tartalmi, módszertani, nyelvi jellemzői és az illusztráció – feladat kapcsolatának szempontjából.

A szorzótábla tanításához kapcsolódó fogalmakat a mai tankönyvek igen változatos formában közelítik meg, de mindegyik megközelítésre található már példa a XVIII–XX. századi számtankönyvek valamelyikében. Az 1. osztály végén közel azonos matematikai alapokat biztosítanak a tankönyvek, de a második osztály végére a kerettantervekben meghatározott kimeneti követelmények már lényegesen különböznek.

A szorzótáblák tanításának elhelyezkedése az éves tananyagban három különféle tendenciát mutat. A szorzótáblák tanítási sorrendjében is három variáció különíthető el. A műveletfogalmak területén a szorzás és az osztás értelmezését mindenki megköveteli, de ezeken a fogalmakon már nem ugyanazt értik. Nem egységes sem a műveletekben szereplő elemeknek a megnevezése, sem a szorzás kiolvasása, sem az osztás értelmezése és még a jelölése sem. A szorzás, a bennfoglalás, a részekre osztás és a maradékos osztás tanításának kapcsolódási sorrendjére a kilenc tankönyvben ötféle lehetőség mutatkozik.

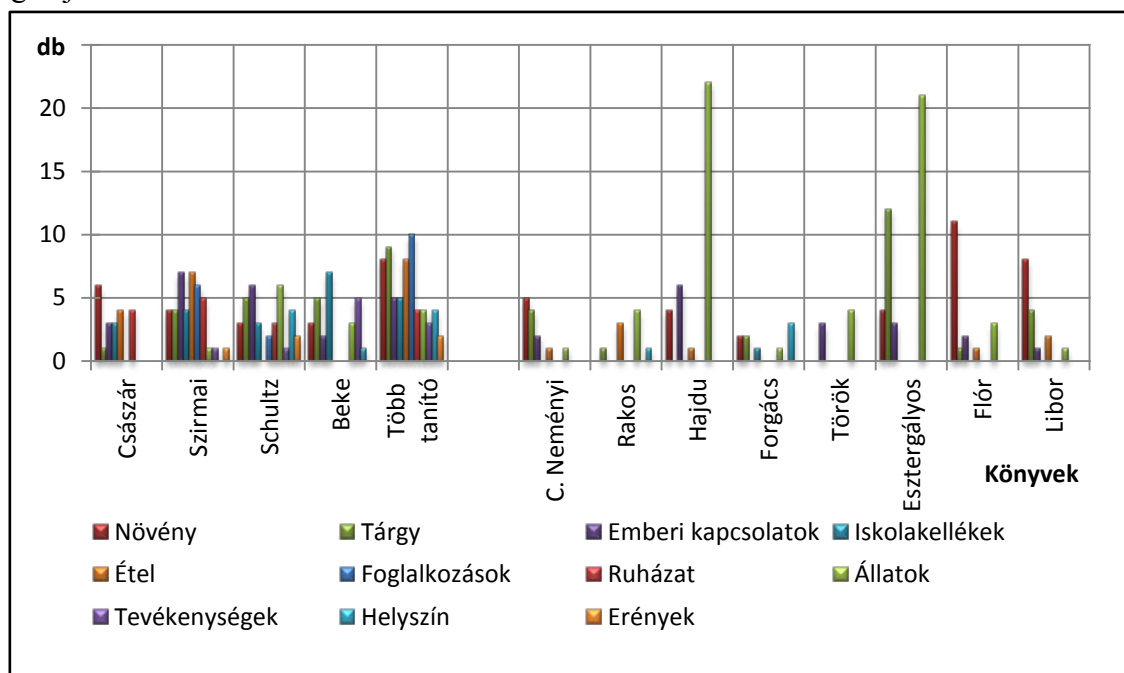
A témakörben a megoldandó feladatok száma, valamint az átlagosan egy tanóra jutó feladatok száma lényegesen eltér. Kiválasztható úgy két tankönyv, hogy az átlagosan egy tanóra jutó megoldható feladatok száma négyszerese az egyik tankönyvben a másikénak. Ez az arány azt mutatja, hogy a tankönyvszerzők igen eltérően látják a kellő gyakorláshoz szükséges feladatszámot (feltehetőleg alapul szolgáló kutatások hiányában), de arra is van jelzés, hogy a nagy számú feladattal a tankönyvszerzők lehetőséget adnak a tanítóknak a differenciálásra.

A tantárgyon belüli koncentrációt – amely az új matematika megjelenésével vált igazán hangsúlyossá – négy tankönyv a vizsgált fejezetében egyáltalán nem alkalmazza.

A szöveges feladatok száma és aránya is nagy különbségeket mutat. Kiválasztható két tankönyv úgy, hogy az adott témakörben az egyik könyvben kilencszer annyi szöveges feladat van, mint a másikban. A számfeladatok típusainak megjelenésében is nagy eltérések mutatkoznak.

A vizsgált tankönyvek nyelvi sajátossága a mondatok szintjén a nagy mennyiségű hiányos mondat. Az indokolatlan mértékű szerkezeti és tartalmi egyszerűsítés következtében a mondatok gyakran nem képesek kielégíteni sem a közérthető, választékos fogalmazás, sem a precíz matematikai fogalmazás igényét. A kifejtetlen kód használata (Kösd össze!, Folytasd!, Javíts! Stb.) a komplex matematikából ered, és elterjedt az 1–4. osztályos nyomtatott tanulói segédletekben. A XX. század elején megjelent számtantankönyvek nagyobb gondot fordítottak az anyanyelvi nevelésre, mint a maiak.

A szavak szintjén lényegesen több témacsoportban, változatosabb fogalomszókincs jelent meg, mint a maiakban. Összehasonlítva a XIX-XX. és a XX-XXI. század fordulójának tankönyveiben a nem matematikai tartalom megjelenését, látható a csökkenés (3. grafikon). Az 1. korszak tankönyveinek vizsgált fejezeteivel ellentétben a maiakban nincs utalás az erkölcsi tulajdonságokra – becsületesség, segítőkesség; hazaszeretet –, a tulajdon tiszteletére; a környezetvédelemre; a higiéniai szabályokra, a foglalkozásokra. A grafikonon látható, hogy még olyan elemi témák is, mint az ételek, alig jelennek meg a szövegekben. Jelenleg a teljes család fogalma mindössze egy-egy tankönyvben, összesen két feladatban szerepel; a csonka család: az anya–gyerek, a nagymama–unoka kapcsolata már valamennyivel többször. A kortárs csoportbeli társ, a társsal való bármilyen kapcsolat témájára egyszer sem találtam utalást a mai tankönyvek vizsgált részleteiben. Elmondható, hogy e tekintetben a tanulási lehetőségek jelentős része marad kiaknázatlan.



3. grafikon

Témakörök és a hozzájuk kapcsolódó fogalmak száma az 1. és az 5. korszak 2. osztályos tankönyveinek 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezeteiben

Az illusztrációknak nagyobb része már kapcsolódik a példák, feladatok megoldásához, értelmezéséhez.

A tananyag-felfogásbeli, -feldolgozásbeli különbségek nehezítik a különböző tankönyvekből tanító iskolák közötti átjárást. Ugyanakkor a különböző terminológia, a különböző értelmezések a tanítók módszertani ismereteit bővíthetik, s elvben a tananyag eredményesebb elsajátíttatását teszik lehetővé.

Felmerül a kérdés, hogy a tanítók ismerik-e a tankönyvek közti különbségeket. Sok jel mutat arra, hogy nem, de legalábbis nem eléggé. A sok tankönyv, a gyakori tankönyvcseré Lénárd Ferenc véleménye szerint elsősorban azért problematikus, mert a pedagógusoknak nincs alkalmuk, nincs elég idejük arra, hogy megismerjék az új tankönyvek ismeretanyagával kapcsolatban a tanulók gondolkodását, megértési problémáit, a hibás értelmezéseket, a gyakran előforduló, sztereotip hibákat, a tankönyvnek a tanulókra gyakorolt hatását. Szerinte mindezek megtapasztaltatásához minimálisan tíz év lenne szükséges (Lénárd 1986).

3. *A vizsgált tankönyvek, tankönyvcsaládok valóban különböző koncepciókat képviselnek-e, vagy vannak-e közöttük irányadók, melyeket más tankönyvek egyéni koncepció nélkül követnek egy-egy tananyag rész feldolgozásában?*

A nyolc matematikatanönyv-család második osztályos köteteinek kiválasztott fejezetében a matematikai tartalmat vizsgálva megállapítható, hogy koncepcionálisan a tananyag szerkesztésében két fő irány különböztethető meg, melyeket legmarkánsabban az NTK\_C és a Műszaki tankönyvek képviselnek a témakörhöz szorosan kapcsolódó matematikai fogalmak, a tantárgyi koncentráció és a szám- és szövegesfeladat-típusok variabilitása tekintetében. Ez a két tankönyv következetesen ragaszkodik az általa képviselt matematikatanítási felfogáshoz.

Nincs alap annak eldöntésére, hogy a két markáns irány közül melyik bizonyul eredményesebbnek, mivel egyik tankönyvhöz sem kapcsolódik bevérvizsgálat, de lehet, hogy nem is szükséges dönteni. A többi hét tankönyv kisebb-nagyobb mértékben hol az egyik, hol a másik koncepcióból vesz át részeket, aminek a következménye, hogy helyenként ellentmondásba ütköznek saját tananyag-szerkesztési és módszertani stratégiájukkal.

Az egytankönyvűség kontra többtankönyvűség dilemmájában a többtankönyvűség mellett kell dönteni, létjogosultságuk van a valóban különböző tanulási koncepciót megvalósító tankönyveknek. Optikai csalódást jelenthet, hogy az egytankönyvűség időszakában az alsó tagozatos matematikatanításunk mélypontját élte, de az adott tankönyv miatt. Ha a párhuzamos tankönyvek hasonlóképpen alacsony színvonalúak, a választhatóság nem segíti az oktatás hatékonyságát. Nem tartom helyesnek az egytankönyvűség újbóli bevezetését, ugyanakkor egyéni koncepcionális sajátosságokat nem mutató tankönyvek megjelenését sem.

4. *A pedagógusok tankönyvválasztásában megvan-e a kellő módszertani tudatosság és fejlett kritikai látásmód, amelyek szükségesek ahhoz, hogy valóban a „megfelelő tankönyvet” válasszák ki a diákok és önmaguk számára?*

Kutatásom eredménye azt mutatja, hogy a vizsgálataim alapján legmegfelelőbbnek ítélt tankönyveket a kérdőíves válaszok szerint nem a legnagyobb példányszámban rendelték meg az iskolák, ugyanakkor a legnagyobb példányszámban megrendelt tankönyv a vizsgálati szempontok szerint az utolsók között szerepel. A tankönyvi megrendelések alapján az első három tankönyv – amely a tankönyvrendelések 85%-át adja – sorrendje éppen ellentétes a vizsgálatom által megállapított sorrenddel.

A tanítók elégedettségét a tankönyvekkel jól mutatja, hogy használnak-e rendszeresen más, kiegészítő tankönyveket a tanítási órákon. A tanítók több mint negyedrésze használja a megrendelttől különböző tankönyvcsalád tankönyvét. A legnagyobb példányszámban megrendelt tankönyvből – Apáczai – tanítók közül 14% jellemzően más tankönyvcsalád könyveit használja, a Mozaik és a Műszaki tankönyveket megrendelők 9%-a használ jellemzően más tankönyvet, mint amit megrendelt.

A két legnagyobb példányszámban megrendelt – Apáczai és a Mozaik – tankönyvet használók közel fele kiegészítésként más tankönyvet is igényel. A válaszadók majdnem a fele, 44%-uk használ más tankönyvcsaládhoz tartozó feladatgyűjteményt, hatodrészü pedig más tankönyvhöz tartozó tanári kézikönyvet. Az Apáczai és a Mozaik tankönyveket megrendelők 29-29%-a használ más tankönyvcsaládhoz tartozó tanári kézikönyvet. Ez az adatsor több problémát is jelez: felvethető a pazarlás, a tanításban megvalósuló koncepcionális ellentmondás, a megrendelő és a felhasználó közötti összhang hiánya stb. Ez az adatsor önmagában is érdemes további vizsgálatra.

A tankönyvvel való elégedettségnek mutatója lehet az is, hogy hány éven keresztül használják a választott tankönyvet. A kérdőív alapján a tanítók kétharmad része ún. nagyfelmenő rendszerben tanít. A tankönyv megfelelőségéről visszajelzés lehet az is, ha a következő ciklusban is ugyanazt a tankönyvcsaládot választják. A leggyakrabban használt három tankönyv közül a 2009-10-es tanévben az Apáczait 66%-ban, a Mozaikot 15%-ban és a Műszakit 68%-ban választották újra négyévi használat után is. Vigyázni kell azonban ezzel az adattal, mert a tankönyvváltoztatást nemcsak az elégedetlenség, hanem például a szakmai érdeklődés is motiválhatja, további nehézséget jelent az a tényező, hogy akárcsak két-három tankönyvcsalád kipróbálása is nyolc-tizenkét évet vesz igénybe, s kérdéses, hogy a tankönyv mikor került a piacra. Mindez differenciált problémakezelést és kellő körültekintést igényel.

A válaszadóknak csak ötödrésze választotta szakmai megfontolás alapján a tankönyvet. Az adatok azt mutatják, hogy a tankönyvválasztásban, s mindenekelőtt a tankönyvkiadásban a szakmai szempontoknak erősödniük kellene (például a piaci szempontokkal szemben). Ez rendkívül összetett szakmai feladat, amely egyaránt igényel tankönyv kutatást, színvonalas tankönyvlektorálást és -kritikát, tanuláspszichológiai ismereteket, tanítás-módszertani „felvilágosító” tevékenységet, az anyanyelvi kultúra iránti igényesség növelését s a szabad (vagy szabados?) tankönyvpiac kellő szakmai kritikáját.

### **További kutatói feladatok**

Kutatásomban nagy időtávtalban és nagyszámú tankönyv elemzésével kaptam adatokat. Feldolgozásuk és értelmezésük az adatok igen nagy száma miatt még korántsem teljes, másodelemzésekre is szükség és lehetőség van. Szükség lenne továbbá arra, hogy nem aritmetikai területeken is végezzünk részletes elemzéseket. Figyelmet igényel a geometria néhány, hagyományosan problematikus területének elemzése: ez a mérések, mértékegységek tanításának változása, és/vagy a kerület-, terület-, térfogatfogalom kialakításának módja. Noha a jelen gazdasági és oktatáspolitikai helyzet kevésbé kedvez új matematika-tankönyv megjelenésének, de a kutatás tapasztalatai alapján körvonalazható olyan tankönyvcsalád terve, amely felhasználja az elődök kedvező tapasztalatait.

Az igazán fontos azonban az, mindezekből mely tanulságok és hogyan juttathatók el a törvényhozókhöz, tankönyvírókhoz, -kiadókhöz, -bírálokhoz s jelesen a felhasználókhöz: a tanítókhöz, tanulókhöz. Fontosnak tartanám a pedagógusok, diákok tankönyvhasználati szokásainak vizsgálatát, amely hasznos információt nyújthat a tankönyvekkel foglalkozóknak, tankönyvkészítőknek, tankönyvkiadóknak. Hasonlóan szükségesnek tekintem bevérvizsgálatok végzését, amelyek a tankönyvek értékeléséhez visszacsatolást jelentenének. Ilyen kutatás azonban csak nagy teamben képzelhető el, hiszen egyfelől nemcsak reprezentatív, hanem nagymintás vizsgálatokra lenne szükséges, s másfelől igen jelentős szakmai nehézséget okoz a tankönyv és a bevérvizsgálat (eredményesség) kapcsolatának, összefüggésének igazolása.

## A tézisekben hivatkozott szakirodalom

- Beke Manó 1911. Vezérkönyv a népiskolai számtan oktatáshoz. Magyar Tudomány Egyetem Nyomda, Budapest
- Czékmán Orsolya 2010. Vizsgálatok a magyar matematikai terminológia tárgykörében. Doktori (PhD) értekezés, Veszprém  
URL: [http://konyvtar.uni-pannon.hu/doktori/2010/Czekman\\_Orsolya\\_dissertation.pdf](http://konyvtar.uni-pannon.hu/doktori/2010/Czekman_Orsolya_dissertation.pdf) (Letöltés: 2010)
- Fischerné Dárdai Ágnes–Kojanitz László 2007. A tankönyvek változásai az 1970-es évektől napjainkig. Új Pedagógiai Szemle 57/1, 56–69.  
január <http://epa.oszk.hu/00000/00035/00110/2007-01-ta-Tobbek-Tankonyvek.html> (Letöltés: 2010)
- Fischerné Dárdai Ágnes: Tankönyvelmélet 1. PTE Központi Könyvtár Pedagógia Szak  
<http://www.lib.pte.hu/konyvtarrol/munkatarsaink/dardai/index.html>  
(Letöltés: 2008)
- Hegedős Mihályné–Tóthpál Józsefné–Kálmán György 1985. Népiskolai tankönyvek 1867–1945. OPKM, Budapest
- Kojanitz László 2004. A pedagógiai szövegek analitikus vizsgálata. A szavak szintje. Magyar Pedagógia 104/4, 429–439.  
URL: [http://www.magyarpedagogia.hu/document/Kojanitz\\_MP1044.pdf](http://www.magyarpedagogia.hu/document/Kojanitz_MP1044.pdf)  
(Letöltés: 2010)
- Lénárd Ferenc 1986. A tankönyvcsalád pedagógiai-pszichológiai szempontból. Kézirat. Tankönyvesek Országos Szövetsége, dokumentumtár, Budapest
- Nánási Mária 2000. A kikérdezés. (Bevezetés a pedagógiai kutatás módszertanába 171–211.) Keraban, Budapest
- Paivio, A. 1971. Imagery and verbal processes. Holt, Rinehart and Winston, New York
- Zrinszky László 2003. Megismerés és szemléltetés. (Vizuális kultúra. Látás és szemléltetés 4. 126–136.) Balassi Kiadó, Budapest

## Publikációk, előadások a dolgozat témaköréből

- The „Inclusive” mathematics - Using mathematics methodology for developing the life quality of children suffering from injuries to the central nervous system. Előadás a Space for Social Inclusion and Multicultural Understanding című európai felnőttképzési konferencián. 2008. március 12., Liberec
- Az elemiszám-tan-oktatás metodikájának áttekintése 1482–1923-ig. Varga Tamás Módszertani Napok konferencia. (Bolyai János Matematikai Társulat és az ELTE TTK Matematikatanítási és Módszertani Központ) 2008. november 7–8. Budapest, ELTE TTK  
<http://mathdid.elte.hu/pic/vtcikk/koves.pdf>
- Az elemiszám-tan-oktatás metodikájának áttekintése 1482–1800-ig. Az MTA Pécsi Akadémiai Bizottsága Neveléstörténeti Munkabizottsága, valamint a Képzés és Gyakorlat című folyóirat szerkesztőségének felolvasóülése, 2008. december 10. Pécs; MPANNI, Tudományos ülés. 2009. április 15., Budapest
- Befogadó Matematika III. Képzés és Gyakorlat konferencia: Az óvodapedagógiától az andragógiáig. 2009. április 24., Kaposvár
- Szorzó tábla tanítása multikulturális térben. IX. Országos Neveléstudományi Konferencia. 2009. 11. 19–21., Veszprém
- Az elemiszám-tan-oktatása a XVI. században. Közös többszörös matematika-módszertani kiadvány 2010/3. ISSN: 2060-775X  
URL: [http://muszakikiado.hu/\\_userfiles/file/kozostobbszoros3.pdf](http://muszakikiado.hu/_userfiles/file/kozostobbszoros3.pdf) (Letöltés: 2010)
- Mi is az a tankönyv? Károli Gáspár Református Egyetem Tanítóképző Főiskolai Kar, Nagykőrös. 20 éves Jubileumi Évkönyv 2010. Opál Bt., Budapest
- A szorzótábla tanítása a különböző tankönyvekben. „Kompetenciafejlesztés a matematikatanításban” című konferencia. Műszaki Kiadó, 2010. április 12., Budapest
- Anyanyelvet a matematikához (is)! (Társszerző: Szegfű Mária) Anyanyelvi Kultúraközvetítés Konferencia. Kaposvári Egyetem, 2010. november 5., Kaposvár
- Anyanyelvet a matematikához (is)! (matematikatanároknak) (Társszerző: Szegfű Mária) Varga Tamás Módszertani Napok Konferencia. (Bolyai János Matematikai Társulat és az ELTE TTK Matematikatanítási és Módszertani Központ) 2010. november 6., Budapest
- Anyanyelvet a matematikához (is)! (anyanyelvet tanítóknak) (Társszerző: Szegfű Mária) Károli Gáspár Református Egyetem Tanítóképző Főiskolai Kar. Nagykőrös 20 éves jubileumi konferencia, 2010. november 12., Nagykőrös
- Az elemiszám-tan-oktatás metodikájának áttekintése – XVII. század. 2. rész. Közös többszörös matematika-módszertani kiadvány, 2011/1. ISSN: 2060-775X URL: [http://www.muszakikiado.hu/files/Magazinjaink/kozostobbszoros/4/KozosTobbszoros\\_04.pdf](http://www.muszakikiado.hu/files/Magazinjaink/kozostobbszoros/4/KozosTobbszoros_04.pdf) (Letöltés: 2011)
- Az elemi szám-tan-oktatása. Az első magyar nyelvű szám-tan-tan-könyv. 3. rész. Közös többszörös matematika-módszertani kiadvány, 2011/2. ISSN: 2060-775X URL: [http://www.muszakikiado.hu/files/Magazinjaink/kozostobbszoros/5/kozostobbszoros\\_5\\_webre.pdf](http://www.muszakikiado.hu/files/Magazinjaink/kozostobbszoros/5/kozostobbszoros_5_webre.pdf) (Letöltés: 2011)
- Anyanyelvet a matematikához (is)! (esettanulmány tankönyvhasználathoz). (Társszerző: Szegfű Mária) A Magyar Pedagógiai Társaság Nevelés-lélektani Szakosztálya, 2011. február 9., Budapest
- Száz év elemiszám-tan-oktatása a tankönyvek tükrében. Iskola a társadalmi térben és időben II. 2011. május 17., Pécs
- A magyar elemiszám-tan-oktatás változása a XX. századfordulótól napjainkig. Magyarországi Református Egyház Doktorok Kollégiuma, 2011. augusztus 22–25., Debrecen
- Az európai matematikatanítási törekvések hatása a magyar elemiszám-tan-tanításra. Studia Caroliensia (Károli Gáspár Református Egyetem 2011-es évkönyve) 2012. 279–297.

# Bevezetés

## A témaválasztás indoklása

A kutatásom a saját szakterületemhez szorosan kapcsolódó gyökerekből indult el. A 90-es évek elejétől foglalkozom tankönyvek szerkesztésével; a Műszaki Kiadóban szerzőként és szerkesztőként hozzájárultam a Hajdu-tankönyvcsalád születéséhez; a Sulinova Kht. Matematika „C” típusú moduljaiban mint szerző, kutatásfejlesztő egyaránt dolgoztam. Matematika tantárgypedagógusként közel húsz éve oktatok matematikát és matematika módszertant, illetve irányítom a tanítási gyakorlatokat.

Mindezek mellett tartottam pedagógus-továbbképzéseket egy-egy tankönyvhöz, programhoz kapcsolódóan. Ezeken a kurzusokon a tankönyvet választók megismerhették az aktuális tankönyv jellemzőit, de soha nem volt mód a tankönyvek egzakt összehasonlítására. Azt tartanám helyesnek, ha a tankönyvválasztás nem csupán a könyv esztétikai megjelenése, a kiadó lobbija vagy hírből hallott fél információ („túl nehéz a mi gyerekeinknek”) alapján történne, hanem reális módszertani elemzés lenne a kiválasztás alapja.

A szilárd módszertani elvek meghatározása a tankönyvek készítésekor annál is inkább kiemelt feladat a közoktatás számára, mert a nemzetközi tendenciák egyre inkább az inkluzív-integrált oktatást preferálják. Az Európai Unió államaiban egyre nagyobb társadalmi elkötelezettség mutatkozik meg a fogyatékkal élő emberek társadalmi integrációja mellett, amelynek egyik következménye az iskolai inkluzív, integrált oktatás előtérbe kerülése. A tanórákon a differenciálás megtervezésekor az egyes témák különböző feldolgozási módjának ismerete segítheti a sajátos nevelési igényű gyermekek integrálását, inkluzív nevelését. Egy-egy, tanulási nehézséggel küszködő tanulónál eredményes lehet egy, az éppen használt tankönyvi feldolgozástól különböző feldolgozási mód alkalmazása. Éppen ezért az integrált osztályokban tanító pedagógusok tankönyvválasztásában a módszertani tudatosság is egyre inkább fontossá válik.

A tanítók matematika-módszertani kulturáltságának fejlesztése érdekében is fontosnak vélem, hogy a tanítóképző karok ne csupán egy (a gyakorló területükön éppen használt) tankönyvcsaládot ismertessenek meg a hallgatóikkal.

## A kutatás témája

Az utóbbi 20 évben átalakult a tankönyvkiadás. Az addigi, több évtizeden át tartó „egytankönyvűséget” felváltotta az olykor szakmódszertani koncepciójában különböző, gyakorta azonban egymástól koncepcionálisan nem eltérő tankönyvek sokasága. A tankönyvek közötti eligazodás komoly kihívást jelentett és jelent mindazon szakembereknek, akik a tankönyvek elméleti és gyakorlati kérdéseivel foglalkoznak: a kiadóknak, a szerzőcsoportoknak, a szerkesztőknek, a didaktikusoknak, a metodikusoknak és a szaktanároknak is. A tankönyvek megszaporodásának két markáns következménye lett:

1. Újra kialakult a tankönyvek közötti versenyhelyzet.
2. A kialakult tankönyvpiac plurálisnak mondható.

A tankönyvek kínálatában igen széles a paletta, bőven van választási lehetőségük a pedagógusoknak.

Az Oktatási Hivatal régebben az Oktatási és Kulturális Minisztérium, manapság a Nemzeti Erőforrás Minisztérium honlapján teszi közzé a tankönyvek hivatalos jegyzékét. A 2009-2010-es tanévben az 1–4. osztályos tanulók számára 137 különböző, a matematika tantárgyhoz kapcsolódó kiadvány közül választhattak az iskolák és a tanítók a közoktatási

tankönyvjegyzékből. Ezek között nyolc tankönyvcsalád van, amely felöleli az 1–4. osztályig az alsó tagozatos tananyagot. A téma szakirodalmában nem található olyan munka, amely átfogóan vizsgálná ezen alsó tagozatos matematika-tankönyvek közötti tananyag-szerkesztési, módszertani azonosságokat, különbségeket, a különbségek eredetét, esetleg okát.

2006-ban a Tankönyvkutató Intézet összehasonító elemzést végzett a felső tagozatos tankönyvek körében (Fischerné Dárdai–Kojanitz 2006). Az alsó tagozatos matematikakönyvek körében nem készült még sem vertikális, sem horizontális elemzés. Disszertációmban erre teszek kísérletet.

Dolgozatomban a viszonylag nagy időintervallum miatt történeti fejlődésében tekintetem át a legelső, magyar nyelvű, tankönyvnek is tekinthető, 1557-ben megjelent Debreceni Arithmeticitól a XX. századig, illetve napjainkig (2009-2010-es tanév) a számvetés, a számtan, majd a számtan-mértan, később a matematika tantárgyak oktatásához kapcsolódó tankönyveket, amelyeket a következőkben matematika-tankönyveknek nevezek. A matematikaoktatás alapozó szintjét vizsgáltam, amely a jelenlegi alsó tagozatra, az 1–4. osztályra (és korábban az ennek megfelelő ciklusra) terjed ki. Az alapozó szint elnevezést a jelenlegi Nemzeti Alaptantervnek megfelelően alkalmazom.

A kiválasztott első hat magyar nyelvű matematikakönyv rövid elemzése fényt derít arra, hogy egyik-másik tananyagszerkesztése, módszertani megfontolásai, nyelvezete vagy ezek egy része alapját képezik-e a későbbi elemi szintű számtantankönyveknek.

A felvilágosodás a XVIII. század eszmeáramlata volt az európai filozófiában, amely az oktatásban, így a számtantanításban is módszertani változásokat hozott, melyek módosították a számtan oktatásáról addig kialakult elképzeléseket is. Ezen irányok fejlődésének áttekintése után részletes elemzéseket Császár Károly Számvetés c. munkájának megjelenésétől (1883) végeztem, ugyanis az 1880-as években nemzetközi reformmozgalom indult a matematikatanítás megújítására. Magyarországon 1891-ben megalakult a Matematikai és Fizikai Társulat, amely célul tűzte ki a matematikatanítás megreformálását. A változások nyomán követése érdekében elemeztem az ezt megelőző utolsó megjelent tankönyvet (1883) is. Vertikális vizsgálatot végeztem 1883-tól 2010-ig az 1–4. osztályos matematika-tankönyvekben megjelenő tanítási tartalmakat tekintve. Horizontális vizsgálatot végeztem ugyanezen kérdésekről az egyes kiválasztott korszakokban megjelent tankönyvek körében. Az 1883-tól 2010-ig 72 kiválasztott tankönyvet vizsgálom meg a tananyagszerkesztés, a feladatválasztás, a szakszavak használata, valamint az illusztrációk funkciója szempontjából. A kiválasztott intervallumban két meghatározó, a számtantanítás megreformálását célzó magyarországi törekvést emelek ki:

- az egyik a XIX. század végi Magyarországon Beke Manó nevével jelezhető irány;
- a másik a XX. század utolsó harmadában amerikai kezdeményezésre elinduló, majd Európába áttérjedő – az európai matematikaoktatást is megreformálni kívánó – New Math mozgalom, amely a magyar matematika oktatásában is hozott változásokat.

A változások követése érdekében öt korszakot különböztetek meg, amelyekben azt vizsgálom, hogy fellelhető-e valamilyen különbség vagy megegyezés – a több mint 100 év alatt – a tankönyvek tananyagstruktúrájában, didaktikai építkezésében, valamint egy-egy tananyag feldolgozásában.

Végül vizsgálom, hogy a felhasználók – az iskolák, a pedagógusok – tankönyvválasztásában fellelhető-e a kellő módszertani tudatosság a diákok és önmaguk számára „megfelelő tankönyv” kiválasztása érdekében.



## A kutatás céljai

A témaindoklás és a kutatási téma vázolója alapján a kutatás célkitűzései a következőkben határozhatók meg:

Áttekinteni (1557-től), nyomon követni és elemezni az elmúlt századok (főleg 1883-tól 2010-ig) alsó tagozatos matematika-tankönyvei tananyagváltozásának folyamatát.

Feltárni a módszertani tendenciákat négy kategóriában: a tananyagszerkesztés, a feladatválasztás, a szakszavak használata és az illusztrációk funkciója szerint.

Nyomon követni a feltárt tendenciák megjelenését a jelenleg forgalomban lévő (a 2009-2010-es tanév tankönyvlistája szerinti) tankönyvcsaládokban.

Átfogó képet adni a mai kisiskoláskori matematika-tankönyvek felépítésének, tananyagszerkesztésének, egy választott téma metodikai kidolgozásának azonosságairól, különbségeiről, a különbségek gyökereiről, hozzájárulva a tankönyvkutatás és a matematika módszertan fejlesztéséhez.

Segítséget nyújtani az oktatásban dolgozó szakembereknek – a tanítóktól a tankönyvszerkesztőig, kiadóig – a tankönyvek áradatában való eligazodáshoz, ezzel is fejlesztve a módszertani tudatosságot. Ennek érdekében összevetni a dolgozatomban elemzett és értékelt tankönyvek „rangsorát” a piac által mutatott (megrendelési) adatokkal.

A módszertani kultúra és tudatosság fejlesztésével hozzájárulni a mindennapi tanítási gyakorlat hatékonyságának növeléséhez.

Az eredmények segítséget nyújthatnak annak a problémakörnek az átgondolásához is, hogy a jelenleg forgalomban lévő tankönyvek valóban különböző metodikai koncepciót képviselnek-e, szükséges-e mindegyik jelenléte a tankönyvek sorában, vagy akadnak közöttük olyanok is, amelyek ennek a kritériumnak nem tesznek eleget, ily módon megjelenésük indokolatlan.

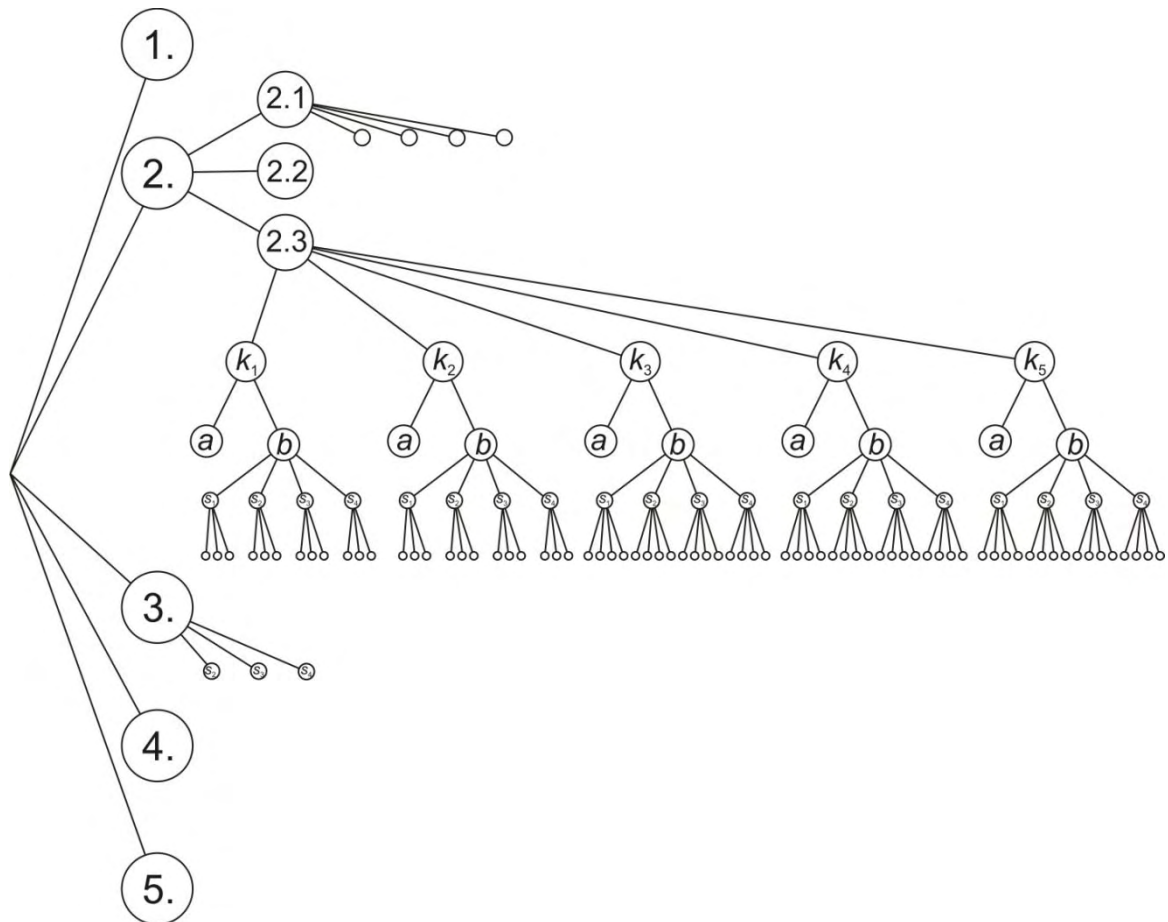
## A kutatás kérdései

1. Fellelhető-e valamilyen különbség vagy egyezés a vizsgálatba bevont tankönyvek (1557-től 2010-ig) tananyagstruktúrájában, didaktikai építkezésében, valamint egy-egy tananyag feldolgozásában kronologikusan, illetve azonos korszakon belül figyelembe véve
  - a tematikát,
  - a kérdések és a feladatok szerkesztését
  - a tankönyvi szövegek tanulhatóságát, különös tekintettel a szakszavak használatára,
  - az illusztrációk funkcióját?
2. Napjaink matematika-tankönyvei miben és mennyire építenek a vizsgálatban elemzett matematika-tankönyvek tananyag-szerkesztési, metodikai meggondolásaira, az előző korokban használt matematika-tankönyvek hagyományaira?
3. A vizsgált tankönyvek, tankönyvcsaládok valóban különböző koncepciókat képviselnek-e, vagy vannak közöttük irányadók, melyeket más tankönyvek egyéni koncepció híján/nélkül követnek egy-egy tananyagrészt feldolgozásában?
4. A pedagógusok tankönyvválasztásában megnyilvánul-e a kellő módszertani tudatosság és a fejlett kritikai látásmód, amelyek szükségesek ahhoz, hogy valóban a „megfelelő tankönyvet” válasszák ki a diákok és önmaguk számára?

## A dolgozat szerkezeti felépítése

A nagy terjedelmű vizsgálati anyag könnyebb áttekintése érdekében közlöm a dolgozat szerkezetének sémáját (1. ábra). Először a tankönyvjóváhagyáshoz, a tankönyvelemzéshez kapcsolódó szakirodalmi háttérrel tekintetem át (az 1. ábrán az 1. pont). Ezt követően a Magyarországon megjelenő elemi szintű matematikakönyvek elemzésével foglalkoztam (2.). Ezt a részt három alrészre bontottam. Kiindulásul négy szempont szerint (könyvészeti sajátosságok, a tananyag strukturáltsága, didaktikai megoldás, nyelvezet) elemeztem az első hat, 1557-től 1777-ig, a matematikaoktatás kötelezővé tételéig, magyar nyelven megjelent, az elemi számtan oktatásával foglalkozó könyvet (2.1.). A XVIII. században a felvilágosodás eszmeáramlata módosította a számtan oktatásáról addig kialakult elképzeléseket is, melyek a XIX. század végére az elemi számtan tanításának tekintetében egységessé kezdtek válni. Ezen irányok fejlődésének áttekintése (2.2.) után az 1883-tól 2010-ig terjedő időszakból 21 tankönyvcsalád 74 kiválasztott tankönyvét vizsgáltam meg a fentebb 1. pontban közölt négy szempont szerint (2.3.) öt időintervallumban (1. korszaktól 5. korszakig:  $k_1$ – $k_5$ ). Mindegyik korszakot két részben tárgyalom: az első részben röviden áttekintem a kor oktatáspolitikai vonatkozásait ( $k_{1-5}$ . *a* pont), a második részben elemzem a kiválasztott tankönyveket ( $k_{1-5}$ . *b* pont).

A következő (3.) részben a 2009–10-es tanév tankönyvlistáján megjelenő nyolc tankönyvcsalád (összesen kilenc tankönyv) egy évfolyamának egy-egy fejezetét vizsgáltam három szempontból, amely vizsgálatba már bevontam a tanítói segédleteket is. A következő (4.) részben 450 kérdőív adatai alapján vizsgáltam a pedagógusok tankönyvválasztását, illetve összefoglaltam a tankönyvválasztással kapcsolatos tanulságokat. Az utolsó rész (5.) az összegezés és a tanulságok megfogalmazása.



A dolgozat szerkezeti felépítése

## A vizsgálati anyag kiválasztása

A XVI. századtól az első hat, magyar nyelvű matematikakönyvet (ti. nem, csak tankönyvi szerepet töltöttek be) elemeztem. Ezen könyvek rövid áttekintését azért tartom fontosnak, mert tananyagtartalmuk, didaktikai megfontolásaik, mint az később kiderült, alapját képezik a későbbi elemi szintű matematika-tankönyveknek.

Az I. Ratio Educationis kötelezővé tette a számtanoktatást az anyanyelvi iskolák 2. osztályában átlagosan heti egy órában, majd a II. Ratio Educationis 1. osztálytól tette kötelezővé a számtan oktatását, és meghatározta a tanítandó tananyag tartalmát. Ekkor jelentek meg az első magyar nyelvű matematika- (számvetés-) tankönyvek. A XIX. században az elemiszámtan-tananyag kiválasztását csaknem befejezettnek tekintették. A módszertan körül azonban heves viták folytak; négy alapelv „küzdött” egymással (Beke 1911):

A szemléleten alapuló számfogalom alakítása.

A számok minden oldalú vizsgálatán alapuló számfogalom alakítása.

A számláláson és soralkotáson alapuló számfogalom alakítása.

A számbeli viszonyok feldolgozásán alapuló számfogalom alakítása.

Ezen módszerek nemzetközi és hazai megjelenését vizsgáltam a korszak tankönyveiben.

A XIX. század végére érzékelhetővé válik a négy alapelv együttes megjelenése a tankönyvekben. Ezért 1880-tól napjainkig vizsgáltam az alsó tagozatos korosztálynak szóló tankönyveket. Az 1880-tól 1945-ig terjedő időszakban párhuzamosan számos népiskolai tankönyv jelent meg. 1945-től az 1990-es évek végéig – a kísérleti tankönyvektől eltekintve – egy időszakban egy-egy tankönyvet használtak egy-egy iskolatípus egy-egy évfolyamán. Majd a szabad tankönyvválasztással a tankönyvek is megszorodtak. A tankönyvek kiválasztásához az OPKM adatbázisát használtam (Hegedős–Tóthpál–Kálmán 1985). A vizsgálatba kizárólag tankönyvcsaládokat vontam be. Azért döntöttem a tankönyvcsaládok mellett, mert a későbbi vizsgálatokban így egy-egy korszakban és korszakonként is, nemcsak horizontálisan – egy évfolyamon belül –, hanem vertikálisan – az egymást követő évfolyamok alapján – is képet kaphatok a tananyag felépüléséről.

A XIX–XX. század fordulójától napjainkig ívelő időszakot öt korszakra bontva, korszakonként maximum öt olyan tankönyvcsaládot választottam ki, amelyek a korszak nagy részében használatban voltak. Ezen túl a kiválasztás véletlenszerű volt. A vizsgált tankönyveket az adott korszak tárgyalásánál mutatom be. A korszakok és jellemzőik a következők:

Az 1. korszak (az ábrán  $k_1$ ) a XIX–XX. század fordulójának időszaka. A kiegyezés után (1867) a népoktatás korszerűsítésével, a pedagógia tudomány fejlődésével párhuzamosan az 1880-as években nemzetközi reformmozgalom indult a matematikatanítás megújítására. Magyarországon 1891-ben megalakult a Magyar Paedagogiai Társaság, amely megkezdte a pedagógia tudománnyá szervezését, valamint a Matematikai és Fizikai Társulat, melynek keretén belül kezdetét vette a magyarországi matematikatanítási reformmozgalom.

A 2. korszak ( $k_2$ ) a trianoni békediktátum (1920) utáni időszak, amikor Klebelsberg Kunó vallás- és közoktatásügyi miniszter az iskoláztatás tartalmának átalakításával kívánta az általános műveltségi színvonal emelését megvalósítani (Pukánszky–Németh 1996).

A 3. korszak ( $k_3$ ) a második világháború után az iskolarendszer átformálásának időszaka (1947–1951).

A 4. korszakot ( $k_4$ ) az egytankönyvűség jellemzi. Ezt a korszakot három időszakra tagoltam. Az első időszak az 1962-es tanterv előtti, a második az 1962-es és 1978-as tanterv közötti, a harmadik az 1978-tól 1990-ig tartó időszak (ez már az egytankönyvűség kezdődő lebomlásának időszaka).

Az 5. korszakból ( $k_5$ ) azt a tankönyvcsaládot választottam, amely az 1978-tól az 1990-es évek elejéig forgalomban lévő Matematika munkalapokat váltotta fel (azokat kicsit átdolgozva, de a matematikai, módszertani koncepciójukat megtartva); ez a mai napig szerepel a tankönyvlistán. Ezért ezt a tankönyvcsaládot és a 2009-10-es tanévben a tankönyvlistán szereplő, három legnagyobb példányszámban használt tankönyvcsaládot hasonlítottam össze.

A 2. fejezetben kiválasztott négy mai matematika-tankönyvcsalád elemzése során olyan összefüggéseket is meg kívántam mutatni, amelyek csupán a tankönyvekből nehezen olvashatók ki biztonsággal, ezért a mai tankönyvekhez kapcsolódó segédleteket is bevontam a vizsgálatba. A 2009-10-es tankönyvlistán szereplő összes alsó tagozatos tankönyvcsalád 2. osztályos tankönyveiből a 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetet választottam a vizsgálatba (az ábrán a 3. pont).

Itt indokolom meg, hogy a szorzótáblák közül miért épp a 4-es került a vizsgálatba. A tankönyvek előzetes áttekintése azt mutatta, hogy az egyes szorzótáblák tanításának sorrendje különböző. Másrészt különbség van a szorzásfogalom alakításának elhelyezkedésében is. Van olyan tankönyv, amelyik a szorzótáblák előtt, és van olyan is, amelyik a szorzótáblákkal párhuzamosan alakítja a szorzás fogalmát. Ezért kizártam az első két szorzótáblát, illetve az első csoportot, azaz a 2-es, 3-as, 5-ös, 10-es szorzótáblákat. Ezen szorzótáblák után, akármelyik feldolgozási módszert tekintjük, a 4-es szorzótábla következik. Bármelyik metodikai eljárást nézzük is az említettek közül, a 4-es szorzótábla tanításakor már megtörtént a szorzáshoz kapcsolódó fogalmak alakítása.

### **Az alkalmazott módszerek**

Az I. Ratio Educationis kiadásáig vizsgált könyvek megjelenésének nagy időeltérése miatt külön-külön elemeztem a könyveket négy kategória szerint. Elsőként a könyvészeti sajátosságokat, mint például a könyv keletkezésének sajátosságai, terjedelme. Ezt követte a tananyag strukturáltságának vizsgálata, majd egy-egy tanulságosnak mutató didaktikai eljárást emeltem ki. Végezetül a könyvek nyelvezetének vizsgálatára tértem rá, mivel ebben az időben kezd kialakulni a magyar matematikai szaknyelv. A későbbi tankönyveket a jelentős változások miatt már más szempontsor érvényesítésével vizsgálom.

(Ábra 2. pont) A XIX–XX. század fordulójától napjainkig ívelő időszak tankönyv-vizsgálatának előkészítő munkafázisai: a mintavétel, az elemzési egységek meghatározása, a kategóriarendszer kialakítása és a tartalmak kódolása. Mivel nagy adatmennyiségből kellett választanom, a mintát klaszteres mintavétellel állítottam elő. Az elemek csoportjait az adott időszakhoz tartozó tantervek alapján kívántam meghatározni, fenntartva annak a lehetőségét, hogy nem túl nagy számban ugyan, de találhatóak ezektől különböző csoportok is.

A tartalomelemzést három lépésre bontottam:

1. A kódolás szakasza: a tankönyvi szöveg egyes részeit a már meglévő kategóriákhoz soroltam.
2. Az elemzés szakasza: a kódolt tartalmakat feldolgoztam statisztikai módszerekkel. Ebben a szakaszban már kaptam információt a látens tartalmakra, mert egyrészt több kód együttes előfordulása jelentéstartalommal bír, másrészt a nem jelenlévő fogalmaknak is lehet jelentéstartalmuk.
3. Az értelmezés szakasza: a kapott statisztikai eredmények értelmezése, magyarázata, a következtetések megfogalmazása.

A tartalomelemzés mellett az ott levont következtetések alátámasztására vagy elvetésére interjúkat készítettem, amelyek célja, a kvantitatív eredmények alátámasztása mellett, újabb kvalitatív adatok feltárása volt. Az interjú fajtáját tekintve a „szakmai mélyinterjú” (Nánási

2000:195) műfaját használtam, amelyben a strukturált interjú strukturálatlan beszélgetés formájában is kiegészülhetett a témával kapcsolatos mondanivalók függvényében.

További eredmények, illetve az árnyaltabb megközelítés érdekében írásbeli kérdőíves (elektronikus) kikérdezés alapján felmértem az iskolák tankönyvválasztási és tankönyvhasználati szokásait. A részletes elemzési szempontokat lásd a 2. 1. 1. és a 2. 3. 1. fejezetekben.

## 1. A tankönyv

Az első fejezetben röviden összefoglalom a tankönyv fogalmának, funkciójának változását, áttekintem a magyarországi tankönyvvé nyilvánítás rövid történetét a XV. századtól napjainkig, bemutatom a tankönyvelemzés rövid történetét, bepillantást teszek a magyarországi tankönyvkutatásokba, valamint a tankönyv-jóváhagyási követelmény-rendszerbe Ellington (1986), Fináczy–Kornis–Kemény (1934), Fischerné Dárdai (2000, 2002, 2008), Husén–Postlethwaite (1994), Karlovitz (szerk. 1986, 1997), Kojanitz (2008), Köves (2010), Mészáros (1989), Nagy László (1921), Nagy Sándor (1976–79), Nánási (1975), Németh (2005), Pukánszky–Németh (1996), Szebenyi (1994, 2001), Radó (2010), tanulmányai alapján.

### 1. 1. A tankönyv fogalma, funkciójának változása

Az általánosan elterjedt tankönyv-meghatározások között felfogásukban sokfélével találunk a lexikonokban és a pedagógiai munkákban. Az áttekintett szakirodalomban a tankönyvek értelmezésében kétféle funkció kap hangsúlyt: egyrészt a tankönyv és a tanulás kapcsolata, azaz hogyan „szerezhető” meg a benne lévő ismeretek (tudáselemek), másrészt pedig a benne lévő ismeretek milyen célok és feladatok köré szerveződnek. A továbbiakban a tankönyv fogalmait és értelmezési kereteit e két szempont szerint foglalom össze: a tankönyv értelmezése mint a tanulás segítése, valamint a tankönyvek tudáselemeinek céljai és feladatai.

#### 1. 1. 1. A tankönyv mint a tanulás segítése

A tankönyvet tanulást támogató könyvként, az iskolában tárgyalt anyagnak a begyakorlására és megtanulására szolgáló könyvként definiálta Fináczy és Kornis, amely „felöleli azokat az ismereteket a tudomány, az irodalom, művészet, ipar, kereskedelem stb. köréből, amelyeket el akarunk sajátítani, illetve sajátíttatni ... A tankönyv rendszerint tanítást tételez fel, de vannak magántanulásra szánt tankönyvek is. A tankönyv az iskolában tárgyalt anyagnak begyakorlására, megtanulására szolgál.” (Fináczy–Kornis 1934:784) Fináczy értelmezésében a tankönyvet a tanítónak szánja úgy, mint a tanítás eszközét, és elsősorban úgy tekinti a tanulót, mint az ismeretek passzív befogadját.

A XX. században a fejlődés-lélektani áramlatok hatására a tanulás fogalma is átértelmeződött. A korábbi drillszerű feladatok gyakorlása helyett a tevékenységközpontú tanulás került előtérbe (Nagy 1921). Ez a XX. századi szemlélet tükröződik Nánási (Nánási 1975) tankönyv-definíciójában: értelmezésében már szerepel a készség- és képességfejlesztés is. A tankönyv a tantárgy tantervi anyagának didaktikai szempontú feldolgozását tartalmazza, amelyből a tanulók az oktatási-tanulási folyamatban ismereteket szereznek, jártasságokat és készségeket sajátítanak el, továbbá szilárd világnézetet alakíthatnak ki.

Az 1950-es években a szovjet mintát követő magyar oktatáspolitikára is az „egytankönyvűség” volt a jellemző, amely azt jelentette, hogy Magyarország minden iskolájában az azonos évfolyamokon tantárgyanként minden tanuló ugyanabból a tankönyvből tanult. Az egytankönyvűség korszakának szemléletébe ágyazza be a tankönyv fogalmát Nagy Sándor (1975:260). Ő a tantervben meghatározott oktatási és nevelési célok megvalósításának az eszközöként interpretálja a tankönyvet, amely egyrészt egy-egy tantárgy anyagának tudományos, a tanulók számára eredményesen felhasználható feldolgozása, kifejtése, rendszerezése, másrészt figyelembe veszi az általános és az adott tantárgy sajátos didaktikai követelményeit. A tankönyv szerinte az ismeretszerzés egyik forrása.

A nemzetközi szakirodalomban a tankönyv értelmezése Nagy Sándor definíciójához hasonló. Ellington (1986:169) szerint olyan, az oktatás szolgálatában álló könyv, amely rendszerezett, érthető és fokozatosan előrehaladó formában egy tantárgy vagy szakterület anyagát tartalmazza, s amely ekképpen a szóban forgó tantárgy vagy szakterület tanítása vagy tanulása során az elsajátítandó ismeretek alapvető forrásaként alkalmazható.

### **1. 1. 2. A tankönyvek tudáselemeinek céljai és feladatai**

Husen–Postlethwaite (1994:63–66.) szerint a tankönyvek fő feladata az életkorhoz és a fejlődési szakaszhoz szabott tananyag, az alapvető ismeretek, értékek, elképzelések hordozása, átadása.

Lénárd Ferenc a tankönyvek pszichológiai követelményeit határozza meg (Lénárd 1986). Épp ellentétben Husénnal és Postlethwaite-tel azt tartja, amivel magam is egyetértek, hogy „A tanítandó tananyaggal ... nem életkori kikötésünk van, hanem az, hogy az ismeretekben és a képességekben szereplő struktúrák és ezek hierarchikus felépítése mindig olyan legyen, hogy a tanuló rendelkezzen mindazokkal az alapismeretekkel és alapképességekkel, amelyek elengedhetetlenül szükségesek, hogy a reájuk épült is megszerezhesse a tanuló”. Szerinte a tankönyveknek lehetővé kell tenniük a következő emberi tulajdonságok kialakítását:

- A kommunikációs képességeket, melyek a további képesség kialakításának alapfeltételei. Ide sorolja a beszédet, az olvasást és az írást.
- A kognitív képességeket, melyek a megismeréssel kapcsolatosak. Ide tartoznak az információk felfogása, megértése, megtartása (az emlékezés) és az információk felhasználásával a problémák megoldása (a gondolkodás).
- A mozgás és a cselekvés képességeit, mint például a térben és az időben való eligazodás, a tervezés végrehajtása.
- A személyiségvonások fejlesztését.

A Művelődési és Közoktatási Közlöny is megadja a tankönyv definícióját, amely szerint a tankönyv „az a szerzői jogi védelem alá eső, nyomtatott formában megjelent és az e rendeletben meghatározottak szerint tankönyvvé nyilvánított könyv, amely a tanulók részére – a közoktatásról szóló törvény követelményrendszerére építve – pedagógiai szempontból feldolgozza, továbbá rendszerezi valamely műveltségi terület, műveltségi részterület, szakképzési szakterület, szakképzési részterület ismereteit, szöveggyűjtemény, feladatgyűjtemény, atlasz, kottakiadvány stb., amelynek alkalmazása nélkül a tankönyv ismeretei nem sajátíthatók el, illetve amelynek alkalmazása nélkülözhetetlen valamely műveltségi terület, műveltségi részterület, szakképzési szakterület, szakképzési részterület ismeretanyagának átadásához.” (5/1998. (II. 18.) MKM rendelete, Magyar Közlöny, 1998/10. sz.)

Karlovitz szerint a számos definícióból kiszűrhető közös jellemzők az alábbiakban foglalhatók össze: a tankönyv az oktatás fontos (legfontosabb) eszköze, hosszabb időre szóló tantervi-tantárgyi tananyagot tartalmaz, a tudás egyik forrása, készség- és képességfejlesztő hatása van, az ismeretek feldolgozása didaktikus, elsősorban a tanulóknak szól, a használók életkorának, fejlettségi szintjének megfelel.

A tankönyv a tananyagot didaktikus feldolgozásban, a használók életkorának, fejlettségi szintjének megfelelően nyújtja, tanulhatóvá-taníthatóvá teszi. Elsősorban a tanulóké, kommunikációja nekik szóló, de a tanár munkáját is – a teljes oktatási folyamatot – megalapozza, segíti (Karlovitz 1997). Karlovitz szerint a tankönyv pedagógiai értelmezése: „a tankönyv: évszázadok óta diákok tanulási tevékenységét hivatott segíteni, de fontos segédeszköz a pedagógusok számára is. Tartalmi vonatkozásban a tankönyv egy-egy tantárgy tantervében meghatározott, általában egy tanévre szóló tananyagát tartalmazza. Módszertani szempontból a tankönyvre pedagógiai tudatosság, didaktikai apparátus használata,

pszichológiai megalapozottság és módszertani kultúra jellemző, megformálására pedig a nyelvi-stiláris tisztaság, a világosság, a kommunikációs változatosság és összhang (szöveg és kép együtthatása), valamint az esztétikus, vonzó küllem ... Tágabb értelemben tankönyvnek tekinthetők az olyan munkafüzetek, szöveggyűjtemények, példatárak és más segédletek is, amelyek egyrészt elválaszthatatlanul hozzátartoznak egy-egy tankönyvhöz, másrészt nélkülözhetetlen tankönyvi szerepet betöltve felkerülnek a tankönyvjegyzékre.” (Karlovitz 1997:219, 461–462.).

Dárdai megadja a tankönyv szűkebb és tágabb értelmezését. Tágabb értelmezésben minden, az oktatásban felhasznált eszközt tankönyvnek tekint, amely segíti a megismerési folyamatot. A szűkebb értelmezésében azokat a nyomtatott és/vagy digitális eszközöket tekinti tankönyvnek, amelyek megfelelnek a következő kritériumoknak:

- az eszközt iskolai célra használják,
- az adott célcsoport életkori sajátosságaihoz igazodva formálják meg,
- a tankönyvben és/vagy a taneszközben a szaktudományi ismeretek redukált formában jelennek meg,
- az ismeretek pedagógiai elvek szerint transzformálódnak,
- az ismeretek a tantárgy logikájának megfelelően strukturálva jelennek meg (Dárdai 2002).

Szorosan kapcsolódnak a tankönyvhöz az alábbi fogalmak is, amelyeket a szakirodalomban a tankönyv szoros „tartozékaiként” értelmeznek: úgymint tankönyvsorozat, tankönyvcsalád, elektronikus tankönyv, e-könyv, tartós tankönyv, munkatankönyv, munkafüzet, feladatgyűjtemény, szöveggyűjtemény, szemelvények gyűjteménye, gyakorló és felmérő feladatsorok, tanári segédlet (vezérkönyv, tanári kézikönyv, program, útjelző) stb., amelyek szintén a tudás megszerzésének eszközeiként vannak jelen. A tartozékok, más szóval segédletek (szatellitek) különbözők lehetnek funkciójukat, tartalmukat és kivitelezésüket tekintve is. Kapcsolatuk a tankönyvvel lehet szoros (csak a tankönyvvel együtt használható), mint például egy-egy tankönyvhöz tartozó program, vagy egészen laza, mint például egy feladatgyűjtemény. Ugyanígy a segédletek egymáshoz kapcsolódása is lehet szorosabb vagy lazább.

A tankönyv a jelenkori tanulás szervezéséhez igazítva más funkciókkal is kibővült, így a fogalmát is célszerű kiterjeszteni. A tankönyv kibővíthet az interneten található on-line ismeretforrásokkal, a tankönyvek, a kézikönyvek, a lexikonok, a szótárak linkgyűjteménnyel ellátott szerkesztett változatával, iskolai e-könyvekkel (School eBook) szabadon szerkeszthető enciklopédiákkal és más, távoktatási célú tanulási anyagokkal is.<sup>1</sup> A tankönyv felfogható az önálló tanulás és tudásszerzés, illetve az önszabályozó tanulás eszközeként is. Megjelenhet bármely tanulmányi területen az oktatási követelmények alapján készült tankönyv, kézikönyv vagy minőségében megfelelő könyv. A legtöbb tankönyv nyomtatásban jelenik meg, de számos már az interneten is elérhető, és egyre több szkennelt formátumban peer-to-peer (P2P) hálózaton<sup>2</sup>. Itt a tankönyv már digitális formátumban is megjelenik, bizonyos műveleti funkciók könnyebbé válhatnak, mint például a keresés, ellenőrzés. A digitális formátumú tankönyv új tanulási lehetőségeket nyithat meg, mert a számítógép használatával interaktív tanulási környezetet is teremthetünk, mivel ez a tanuló önálló

---

<sup>1</sup> Ezekben a digitális tananyagokban már találhatunk hanganyagot és mozgókép részleteket is.

<sup>2</sup> Míg a szerver-kliens típusú hálózatban egy központi géphez kapcsolódik több terminál, amelyek az informatikai hálózat végpontjai, a P2P informatikai hálózatban nincs egy kitüntetett központi szerver, a hálózat végpontjai előre meghatározott módon egymással kommunikálnak. A P2P-t két értelmezésben is szokás használni: egyrészt úgy, mint a számítógépek egyenrangú technológiai szintű kapcsolódási módját egy helyi hálózaton, másrészt, mint az egymáshoz közvetlenül kapcsolódó szoftverek működési elvét.



ismeretszerzési, önálló tájékozódási lehetőségeinek is tekinthető. Ez úgy is értelmezhető, hogy ez az online tanulási eszköz kilép a tankönyv ismereti kereteiből, és egy újfajta tanulási utat nyithat meg, nagyobb lehetőséget adva az indirekt differenciálásra, az egyéni fejlesztésre.

Az információhordozók változásával változik a tankönyv megjelenési formája is. Nem szükségszerű, hogy a tankönyv könyv formátumú, nyomtatott taneszköz legyen. Ha nyomtatott, állhat lapokból, vagy lehet összefűzött, spirálozott. Ha nem nyomtatott, lehet audio, vizuális vagy audio-vizuális, analóg vagy digitális formában. Megjelenhet az összes, információt hordozó eszköz formájában. Régebben hanglemez, hangkazetta, film, videó, számítógépes floppylemez, újabban CD, DVD vagy valamilyen, számítógéphez kapcsolt külső periféria, de sok esetben az internetről letölthető valamilyen file formátumú. A tankönyvjóváahagyás új szabályzata már Magyarországon is lehetővé teszi az elektronikus, digitális hordozókon megjelenő tananyagok tankönyvvé nyilvánítását.

## **1. 2. A magyarországi tankönyvvé nyilvánítás rövid történeti áttekintése**

Az elméleti keretek tárgyalásához lényeges elindulni a tankönyv kezdeteitől, és azt a kérdést megvizsgálni, hogy milyen célok figyelembevételével született meg a tankönyv maga.

### **1. 2. 1. A XV–XVIII. század iskolai könyvei**

A középkori Európában a tankönyvek, ugyanúgy, mint más könyvek, másolással készültek. A diákok abból a könyvből tanultak, amit maguk másoltak tanáruk könyvéről, majd mikor tanárokká váltak, ugyanezt a példányt másolták tanítványaik. A másolást váltotta ki Gutenberg a nyomtatás alkotóelemeinek – mozgatható betűminta, nyomógép, nyomdafesték papír – összekapcsolásával, amellyel elindította a könyvnyomtatás tömegtermelését, közvetve a tankönyvek nyomtatását. Ettől kezdve az iskoláztatás alakulása és a nyomdaipar fejlődése szoros kapcsolatot mutat a tankönyvek történetével (Mészáros 1989). A XV. század második felében Nyugat-Európában az egyetemek és a nagyobb iskolai központok közelében a nyomdák már a tankönyvek kiadására specializálódtak. Magyarországon ez a folyamat a XVI. század második felére kezdett kialakulni. Ilyen nyomda volt például az 1561-ben Hoffhalter Rudolf által alapított debreceni nyomda is. Ez adta ki az első, magyar nyelvű aritmetikai művet<sup>3</sup>; a könyvet a későbbi korokban csak Debreceni aritmetika néven említik.

A nyomtatott könyvek, köztük a tankönyvek, növekvő száma maga után vonta a cenzúra megjelenését. 1574-ben I. Miksa vezette be Magyarországon a cenzúrát. A tankönyv- és könyvcenzúra ebben az időben még nem vált külön, minden könyvet a királyi megbízott ellenőrzött egészen 1745-ig. 1745-től 1777-ig, a Ratio Educationis bevezetéséig a helytartótanács vette át a feladatot, amely már nem egyszemélyes cenzúraként működött, hanem testületi felügyeletet jelentett (Szebenyi 1994).

A XVI. század végétől az iskolák és így a tankönyvek magyar jellege fokozatosan erősödött, lassan elindult a magyar tannyelvű oktatás, amelyet teljes egészében derékba tört németesítési törekvéseivel az I. Ratio Educationis rendelkezése. Mária Terézia tanügyi reformjáiig az iskoláztatás kizárólag egyházi feladat volt, az alsó iskolákat a különböző felekezetek falusi lelkészei szervezték. Az ő feladatuk volt a tanterem biztosítása, a tanító kinevezése, a tananyag meghatározása (Németh 2005).

---

<sup>3</sup>*Arithmetika azaz a számvetés tudománya, mell' magyar nyelure (ez tudományban gyönyörködökne, hasznokra és hamarabb való értelmekre is móddal) fordítatott. Azt akarom, hogy az io és hasznos dolgokban eszesek legyenek, az gonosz és ártalmas dolgokban pedig egiugieuk. Nyomatott Debreczenben 1577-ben.*

### **1. 2. 2. A két Ratio Educationis korának tankönyvei (I. állami tankönyvprogram)**

Az I. Ratio Educationis<sup>4</sup> végső szövegét Mária Terézia 1777. augusztus 22-én hagyta jóvá. Magyarországon ez volt az első kísérlet a különböző szintű oktatási intézmények egységes állami szervezetbe rendezésére egységes oktatási-nevelési elvek alapján, de csak a katolikus iskolák rendjét tudta befolyásolni. A protestánsok elutasították a Ratio elveinek átvételét, mondván: az iskolaügy a fenntartó hatáskörébe tartozik, az államnak nincs joga beleszólni. 1790-től a protestánsok iskoláinak tanügyi önállóságát autonómiatörvény biztosította (Pukánszky–Németh 1996).

Az első *Oktatási-Nevelési Rendszer* elrendelte az egységes központi tankönyvellátást, minden tantárgyhoz egyetlen tankönyvet rendelt. Mária Terézia az iskolázás feletti felügyeletet uralkodói felségjoggá nyilvánította. Ezt a jogot kezdetben az általa kinevezett cenzorok útján gyakorolta, majd 1745-től a magyarországi Helytartótanács keretében az Állami Cenzúrahivatal feladatává tette (Szebenyi 2001). Előírta, hogy a fennhatósága alá tartozó minden iskolatípus minden tankönyvét az Egyetemi Nyomda adja ki, és a legalacsonyabb áron értékesítse a nyomda közelében lévő kereskedésben. Az 1779-ben (november 5-én) kiadott rendeletben megerősítette az Egyetemi Nyomda monopolhelyzetét, valamint a cenzúra felelősségét és kötelességét a Ratio Educationis elvei szerint. Tiltotta a nem e szerinti tankönyvek használatát, és rögzítette a nem jóváhagyott tankönyvek nyomtatásáért vagy a külföldről behozott tankönyvek terjesztéséért kiszabandó retorzió mértékét is. II. József 1782-es cenzúrarendelete alapján különvált az egyházi és állami cenzúra, a tankönyvcenzúra pedig kikerült az egyetemi nyomda feladatköréből (Mészáros 1989).

1806-ban jelent meg a II. Ratio Educationis. A Művelődésügyi Bizottság munkájának hatására igyekezett javítani elődjén. Az iskolai oktatásban a magyar nyelvnek már vezető szerepet szánt, már nem ragaszkodott az egy tantárgy – egy tankönyv elvhez, de meghatározta, főleg az alsóbb évfolyamokon, hogy milyen tankönyveket kell kiadni. Az Egyetemi Nyomda adta ki a katolikus, ortodox és izraelita iskolák összes tankönyvét, így részlegesen megmaradt monopolhelyzete a kiadás tekintetében, de terjesztési monopóliuma megszűnt, mivel a II. Ratio Educationis rendelkezett a tankönyvterjesztésről, a tankönyvek szabott áráról és a szegény tanulók számára az ingyen tankönyvekről. A részleges monopolhelyzet sem tartott azonban sokáig: 1816-ban Spányik Glicér nagy sikerű piarista történelemkönyvét már a Trattner nyomda adta ki.

1777 és 1848 között az Egyetemi Nyomda nagyszabású tankönyvkiadó programot hajtott végre a II. Ratio Educationisban meghatározott követelmények teljesítése végett. A protestáns nyomdák (debreceni, nagyenyedi, sárospataki, pápai) is számos országos terjesztésű tankönyvet megjelentettek.

A kiszélesedő iskolarendszer és az egymásnak feszülő politikai erők hatására az 1848-as forradalom 12 pontja követelte a cenzúra eltörlését, majd az 1848. évi XVIII. tc. az „előző vizsgálatot” törölte el (Szebenyi 1994).

### **1. 2. 3. Iskolaügy és pedagógia az abszolutizmus korában (1849—1867) (II. állami tankönyvprogram)**

1848-ban az első felelős független minisztériumban a vallás- és közoktatásügyi miniszteri tárcát Eötvös József kapta. Július 24-én a népképviseleti országgyűlés elé terjesztette a népoktatás rendezéséről szóló törvényjavaslatát, amely meghirdette az oktatás állami

---

<sup>4</sup> Teljes címe magyarul: *Magyarország és a társországok átfogó oktatási-nevelési rendszere*

irányítását, ingyenességét, a vallásoktatás elkülönítését, az anyanyelvű oktatást, a tankötelezettség tervét. A törvényjavaslat tárgyalása nagy vitákat váltott ki, végül a felsőház levette a napirendről, az oktatás kérdéseit elnapolták, és legközelebb csak a kiegyezés után, Eötvös második miniszterelnöksége alatt váltak aktuálissá.

A forradalom leverése után a bécsi udvar megszüntette az ország viszonylagos függetlenségét, érvénytelenítették az 1848-as törvényeket, bevezették a német nyelvű közigazgatást, ugyanakkor törekedtek az ország polgári jellegű átalakítására, a közigazgatáshoz nélkülözhetetlen értelmiségi réteg megerősítésére. Ez az ellentmondásos jelleg rányomta bélyegét a magyar közoktatásra is.

A népoktatást osztrák mintára alakították. A nevelés és oktatás fölött az állam gyakorolta a főfelügyeletet, amely a katolikus és a protestáns iskolákra egyaránt vonatkozott, sőt még a házi oktatásra is. A 6–12 esztendőes gyermekek tankötelezettségét szigorúan előírták.

Az osztrák kormányzat az ötvenes években az alsó fokú oktatás szintjén is törekedett a németesítésre. 1851-ben elrendelték a központi állami tankönyvrevíziót. A nemzeti szellemű tankönyveket kitiltották az iskolákból, helyettük magyarra fordított osztrák tankönyvek használatát rendelték el. Ilyen volt például Szabóky (Schneider) Adolf: *Bevezetés a számolástanba. A két évfolyamatú alsó reáltanoda első osztályának számára.* 1853, Bécs. Ennek belső borítója is utal a szigorú cenzúrára: „Nyilvános iskolákban, a vallási és közoktatási miniszterium különös fölhatalmazása nélkül, csak az e végre rendelt és az iskolakönyv-kiadást igazoló hivatal bélyegével ellátott könyveket szabad használni; a címleplelapon kitétnél magasabb áron azokat eladni nem szabad.”

1777 és 1867 között az állam meg kívánta teremteni és a fennhatósága alatt tartani a tankönyvjóváahagyást, de a hatalommal szembenálló erők, a politikai alku, a kulturális fejlődés, az iskolázás kiterjedése, a differenciálódó tankönyvkiadás, a kibontakozó szabadpiac hatására a törekvés egyre erőtlenebbé vált.

#### **1. 2. 4. Eötvös második és Pauler, valamint Trefort minisztersége (A III. állami tankönyvprogram)**

Eötvös mint a Vallás- és Közoktatásügyi Minisztérium vezetője (1867–1871) a művelődésügy legfontosabb feladatának a népoktatás reformját tekintette. 1868-ban hosszas vita után a király szentesítette Magyarország első népoktatási törvényét (1868:38. tc.), amely kimondta a 6–12 éves gyermekek tankötelezettségét az anyanyelvükön. Meghatározta a népoktatás szervezeti felépítését, amelyben a működő felekezeti iskolákat érintetlenül hagyta, és mellettük építtette ki a népiskolákat. Létrehozta a hatosztályos elemi népiskolát, megteremtette az állam felügyeleti jogát, amely a felekezeti iskolákra is kiterjedt. Az állam ösztönző szerepet vállalt az állami tanítóképzők felállításával a tanítóképzés színvonalának emelésére, a tankönyvbizottság létrehozásával pedig a tankönyvek színvonalának emelésére. A tankönyvbizottság olvasó- és tankönyvekre, valamint vezérkönyvekre adott megbízást, de kijelentette, hogy bárki írhat tankönyvet, aki erre magában hivatást érez (Pukánszky–Németh 1996).

A reformok eredménye lassan megmutatkozott. Az alábbi adatokból látható, hogy szűk fél évszázad alatt az iskolába járó gyermekek száma majdnem megkétszereződött, az iskoláztatás közel teljessé vált (Pukánszky–Németh 1996).

1. táblázat  
Az iskolába járó tanköteles gyermekek aránya  
(Pukánszky–Németh 1996 alapján)

Év	1868	1872	1896	1913
%	48	55	79	93

1867-től megszűnt a cenzúra, de a tankönyvcenzúra nem, melynek legfőbb oka az a szándék, hogy emeljék oktatás színvonalát. A tankönyveket a Vallás- és Közoktatásügyi Minisztérium (VKM) jóváhagyása után használhatták az iskolák. 1871-ben megalakult az Országos Közoktatási Tanács (OKT), melynek egyik fontos feladata a tankönyvek véleményezése volt. Ezzel újra megszűnt az egyszemélyes cenzúra, helyébe a testületi felelősség, a szakbizottságok léptek.

1874-ben a népiskolai tanítók a II. Egyetemes Gyűlésükön Róth Vilmos előterjesztése alapján helyet kívántak maguknak biztosítani a tankönyv-jóváhagyási eljárásban. 16 év alatt nem sikerült elérni céljukat, mert a IV. Egyetemes Gyűlésen, 1890-ben, még mindig napirendi pont volt a „A népiskolai tankönyvek és azok bírálata”.

A tanügyi kormányzat és a pedagógusok is fenn kívánták tartani a tankönyvjóváhagyást, a vita a testületi felelősség vagy az egyéni felelősség kérdésében volt. 1894 végén átszervezték az OKT-t, 1896-ban már a VKM illetékes ügyosztályainak szakemberei vették át a tankönyvek bírálatának feladatát. A „Tan- és segédkönyvek bírálata, engedélyezése és használatba vétele tárgyában kiadott szabályzat” rögzítette a tankönyvvé nyilvánítás eljárását úgy, hogy megmaradhasson a szabad verseny, ugyanakkor az iskolák által támasztott követelményeknek is megfeleljen. Az ajánlott és megengedett könyvek listáját hivatalos közlönyben közzé tették (Szebenyi 1994). Tehát újra megindult a szabad tankönyvpiac. Sorra alakultak a nagy könyvkiadó vállalatok (Lampel, Athenaeum, Révai, Franklin, Singer és Wolfner), melyek egyre több tankönyvet is kiadtak. A tankönyvek az egész országban elérhetőek lettek.

A tankönyvi cenzúra testületi felelőssége tarthatatlanná vált, mivel a tankönyvek növekvő száma már nem tette lehetővé, hogy egy egész testület foglalkozzon egy-egy tankönyvvel. Ennek okán a testületi felelősséget újra felváltotta az egyéni felelősség elve, amely azt jelentette, hogy egy-egy cenzor egy-egy tankönyvet ellenőrzött.

Azonban voltak, akik a tankönyvbírálat egyéni felelősségi elvét túlzott liberalizmusnak tekintették, és egyre többen felszólaltak ellene, mint például Fest Aladár<sup>5</sup>, Szóts Gyula<sup>6</sup> vagy Bozóki Endre<sup>7</sup>.

### **1. 2. 5. A két világháború időszaka, Klebelsberg minisztersége**

Klebelsberg minisztersége alatt (1922–1931) hatalmas népiskolai program vette kezdetét. 1925-ben új népoktatási tanterv lépett életbe. Megalakult az 14 tagból álló Tankönyvügyi Bizottság. Megalakulásának két fő oka volt: részint az, hogy a túl sokféle tankönyv veszélyeztette a tanítás, a művelődés egységét, részint a szándék, hogy emeljék és megtartsák a tankönyvek színvonalát.

A Bizottság működése érdekében meghatározta a tankönyvvé nyilvánítás alapvető kritériumait<sup>8</sup>. A miniszteri rendelet szerint a tankönyv nem tartalmazhatott állam- és alkotmányellenes, a valláserkölcsei neveléssel ellentétes tanokat. Új tankönyv csak abban az esetben kerülhetett forgalomba, ha tartalma tudományos megalapozottságú, de könnyen érthető, haladást jelent a korábban már engedélyezett könyvekhez képest, összhangban van a tantervvel, a tananyag beosztása fokozatos, áttekinthető, az előadása tárgyilagos, meggyőző, nyelvezete „tisztá magyaros”.

<sup>5</sup> Fest Aladár: A magyar reform-középiskola. Magyar Paedagogia, 1913:622.

<sup>6</sup> Szóts Gyula: A tankönyvbírálat szervezése. Magyar Paedagogia, 1914:251.

<sup>7</sup> Bozóki Endre: Tankönyvengedélyezésről, 1915

<sup>8</sup> A magyar királyi vallás- és közoktatásügyi miniszter 1925. évi 434. számú rendelete a Tankönyvügyi Bizottság szervezeti szabályzata tárgyában

1926–29 között ötezer jó minőségű népiskolai tanterem és tanítólakás épült Magyarországon, így 5 km-en belül minden gyermek tudott iskolába járni. A néptanító feladatának tekintette a tankötelezettek oktatásán kívül a népművelést, az önművelő egyesületek (gazdatanfolyamok, iparoskörök) szervezését és vezetését. A program hatására fellendült a tankönyvkiadás és a kiadók közötti verseny is. Szinte minden nagyobb kiadó működtetett tankönyvszerkesztőséget, melyek igyekeztek lépést tartani a pedagógia fejlődésével. Törekedtek tankönyvi sorozatok (tankönyvcsaládok) kiadására. Megjelentek a kérdések, megoldandó problémák a tankönyvekben. A verseny a könyvek kivitelezésében is megmutatkozott: már megjelentek bennük a fényképek is (Mészáros 1989).

A tankönyv-jóváhagyási eljárásnak, a bizottság munkájának most is több bírálója akadt. Például Koczog András<sup>9</sup>, Takáts György<sup>10</sup> többek között kifogásolták, hogy a 1926-os VKM rendelet<sup>11</sup> alapján 1. osztályban csak ABC- és olvasókönyvet, 2. osztályban csak olvasókönyvet, 3–4. osztályokban olvasó-, nyelvtan-, számtan- és énekeskönyvet használhattak.

Az 1929–33-as gazdasági világválság és a szabadversenyt korlátozó törekvések hatására a tankönyvpiac is szűkülni kezdett. 1932-ben egy VKM-rendelet<sup>12</sup> betiltja az alsó- és középfokú iskolákban a tankönyvek 5 éven belüli cseréjét.

1933-tól az állami elemi iskolákban egységes tankönyveket vezettek be, de ez nem vonatkozott a különböző egyházi iskolákra. 1935-től a katolikus iskolákra is kiterjedt az egyházi tankönyvjóváhagyás joga, ami kezdetben fellendítette a tankönyvi piacot, így a tankönyvvászték nem szűnt meg. Az állami Tankönyvügyi Bizottság feladatát (tankönyvbírálat, -engedélyezés, -felülvizsgálat) átvette a Katolikus Tanügyi Tanács (Mészáros 1989).

### 1. 2. 6. A második világháború után

Az iskolarendszer demokratizálása érdekében 1945-ben megkezdődött a nyolcosztályos általános iskola megszervezése. Az 1920-as években Klebelsberg már felvetette a gondolatot, 1940-ben törvény rendelte el a nyolcosztályos népiskolák létesítését, de a háború meghiúsította a tömegessé válását.

Az 1946/47. tanévben sokszínű, jól szervezett, többségében felekezeti iskolákból álló iskolarendszer működött Magyarországon. 4111 népiskolát, általános iskolát tartottak számon; a fenntartók szerint csoportosítva: állami (1187), községi (469), katolikus (1669), református (496), evangélikus (158), ortodox (1), unitárius (1), izraelita (15), egyéb (115). 62 tanítóképző működött: állami 15, katolikus 35, református 8, evangélikus 3, izraelita 1 (Pukánszky–Németh 1996).

A kommunista berendezkedés, az egypárti diktatúra célja az egységes, állami iskolarendszer megteremtése volt, amelyet az iskolák államosításáról szóló 1948:33. tc. teljesített be. 1945-ben újjászerveződött az Országos Köznevelési Tanács (OKT), amely megszervezte az állami általános iskolai tankönyvsorozatok megjelentetését, központi elosztását, kidolgozta az általános iskolai tankönyvkészítés alapelveit, pályázatot írt ki az ideológiailag elfogadható tankönyvek megírására. A többség számára elfogadhatóvá vált az egységes nemzeti műveltség gondolata. 1947-től az állami iskolákban csak a VKM által

<sup>9</sup> Koczog András: A tankönyvekről. OKITEK, 1925/1.

<sup>10</sup> Takáts György: A tankönyv-engedélyezésről. OKITEK, 1925/3.; Hogyan bírálnak a tankönyvi bizottságban? Budapest, 1926; A tankönyv-engedélyezéshez. OKITEK, 1926/7.

<sup>11</sup> A magyar királyi vallás- és közoktatásügyi miniszter 12.714/1926. évi III. számú rendelete az elemi népiskolai új tanterv értelmében használható tankönyvek tárgyában (In: Szébenyi 1994).

<sup>12</sup> A magyar királyi vallás- és közoktatásügyi miniszter 11.801/1932. VIII. számú rendelete az iskolai tankönyvváltoztatások korlátozása és a tankönyvek árának leszállítása tárgyában (In: Szébenyi 1994).

kiadott könyveket lehetett használni<sup>13</sup>. 1948-ban az iskolákat államosították, megalakult a Tankönyvkiadó Nemzeti Vállalat, amely közel 40 évig megtartotta monopolhelyzetét. Az OKT feladatait átvette az Országos Neveléstudományi Intézet (ONI). A marxista szellemű tankönyveket megbízás alapján írták, a didaktikai szempontok háttérbe szorultak. 1949 szeptemberéig kicserélték az összes addigi elemi szintű iskolai tankönyvet. Megszűnt a tankönyv árucikk jellege, ezzel együtt megszűnt a szabad tankönyvpiac és az OKT működése is. 1950-ben új tanterv lépett életbe, emellett párthatározat született arról, hogy a tankönyveknek a „megfelelő” ideológiai tartalommal kell megjeleníteniük. Az 1956-os forradalom bukása után az iskolákban az oktatás a „marxizmus-leninizmus, a tudományos világnézet szellemében” folyt, melyet hűen tükröztek a tankönyvek. 1961-ben nagyszabású oktatási reformra került sor. Az 1961-es oktatási és nevelési törvény új tankönyvváltást eredményezett. Annak ellenére, hogy az 1961-es reformhoz képest az 1965-ös korrekciót visszalépésnek tekinthetjük, a hatvanas évek második felében mégis megkezdődött az új oktatáspolitikai alapelveinek a kidolgozása. A munkálatokba már bevonták a tágabb értelemben vett szakértői szférát is, a pedagógusokat és társadalomtudományi kutatókat egyaránt (Pukánszky–Németh 1996). Az összes tankönyv mellé tantárgyanként, osztályonként készült tanítói kézikönyv, beindult a szakköri füzetek kiadása is (Mészáros 1989).

A hatvanas évek végétől kezdve tágabb teret kaptak a tanulásra irányuló didaktikai kutatások. Iskolakísérletek indultak el, mint például az iskola egészét átfogó, Lénárd Ferenc nevéhez kapcsolódó tanuláspszichológiai kísérlet, amelynek célja a pedagógiai gyakorlat segítése. Középpontjában a gondolkodásfejlesztés vizsgálata állt. Zsolnai József pedagógiai kísérlete az érték- és képességfejlesztő program (ÉKP). Számos, egy-egy tantárgycsoportot vagy tantárgyat érintő kísérlet is elindult: például az anyanyelvi nevelés korszerűsítésével Szépe György és Benkő Loránd foglalkozott kiemelkedően. Marx György a természettudományos tudományterület tantárgyainak egybehangolt oktatására tett kísérletet. Ebben a kísérletben vett részt Winkler Márta, aki az általános iskola alsó tagozatán a fizikai alapfogalmak tanításának bevezetésével próbálkozott. Kokas Klára a Kodály-módszer továbbfejlesztésében, Székácsné Vida Mária a vizuális nevelésben mutatott új irányt. Nevükhöz kapcsolódik a zene, a dramatizálás, a mozgás és az ábrázolás összekapcsolása a komplex esztétikai programban. A matematika területén említendő a Varga Tamás által irányított komplex matematikatanítási, a Forrai Tiborné-féle egyéni matematikatanulás osztályközösségben elnevezésű kísérlet, Demeter Katalin alsó tagozatos intenzív-variációs tanulás kísérlete, a Peller József-féle kísérlet, amely az ELTE Matematikai Szakmódszertani Csoport keretében zajlott. Ez utóbbi kísérlet célja kezdetben a gimnáziumi matematika-tanterv és -tanítás reformjára vonatkozott, majd kiterjedt az általános iskola felső tagozatára is. Ugyancsak a felső tagozatos matematikatanítás jobbítását célozta a Hajdu Sándor nevéhez kapcsolódó feladatrendszeres kísérlet is. Az ebben az időben folytatott iskolakísérletek sajnálatos módon elszigetelten zajlottak egymás mellett. A szerzők nem kooperáltak egymással, a könyvek nem egészítették ki egymást, azonban hatással voltak a tankönyvkiadásra, mert 1973-tól megjelentek a kísérleti tankönyvek, tömegessé váltak a munkafüzetek, feladatlapok. Az 1978-as tanterv új tankönyveket igényelt. A matematikatanítás területén a komplex matematika kapott lehetőséget: elkészültek a tankönyvek, munkalapok, munkafüzetek, az ideiglenes és az új matematika taneszközei lettek kötelezők az egész országban.

---

<sup>13</sup> Vallás- és közoktatási miniszter 4.340/1947. számú rendelete az iskolai tankönyvek használatáról

### 1. 2. 7. A szabad tankönyvpiac időszaka: az 1990-es évektől napjainkig

Radó Péter Tankönyvpiac és tankönyvpolitika Magyarországon című tanulmánya alapján áttekintem az elmúlt 20 év történéseit a tankönyv-engedélyezés szempontjából.

1990 után az első kormány Tankönyvirodát hozott létre. 1991 őszén elrendelte a használatban lévő összes tankönyv tartalmi felülvizsgálatát. A történelem-, földrajz- és irodalomtankönyvek lektorálását az Iroda által kijelölt szakértők végezték, a többi tantárgyét a Tankönyvkiadó. 1993-tól a Közoktatási Szakmai Irányítási Főosztály létrehozta a Tanterv-, Tankönyv- és Taneszköztanácsot, amely átvette a tankönyvjóváahagyás feladatát. A tankönyvek felülvizsgálatát gyakorló pedagógusok végezték. A tankönyv-engedélyezési eljárást az 1/1994. (II. 3.) Művelődési és Közoktatási Minisztérium MKM) rendelet újraszabályozta, létrehozta a Tankönyv- és Taneszközirodát, amely 2003-ban a minisztériumból a Pedagógus-továbbképzési Módszertani és Információs Központ Kht.-ba, majd a SuliNova Kht.-ba, majd 2006-ban az Országos Közoktatási Értékelési és Vizsgaközpontba (OKÉV) (később Oktatási Hivatal (OH)) került. Jelenleg a tankönyvvé nyilvánítás rendjét a 2001. évi XXXVII. törvény a tankönyvpiac rendjéről, a 23/2004. (VIII. 27.) Oktatási Minisztérium (OM) rendelete a tankönyvvé nyilvánítás, a tankönyvtámogatás, valamint az iskolai tankönyvellátás rendjéről, továbbá ennek 10/2006. (III. 27.) módosítása határozzák meg. A 2004/1991. Határozatok Tára 4. (HT 4.) Kormányhatározat alapján a közoktatás tankönyvellátása szabadpiaci tevékenység. Az 1993. évi LXXIX. törvény a közoktatásról biztosítja a pedagógusok szabad tankönyvválasztási jogát. A tankönyvjóváahagyás megmaradt állami feladatként, és évente hivatalos tankönyvjegyzéket hoz nyilvánosságra a minisztérium, de van lehetőség arra is, hogy az iskolák ne erről a jegyzékről válasszanak tankönyvet (5/1998. MKM-rendelet) (Radó 2010).

A tankönyvek tartalmi megfelelésének alapkérdéseit a közoktatási törvény szabályozza. A tankönyvekben a Nemzeti Alaptanterv által meghatározott tartalmak megvalósulását a kiadókhoz, tankönyvekhez, programokhoz kapcsolódó kerettanterv hivatott garantálni, amely biztosítani kívánja a nevelés-oktatás tartalmi egységét, az átjárhatóságot az iskolák között.<sup>14</sup> A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban három szempontrendszer alapján vizsgálják a könyveket:

1. a tudományterület szempontjából, azaz a könyv alkalmas-e a kerettantervben meghatározott tantárgyi követelmények elsajátítására;
2. didaktikai szempontokból, azaz a gyermeki kognitív fejlődés törvényszerűségeit figyelembe veszi-e, az életkornak megfelelően differenciált didaktikai eszköztárral segíti-e az ismeretsajátítást stb. Idetartoznak a könyvhöz szervesen kapcsolódó oktatási anyagok (pl. szöveggyűjtemény, feladatgyűjtemény, képletgyűjtemény, táblázatgyűjtemény vagy képgyűjtemény, kottakiadvány, atlasz, munkafüzet, feladatlap, lexikon, hang- vagy audiovizuális felvétel, szótár, lexikon, tananyagelem, oktatóprogram, feladatbank);
3. a tankönyv megfelel-e az általánosan elfogadott emberi normáknak, értékeknek.

A vizsgálatot kirendelt szakértők végzik: a tudományos-szakmai szakértő a tudományos hitelességét, a tantárgy-pedagógiai szakértő a tananyag taníthatóságát, a technológiai szakértő a technikai kivitelezést véleményezi. A tudományos és tantárgy-pedagógiai érdekek ellentmondásban lehetnek egymással. Előfordulhat, hogy a tudomány egy bizonyos anyagrészt szükségesnek érez a teljesség kedvéért, de pedagógiai szempontból a korosztály átlagos fejlettségi szintjét tekintve már nem javasolható annak az anyagrésznek a tárgyalása. Az ilyen nem egybehangzó szakértői véleményeket megkapja a kiadó, közvetve a szerző, akinek lehetősége van kifejteni a véleményét a tárgyban. Az értékelés a tankönyvbírálati

<sup>14</sup> A dolgozatban bemutatott vizsgálatom is kitér az átjárhatóság problematikájára.

szempontoknak való megfelelés vizsgálatán alapszik. Ezen szempontokat a Tankönyv- és Taneszköziroda (TTI) közreműködésével az Országos Köznevelési Tanács (OKT) Tankönyv és Taneszköz Bizottsága (TTB) dolgozza ki. (A szempontokat lásd a következő fejezetben.) Bírálóknak azokat a szakértőket kéri fel, akik részt vettek a 30-40 órás képzések valamelyikén.

Elmondható tehát, hogy a szabad tankönyvpiacot kontrollálja az állami szabályozás, amelynek fontos tényezői a tartalmi szabályozás, a fejlesztés- és minőségpolitika.

A tankönyvlistáról a tankönyvválasztás az iskola, a pedagógus – szakmai munkaközösségekkel és a szülőkkel egyeztetve – joga, de nem választhat olyan könyvet, amely nem biztosítható minden tanuló számára. A tankönyvválasztást sokan sokféle szempontból elemezték. Vizsgálhatjuk a kiadó, az iskola, a pedagógus, valamint a vásárló, például a szülő szempontjaiból (Köves 2010).

A kiadók igyekeznek mindent megtenni, hogy minél több iskola válassza az ő kiadványaikat. Pedagógiai konferenciákat, tanártovábbképzéseket tartanak, szakmódszertani folyóiratokat, ingyenes digitális tananyagot jelentetnek meg. Az iskolák bőséges, színes választékot találnak, amelyben az eligazodás csöppet sem egyszerű. Egy-egy új tankönyv beválása vagy be nem válása csak évek múltán derül ki. A kiadók „mézesmadzag-propagandája” komoly csalódást okozhat.

Városokban a szülők elvben választhatnak a különböző tankönyveket használó iskolák között, de ez nem jellemző iskolaválasztási szempont.

### 1. 3. A tankönyvelemzés rövid történeti áttekintése

Fischerné Dárdai Ágnes *A tankönyvkutatás alapjai* című munkájában (2002) bemutatta a nemzetközi tankönyvkutatás történetét, és a kutatás irányultságát, céljait alapul véve négy meghatározó részre bontja a vizsgált időszakot.

1. A tankönyvkutatás a német–francia kiegyezést követően a békemozgalmak keretében a történelemtankönyvek átvizsgálásával kezdődött. Ezen időszakban (a XIX. század elejétől az I. világháború végéig) a tankönyvkutatás legfőbb célja a téves magyarázatok, a hibás adatok korrigálása, a nemzeteket egymás ellen uszító magyarázatok megszüntetése.
2. A két világháború közötti időszakban a civil szervezetek, tanárszakszervezetek tankönyvjavítási tevékenysége volt meghatározó.
3. Az 1945 és 1979 közötti időszakot az UNESCO keretein belüli tankönyvgyeztető konferenciák, az Európa Tanács és a Georg Eckert Institut munkája jellemezte.
4. Az 1980-as évektől napjainkig a tankönyvek vizsgálata eljutott a tankönyvrevíziótól a tankönyvkutatásig.

Az első három időszak tankönyvelemzéssel foglalkozó munkái főleg a történelem- és földrajztankönyvek ismeretanyagára korlátozódtak: a történelem- és földrajztankönyvekre, a nyelvkönyvekben megjelenő országismeretre, a környezeti nevelésre (Dárdai 2002:23). A természetismereti tárgyakat vagy a matematikát általában a vizsgálatok nem érintették.

A 80-as évektől a tankönyvkutatást növekvő szakszerűség, specializálódás jellemezte. Dárdai négy tankönyvelemző modellt ismertet a nemzetközi szakirodalom alapján, melyek a következők.

1. A politikatudományi modell Gerd Stein nevéhez kapcsolódik, aki a tankönyvek hármas dimenzióját nevezi meg: a) tartalmi, b) pedagógiai, c) politikai dimenziót. A tudományos tankönyvkutatást a médiakutatás részeként értelmezi.



2. Josef Thonhauser funkcionális tankönyvkutatási modelljében megkülönböztet kritikai-analitikus és konstruktív-szintetikus megközelítést.
3. A komplex modellben Uta Christine Weinbrenner szintén három típusát különbözteti meg a tankönyvkutatásnak: a) a tankönyv keletkezésével foglalkozik a folyamatorientált kutatás, b) a produktumorientált kutatás a tudományelméleti, szaktudományi, szakdidaktikai, neveléstudományi, formai megjelenés dimenziói mentén végzi a vizsgálatot, c) a hatásorientált kutatás a tankönyv tanulókra, tanárookra kifejtett hatását vizsgálja.
4. A pedagógiai gyakorlatból kiinduló pedagógiai tankönyvkutatási modell (Dárdai 2002:55–60.).

Dárdai csoportosítja a tankönyvkutatási irodalmat a téma irányultsága szerint így:

- Tartalmi problémát vizsgáló témaelemzések, amelyek irányulhatnak a) politikai-ideológiai tartalmakra, amelyekkel kapcsolatban a tankönyvet mint kordokumentumot vizsgálja, b) szaktudományi tartalmakra, ebben az esetben a tankönyvet mint ismerethordozót vizsgálja.
- A tankönyv mint médium, mint tömegkommunikációs eszköz lehet a vizsgálat tárgya.
- A tankönyvet mint terméket vizsgálja, megfelelését a gazdasági, piaci feltételrendszernek.
- A tankönyvet mint a tanulási eszközt vizsgálja (Dárdai 2002).

Kojanitz a tankönyvkutatás fajtáit tekintve definiálja a tankönyvértékelést, amelyben az előre meghatározott kritériumrendszerrel veti össze a vizsgált tankönyvet, valamint a tankönyvanalízist, amikor a minőségi jellegzetességeket kvantitatív módon fejezi ki, nem célja, hogy értékeléssel összegezen (Kojanitz 2008).

### **1. 3. 1. A magyarországi tankönyvkutatás**

Karlovitz a Tankönyvkutatási perspektívák című tanulmányában (2007) szintén összefoglalja a tankönyvekkel foglalkozó kutatások alapján a tankönyvkutatási irányokat.

- Tankönyvtörténeti kutatások. A magyar kutatások közül ide sorolhatók Fehér (1995, 1989), Mészáros (1989, 1990) és Adamikné (2000) munkái.
- A tematikus kutatások gyökere, módszertana a német-francia összehasonlító tankönyvelemzésekből fakad, céljuk a történelmi alapokon nyugvó ellentétek, előítéletek csökkentése, más népek kultúrájának nagyobb megbecsülése. Például Szabolcs történelemkönyvekre vonatkozó vizsgálatsorozata (1990, 1998), Dobosné Huba összeállítása (1998) a történelemtankönyvek nyelvezetének vizsgálata Fercsik (2004) és Kojanitz (2004) részéről.
- A szociológiai megközelítésű kutatások általában a tartalomelemzés módszerével, egy választott témát (mint például családkép, a nemek szerint megoszló foglalkozások) követve végzett kutatások, például Czachesz (1996), Háber–Sas (1980).
- A szakmódszertani vizsgálatok a szaktárgyakkal kapcsolódó, a szakdidaktikára is kitérő vizsgálatok, például Fischerné Dárdai (2006 a), b)), Fischerné Dárdai–Mészárosné Császár (2004).
- A hatásvizsgálatok leginkább a tankönyvek bevalását elemzik: például Pála az 1970-es–1980-as évek irodalomoktatását vizsgálta (1991), Klein a komplex matematikatanítási módszer pszichológiai hatásvizsgálatát végezte el (1980). A tankönyv-jóváhagyási folyamatban a tantárgy-pedagógiai szakértő a tananyag taníthatóságát vizsgálja. Az elméletben jó tankönyv nem mindig népszerű a diákok, tanárok körében. Karlovitz szerint e mögött az ellentét mögött sokszor a kiadók erőteljes marketingtevékenysége vagy a pedagógusszakma konszenzusa áll.

- Komplexitásra törekvő kutatások, például Horváth részéről fizikatankönyvek tananyagának és a tankönyv struktúrájának vizsgálata (1972). Az Oktatási Minisztérium megbízásából Fischerné Dárdai – Kojanitz vezetésével az elmúlt harminc évben bekövetkezett általános iskolai tankönyvi változásokat vizsgálták meg a felső tagozatos irodalom, nyelvtan, matematika, történelem, kémia, fizika és természetismeret tankönyvekben (2006). Ebben a kutatásban a matematika-tankönyveket Vancsó Ödön elemezte.

### 1. 3. 2. A tankönyv-jóváahagyási szempontsor bemutatása

A tankönyvjóváahagyást a szakértők szempontsorok alapján végzik. A 2006-os kritériumrendszer tudományos-szakmai szakértői értékelőlapja négy kategóriában teszi fel a kérdéseit:

- Általános etikai követelmények
- A tartalom szakmai hitelessége, pontossága, szemlélete
- A tartalom strukturáltsága
- A szakmai tartalom naprakészsége

A tantárgy-pedagógiai szakértői értékelőlap alapján a szempontcsoportok az alábbiak:

- Általános etikai követelmények
- Az ismeretek megértése, tanulása
- Az ismeretek alkalmazását biztosító műveletek tanulása
- Problémák, problémahelyzetek elemzése és a problémamegoldás tanulása
- A tanulás módszereinek tanulása
- Gondolkodási eljárások tanulása
- Szociális viszonyulások, magatartásformák tanulása
- A nemzeti, etnikai, vallási közösség szerepe
- Nyelvhelyesség és helyesírás
- A tankönyv nagyobb rendszer (sorozat, tankönyvcsalád) részét képezi-e? Kapcsolódó tankönyvek és tananyagok
- A kompetenciafejlesztési feladatok megvalósítása

A technológiai (könyvészeti) szakértői értékelőlap szempontcsoportjai a következők:

- A könyvtest méretezése, terjedelme, tömege, súlya a tanuló életkorára tekintettel
- A felhasznált papír és más anyagok minősége, a könyv tartóssága
- Tipográfiája, betűformái, betűméretei, kiemelési rendszere
- Tördelése, a szöveg és kép aránya, összhangja, a kiemelések tipográfiája
- A nyomás minősége, olvashatósága, színalkalmazás (A részletes szempontok az OH honlapjáról letölthetők.)

A jóváhagyott, a tankönyvlistán szereplő tankönyveknek az előírások szerint meg kellene felelniük a szempontsor követelményeinek. Vizsgálatomban, a 2009-es tankönyvlistán szereplő alsó tagozatos matematika tankönyvek elemzése során kiragadok néhány szempontot a felsoroltakból, mint például a tartalom szakmai hitelessége, pontossága, a szakmai tartalom naprakészsége vagy a nyelvhelyesség és helyesírás, hogy képet kapjak arról, hogy az előbb említett szempontoknak mennyire felelnek meg a vizsgált tankönyvek.

Radó szerint az új kritériumrendszert sokan túlságosan részletezőnek és a tankönyvek alkalmasságának értékelése szempontjából alkalmatlannak tartják. Azok a félelmek azonban, melyek az új értékelési szempontok miatt a tankönyvkinálat csökkenését feltételezték, megalapozatlannak bizonyultak. Az Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet (OFI) tankönyvi adatbázis Közoktatási Információs Rendszerének (KIR) adatai alapján a jóváhagyott tankönyvek száma nem csökkent, de a jóváhagyás aránya igen, mert a jóváhagyásra beadott

tankönyvek száma jelentősen emelkedett, a jóváhagyottaké pedig kevésbé. (2. táblázat) (Radó 2010)

2. táblázat.  
A benyújtott és jóváhagyott tankönyvek száma (Radó 2010 alapján)

	2006. év	2007. év	2008. év	2009. év
Tankönyvjóváhagyásra beadott tankönyvek száma (db)	2900	3181	3761	4385
Jóváhagyott tankönyvek száma (db)	2436	2577	3084	3464
Jóváhagyott tankönyvek százalékos aránya (%)	84	81	82	79
Jóváhagyott matematika-tankönyvek száma (db)	173	184	338	461

Az 2. táblázat alapján megállapítható, hogy a jóváhagyott tankönyvek száma a négy év alatt közel másfélszeresére nőtt, a jóváhagyott matematika-tankönyvek száma több mint két és félszeresére. Tehát arányaiban több matematika-tankönyv került jóváhagyásra, mint átlagosan más tantárgyak tankönyvei.

### 1. 3. 3. Fischerné Dárdai–Kojanitz szempontsorának bemutatása

A Tankönyvkutató Intézet kutatócsoportja Fischerné Dárdai és Kojanitz vezetésével végzett kutatást az 1970-es évektől 2000-ig. Ez 10 évenkénti csoportosításban vizsgálta az irodalom, nyelvtan, történelem, matematika, kémia, fizika és természetismeret tantárgyakhoz kapcsolódó általános iskolai felső tagozatos tankönyveket. A kutatás célja, a kutatási beszámoló alapján, annak megállapítása, hogy a jelenlegi tankönyvek segítenek-e a tanulóknak tudásuk megszerzésében, felépítésében; a tankönyvek tükrözik-e az idők folyamán megváltozott társadalmi igényeket, főleg a tanulásra és az ismeretek gyakorlati hasznosulására vonatkozóan. A kutatás során feltárták, hogy az elmúlt harminc évben miként változott meg az említett tantárgyak, tankönyvcsaládok ismeretanyaga, valamint annak feldolgozási módja a szakmai nyelvezet és didaktikai apparátus szempontjából.

A kutatást hat nagy szempontcsoport alapján végezték, melyek a következők:

- Tematikai változások a tankönyvsorozatokon belül
- Az ismeretanyag mennyiségének és nehézségi szintjének változásai
- A nyelvezet változásai egy-egy témakörön belül
- A didaktikai apparátus változásai
- Az ábra- és képanyag változásai
- A kérdések, feladatok változásai.

A tankönyvek kvantitatív elemzését Dárdai által összeállított hét munkatábla alapján végezték. A kvalitatív értékeléssel az egyes tantárgyakra jellemző sajátosságokat, trendeket kívánták feltárni (Fischerné Dárdai–Kojanitz 2006).

A számtan-mértan, illetve a matematika-tankönyvek vizsgálatát Vancsó Ödön végezte, aki a tankönyvsorozatok szemléleti változásáról úgy vélekedik, hogy az 1978-as matematika-tanítási reformmal nem zárult le, hanem azóta is folyamatos, köszönhetően a matematika-didaktika fejlődésének. A témakörök számának és struktúrájának változásáról megállapítja, hogy a Varga Tamás nyomán, az 1978-as tantervtől megjelenő struktúrák a későbbi tankönyvekben is nyomon követhetők. A leckék száma egyre inkább az egy óra egy lecke irányában tolódik el. A matematikai problémák megjelenésének életszerűségéről megállapítja, hogy „A tanulók életvilágának megjelenése kevésbé jellemzi a szövegeket.” (Fischerné Dárdai–Kojanitz 2006:5)

## **2. A Magyarországon megjelenő elemi szintű matematikakönyvek elemzése**

Ebben a fejezetben áttekintem:

- A XVI–XVIII. századig az elemi számtan oktatására magyar nyelven íródott könyveket, kiemelve egy-egy ma is alkalmazott vagy érdekesnek ítélt didaktikai elvet, módszertani eljárást.
- A XVIII–XIX. század matematika oktatásának főbb mozzanatait, valamint
- a XIX. század végétől napjainkig kiadott magyar nyelvű számtan tankönyvsorozatok közül a kiválasztottakat.

Ez utóbbi több mint száz évet átívelő időszakból 5 korszakot emeltem ki, főképp a meghatározó történelmi, iskolapolitikai, pedagógiai események függvényében.

1. A XX. század fordulójának időszaka
2. A két világháború közötti időszak
3. Az iskolarendszer átformálásának időszaka (1947–1950)
4. Az egytankönyvűség korszaka (1985–2010)
5. Napjaink (2009-2010. tanév) tankönyvei

Mindegyik történelmi időszak szakaszban két szempontra leszek tekintettel.

1. Az időszak történelmi áttekintése. Itt a matematikatanítás aspektusából röviden összegzem a korra jellemző főbb társadalmi, iskolapolitikai, didaktikai, matematika-módszertani történéseket.
2. A tankönyvek elemzése a választott szempontok szerint (lásd a 2.2. fejezetet).

Az első magyar nyelvű számtantankönyvet Maróthi György írta, 1743-ban adták ki először, de ezt megelőzően is voltak a témához kapcsolódó nyomtatványok. Emiatt a XVI–XVII. századot átfogó időszak vizsgált könyvei nemcsak a tankönyvek, hanem azok a nyomtatványok is, amelyek a számvetéssel foglalkoznak. Az elemzési szempontok kialakításához szükségesnek láttam figyelembe venni a korszak sajátosságait, ezért az ebben az időszakban kiadott könyvek elemzési szempontjai eltérnek a később kiadott tankönyvekéitől.

A kezdeti időszakban a korosztály, amelynek a tankönyvet szánták, még nem volt meghatározott. Amint az elemi iskolák elterjednek, és tankönyveik osztályokra tagolódnak, a vizsgálat is követi ezt az osztályba sorolást. A tankönyvek sokasodásával már nem kívántam mindig mindegyiket bevonni a vizsgálatba. Csak azon tankönyvcsoportok közül választottam, amelyek átfogták a 2–4. osztályt, illetve 1947-től az 1–4. osztályt. Az ettől eltérő szelektálási szempontokat az alpontok bevezető részében tisztázom.

### **2. 1. A mechanikus bevésés időszaka (XVI—XVII. század)**

Ebben a részben 1557-től 1777-ig – a matematikaoktatás kötelezővé tételéig – a Magyarországon megjelenő első hat, magyar nyelvű elemi szintű matematikakönyvet elemeztem. Ezen könyvek rövid áttekintését fontosnak tartom, a tekintetben, hogy képet kapjak a tankönyvek tananyagstruktúrájában, didaktikai építkezésében fellelhető különbségekről vagy egyezésekről, illetve tananyagtartalmuk, didaktikai megfontolásaik továbbéléséről a későbbi kiadású tankönyvekben.

## 2. 1. 1. A mechanikus bevésés időszakának történeti áttekintése

A fejezetet az Országos Pedagógiai Könyvtár és Múzeum (OPKM) muzeális gyűjteménye vonatkozó anyagának felhasználásával, valamint a téma szempontjából releváns történeti és matematikatörténeti, nyelvészeti, szociológiai stb. témájú írások feldolgozásával állítottam össze, többek között Ball (1893), Baumgartner (1912–1913), Beke (1900), Borda (2002), Endrei (1963), Hárs (1936), Keresztesi (1935), Kéri (2002), Köves (2009), Lengyel–Tóth (1971), Mazzocco–Peterson (1999), Sinka (1981), Szénássy (1970), Szily (1876), Szinnyei (1878) írásai alapján.

### Iskolatípusok és matematika-tananyagaik

A középkorban a kolostori, plébániai, székesegyházi iskolákban, valamint a középkori egyetemeken tanították a klerikus műveltséghez kapcsolódó ismereteket. A világi nevelés a városi polgárság iskoláiban, a lovagok nevelése a fejedelmi udvarokban zajlott. Magyarországon Szent István idejében a keresztény egyház szervezeti kialakulásával létrejött székesegyházi iskolák – Esztergomban, Kalocsán, Győrben, Veszprémben, Pécsen, Csanádon, Egerben, Vácott, Nagyváradon, Gyulafehérváron – a XIV. századra megerősödtek. A kolostorok iskolái csak a leendő szerzetesek képzésére foglalkoztak. A tananyag többnyire a latin grammatika, a diktámen és a komputusz (a nem meghatározott naptári időpontra eső ünnepeknek számításán alapuló meghatározása) volt. A főúri nevelés a királyi udvar mintái alapján történt.

A prágai (1348), krakkói (1364), bécsi (1365) mintát követve Pécsen 1367-ben, Óbudán 1395-ben a helyi székesegyházi iskolából egyetem fejlődött. A XVI. századra a nagyobb településeken elterjedtek a plébániai iskolák.

### Alsó szintű iskolák Magyarországon

A népiskolák létesítéséről az első határozatot Oláh Miklós esztergomi érseksége alatt hozta a nagyszombati zsinat 1560-ban. E szerint az iskolamester (ludi magister) az iskolában a település gyermekeit a katekizmusra, az erkölcsi magatartásra, olvasásra, írásra, énekekre oktatja – a számolás tanítása még nem volt feladata az alsó szintű oktatásnak. A XVII. század végére fokozatosan megszervezték mind a katolikus, mind a protestáns népiskolai hálózatot. A kánoni felügyeleti látogatások alkalmával ellenőrizték a népiskola tanítóját, az oktatott tananyagot, a gyermekek iskoláztatását. A XVIII. század közepére az ország minden részében működött ilyen iskola. Az iskolatípus neve „schola vernacula” volt.

A számtannal régóta kétféle szempontból foglalkoztak. Mint a matematika résztudományával tudományos szempontból, valamint gyakorlati szempontból, a hétköznapi élet egyik alkotó elemeként. Az aritmetikai tananyag nagy részét, amit az alapozó évfolyamokon tanítunk, ismertük már a XVI. században. A számtantananyag teljes egészet alkotott, de nem volt mindenki számára hozzáférhető. A számtan mindennapi életben használt részét ugyanúgy tanították, mint más inas mesterségeket. Az oktatók a számolómesterek voltak, akik pusztán gépiesen végrehajtott tevékenységként értelmezték a számolást, és abban a szellemben is adták tovább.

## Az első matematika témájú nyomtatványok

Prodocimo de Beldomandi (kb. 1380–1428) Padovában született olasz matematikus. A mértani sorozat összegének képlete fűződik a nevéhez. 1410-ben adták ki *Algoritmus de Integri* címen latin nyelven írt munkáját (Ball 1893).<sup>1</sup>

Az első német nyelvű nyomtatott számtankönyvet 1482-ben Bambergben adták ki. Abban az időben Bamberg frank császári és püspöki székhely volt, német földön az egyik leghíresebb székesegyházi iskola működött itt. A könyv szerzője Wagner Ulrich nürnbergi számológépmester, műve *bambergi számtan* néven vált ismertté. Ebben az időben jelent meg Pietro Borgo számtana, majd nem sokkal utána Fra Luca Bartolomeo de Pacioli/Paciolónak (1445–1514), a XV. század egyik legkiválóbb matematikusának *Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita* (1494 Velence) című munkája.<sup>2</sup>

A könyv tartalmazta az arab számírást, a négy alaplóműveletet, a törteket és a hármas szabályt<sup>3</sup>, amelyet az arányossági feladatok megoldásában alkalmaztak. Az egyszerű vagy összetett hármas szabállyal megoldható feladatok az arányos osztás, százalékszámítás, kamatszámítás, áru- és értékszámítás, keverési feladatok, érme- és öntvényszámítás stb. Tartalmazta a „társaság szabályt”<sup>4</sup>, a „határidőszámítást”, a „keverésszámítást”, azaz kora szinte teljes számtantudását.

Az első magyar, akinek matematika nyomtatványa jelent meg, a Hollandiában élő magyar szerzetes, Georgius barát, akit György mester, György barát néven is ismertek. Hellebrant Árpád 1893-ban találta meg a hamburgi városi könyvtárban az *Arithmeticae summa Tripartita Magistri Georgij de Hungaria* című, 1499-ben befejezett latin nyelvű munkát. A kutatásba bekapcsolódott Szily Kálmán (Szily 1876) és Heller Ágost, aki az Akadémia megbízásából jelentést írt György mesterről és művéről, melynek alapján a Magyar Tudományos Akadémia 1894-ben újra kiadta György mester művét. Ennek alapján írta Baumgartner Alajos (1865–1930) matematika–fizika szakos középiskolai tanár a Középiskolai Matematikai Lapokban *Magister Georgius de Hungaria arithmetikája* címen megjelent tanulmányát. (Baumgartner 1912–1913, XX. 1–5., 50–53., 74–78., 121–123., 153–155., 177–180.)

A XVI. században a numerikus számolás igen magas szintre fejlődött, de a számtantanítás metodikája megmaradt a régi „gépies számvetés” szintjén. A kor egyik legkiválóbb számológépmestere Adam Riese (1492–1559) német matematikus, aki bevezette a törtekkel való számolásban a napjainkban is használt jelöléseket. Könyvében, amely 1525-ben jelent meg Erfurtban, nincs új vagy gyakorlati eredmény, mégis hosszú időre kihatott a matematika fejlődésére, terjedésére, mert jó didaktikai érzékkel szerkesztette. Összegyűjtötte és alkalmazta kora elméleti számvetési ismereteit. A könyv sikerét didaktikai felépítésének is

---

<sup>1</sup> A könyv tartalmazza Prodocimo de Beldomandi *Műveletek egész számokkal*, Johannes de Liveriis *Tört számok*, valamint Beldomandi *Canon* című munkáját. Ez utóbbi egy szorzási táblázat 1–32-ig. (Baumgartner 1912–1913)

<sup>2</sup> Borgo és Pacioli ugyanabban a kisvárosban, Borgo San Sepolcroban éltek. Kapcsolatuk, amely nem volt felhőtlen, századokon keresztül foglalkoztatta a tudománytörténészeket. (Ball 1893)

<sup>3</sup> A hármas szabály első magyar megnevezése, a hármas regula Maróthi Györgytől származik. A Regula Detri vagy Regula Trium latin elnevezések magyar fordítása. Magyarul Kalmárok Regulájának is nevezték egykor. Maróthi indokolja az elnevezést: „hármas regulának neveztem azért, mert ebben mindenkor három tudvalévő számból keressük a negyedik számot.” (1743:134) Egyaránt használta ezt az elnevezést az egyenes és a fordított arányossági feladatok kiszámítására.

<sup>4</sup> „Mikor edgynéhány Kereskedő Ember edgy Társaságban, vagy, a' mint hívják *Companiába* adja magát; és mindenik ád köz-Kereskedésre, bizonyos Summa pénzt: ha azon a pénzen valami nyereség fordul, vagy ha kárt vullanak, a Társaság regulájával kell fel-venni, kinek mennyi jut a nyereségből. (Maróthi 1782:206)

köszönhette: Riese igyekezett az egyszerűbbtől az összetettig haladni; újabb és újabb feladatokkal ismételte a megtanulandó algoritmusokat. Ezt az alapelvet manapság is fontosnak tartjuk a matematika oktatásában.

Reinerus Gemma Frisius (1508–1555), a löweni egyetem professzora, orvos és matematikus *Arithmeticae practicea Metodus facilis* című könyve 1540-ban jelent meg. A kiadvány mindössze 37 lap, de a szabályok leírása után egy-egy gyakorló példát is közöl.

A XVII. században leginkább Adam Riese könyveiből tanulták a számvetést a diákok. Hatására egyre inkább elterjedt az arab helyiértékes számírás és az a törekvés, hogy gyorsan, rutinszerűen végezzék a számolási műveleteket. Ezért a számtan oktatása még inkább gépiessé vált (Beke 1900).

A század végén Simon Stewin/Stevinus (1548–1620) holland matematikus, fizikus és mérnök *La disme* címen a tizedestörtekről 1585-ben jelentette meg munkáját. Már ebben bevezette a tizedestörtet, és gyakorlati alkalmazásokat is mutatott a használatára, de általános használata csak akkor vált szükségessé, amikor áttértek a mértékegységek tízes számrendszerére.

A XVI. század második felétől már magyar nyelven is megjelentek számolást tanító munkák. Az első magyar nyelvű aritmetikai művet 1557-ben adták ki Debrecenben. A kiadvány szerzője nincs megnevezve, ezért Debreceni aritmetika<sup>5</sup> néven szoktuk emlegetni. Időrendben a második Apáczai Csere János (1625–1669) összefoglaló munkája, az első magyar enciklopédia.<sup>6</sup> A mű 1655-ben jelent meg, annak ellenére, hogy a címlapon 1653-as évszám szerepel. A harmadik könyv első kiadása 1675-ben jelent meg Menyői Tolvaj Ferenc (?–1710) tollából<sup>7</sup>. A következő Onadi János 1693-ban Kassán kiadott könyve.<sup>8</sup>

A XVIII. században még mindig az Adam Riese által összeállított számtantananyag uralkodott, itt-ott kiegészítve a tizedestörtekkal. A tananyag nem változott, de a módszertan Bacon, Locke, Ratke és Comenius hatására igen.

Francis Verulami Bacon (1561–1626) megállapításai szerint általános érvényű következtetésekhez az egyes esetekből, a megfigyelésből, a kísérletezésből a tények megállapítása után juthatunk el. Bevezette az induktív kutatási módszert. A tapasztalat minden téren való alkalmazásáért szállt síkra, hangsúlyozta a sokoldalú tapasztalati megismerés fontosságát, azonban e módszer matematikával kapcsolatos jelentőségét nem ismerte föl. John Locke angol filozófus (1632–1704) fő művében, az *Értekezés az emberi értelemről* (*Essay concerning human understanding* (1670–90)) második kötetében arra az eredményre jut, hogy minden képzetünk tapasztalatból származik. 1693-ban jelent meg *Néhány gondolat a nevelésről* (*Some thoughts concerning education*) című írása, amely a pedagógia fejlődését indítja meg. Magyarra először közel száz év múlva, 1769-ben

---

<sup>5</sup> „Aritmetika azaz a számvetés tudománya, mell’ magyar nyelure (ez tudományban gyönyörködökne, hasznokra és hamarabb való értelmekre is móddal) fordítatott. Azt akarom, hogy az io és hasznos dolgokban eszesek legyetek, az gonosz és ártalmas dolgokban pedig egiugiuek. Nyomatott Debreczenben 1577-ben”

<sup>6</sup> Apáczai Csere János: *Magyar Encyclopaedia, azaz minden igaz és hasznos bölcsességnek szép rendbe foglalása és magyar nyelven világra bocsátása*. Utrecht, 1653.

<sup>7</sup> Menyői Tolvaj Ferenc: (?–1710) *Az arithmetikanak, avagy az számlálásnak ot speciesinek rövid magyar regulakban foglaltatott mestersege*. Debreczenben, 1675.

<sup>8</sup> Onadi János: *Practici Algorithmi Erotemata Methodica. Az Olly Cselekvő számok, Mellyek Koennyue Kérdések és Feleletek által roevid utat mutatnak ama a’ tudományra... a’ Számlálásnak hat kiváltképpen való nemeiben, és ezek szerint való fractiok*. Kassa, 1693.

Borosjenői Székely Ádám fordította. Wolfgang Ratichius/Ratke (1571–1635) német pedagógus nézete szerint az iskola politikai célok megvalósításának eszköze, ezért irányítása az állam feladata, a népiskola az iskolarendszer alapja. Az oktatásban minden gyermeknek az anyanyelven kell részt vennie. Comenius/Komenský Jan Amos/Szeges (1592–1670) az első pedagógus, aki szintetizálta kora tanítási tapasztalatait. Didaktikai elvei: a szemléletesség, a tudatosság, a rendszeresség, a következetesség, a tananyag koncentrikus bővítésének elve a mai oktatásnak is alapelvei maradtak. Lorántffy Zsuzsanna, aki 7 osztályos pánszofista iskolát akart szervezni, 1650-ben Sárospatakra hívta. Az iskola számára készítette a Janua képes változatát, az Orbis pictust.

A tízes számrendszerbeli számolás terjedésével egyre többen voltak, akiket már nem elégített ki a mechanikus számítás. Az új pedagógiai elvek és ez az igény teremtette meg a számtantanítást (matematikatanítást) új vonásait, melyek még különböző művekben ugyan, de már megjelentek.

1. Az ok-okozati összefüggések megfigyelése, az *okadatolt számítás*, amelynek jellemzője hogy minden egyes lépés okát meg akarták értetni. Ez a szemlélet mutatkozik meg Christiano Wolffio/Wolff *Elementorum* (1761, Verona) című könyvében. „A matematikát két okból szoktam ajánlani; először azért a páratlan rendszerért, amelyben tételeit alaposan tárgyalja, másodsor pedig azokért a tanokért, melyeknek az életben sokszor hasznát vesszük. De nem elég, ha tanításunkban megmondjuk az igazat, hanem a tanulóknak meg is kell érteniök, hogy ez az igazság. A matematika haszna teljesen kárba vész, [...] miáltal a tanokat inkább az emlékezet, mint az értelem fogja fel.” (Idézi Beke 1900).
2. Az érthetőségre való törekvés, a természetesség, a szemléltetés elve Friedrich Gottlieb Busse (1756–1835) műveiben jelenik meg. Ő szemléltet először számképekkel. A hármas regulát átalakítja a ma is tanított módon, mert nem felelt meg a gyermek értelmi szintjének. Ma Busse megoldását egyenesarányossági következtetésnek nevezzük, az alsó tagozatos matematika szóhasználatával: következtetés egyről többre, többről egyre, többről többre.
3. Hübsch 1748-ban megjelent aritmetikájában a fejszámolás gyakorlásának fontosságát hangsúlyozza (Beke 1900).
4. A számlálás és a sorozatalkotás gyakorlásának fontosságát Eberhard Rochow (1734–1805) ismerte fel először. Módszerének fontos eleme volt, hogy a számtani eljárásokat a gyermek életében előforduló viszonyokra alkalmazta (Beke 1900). Rochow 1773-ban birtokán, Reckahnban népiskolát alapított, amelyben a koedukált osztályokat az életkor és az előmenetel alapján alakították ki. A kor beszámolói alapján tudjuk, hogy a gyermekek örömmel jártak ide, a tanítók figyelembe vették egyéni érdeklődésüket, adottságaikat. Szerencsére az iskola olyan magas színvonalra fejlődött, hogy külföldről is látogatták. Az iskola gyermekközpontú légköre és pedagógiai módszerei hatással voltak a XIX. századi reformpedagógiai irányzatokra is.

Magyarországon a XVIII. században a matematikaoktatás terén Maróthi György (1715–1744) alkotott maradandót. Maróthi 1738-ban, alig 23 évesen foglalta el tanári székét Debrecen kollégiumában. Élete további hét évében reformjaival átalakította az iskolát. *Opiniones* című munkája egész sor egyházi és iskolai reformot indított el. Hatása érezhető a XVIII. századbeli oktatási reformokban (Sinka 1981). Maróthi írta az első magyar tankönyvet *Arithmetica vagy számvetésnek mestersége* címen (1734). Az első, kifejezetten gyermekeknek szóló számvetéskönyv Csider Pál: *Magyar Arithmetika* (1751) című műve.



## 2. 1. 2. A mechanikus bevésés időszakából kiválasztott könyvek elemzése

### Elemzési szempontok

Az előző fejezetben említett magyar nyelvű, számvetéssel foglalkozó könyvek – a *Debreceni aritmetika*, Apáczai: *Magyar Encyclopaedia*, Menyői: *Arithmetika*, Onadi: *Arithmetika*, – valamint a később megjelenő Maróthi: *Arithmetica vagy számvetésnek mestersége* nem a legalsó oktatási szint könyvei voltak. Magasabb szintű és nem csupán iskolai tankönyvnek szánták. Sokszor kereskedők kezébe került, akik így anyanyelvükön tanulmányozhatták a számtan alapléteit. Rövid elemzésüket azért tartom fontosnak, mert tananyagtartalmuk, didaktikai megfontolásaik feltehetően alapját képezhetik a későbbi elemi szintű számtantankönyveknek.

A könyvek megjelenésének nagy időeltérése miatt ebben a részben külön-külön elemzem a könyveket négy kategória szerint: Elsőként a könyvészeti sajátosságokat, mint például a könyv keletkezésének sajátosságai, kiadásai, terjedelme stb. Ezt követi a tananyag strukturáltságának vizsgálata, majd egy-egy tanulságosnak mutató didaktikai eljárást emelek ki. Végezetül a könyvek nyelvezetének vizsgálatára térek rá, mivel ebben az időben kezd kialakulni a magyar matematika szaknyelv.

Az elemzés során kiemelem az esetleges hasonlóságokat, valamint utalok a könyvek eltérő vonásaira.

### Elemzés

#### 1. számú könyv: Debreceni aritmetika<sup>9</sup>

**Könyvészeti sajátosságok.** Ez az első magyar nyelvű aritmetikai mű, 1557-ben adták ki először, Debrecenben. Ebből a kiadásból egyetlen példány ismert, ez a Magyar Nemzeti Múzeumban van. Egy csaknem teljesen változatlan szövegű (1582, Debrecen) és egy bővített, átdolgozott (1591, Kolozsvár) – kiadása ismert (Borda 2002). Az 1577-es könyv címlappal és bevezetéssel együtt 144 oldal. Lapjainak mérete 13,6 cm × 8,5 cm, szedéstükre 11,5 cm × 7,5 cm.

A könyv szerzőjét nem ismerjük. Endrei Walter írja a Debreceni aritmetikáról „Természetesen nem eredeti mű, hanem Gemma Frisius, a kitűnő orvosprofesszor és földrajztudós egyik, talán már halála után erősen kiegészített és megváltoztatott művének fordítása.” (Endrei 1963:227) Erre az arab számjegyek és a calculussal való számolás sorrendjéből következtetett. Endrei álláspontjával szemben Hárs János szerint (Hárs 1936) Laskai János, aki 1577–1596 között a debreceni kollégium tanára vagy Hoffhalter Rudolf, a latin műveltségű nyomdász, aki ebben az időben nyitotta meg nyomdáját Debrecenben, írta a könyvet. Hárs a könyv végén található figyelmeztetésből következtetve alakította ki véleményét: „Az Kereztven Iffiuságnac. Eszt az kiczinded Számueto<sup>o</sup> ko<sup>o</sup>nyueczkét, ved ió neuen. Az mennyire én az Ko<sup>o</sup>nyuekbo<sup>o</sup>l tanulhattam vgy magyaráztam. Hogy ha az Isten valahonnét, olly embert támaszt, ki bo<sup>o</sup>ebben Magyar nyelvűre fordította, én kész vagyoc ahoz is fogni, és Nyomatásban ki adni az te tanuságodra. Addéglan eszt meg tanulhad, és élhetz véllé. Meg boczás penig az vetkekro<sup>o</sup>l, Mert én Magyar nem vagyoc. Isten éltesen. Tipographus. October nec 31. napján. 1591.” A 3., az előzőektől lényegesen különböző,

<sup>9</sup> *Arithmetica azaz a számvetés tudománya, mell' magyar nyelvűre (ez tudományban gyönyörködöknek, hasznokra és hamarabb való értelmekre is móddal) fordított. Azt akarom, hogy az ió és hasznos dolgokban eszesek legyetek, az gonosz és ártalmas dolgokban pedig egiugiuek. Nyomatott Debreczenben 1577.*

bővített és átdolgozott (1591, Kolozsvár) kiadás szerzője valószínűleg Heltai Gáspár (Hárs 1936; Szily 1876).

**A tankönyv szerkezete.** A könyv – mind a három kiadás – két fő részre tagolódik. Az I. rész, a *tollal való számolás* 126 oldal az első kiadásban. Ebben ismerteti a szerző az „indus–arab jegyekkel való számolást”. Öt műveletet mutat be egész számokkal és törtekkel, ezek a számlálás<sup>10</sup>, az összeadás, a kivonás, a szorzás és az osztás. – A törttel való osztás nem szerepel a könyvben. – Mindegyik műveletnek megmutatja az inverzét – próbáját – is.

A II. rész, 14 oldal, a *vonalon (kalkulusokkal) való számolást* tartalmazza, ugyanúgy, mint György barát a könyvében. Az arab és római számokkal foglalkozó oldalak arányából is lehet következtetni arra, hogy Magyarországon is egyre inkább elterjed az arab számírás.

**A könyv didaktikai megoldásai.** Az egyjegyű számok szorzásának körében egy példán, a  $7 \times 8$ -on bemutatja a lusták szabályát azoknak, akik az „egyszeregyet”, a szorzótáblát csak  $5 \times 5$ -ig tudják megtanulni. Leírja az algoritmust: „Levonom mindegyik számot a tízből:  $10 - 7 = 3$ , és  $10 - 8 = 2$ . Azután így rendezem el a számokat. Az egyes helyértékű számot megkapom, ha a jobb oldalon egymás alatt levő számokat összeszorozom:  $2 \times 3 = 6$ . A tízes helyértékű számot kétféleképpen is megkaphatom. Vagy a hétből vonom ki a ferdén alatta álló kettőt:  $7 - 2 = 5$ , vagy a nyolcból vonom ki a ferdén felette lévő hármast:  $8 - 3 = 5$ .”



1. ábra  
Lusták szabálya.

Hárs feltételezi (1936), hogy ebből a keresztből fejlődött ki a szorzókereszt:  $\times$  (times). A törtek szorzásakor csak felet és harmadot tartalmazó vegyes számokkal számol. Szorzótáblát is mutat „Multiplicationac Fractioiarol” néven.

A műveleteket az aritmetikai sor, majd az arányos osztással kapcsolatos rész követi.

A hármas szabálynál – „regula detri” – majdnem ugyanúgy jár el, mint György barát. Nem törekszik az ok-okozati összefüggés megláttatására, de az eljárást bemutatja egész és törtszámokkal is. A feladatokban megadott három számot egy sorba írja úgy, hogy „Valaminémű elől vagyon de utol-is az legyen.” Azaz úgy, hogy az első és utolsó egysége megegyezzen. Majd a harmadik szám alá írja a középsőt, összeszorozza, és a szorzatot elosztja az első számmal. Például „2 pénz 8 tojás. 12 pénz hány tojás?” A megoldás:

$$\begin{array}{r}
 2 \text{ pénz} \quad 8 \text{ tojás} \quad 12 \text{ pénz} \\
 \times 8 \\
 \hline
 96 : 2 = 48 \text{ (pénz)}
 \end{array}$$

2. ábra  
Példa a hármas szabályra

<sup>10</sup> Ebben az időben a számlálást még külön műveletként értelmezték.

Az összetett hármasszabályt – „regula vulgaris” – és a társaságsszabályt – „Regula societatis” – is az egyszerű hármasszabályi feladatra vezeti vissza. A regula falsival elsőfokú egyenleteket old meg tervszerű próbálgatással, a következő példa bemutatásával.

A feladat: „Ha kétszer annyian volnánk, mint ahányan vagyunk, és még félszer annyian, akkor volnánk harmincan. Hányan vagyunk?”

A megoldás:

- „I. Tegyük fel, hogy 16-an vagyunk.  $16 + 16 + 8 = 40$  Ez 10-zel több a 30-nál.  
 II. Tegyük fel, hogy 14-en vagyunk.  $14 + 14 + 7 = 35$  Ez 5-tel több a 30-nál.

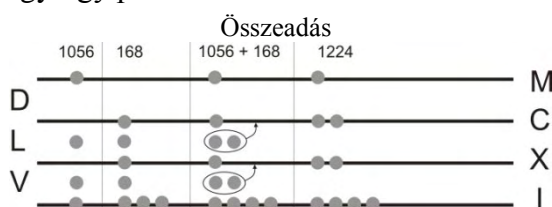
Most így rendezem be:

- $16 \dots + 10$  5 az eltérések különbsége; ez az osztó.  
 $14 \dots + 5$  Ezután keresztbe szorzok  
 $16 \times 5 = 80$   $140 - 80 = 60$ . Ez az osztandó.  
 $14 \times 10 = 140$   
 $60 : 5 = 12$ . Tehát 12-en vagyunk.”

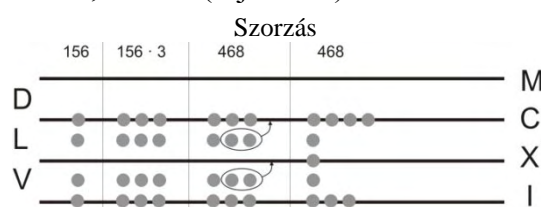
Az első rész végén a magyar és német pénzeket és súlymértékeket mutatja be. Az *Arithmetika* az első magyar könyv, amelyben a pénznemek nevei rövidített alakban fordulnak elő.

II. rész: A vonalon való számolást, azaz számolást a kalkulusokkal ismerteti. Itt a fokozatosság elvét szem előtt tartva halad. Először tanítja a vonalak jelentését és a helyi értékét; majd a műveleteket: az összeadást, kivonást, szorzást és osztást egy-, két- és háromjegyű számokkal. Megmutatja – a szorzás kivételével – ezen műveletek próbáját, azaz inverzét is.

Egy-egy példa az összeadás és a szorzás elvégzésére 3., 4. ábra (saját ábra).



3. ábra  
Példa az összeadásra a vonalon



4. ábra  
Példa a szorzásra a vonalon

**A könyv nyelvezete.** A latin kifejezések helyett több esetben igyekszik a szerző az egyszerűbb matematikai műveleteknek magyar megfelelőt találni. Jellemzőbb szakszavai a *szám vetés, geometria, aritmetika, mutogatás, regula, species, számlálás, számlálni, cota* vagy *szám, fractio, numerator, denominator, dividáld el, multiplicálni, hozzá kell addálnod, feles, feletlen, cziphra, ozd el, számláld özve, egyben adás, additio, subtractio, meg sokasítás, multiplicandus, multiplicans, osztás, el osztandó, el osztó, el osztani, quotiens, progressio, rönttartás, residuum, plus, minus, hamis szám* (Keresztesi 1935).

Heltai Gáspár jellemzőbb, az előző kiadásokban nem szereplő kifejezései, szakszavai között szerepel a *boetue*, avagy *quota*, az additio helyett az *egyben való számlálás*. Magyarozza a *subtractiot*, ami *semmi egyéb hanem egy számnak az másikból való kivétele*. A *multiplicatio* helyett a *megsokasítás*, avagy az *egyben sommalásnac roevideden való által uttya* kifejezéseket használja. A *tabula Pythagorica* helyett az *egyszeregyet* vezeti be. Használja az *egy fél, egy harmad rész, az olvasó (numerator) nevezoe, maradéc, reductio, szegdelt szám*, kifejezéseket, valamint az *el emelést* az egész szám törttel szorzására. Állandó szókapcsolatként jelenik meg például *a kétszer 7 tészen ... kifejezés* (Keresztesi 1935).

2. számú könyv: Apáczai *Magyar Encyclopaediája*<sup>11</sup>

**Könyvészeti sajátosságok.** A könyv 1655-ben jelent meg, annak ellenére, hogy a címlapon 1653-as évszám szerepel. Lapjainak mérete 13,6 cm × 8,5 cm, szedéstükre 11,5 cm × 7,5 cm.

Apáczai Csere János (1625–1669) a XVII. század egyik kiemelkedő személyisége, a gyulafehérvári, majd a kolozsvári kollégium tanára. Gelei Katona István püspök küldte külföldi tanulmányútra. 1648-tól Franeker, Leyden, Utrecht és Harderwijk egyetemén tanult. Ebben az időben kezdte el összeállítani tudományos gyűjteményét. 1653-ban már ezzel tért vissza Erdélybe.

Az enciklopédia első részében megfogalmazza a mű megírásának célját „... a magyar nyelven írt tudományos könyvek nélkül szűkölködő nemzetemen tőlem kitelhetőképpen segítenék s oly könyvet adnék a magyar ifjúságnak kezébe, melyben az anyai nyelvén többire minden szép és hasznos tudományokat olvashatna. A hiába való vetélkedéseket egyáltalában elkerültem. Oly dolgokat, amelyeket tudni szükséges és hasznos, a legjobb könyvekből kiírtam, illő rendbe szedtem s a szabad igazságnak zászlója alatt közlöttem a hazám fiaival ...” (idézi Kéri 2002).

**A tankönyv szerkezete.** Apáczai a munkát iskolai könyvnek szánta, és 11 részből építette fel. Az enciklopédia műfaji tulajdonságaiból következik, hogy mások eredményeit összegzi magyar nyelven. Támaszkodott Descartes, Ramus, Scribonius, Fenner és Amesius munkáira (Kéri 2002). A mű 85 %-a (257 oldal) természettudománnyal, és csupán 15 %-a (45 oldal) foglalkozik teológiával. A IV. rész a *Számlálásról*, az V. rész a *Meg-mérésről* címet viseli. A toldalékban a *Testnek tulajdonságiról* gyűjti össze kora ismereteit. A IV–V. rész anyagát Ramus (Pierre de la Ramée 1515–1572) műveiből vette át. A IV. rész anyaga az alapműveletek, a törzs- és összetett szám, a legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös megkeresése, műveletek törtekkel, egyszerű és összetett arányossági következtetések, haladványok. Az V. rész anyaga geometria, foglalkozik benne az egyenes, a szög, a háromszög, a négyszög, a kör és részei, a körbe és köré írt háromszög, a kör kerülete és területe, a szabályos sokszögek és a szögletes és görbelapú testek témákkal, de kimaradtak belőle Ramus magyarázó rézmetszetei.

**A könyv didaktikai megoldásai.** Az enciklopédia matematika fejezeteiben megjelennek a definíciók, tételek, de a hozzájuk kapcsolható magyarázatokat, bizonyításokat, példákat mellőzte. Mind a két részt elméleti anyagnak tekintette, nem kapcsolta az elméleti anyagot a gyakorlathoz. A könyv matematikai tartalma messze meghaladja az akkori magyar iskolákban elvárt szintet. Szénássy úgy véli (de könyvében nem bizonyítja), hogy Apáczai sem mindig látta át minden részletében világosan a könyve anyagát. (Szénássy 1970).

**Nyelvezet.** Apáczai a magyar szaknyelv kialakításának előharcosa, az ország elmaradottságának okát a magyar nyelvű világi műveltség hiányában látta. Mint írja: „De mi szükség szavakra, ahol a tények bizonyítanak? Hát nem tanít-e minket mindennapos tapasztalat arra, hogy mindezek a népek, külön-külön mindenik – honfitársaink szégyenére – bővelkednek tudós férfiakban? Ennek bizony nem a legutolsó, hanem éppen a legelső oka az, ha minden érzékem meg nem csal, hogy vannak mindenféle, anyanyelven írott tudományos könyvek”.

---

<sup>11</sup> Apáczai Csere János: *Magyar Encyclopaedia, azaz minden igaz és hasznos bölcsességnek szép rendbe foglalása és magyar nyelven világra bocsátása, Utrechtben 1653.*

Ebben az időben a matematikai fogalmakat magyar nyelven többnyire csak körülírással tudták kifejezni. Például Szenczi Molnár Albert „bizonyos erősségből és megmutatásból álló tudomány”-ként nevezi meg a matematikát.

Apácjai a latin szakszavakat igyekezett csak egy-egy magyar szóval kifejezni. Például: az *elbontás* az *analysis*, a *feltétel* a *propositio*, a *meghatározás* a *definitio*, a *magán való foglалás* vagy *hiteles mondás* az *axioma*, az *elrendelés* a *methodus* megfelelőjeként szerepelt nála. Meghonosodott szókapcsolatai a számlálásról című részből például a *sokas*, *sokasító*, *sokasított*, *sokasítandó* a szorzással kapcsolatos kifejezések, *magán elegyes szám*, *vonittás* (*vonáska*), *fellyül rész szerént való*, *fellyül megosztató nem*, *foglалós nem*, *rendelt* (Keresztesi 1935).

A könyv elemeit, szakkifejezéseit számos szerző beépítette művébe „... megtette a szolgálatot, amelyre szerzője szánta: érdeklődő magyarok ezreit nevelte.” (Bán 1958). A XVIII. század végére elfelejtették a könyvet. A magyarországi nyelvújítók többsége már nem használta kifejezéseit (Kéri 2002).

### 3. számú könyv: Menyői Tolvaj *Arithmetikája*<sup>12</sup>

**Könyvészeti sajátosságok.** Menyői Tolvaj Ferenc (?–1710) Gyöngyösön és Losoncon volt tanító. Magyarországon a Debreceni aritmetikát, az *Arithmetika azaz a számvetés tudományát* az ő aritmetikája váltotta fel. Könyvének számos kiadása ismert. Kiadták Debrecenben 1675-ben, Kolozsváron 1694-ben, 1698-ban, 1703-ban, Lőcsén 1701-ban, 1729-ben Pozsonyban 1729-ben, és Brassóban 1735-ben. A lőcsei 1729-ben kiadott példány megtalálható az OPKM könyvtárban. A könyvecske mindössze 15 cm × 6,5 cm és 72 oldal. A brassói, 1735-ben kiadott könyvből egy példány van a Haáz Rezső Múzeum Tudományos Könyvtárban Székelyudvarhelyen, de elérhető elektronikus változata is <http://www.arcanum.hu/oszk/> oldalon (letöltés 2009.01.). A következő részekben az elemzéshez ezt a két kiadást használhattam föl.

**A tankönyv szerkezete.** Az előszó és a számlálás után a négy alapl műveletet (összeadás, kivonás, szorzás, osztás) és a hármasszabályt mutatja be egy-egy fejezetben. Tartalmi szempontból a Debreceni aritmetikát nem haladja meg, a törtekkel nem foglалkozik. A tudnivalókat gépies módon regulákban, szabályokban fogalmazza meg, de példái gyakorlatiasak, és mindegyikhez magyarázatot is fűz.

**A könyv didaktikai megoldásai.** Az „Elöl-járó Beszéd”-ben ajánlja a könyvet a magyarul olvasni tudó diákoknak, valamint a kereskedésben foglалatoskodó embereknek. Utal a tanulási technikára: „Számvetésre / S' Mesterségre / Magadat ki el-szántad / Jövel ide, / Mint nap fényre / Nem kell ide vezető. / Szép módokkal, / Regulákkal / Elötted utat nyit ő.” (Menyői 1729) Bevezető sorai szerint Menyői a számvetés elsajátításának technikáját a mechanikus bevésésben látja.

Az „Első Species” a *Numeratio számlálás* részben a római és arab számokat mutatja be. A hangsúly már az arab számíráson van, a vonalon való számolás már nem jelenik meg. A „Második Species”: *Addició Máshoz adás*, azaz összeadás részben részletesen elmondja, hogy az összeadáshoz a számokat helyiérték szerint kell leírni. „Az addicióban Egyes az Egyes alá, Tizes a' Tizes alá; a' Százaz a' Százaz alá; és az Ezeres az Ezeres alá írássék.” Már az első

---

<sup>12</sup> Menyői Tolvaj Ferenc: *Az arithmetikanak, avagy az számlálásnak öt speciesinek rövid magyar regulákban foglалtatott mestersege*. Debrecen, 1675.

példában az egyesek helyén van helyiérték-átlépés, de nem tér ki rá. Csak annyit mond, hogy „az külön külön szakaszbeli számok össze adattak, és egy szummává tétettek”.

A „Harmadik Species”: *Szubsztrakció Másból elhúzás*, azaz a kivonás címet viseli. A kivonást sokkal részletesebben mutatja be, mint az összeadást. Először helyiérték-átlépés nélkül, majd helyiérték-átlépéssel. A mindennapi élethez kapcsolódó egyműveletes, direkt szövegezésű példákon keresztül kitér azokra az esetekre is, amikor a kisebbítendőben, kivonandóban, valamint a különbségben szerepel a 0. Példái között találni olyat, amelyben felesleges és hiányos adat is szerepel. „A magyarok Pannóniában meg-szállának 380 esztendőben, és herceggé tétetik 401. esztendőben Atilla” (Menyöi 1735:25). A feladat kiszámolni, hogy hány éve zajlott Atilla herceggé tétele. A megoldásban leírja a számítást, az első lépést, az egyesek oszlopában el is végzi, és azt mondja „sic in ceteris”, azaz és így tovább. Nem tér ki a feladatban szereplő felesleges adatra.

A kivonásban a helyiérték-átlépést részletesen magyarázza (5. ábra): „Imé e’ példában 8 – 0 –ból ki nem véheték, hanem a 7 – mellé töttem egy commácskát, és az a comma az 0 tötte tízzé: 10-ből 8 – kivévén maradt meg kettő és ezt írtam a’ harmadik lineába a – 8 – alá. Tovább menvén ismét: – 8-czat – 4-ből el nem húzhatván (itt a hetett fíc 7 mondom 8-nak: mert amint a regula informál az – 7 – mellé való commával lött nyolcz) a – 6 – mellé notáltam egy commát, fíc: 9 : és e commával a’ 4 – lött tizennégyes, és 14 –ből subducálván – 8 maradt – 6. ...” (Menyöi 1735:27), és így tovább haladt, amíg el nem végezte a kivonást.

Vólt	5	2	0	den
Költ el	2’	9’	8’	belőle
				,
	2	2	2	

5. ábra

Példa a kivonásban a helyiérték-átlépésre

A „Negyedik Species” *Multiplicatio sokasítás* a szorzással foglalkozik. Az egyjegyű és többjegyű számok szorzásánál is utal a szorzás kommutatív tulajdonságára.

Az előszó után közöl egy szorzótáblát (1. kép). A kettes szorzótáblát 2-től 9-ig, a hármast 3-tól 9-ig stb. írja le. Azaz a  $2 \times 3$ -at közli, de a  $3 \times 2$ -t nem. Ebből arra következtettek, hogy a szorzás kommutativitását magától értetődőnek veszi. Ebben a fejezetben négy-, ötjegyű számok és két-, háromjegyű számok szorzatát képezi. Latinul megnevezi a szorzandót: *multiplicandus*, a szorzót: *multiplicans* és a szorzatot: *multiplicatus*, azaz megkülönbözteti a tényezőket a szerint, hogy hol helyezkednek el. Ugyanakkor azt is leírja, hogy a tényezők felcserélhetők: „...akármelyik tévesség fellyül seu multiplicandussá, a’ szabad út”.

Ebben a fejezetben összetett, több művelettel megoldható példát is közöl. Például „Adok el, 138 köből bort; de felét, scilicet. 69; den. 95. Felét ismét, scilicet. 69. den. 99.” (Menyöi 1729:32) A kérdés az, hogy mennyi a bevétel. A megoldása a következő: „ezt kétfelé szakasztom így:...” A 138 felét megszorozza 95-tel, majd 99-cel, és a szorzatokat összeadja. A fejezet végén megemlíti, hogy a szorzás próbáját, az osztást hogyan kell elvégezni, és hozzáteszi, hogy „A próbával akkor él a’ Tanuló, amikor a’ Divisióban cognitioja lészen.”

Az „Ötödik Species” *Divizio osztás* címet viseli. Itt is az elnevezésekkel kezdi a fejezetet. Az 1. példában a 497-et osztja el 7-tel. A 2.-ban a 2340-et 26-tal, majd a 3.-ban 255-öt 5-tel. A 4.-ben a 70287-et osztja 7-tel. Ebben a példában a hányadosban szerepel a 0. Ezt követi a maradékos osztás bemutatása egyjegyű osztóval: a 489-et osztja 6-tal, majd a 88048-at 6-tal.

*Tabula Cæbetis.*

<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td>4</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td>6</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td>8</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">2. szer.</td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>5 - 10</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>6 - 12</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>7 - 14</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>8 - 16</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>9 - 18</td></tr> <tr><td colspan="3" style="border-top: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td>9</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td>12</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">3. szer.</td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>5 - 15</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>6 - 18</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>7 - 21</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>8 - 24</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>9 - 27</td></tr> <tr><td colspan="3" style="border-top: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td>16</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td>20</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">4. szer.</td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>6 - 24</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>7 - 28</td></tr> </table>	2	-	4	3	-	6	4	-	8	2. szer.	{	5 - 10		{	6 - 12		{	7 - 14		{	8 - 16		{	9 - 18				3	-	9	4	-	12	3. szer.	{	5 - 15		{	6 - 18		{	7 - 21		{	8 - 24		{	9 - 27				4	-	16	5	-	20	4. szer.	{	6 - 24		{	7 - 28	<p><i>N.B. Ez Táblakémek az Multiplicatiohan volna helye; de minden Speciejelben jankéges lévén, tetetett ide elől.</i></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td>25</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">5. szer.</td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>6 - 30</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>7 - 35</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>8 - 40</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>9 - 45</td></tr> <tr><td colspan="3" style="border-top: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td>36</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">6. szer.</td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>7 - 42</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>8 - 48</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>9 - 54</td></tr> <tr><td colspan="3" style="border-top: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td>49</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">7. szer.</td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>8 - 56</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>9 - 63</td></tr> <tr><td colspan="3" style="border-top: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td>64</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">8. szer.</td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>9 - 72</td></tr> <tr><td colspan="3" style="border-top: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td>81</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">9. szer.</td><td style="border-right: 1px solid black;">{</td><td>10 - 90</td></tr> </table>	5	-	25	5. szer.	{	6 - 30		{	7 - 35		{	8 - 40		{	9 - 45				6	-	36	6. szer.	{	7 - 42		{	8 - 48		{	9 - 54				7	-	49	7. szer.	{	8 - 56		{	9 - 63				8	-	64	8. szer.	{	9 - 72				9	-	81	9. szer.	{	10 - 90
2	-	4																																																																																																																										
3	-	6																																																																																																																										
4	-	8																																																																																																																										
2. szer.	{	5 - 10																																																																																																																										
	{	6 - 12																																																																																																																										
	{	7 - 14																																																																																																																										
	{	8 - 16																																																																																																																										
	{	9 - 18																																																																																																																										
3	-	9																																																																																																																										
4	-	12																																																																																																																										
3. szer.	{	5 - 15																																																																																																																										
	{	6 - 18																																																																																																																										
	{	7 - 21																																																																																																																										
	{	8 - 24																																																																																																																										
	{	9 - 27																																																																																																																										
4	-	16																																																																																																																										
5	-	20																																																																																																																										
4. szer.	{	6 - 24																																																																																																																										
	{	7 - 28																																																																																																																										
5	-	25																																																																																																																										
5. szer.	{	6 - 30																																																																																																																										
	{	7 - 35																																																																																																																										
	{	8 - 40																																																																																																																										
	{	9 - 45																																																																																																																										
6	-	36																																																																																																																										
6. szer.	{	7 - 42																																																																																																																										
	{	8 - 48																																																																																																																										
	{	9 - 54																																																																																																																										
7	-	49																																																																																																																										
7. szer.	{	8 - 56																																																																																																																										
	{	9 - 63																																																																																																																										
8	-	64																																																																																																																										
8. szer.	{	9 - 72																																																																																																																										
9	-	81																																																																																																																										
9. szer.	{	10 - 90																																																																																																																										

1. kép  
Szorzótábla (Menyöi 1729)

Ha a mai logikánk alapján nehézségük szerint rendeznénk sorba a példákat, akkor az 1. és a 3. az első csoportba kerülne, a másodikba a 4., illetve a 6., ezt követné az 5., majd a 2. Megállapítható, hogy az osztás tanításakor nem törekedett a mai értelemben vett fokozatosság elvének betartására. Az írásbeli osztás algoritmusának elvégzésekor nem mindig jár el következetesen, amint az alábbi két példa mutatja:

1. példa

$$\begin{array}{r}
 \text{den} \quad 6 \quad 6 \quad 9 \quad 9 \quad 0 \\
 \text{divis} \quad 3 \quad 3. \quad 3. \quad 3 \quad 3 \\
 \quad \quad \quad 6 \quad 6. \quad 9 \quad 9
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{den} \\ \text{divis} \end{array}} \right\} 2030$$

Itt a 66990- t osztja 33-al.

66-ban a 33 megvan 2-szer, mert 2-szer 33 az 66, maradék a 0. Ezt a százások helyiértékén álló 9-es fölé írja.

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 0 \\
 \text{den} \quad 6 \quad 6 \quad 9 \quad 9 \quad 0 \\
 \text{divis} \quad 3 \quad 3. \\
 \quad \quad \quad 6 \quad 6.
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{den} \\ \text{divis} \end{array}} \right\} 2$$

A 33 és a 66 után is tesz pontot.

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 0 \quad 0 \\
 \text{den} \quad 6 \quad 6 \quad 9 \quad 9 \quad 0 \\
 \text{divis} \quad 3 \quad 3. \quad 3. \\
 \quad \quad \quad 6 \quad 6. \quad 9
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{den} \\ \text{divis} \end{array}} \right\} 20$$

2. példa

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 0 \\
 \text{den} \quad 8 \quad 8 \quad 1 \quad 7 \quad 6 \\
 \text{divis} \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \\
 \quad \quad \quad 8. \quad 8. \quad 1 \quad 7 \quad 6
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{den} \\ \text{divis} \end{array}} \right\} 2004$$

Itt a 88176- t osztja 44-gyel.

88-ban a 44 megvan 2-szer, mert 2-szer 44 az 88, maradék a 0; itt viszont az ezresek helyiértékén álló 8-as fölé írja.

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 0 \\
 \text{den} \quad 8 \quad 8 \quad 1 \quad 7 \quad 6 \\
 \text{divis} \quad 4 \quad 4 \\
 \quad \quad \quad 8. \quad 8.
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{den} \\ \text{divis} \end{array}} \right\} 2$$

Ha az előző eljárást alkalmazzuk, a tízezresek helyiértékén álló 8-as után nem kellene pontot tenni.

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 0 \\
 \text{den} \quad 8 \quad 8 \quad 1 \quad 7 \quad 6 \\
 \text{divis} \quad 4 \quad 4 \\
 \quad \quad \quad 8. \quad 8. \quad 1
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{den} \\ \text{divis} \end{array}} \right\} 20$$



9-ben a 33 meg van 0-szor, maradék a 9.  
A *divis* sorban a százás helyiértéken nem kellene a 3.-nak szerepelnie, ha a második eljárásnak ezt a lépését helyesnek fogadjuk el.

$$\begin{array}{r}
 \text{den} \quad 6 \quad 6 \quad 9 \quad 9 \quad 0 \\
 \text{divis} \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \\
 \quad \quad 6 \quad 6 \quad 9 \quad 9
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{den} \\ \text{divis} \end{array}} \right\} 203$$

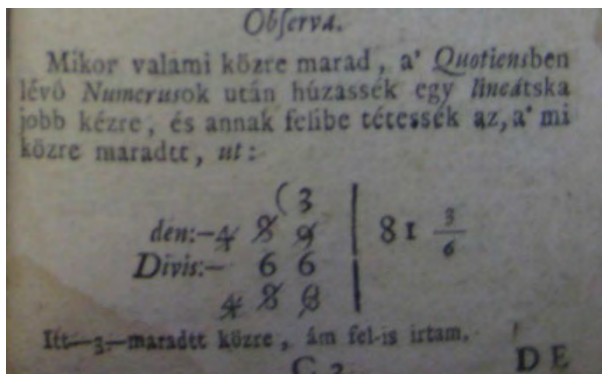
Leírja a tízes helyiértéken lévő 9-est a legelső sorba. 99-ben a 33 megvan 3-szor, maradék a 0.

1-ben a 44 meg van 0-szor, maradék az 1.

$$\begin{array}{r}
 \text{den} \quad 8 \quad 8 \quad 1 \quad 7 \quad 6 \\
 \text{divis} \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \\
 \quad \quad 8 \quad 8 \quad 1 \quad 7 \quad 6
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{den} \\ \text{divis} \end{array}} \right\} 2004$$

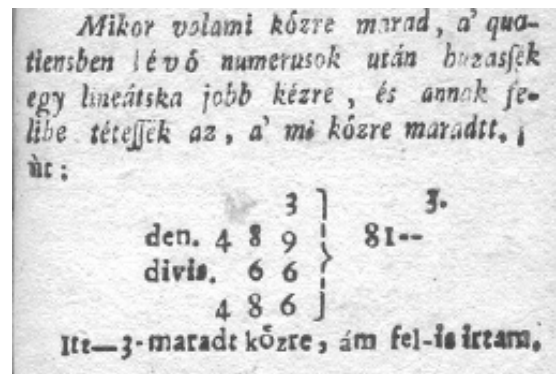
Leírja a tízes helyiértéken lévő 7-est a legelső sorba, az egyes mellé. 17-ben a 44 megvan 0-szor, leírja a hányadosba a 0-t. 176-ban a 44 megvan 4-szer, maradék a 0.

A maradékos osztás bemutatásához a 489-et osztja 6-tal. Az eredményt a lőcsei kiadásban vegyes tört alakban közli, annak ellenére, hogy törtekről nem esik szó a könyvben. A brassói kiadásban az eredmény egész szám és a maradék (2–3. kép).



2. kép

Példa a maradékos osztásra (Menyöi 1729:41)



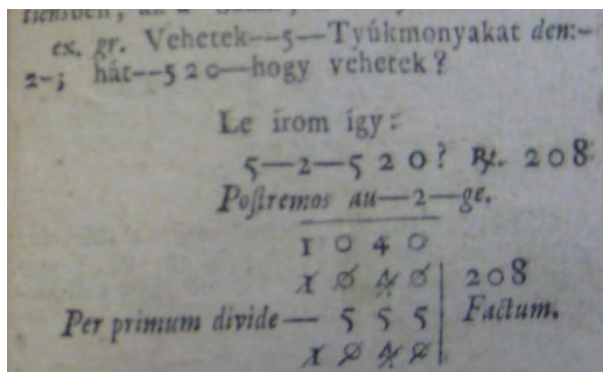
3. kép

Példa a maradékos osztásra (Menyöi 1735:49)

Ebben az ötödik részben tárgyalja az arányos osztást, az osztás próbáját, az arányos osztás próbáját, majd egyjegyűvel való osztásra mutat eljárást *Praktikák* néven.

A *regula detrare* három példát mutat. Ugyanúgy jár el, mint György barát és a Debreceni aritmetika, azaz nem törekszik a logikai összefüggések megértetésére, hanem a megoldáshoz egy mechanikusan elvégezhető algoritmust ad.

Az első példa (4. kép): „Vehetek 5 Tyúkmonyakat, den 2, hát 520 hogy vehetek? Le írom így: 5 – 2 – 520?” Tehát az 520-at szorozza 2-vel, és osztja 5-tel.



4. kép

Példa arányossági következtetésre (Menyöi 1729:67)



**Nyelvezet.** Az „Elöl-járó Beszéd”-ben ugyan írja, hogy „Vagyon pedig ez disponálva magyarul, hogy mindenek valakik magyarul tudnak olvasni, az Arithmétikát akarják tanulni, hasznát vehessék [...] néhol vagyon Sermone Latino, ...” (Menyöi 1729:3). A címekben megjelenik magyarul is a matematikai tartalom, de a kifejtésben inkább latin szavakat használ, gyakran magyar ragokkal. Például subtraháld, additio, multiplicatio, numerus, dividálni. Nyelve nehézkes, nehezen érthető lehetett a maga korában is.

4. számú könyv: Onadi János munkája, a Practici Algorithmi Erotemata Methodica<sup>13</sup>

**Könyvészeti sajátosságok.** Onadi János református iskolamester Kassán a XVII-XVIII. század fordulóján. A könyvnek egy példánya megtalálható a Kolozsvári Református Kollégium könyvtárában. Nekem nem sikerült tanulmányozni a kötetet, így csak a hivatkozások alapján ismertetem.

**A tankönyv szerkezete.** Onadi könyve Tolvaj könyvének tananyagán túl tárgyalja a törteket, összetett arányossági feladatokat és a függelékben a kamatszámítást is. A szabályokat gyenge versekben mondja el. A megértést nehezíti az is, hogy az érthetőséget a rím kedvéért sokszor feláldozza. Még a didaktikai szabályokat is versekbe erőlteti. Példáit javarészt a szentírásból meríti.

Az osztásról például így ír (idézi Keresztesi 1935:11–30.).

„Első Regula.

Aequalis Composita Divisor két ágával  
Nem kérd soet mellyik bal feloe elsoe leend  
A' Quotiesben lévoe Numerust de multiplikállya  
Mindenik osztoval promoveállya megint.” (Onadi 1693:91)

„Második Regula

Nagyobb része miatt osztónak nem lehet annyit  
Lelni, felsoeben; mennyire benne látczik.” (Onadi 1693:92)

„Harmadik Regula.

El-osztando mikor oztónál lenne kevesebb  
Igazán osztani nem lehet ezeket,  
Meg sokasittsad azért osztandót: az után ozd el,  
Meg tudod edgyenként része kinek mi joehet.” (Onadi 1693:93)

Maróthi György 1743-ben kiadott *Arithmetica vagy számvetésnek mestersége* című művének előszavában így ír Onadi János aritmetikájáról:

„Az Onadi János aritmetikája egy fokkal jobb a' Tolvajénál: [...] Mindazáltal ebben-is nagy hiba, ez, hogy a' Regulák, mindhogy mind Versekbe vagynak foglalva olyan homályosok, hogy nagyobb részét lehetetlen meg érteni; ha tsak az ember vagy már az előtt nem tudja; vagy a' Példákból nagy bajjal ki-nem fejtegeti; mint a' Mesét: Mert a' reguláknak semmi magyarázat nints utánnok téve. Továbbá minthogy a' Példákat mind a Sz. Írásból

---

<sup>13</sup> Onadi János *Practici Algorithmi Erotemata Methodica. Az Olly Cselekvő számok, Mellyek Koennyue Kérdések és Feleletek által roeviid utat mutatnak ama a' tudományra melyben akár mely féle adásnak s vételnek, osztálynak, vagy egyéb Kereskedésben, csak a legg-kissebb Summának-is bizonyos Száma tanittatik, a' Számlálásnak hat kiváltképpen való nemeiben, és ezek szerint való fractiokban mind külső, s Szent Irási s mind pengig Szent Iráson fundáltatott példákkal világositva. Kik-is A Cassai H. C. lévő Scholában tanuló Ifjaknak kedvekért irattattak Onadi János, mostani Schola Mester által... Kassa, 1693.*

akarta szedni, a' lett belőle, hogy igen kevés van alkalmas Példa. Az igyekezet jó, de a Szent Írást nem az Arithmetikában kell tanulni.” (Maróthi 1743:3–4)

5. számú könyv: Maróthi Arithmeticiája<sup>14</sup>

**Könyvészeti sajátosságok.** Maróthi György debreceni professzornak az 1743-ban Margitai János által kiadott *Arithmetica vagy számvetésnek mestersége* című műve az első magyar nyelvű számtantankönyv. Ezen kívül tudunk még egy 1763-as és egy 1782-es, szintén debreceni kiadásról. Mind a három kiadásból megtalálható egy-egy példány a BME OMIKK muzeális gyűjteményében, az 1743-as kiadás egy példánya pedig az OPKM-ben. Az 1782-es kiadásban Varjas János kollégiumi tanár átdolgozott néhány példát, valamint a pénznemeket az értékváltozásaik alapján.

Az 1743-as és az 1763-as kiadás 375 számozott oldal, ehhez kapcsolódik a bevezetés 10, a tárgymutató 5 és a máriás és peták táblázatok 2 oldalnyi terjedelemben. Lapjainak mérete 14 cm × 8 cm, szedéstükre 11,8 cm × 7 cm. Az 1782-es kiadás 299 számozott oldal, ehhez kapcsolódik a bevezetés 8, a tárgymutató 3 és a „Gyenge pénz' számlálók' számára való régulák” pénzváltó táblázatok 2 oldalnyi terjedelemben. Lapjainak mérete 17 cm × 10,5 cm, szedéstükre 14,5 cm × 8,2 cm.

A tankönyv megírásának előzményei. A tankönyv megírásának fontos előzménye, hogy Maróthi az 1739-es pestis idején többek között Wolff műveit tanulmányozta; „Ez a szerző nagyon tetszik nekem.” (idézi Lengyel 1971:72.). Ezekben az években a debreceni kollégiumban alacsony színvonalú a matematika tanítása, amelyet Maróthi főiskolai szintre kívánt emelni, s ennek érdekében bevezette kortársa, Johann Friedrich Weidler *Institutiones Matheseos* (1718) című könyvét, amelynek tanításakor a wolffi tapasztalatokat alkalmazta. Weidler (1692–1755) Maróthi matematikatanára volt Wittenbergben, matematikai, fizikai és csillagászati tankönyvei főleg a protestáns iskolákban terjedtek el.

**A tankönyv didaktikai megoldásai.** Az „Előljáró beszédben” leírja, hogy azért írta meg ezt a tankönyvet, mert az addig kiadott magyar nyelvű aritmetikakönyvek között nem talált megfelelőt. Onadi (1693), Tolvaj (Debrecen, 1675, Kolosvár, 1694, 1698, 1703, Lőcse, 1701, 1729) és Frisius (Debrecen 1577, 1591, Kolozsvár 1591) munkáit említi (ő a cím alapján úgy gondolta, hogy a Debreceni aritmetika Frisius könyvének fordítása).

Összefoglalja a tankönyv megírásának, a tanításnak és a tanulásnak az elveit. – Az idézetek utáni hivatkozások az 1743-as kiadásra vonatkoznak.

1. „Valamit hazánkban szükségesnek gondoltam, semmit sem kívántam elhagyni” (3. oldal 26. sor) [...] „Ellenben pedig kihagytam mindent, aminek a közönséges életben igen kevés hasznát láttam” (3. oldal 29. sor)
2. „Kívántam mindent minél világosabban megmagyarázni” (4. oldal 2. sor) „A példákat mindenütt szóról szóra írtam” (4. oldal 6. sor) azaz a példamegoldásokat aprólékosan, lépésről lépésre dolgozta ki.
3. Törekedett a magyar matematika szaknyelv kialakítására. A latin szakszavak helyett „én hasznosnak ítélttem mindazok helyett magyar szavakat tenni”
4. Törekedett a fokozatosság elvének betartására. „leg-elöl mindenütt könnyebb példák legyenek, a nehezebbek pedig hátrább” (5. oldal 13. sor). Alkalmazható tudást

---

<sup>14</sup> Maróthi György: *Arithmetica vagy számvetésnek mestersége Mellyet irtt és Közönséges Haszonra, főképpen a' Magyar országon elő fordulható Dolgokra, alkalmaztatván ki-adott 1743-ik Esztendőben, Maróthi György, Debretzeni professor. Debretzen 1743*

igyekezett átadni. „A tanuló észre vehesse, mi hasznai lehessenek a Számvetés nemeinek a közönséges életben” (5. oldal 17. sor)

5. Gondolt a tantárgyi koncentrációra. „Minthogy a 'Frakció' tudománya még eddig nálunk [...] szükségtelennek is láttatott; holott az [...] mind a Physicaban, geometriában teljességgel szükséges.” (4. oldal 21. sor)
6. Látja az aritmetika nevelő hatását is. „Így szokik leg-jobban a' gyermek arra-is, hogy minden dolgában vigyázó, rend-szerető és [...] puntuális legyen [...] melyre igen nagy szüksége van a mi embereinknek” (7. oldal 29. sor)

Az előszóban az elveknek megfelelő tanácsokat ad a tanulás technikájára is.

A „... ki olvassa, penna legyen a kezében, úgy menjen renddel rajta” (4. oldal 8. sor) „Rendre menjenek rajta [...] mert feltettem, hogy az olvasó a' feljebb valókat tudja” (7. oldal 6. sor) utasításban a tananyag egymásra épülésének, a fokozatosság elvét fedezhetjük fel.

„Aki valahol megakad, javallom, hogy ugyan azon dolgot apró számokkal próbálja” (7. oldal 22. sor).

Felhívja a figyelmet arra, hogy a számvetést már 5-6 éves korban lehet tanítani, és látja, hogy a gyermek képességeit, egyéni sajátosságait az aritmetika tanításában figyelembe kell venni, „de nem dirrel-durrall, hanem játék módjára”. Látja, hogy a matematika alkalmas a gondolkodás fejlesztésére: „... igen hasznos a' gyermeki elmének élesítésére az Aritmetica és ha lehet a' Geometria...” (7. oldal 27. sor). Tankönyvében ugyan szó szerint még nem jelenik meg, de gondol arra, hogy a matematikának ezt a két ágát nem kellene élesen szétválasztani. Nem csak a „deákok” oktatását tartja fontosnak, hanem mindenkiét. A gyermekekét, azokét, akik a hétköznapi életben számolnak, és „... Még az asszony nép is meg érthessen” (4. oldal 17. sor)

**A tankönyv szerkezete.** A mű 11 fejezetből áll. Az 1. fejezet a számok jelentésével, írásával foglalkozik, a 2–6. fejezetben a *számvetésnek nemeit*, valamint a négy alpműveletet ismerteti. A 7. fejezetben a hármasszabály, a 8–9. fejezetben a törtszámok és a törtszámokkal végzett műveletek jelennek meg. A 10. fejezet a számtan gyakorlati alkalmazásáról szól, így szerepel benne a kétszeres szabály, az egyenetlen osztás, a társaság szabálya, az elegyítés szabálya és a mesés szabály (szabály a hamis). A 11. rész is a gyakorlati alkalmazást mutatja be, a „forintok és krajczárok körül való olasz praktikák”-at és a „Paraszt számvetés”-t, a vonalon való számolást. Ebben az időben már az arab számírás eléggé elterjedt volt, ezért indokolja is, hogy miért szerepel a tankönyvben a számolás a római számokkal: Néhol ezt használják az írástudatlan paraszt emberek, és „Méltó pedig, hogy ezt a tanult Emberek is tudják ...” (343. oldal 2. sor).

Ez a tankönyv vezérfonalul, ma úgy mondanánk, tanári kézikönyvként vagy programként szolgált a tanítóknak. Tartalmazta kora egész elemiszámtan-anyagát. Előadásmódja világos, egyszerű, rendszeres és szemléletes. Betartja a fokozatosság elvét, azaz az egyszerűbb felől halad a bonyolultabb felé. A feladatokat kidolgozott példák előzik meg, amelyek a valódi életviszonyokat tükrözik.

**Módszertani megoldások.** 1. A négy alpművelet tanításakor, az írásbeli összeadás ellenőrzésére megmutatja az akkor megszokott mechanikus ellenőrzési módot, és megjegyzi, hogy „a másik próba a kivonás által léssen”, azaz utal az összeadás és a kivonás inverz kapcsolatára. A szorzás-osztás műveletnél is hasonlóan jár el. A 10 váltószámú mértékegységeket (például forint-krajczár) tizedestört alakban írja le, értelmezi a műveletet, de nem általánosítja. Kitér a nem 10 váltószámú mértékegységekkel végzett műveletekre is mind a négy alpműveletnél. Ad egy-egy táblát az összeadására, kivonására 0-tól 10-ig.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

5. kép  
Maróthi szorzótáblája (Maróthi 1743:52)

A szorzásnál megmutatja a Debreceni aritmetikából már ismert szorzótáblát (Maróthi 1743:52.), valamint egy másikat (0-tól 9-ig), amely elrendezésében hasonlít az összeadótáblához (Maróthi 1743:53). Ez a szorzótábla a mai második matematika-tankönyvek közül a Hajdu (2010) és Esztergályos (2010) tankönyvekben is megjelenik.

A lusták szabályát szintén átveszi Maróthi a Debreceni aritmetikából, és megjegyzi, hogy a szorzótáblát a 8-9 éves gyermeknek könnyű megtanulni  $5 \times 6$ -ig, de  $10 \times 10$ -ig is hasznos. Külön kitér az 1-gyel, 10-zel, 100-zal való szorzásra, osztásra.

2. Az egyenes arányossági következtetések közül a Regula Detri-t Hármás Regulának nevezi, és a feladatok megoldásakor ugyanúgy jár el, mint a Debreceni aritmetikában láttuk: „A három számot rakd le úgy, [...] hogy a' két egyféle dolgot jelentő szám közül az, a' mely Kérdésben van, leg-utol; a' másik leg-elöl essék: a' társatlan szám pedig középre. A két utolsó számot sokszorozd egymással; és A' factumot oszd el az első számmal.” (Maróthi 1782:105. 1–8 sor)

3. A törtek tanításakor a törtszámok bevezetését a szemléletre alapozza, bemutatja az egynél kisebb, az eggyel egyenlő és az egynél nagyobb törteket, az egyszerűsítést, a bővítést, a különböző törtek közös nevezőre hozását, valamint a négy alapműveletet. A mai tananyagban ugyanezt az építkezési rendet követjük.

4. A 10. rész „A némely számbeli mesterségekről” címet viseli. Ebben a részben is példákon keresztül mutatja be az arányos osztáshoz kapcsolódó szabályokat, gyakorlati alkalmazásokat, azaz „praktikák”-at.

Példák a kétszeres regulákra (Regula Vulgaris):

a) „6 Kő míves Legény 5 nap felrak 24 ölnyi falt: Hát 10 Legény, 9 nap alatt hány ölt rak fel?” (Maróthi 1782:195. 22–24. sor)

b) „20 ölnyi falt 6 Kő míves Legény felrak 5: Hát 146 ölnyt 10 Legény, hány nap rak fel?” (Maróthi 1782:198. 14–15. sor) Megmutatja a két feladat közötti különbséget, de a megoldás ugyanúgy mechanikus, mint a hármás regulánál.

Példa az egyenetlen osztásra (Inequalis Divisio): „Egy ember hagyott három fiának 2260 forintot, de ilyen testámentumot tett, hogy Péter aki a leg-nagyobb vegyen tsak edgy részt, Pál vegyen két annyit, Mihály a leg-kisebb, vegyen három annyit. Kérdés mennyi jut mindegyiknek?” (Maróthi 1782:201. 14–18. sor) A feladat magyarázatát és megoldását ebben az esetben ugyanúgy végzi, ahogyan azt ma tanítjuk.

Példa a társaság regulájára (Regula Societatis): „Összve-adták magukat edgy Komániába hárman:

Péter adott közre	f.	450
Pál		560
János		925
Summa	f.	1935 "

„Nyertek fél esztendő alatt f. 354,97 d. Kérdés, kinek mennyi jut igazság szerint belőle?” (Maróthi 1782:209. 14–20 sor) A feladatra két megoldást ad. Az elsőben törtekkel számol, a másodikban átváltja a 354 forintot „pénzre” (váltópénzre). A feladat magyarázata és megoldási menete közelít a napjainkban használthoz.

Példa az elegyítés regulájára („Regula Alligationis”): „Van kétféle búzám. Az edgyiknek vékája meg-ér 34 pénzt. Ilyen van 34 véka. A másiknak vékája nem ér többet 28 pénznél. Ilyen búzám van 27 véka. Ha e’ kétféle búzát mind összve elegyitem, Kérdés, mennyit fog érni vékája?” (Maróthi 1782:221. 4–8. sor) A megoldás a maival megegyező, a teljes értéket osztja a teljes tömeggel.

Példa a mesés regulára (a „Regula Falsi” részben az első és második regulát is ismerteti): „Egy Leánytól kérdik a Lányt-Kérők, hány Esztendős: Ama felel: az Anyám, úgymond, harmad fél annyi idős, mint én: az Atyám pedig három annyi idős. A’ hármunk ideje téssen mind összve 117 Esztendőt. Kérdés, hány esztendős volt?” (Maróthi 1782:236. 24–28. sor) A feladatot következtetéssel oldja meg. Egy tetszőleges számot feltételez megoldásnak, ebből kiszámolja a három szereplő életkorának összegét, majd a hármas regulával kiszámolja a tényleges eredményt.

**Nyelvezet.** A XVIII. században Magyarországon is felismerték, hogy a magyar tudományos szaknyelv megalkotása nélkülözhetetlen a tudományágak szélesebb körű elterjedésében. A szerzők igyekeztek kialakítani, terjeszteni a magyar tudományos szaknyelvet. Például Miskolczi Ferenc (1742) sebészettel kapcsolatos, Kováts János (1747) katonai, Bertalanfi Pál (1757) földrajzi, Molnár János *A Fizikának eleji* (1777) című könyvében fizikai műszavakat alkotott. Közülük is kiemelkedik szóalkotásaival Maróthi *Arithmetica*-ja. Az „Elöljáró beszéd” 3. pontjában írja: „Míthogy még eddig a’ Deákság nélkül való Tanulóknak nagy bajt szereztek a’ Deák nevek, mint Additio, Subtractio, Quotiens: s. a’ t. én hasznosnak ítétem, mind azok helyett Magyar szókat tenni; mellyeket még az Asszony-nép is megérthessen. Még pedig a’ hol az eddig való Magyar Szókban nem találtam alkalmatost; új Szót is tsináltam egy néhányat: mellyért, úgy reménylem, egy okos ember sem fog megítélni; mert ezt nem tsak egyéb tanult Nemzetek tselekedték a’ magok nyelveken; mint régen a’ Rómaiak, ma pedig leg-koezelebb a’ Németek a’ kik még a’ Philosophiában leveo mesterséges Szókat is mind Németre fordították; hanem a’ Magyar nyelvben is lehet erre Példákat mutatnunk; mellyeket bár toebben koevetnének: mert így nem lenne ilyen szuek és szegény a Magyar nyelv” (Maróthi 1782).

A latin szakszavak közül sokat magyarra fordított. Ő vezette be többek között a *fractio* szó helyett a *törtszám*, a *multus multiplex*, *multiplicare* helyett a *sok*, *sokszoros*, *sokszorozni* kifejezéseket. A *tört számlálójára*, *nevezőjére* a *felső*, illetve az *alsó* szavakat használta. A *kivonandót híjjának*, a *különbséget maradéknak* nevezi. Máskor nem erőlteti a fordítást. A *factum*, *factor* szavakat nem változtatja. Gyakran indokolja a szóválasztást, például: A *quotienst* két okból nevezi *részesnek*. Először, mert „egynek-egynek a’ része”, és másodsor, „mert ez a szám jelenti meg mindenkor azt is, hanyad-része az Osztó a Summának”. (Maróthi 1782:64. lábjegyzet)

## 2. 2. A számtan oktatásának kötelezővé tétele (1777–1868)

A 2. 2. fejezetben a számtanoktatás kötelezővé válását, és a számtanoktatáshoz kapcsolódó módszereket tekintem át, felhasználva Barnard (1857), Beke (1911), Cowham (1894), Dávid (1979), Diesterweg (1900), Fehér (1995), Fináczy (1902), Fink (1900 a), b)), Kiss (1881), Lesnyánszky (1832), Makó (1780), Mészáros (1968), Mészáros (1981), Mészáros (1983, 1991, 1993), Oláhné Erdélyi (1977), Pallas Nagylexikona (1897), Smith (1903), Szinnyei (1891), Visontay (1997–2011), Wirth (1997) írásait.

### 2. 2. 1. A korszak iskolatípusai és számtantananyagai

A XVIII. század közepére az ország minden részében működtek alsó szintű iskolák Magyarországon. Az iskolatípus neve az 1760-as évekig „schola vernacula” volt, majd „nationalschule”. Ignaz Felbiger (1724–1788) dolgozta ki azt a rendtartást, amely meghatározta a népiskolák működésének új rendszerét *Allgemeine Schulordnung für die deutschen Normal-Haupt und Trivialschulen in sämmtlichen kaiserl* (1774). A bevezetés sikeressége érdekében tanítói módszertankönyvet, *Methodenbuch für Lehrer der deutschen Schulen* (1776) és tankönyveket jelentetett meg. Ezzel egyidőben Ürményi József vezetésével megkezdődött a magyar iskolaügy reformdokumentumának kidolgozása, amely 1777-ben Ratio Educationis néven jelent meg. Ebben az iskola megnevezése „schola vernacula seu nationalis” volt. Az 1806-os Ratio Educationis a „schola vernacula” kifejezést használja, de szerepel benne a „schola trivialis” is. Ez a kifejezés megegyezik Apáczainak a XVII. században a középszintű iskolákra használt megnevezésével. 1790-től használták a „nemzeti iskola” latinból átvett megnevezést. Az „elemi iskola”, „schola elementaris”, elnevezés magyar dokumentumban először az 1790/91-es *A nemzeti nevelés elvei* című, latin nyelvű munkában tűnik fel. Ugyanakkor elterjedt a „népiskola”, az „anyanyelvű iskola”, „anyanyelvi iskola, nemzeti iskola” elnevezés is, amelyből látható, hogy a középfokú gimnáziumi és a felsőfokú latin nyelvű oktatással szemben itt a diákok anyanyelvén folyt az oktatás.

Az I. Ratio Educationis rendelkezése három népiskolatípust vezetett be, de csak a katolikus iskolák rendjét határozta meg. A protestánsok elutasították a Ratio átvételét.

1. A normaiskolák vagy elsőrendű népiskolák, amelyek egyben a tartományi fővárosokban működő tanítóképzők gyakorlóiskolái is. Gondoskodnak a tanítók utánpótlásáról és képzéséről is. Az első ilyen Bécsben 1771-ben, Magyarországon 1774-ben Pozsonyban, majd a második Temesváron nyílt meg. Az 1777-es Ratio Educationis rendelkezése alapján minden tankerület székhelyén működött normaiskola, kezdetben három évfolyamon három tanítóval (Kiss 1881:27). A tanítási idő télen délelőtt 8–11-ig és délután 2–4-ig, nyáron délelőtt 7–10-ig és délután 2–4-ig, tartott, azaz napi 5 óra volt.
2. A kisvárosi iskolában két tanító tanított két külön teremben. Az oktatás az őszi, téli és kora tavaszi hónapokra korlátozódott.
3. A falusi népiskola vagy kisebb népiskola, a mezővárosokban és a falvakban szerveződött. Egy tanító, egy tanteremben összevonva tanította a gyermekeket. Ezek az iskolák főleg télen működtek. A mezei munkák idején a gyermekek dolgoztak, ezért az oktatás vasárnapra korlátozódott, de ekkor csupán a téli tananyagot ismételték (Kiss 1881).

A tananyag megtervezésekor három tantárgycsoportot határoztak meg.

1. A mindenkire nézve kötelező főtárgyak, a szükségesek.
2. A mindenkire kötelező melléktárgyak, a hasznosak.

3. A rendkívüli tárgyak. Ezek nem szükségesek, és csak egyeseknek hasznosak.

A közoktatás egész szervezetén ez a felosztás érvényesült. Minden népiskolában kötelező tárgy lett a számtan, a városi iskolákban nem kötelező tárgy lett a geometria. Fináczy szerint az I. Ratio Educationis tantervében a számtanoktatás terén kiemelkedik a realisztikus vonás. A számtanítás gyakorló feladatait a falusi iskolákban a mezői gazdálkodásban előforduló esetekre alkalmazták; a kisvárosi népiskolákban a háztartásra és a helyi mesterségekre, a mindennapi élet gyakorlati szükségleteire. A városi elemi iskolákban pedig a kereskedelem és kézműipar köréből kell venni a példákat, feladatokat (Fináczy 1902). A geometriából csak azokat az ismereteket tanítják, „melyeknek alkalmazása és megfejtése a közéletben előfordul” (I. Ratio Educationis 1777).

Anyanyelvi iskolák 1. osztályaiban nem tanítottak számtant. A kétosztályos egytanítós iskola 2. osztályában heti  $2 \times \frac{1}{2}$ , a kéttanítós iskolák 2. osztályában heti  $2 \times 1$ , a háromosztályos háromtanítós iskolák 2. osztályában heti 1 órában foglalkoztak számtannal.

A II. Ratio Educationis ugyanúgy, mint az I., három iskolatípust határozott meg, és kötelezően előírta a 6–12 éves gyermekeknek az iskolalátogatást. Megnövelték a heti tanítási órák számát.

- A nagyvárosi iskolában három tanító tanít egy-egy osztályban. Az 1. osztályban heti 22, a 2. és a 3. osztályokban heti  $22 \frac{1}{2}$  órában.
- A nagyobb mezővárosi és kisebb városi iskolákban két tanító két osztályban tanít. A tanulók heti óraszám megegyezik a nagyvárosi iskolák óraszámával.
- A falusi, kisebb mezővárosi iskolákban egy tanító egy vagy két osztályban tanít. A kezdő 1. osztályosok heti óraszám 10, a haladóké 20 óra.

A falusi gyermekek rendszeres iskolába járását nehezítette egyrészt a településszerkezet, mivel a tanyán élő gyermekek nehezen érték el a falusi iskolákat, másrészt a munkamegosztás szokásrendje, ugyanis a jobbágyi családi gazdálkodásban a család megélhetéséhez szükség volt a gyermekek munkaerejére is. A gyermekek iskoláztatása nem volt érdekük sem a földbirtokosoknak, sem a családoknak.

A II. Ratio Educationis 1. osztálytól tette kötelezővé a számtan oktatását, és meghatározta a tanítandó tananyag tartalmát:

- az 1. osztályban a számvetés elemei,
- a 2. osztályban a négy alapművelet egész és tört számokkal,
- a 3. osztályban arány, mérték és pénznemek,
- a 4. osztály (két évig tartott) első évében „Arányok, viszonyok, kamatszámítás”, a második évében kereskedelmi, üzleti számolás volt a követelmény.

Az első két év befejezésének követelménye, hogy „az ifjak már a népiskolában legalább az első négy, egész számokkal való egyszerű művelettel eléggé megbarátkoznak”. (II. Ratio Educationis 1806)

#### A protestáns tanrendszeri törekvések

1806-ban jelent meg Schedius Lajos János (1768–1847) tollából *Systema rei scholasticae evangelicorum Aug. conf. in Hungaria* címen az evangélikusok első tanrendszere (Barkó 1992). Schedius figyelembe veszi a II. Ratio Educationis elgondolásait, megtartja a tananyagbeosztást, de a falusi elemi iskolák időtartamát három évre növeli, a tanítás feladatait egy vagy két tanító látja el. A tanrendszert csak egyes iskolákban vezették be, nem volt kötelező ereje az iskolák anyagi helyzete, valamint a fenntartók miatt. 1842-ben új tervezetet fogadtak el és lassú bevezetéséről döntöttek, de a bevezetés elmaradt az 1848-as események miatt.

A reformátusok 1807-ben adták ki Budai Ézsaiás (1766–1841) bölcsélet- és hittudós, történész, református püspök munkáját, az *Álmosdi* vagy másik nevén *Debreceni Ratiót*, a

*Ratio Institutionis*-t, amelyet irányadónak tekintettek. Nem volt lényegi különbség a különböző egyházkerületek tantervei között. A *Ratio Institutionis* 15 osztályos iskolát tervezett, az elemi szintet négy osztályra, de nem kötötte egy évhez egy-egy osztály elvégzését. A két új osztályban, a harmadikban és a negyedikben tanítottak számtant és mértékeket „a köznapi élet szükségleteinek szolgálatára”. A *Ratio Institutionis* nem vált általánossá (Mészáros 1968).

#### Németesítési törekvések és hatásuk a számtan tanítására

Az 1845-ben kiadott és 1868-ig érvényben lévő *Magyarország elemi tanodái szabályai* alapján szervezték a népoktatást. A népiskolákat öt osztályossá szervezték. Az alsó elemi iskolát, az első két évet kötelezővé tették a 6–12 éves gyermekek számára. A felső elemi iskola is kétosztályos, de három évfolyamos, mert a 2. osztályt két évre tervezték. Az első év után lehetett gimnáziumba menni, a 2. osztály két éve az iparosnak készülő gyermekek számára létesült, hasonlóan az 1806-os *Ratio Educationis* rendelkezéseéhez.

Az ilyen öt évfolyamos iskola csak a nagyobb településeken működött „elemi főtanoda” vagy „főelemi tanoda” néven. 1847-től csak az „elemi tanoda”, „elemi iskola” elnevezést lehetett használni. Az Eötvös első minisztersége alatt megjelent törvényjavaslat az elemi oktatásról szintén az „elemi iskola” megnevezést használja.

Az 1848-as forradalom leverése utáni bécsi törekvések, a polgári jellegű átalakítások, a németesítés stb. hatottak a közoktatásra is. 1849-ben kimondták, hogy a közoktatást az ausztriai alapján átszervezik (VKM 1849). Az 1855–56-os tanévben életbe lépett az elemi népoktatásra vonatkozó rendelet, miszerint az iskolakötelezettség ugyanúgy, mint eddig, 6–12 éves korig tart, az iskolákat ugyanúgy, mint eddig, al- vagy alsó- és fő- elemi iskolákra osztották. 1855-től az alelemi iskolák két- vagy háromosztályosak, a főelemi iskola négyosztályos. A kötelező óraszám heti 20–24 óra. 1858-tól háromféle elemi iskola működött. A reáliskolával összekapcsolt főelemi, a reáliskola nélküli négy osztállyal és négy tanítóval működő iskola, és az alelemi iskola, amelyben egy, két vagy három tanító tanít az összevont osztályokban. (Makó 1780, Mészáros 1991) Egy osztályteremben maximum 100 gyerek tanulhatott. A főelemi iskolákban a számvetés tananyaga:

- az 1. osztályban számlálás 1–100-ig,
- a 2. és a 3. osztályban a négy alapművelet fejben és jegyekkel (írásban), valamint a törtek,
- a 4. osztályban a törtek és arányok.

1857-ben a reformátusok elfogadták Árvay József tantervét, melyhez számos új tankönyv is kapcsolódott (Kiss 1881).

A politikai és gazdasági kudarcok következtében a központi irányítás gyengült, az oktatásügy nem lendült fel. 1861-62-ben számos község bezárta iskoláját, 1863 tavaszán több mint százezerrel kevesebb gyerek járt iskolába, mint 1859-ben (Pukánszky–Németh 2001).

Felkai László Eötvösről szóló monográfiájában megemlíti a kortárs, Schwarz Gyula kritikájának adatait, mely szerint 1869 és 1880 között Magyarországon a népoktatásra körülbelül annyit fordítottak, mint az adózás ellenőrzésére. Kétszer-háromszor annyit költöttek évente az állami utak karbantartására, illetve a fegyintézetek fenntartására, mint a népoktatásra, és a császári udvartartás költsége a duplájára rúgott, mint az iskoláztatásé. A hadseregre pedig – csakúgy, mint napjaink legtöbb államában is – aránytalanul több jutott. Schwarz szerint több fehér kréta fogy a katonák fehér posztó egyenruhájának tisztogatására, mint az iskolákban, és a katonai egyenruhák fehér zsinórjának árából fenntartható lenne egy tanítóképezde (Ambrus Attiláné Kéri 1999).

Lassú, javuló irányú változás majd csak az Eötvös-féle népoktatási törvény, az 1868. évi 38. tc. kibocsátását követően történik az oktatás terén.



### 2. 2. 2. Az elemiszámтан-tanítás módszerei a XIX. században

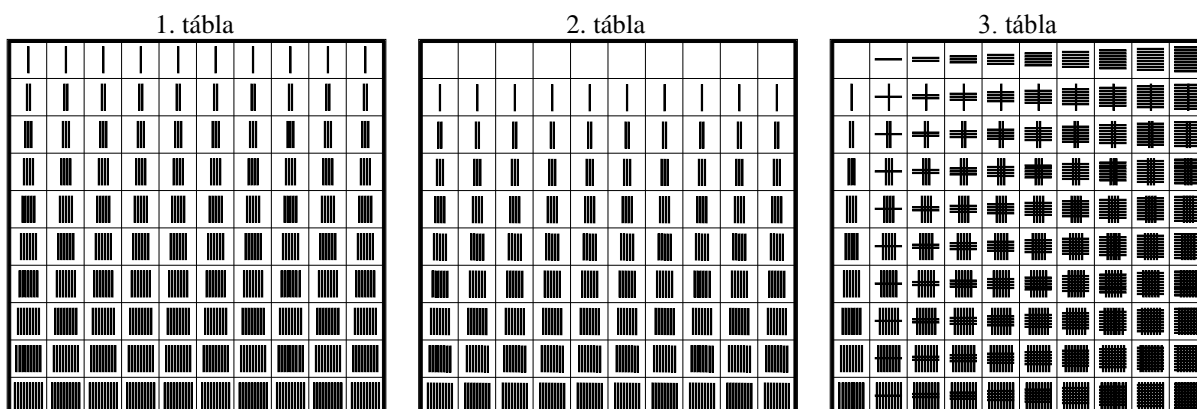
A XIX. században az elemiszámtan-tananyag kiválasztását csaknem befejezettnek tekintették. A módszertan körül azonban heves viták folytak; négy alapelv küzdött egymással.

- A szemléleten alapuló számfogalom alakítása.
- A számok minden oldalú vizsgálatán alapuló számfogalom alakítása.
- A számláláson és soralkotáson alapuló számfogalom alakítása.
- A számbeli viszonyok feldolgozásán alapuló számfogalom alakítása. (Beke 1911)

a) A szemléleten alapuló számfogalom alakítása

Pestalozzi (1746–1827) 1780-ban megnyitotta saját intézetét, amely 20 tanítóval és 150 diákjával módszertani központtá vált. 1801-ben jelent meg legfontosabb elméleti-pedagógiai munkája *Hogyan tanítja Gertrúd gyermekeit* címen. Pedagógiai alapelve, hogy szemléleten kell alapulnia az ismeretszerzésnek. Szerinte három tényező teszi világossá, biztossá az ismeretet: a szó, az alak és a szám (Pestalozzi 1959). Ő is felismerte hogy a számtan tanítása alkalmas az értelmi fejlesztésre. Elítélte a szabályok, algoritmusok bemagolásán alapuló oktatást. A számolás addigi oktatásában a számjegy volt a legfontosabb eleme az oktatásnak. Pestalozzi magát a számot helyezte a tanítása középpontjába. Arra törekedett, hogy a szemléletből alakuljon ki a számképzet és a velük kapcsolatos műveletek (Beke 1900). Ma ezt úgy mondanánk, hogy arra törekedett, hogy a számfogalom és műveletfogalom beépüljön a gyermek már meglévő ismereteibe. Mai szemmel nézve, elfogadott elvei ellenére, egyetértek Bekével, (1900) aki szerint Pestalozzi számtanoktatása tökéletesen elhibázott volt.

Három táblán gyakoroltatta be a műveleteket fejben számolással.



6. ábra.  
Pestalozzi számtáblázatai

Az elsőt a pozitív egész számokkal végeztette el a négy alpműveletet, a másodikon a pozitív törtek összeadását, kivonását, a harmadikon a pozitív törtek szorzását, osztását gyakoroltatta. Például sorozatban kellett a következő feladathoz hasonlókat megoldaniuk a tanulóknak: „17 félben hányszor van meg a 7 fél?” A válasz: „17 fél 2-szer 7 fél és 3-szor a 7 felének hetedrésze”. 17280 ilyen típusú feladata volt (Pestalozzi 1959). A formalizmusnál még nagyobb tévedése, hogy mellőzte a 10-es számrendszeres írásmódot (Beke 1911).

Pestalozzi intézete világméretű visszhangot váltott ki. Hatása a saját korában főleg angolszász nyelvterületen, később, a XIX–XX. századi reformmozgalmakban is kimutatható. Mindezek ellenére – szerencsére – a tanítók között alig akadt olyan, aki a számolással kapcsolatos módszereit egy az egyben átvette. Követőinek tekinthetjük Tillichet, Türköt, Kaweraut, Diesterweget (Barnard 1857), a magyarok közül például Fekete Jánost és Talyga Istvánt (Beke 1911).

Ernst Gotthelf Tillich (1780–1867) dessauai tanár intézetében a számtan tanítása során visszavette a 10-es számrendszeres írásmódot, a sorozatok alkotását. Azt tartotta, hogy a 10-es számkörben biztosan be kell gyakoroltatni az összeadást és a kivonást, majd ezt kiterjeszteni a nagyobb számokra. Ma ezt úgy mondanánk, hogy így fejlesztette az analóg gondolkodást. A 100-as számkörben pedig a szorzást és az osztást gyakoroltatta. A sorozatok alkotását a számok sorában való tájékozódás eszközeként tartotta. A számképek helyett tárgyakat, terményeket – babot, borsót – használt. Átalakította Pestalozzi tábláit. Gyakoroltatta az írásbeli számolást. (Smith 1903)

A porosz Karl Christian Wilhelm von Türk (1774–1846) ügyvéd, pedagógus. Pestalozzi mintájára árvaházat hozott létre, ezért hivatkoznak rá berlini Pestalozzi néven. Türk a gondolkodtatva számolni elvet vallja, és hangoztatja a számolás gyakorlati hasznát. Témák szerint csoportosítja a feladatokat könyvének utolsó részében. (Beke 1911)

Kawerau 1818-ban megjelent számolókönyvét tanítójelölteknek szánta. Abban tért el Pestalozsi tanaitól, hogy az írásbeli számolás fontosságát a fejszámolás szintjére emelte. Téma szerint csoportosította a feladatokat, amelyek nagy része kapcsolódott a mindennapi élethez. (Beke 1911)

Fekete Jánost (1810–1892) 1848-ban Kossuth számtisztté nevezte ki, 1848 után volt gazdatiszt, mérnök, törvényszéki kiadó, árvagyám, majd 1868 után újra számtiszt. Fekete számos elemi számtankönyvet jelentetett meg. Főleg Emmerson amerikai számolókönyvét fordította magyarra, és alkalmazta a magyar viszonyokra. Például: *A Gyors számító. A szóval számítás tanításának módja gyermeki értelemhez alkalmazott egyszerű példákban és szabályok szerint.* (Bécs, 1843). A könyvön nem szerepel Fekete neve, de feltételezik, hogy az ő munkája (Fehér 1995; Simon-Szabó 2007). *A Képes számkönyv. Emerson kézikönyve után saját nézeteivel 6–10 éves kisdedeink számára* (Bécs, 1844). Ebben a könyvben a példákat már képekkel szemlélteti. A tankönyv felépítése: A számlálással kezd, majd a négy alpműveket következik. A sorrend összeadás, kivonás, szorzás (többszörözés) osztás (elosztás), majd ezt a számolás különféle pénzekkel és mértékekkel rész követi. *A Kis számító, a képes számkönyvet áttanulta gyermekek számára Emerson rendszere után* (Bécs, 1845). A tankönyv a négy alpművelet, az összeadás, kivonás, sokszorozás, elosztás, gyakorlására való feladatokat tartalmaz. *A Képes törtek a Képes számkönyvet és Kis számítót áttanult gyermekek számára Emerson rendszere után* (Bécs, 1845). A tankönyv csak feladatokat tartalmaz, a bevezetés után a törtekkel foglalkozik.

Lesnyánszky András (1795–1859) római katolikus lelkész, pedagógus *Didaktika és methodika, avagy a' tanításnak közönséges tudománya* című könyvében Weinkopf és Pöhlmann munkáira támaszkodva összefoglalja a számvetésre vonatkozó alapelveket:

- A számvetés a memória és az értelmi fejlesztés eszköze.
- A fejszámolás és az írásbeli számolás azonos fontosságú.
- A fokozatosság betartásának elve.
- A motiváció elve, azaz „A számvetést érdekessé kell tenni”.
- Az ismeretek gyakorlati alkalmazásának elve: „A tanulás eredménye legyen hasznos.” (Lesnyánszky 1832).

Talyga István tanár volt a komáromi református kollégiumban. 1827-ben Számolókönyvet jelentetett meg Pestalozsi szellemében.

Adolf Frigyes Vilmos Diesterweg (1790–1866) német pedagógus, tanító volt 1812-től Wormsban, 1813-tól Frankfurtban, 1817-től Elberfeldben, 1820-tól a meursi tanítóképző intézet vezetője. 1832-től a berlini tanítóképző intézet igazgatója lett. Szabadelvű nézetei miatt IV. Frigyes Vilmos kormánya 1849-ben elbocsátotta az állam szolgálatból. Diesterwegnek a nevelés alapkérdéseiről alkotott koncepciója talaja lett a XX. századi reformpedagógiának. A nevelés céljának az ész által önmagát kormányzó, erkölcsileg szabad,

autonóm személyiséget tekint. Ehhez azonban csakis az öntevékenységen keresztül juthatunk el. Mint írja: „Embernek lenni annyit tesz, mint öntevékenynek lenni.” (Diesterweg 1900).

Didaktikai alapelvei mellett megalkotja a számolás tanítására metodikai szabályrendszerét:

- Meghatározza az ismeretszerzés útját, amely: a tárgy kifejtése – felfogása – gyakorlása – alkalmazása,
- Kimondja, hogy a szemlélet vezet a helyes felfogáshoz.
- Példákon keresztül kell eljutni a törvényszerűségek megállapításához.
- Az új ismeretet be kell építeni a már meglévő régebbi ismeretek rendszerébe.
- A tanulásra fordított időt a gyermek előmenetelének függvényében kell meghatározni.
- Az „elvon” számolást, a számfeladatokat ugyanolyan fontosnak tartja, mint a gyakorlati alkalmazást.
- Össze kell kötni a számjegyek ismeretét az alkalmazással.
- A mértékegységek ismerete, a pénzhasználat is a számolástanítás tárgya.
- Előtérbe kell helyezni a pontos, világos ismereteket, az értelmes tanulást a bemagolt szabályokkal szemben.
- A tanulóknak maguknak is feladatokat kell alkotni.

A számtanoktatásban megszüntette a fejszámolás és az írásbeli számolás közti ellentétet. A természetesség elvének követőjeként azt vallotta, hogy csak a mindennapi élethez kapcsolódó feladatokkal kell foglalkozni, de úgy, hogy azt „egyszerű paraszti ésszel” mindenki megértse (Smith 1903).

A manapság is elfogadható elvek ellenére tankönyvében nem tartja be a fokozatosság elvét. Például már az első órában megismerteti a számokat 1–10-ig, majd rögtön 100-ra, 1000-re bővíti a számkört, minden tagolás nélkül. Sérül a szemléletesség elve is, amikor a 100-as számkörben csak az összeadást és a kivonást gyakoroltatja. A szorzást, osztást csak az 1000-es számkörben szerepelteti. Ezzel együtt az alkalmazáshoz kapcsolódó elvek is sérülnek, így a „természetesség elve”, mert például a gyakorlati feladatok csak az ezres számkörben kerülhetnek elő.

Diesterweggel azonos nézeteket vallott a magyar Edvi Illés Pál (1793–1871), aki egyházi író, költő és evangélikus esperes volt. 1835-ben a Tudományos Akadémia Filozófiai Osztálya tagjai sorába választotta. 1833-ben elnyerte az Akadémia elemi tanítói kézikönyv megírására kiírt pályázatának első díját az *Első oktatásra szolgáló kézikönyv, vagyis a legszükségesebb tudományok özszvesége, vallási különbség nélkül minden néptanítók s tanulók számára...* című munkájával (Magyar Természettudományi Társulat 1837). A kézikönyv megjelent 1837-ben, 1838-ban bővített kiadásban és 1839-ben három kötetben.

Nagy Károly (1797–1868) a Magyar Tudós Társaság levelező (1832), majd rendes tagja (1836), két alapfokú matematikai-tankönyvet írt. A *Kis számító* 1837-ben és *A kis geometria* 1838-ban jelent meg. A *Kis számító* előszavában a „szorgalmas kis tanulónak” leírja a tankönyv célját „... itt csak az út van kijelölve, melyen indulnia kell és a cél, a mire törekedjék.” A tankönyvecske 10 beszélgetésből áll. Magyarázataiban figyelembe veszi a gyermek életkori sajátosságait, feladatai a valóságos problémákhoz kapcsolja. A tankönyv felépítése: Az első rész a Mennyiség és szám, majd példákon keresztül mutatja be a természetes számokat, a kisebbítést (kivonást) az ismételt összevonást (azonos tagok összege), mint a szorzás előkészítését, majd a sokszorozást (szorzást). Ezt követi az osztás előkészítése az ismételt levonás, majd az osztás. Foglalkozik a maradékos osztással Osztási maradványok címszó alatt. Példákkal bevezeti a tizedestörteket. Az utolsó részben a kamatszámítással foglalkozik.

Nagy nem elemi szintű matematika tárgyú könyvei az *Arithmetika* (1836), *Számírás különös jegyekkel* (1835) és az *Elemi algebra, Számírás közönséges jegyekkel* (1837).

Az *Arithmetikát* 1836 szeptemberében a Tudós Társaság 200 arany nagyjutalomban részesítette, ugyanakkor Bolyai Farkas *Tentamenjét*, amelynek függeléke Bolyai János *Appendixe* (1832. Marosvásárhely), nem! Bolyai Farkas 1836-ban írja Gaussnak: „A matematika itt senkinek sem kell, tanítványaim közül csak kevésnek van róla helyes fogalma. Művemet makulaturaként használom, csomagolásra és más effélére; kitűnő hasznát veszem az itt nemrég (1836) dühöngött kolera idején; egy hónapig én is beteg voltam. [...] Jele annak, hogy miként áll nálunk a matematika ügye a következő: a Tudós Társaság mostanában kétszáz arannyal jutalmazott egy magyar nyelven kiadott, az aritmetika és algebra elemeiről szóló munkát (szerzője Nagy Károly) bár e műnek nincs más érdeme mint az, hogy szépen és pontosan nyomtatták Bécsben. A legcsekélyebb eredetiség és minden elmeél híjával, semmi sincs benne tisztázva, a szigorúságnak még a szikrája is hiányzik belőle, tartalma kevés; elleneztem, hogy belőle tanuljon egy leendő matematikus. Egyetlen jó műszó sincsen benne, mindent szolgálilag lefordít. És mégis örvendek neki, mert már lépés az első lépcsőfokra: egy évszázad s az elsőből ezredik lesz (vagy legalábbis lehet).” (Idézi: Dávid 1979:223)

Brassai Sámuel (1800–1897) 1887-ben az Akadémia tiszteletbeli tagjává választotta. Jókai írta róla: „Látod, tisztelt publikum, ezt a szép hőszinű szakállat és hőszin hajfürtöket? No, hát tudd meg, hogy ennek minden szála külön tudományban őszült meg.” (Jókai 1865). Brassai angol minta alapján készítette a *Számító Socrates* című könyvét (1843). Nagy súlyt fektet a tapasztalatra és abból kiindulva az általánosításra. A számfeladatok helyett az alkalmazó feladatokat helyezi előtérbe. A fejszámolást és az írásbeli számítást azonosan fontosnak tartja. A témához kapcsolódó egyéb könyvei: *A kisdedek számvetése angol mintára*<sup>1</sup>, az *Algebrai gyakorlat-könyv. I. rész, Algebrai műveletek és fogások*<sup>2</sup>, valamint az *Algebrai gyakorlat-könyv kulcsa*, melyben a példák megfejtéseit világosító és utasító észrevételek kísérik.

b) A számok minden oldalú vizsgálatán alapuló számfogalom alakítása.

Ez idáig a számtantananyagot a műveletek szerint csoportosították. Előbb tanították az összeadást a számlálással, majd a kivonást, utána a szorzást, majd az osztást. A gyakorló feladatok megoldásában gondolkodás nélkül, mindig ugyanazt a műveletet kellett alkalmazni.

August Wilhelm Grube (1816–1884), aki tanulmányainak élő német pedagógus, 1836-tól két évig a merseburgi polgáriskolában volt tanító, majd házi tanító. Grube szakított az előbb említett metodikai szemlélettel 1842-ben megjelent *Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule* (Grube 1842) című munkájában. Egy-egy szám megismertetését két részből építette föl. A tiszta szám részben leszámoltatta a számot, majd az adott számkörben elvégezte a 4 alpműveletet. A 3-as számkörben például következőket:

Mérés 1-gyel	Mérés 2-vel
$1 + 1 + 1 = 3,$	$2 + 1 = 3, \quad 1 + 2 = 3,$
$3 \times 1 = 3,$	$1 \times 2 + 1 = 3,$
$3 - 1 - 1 = 1,$	$3 - 2 = 1, \quad 3 - 1 = 2,$
$3 : 1 = 3$	$3 : 2 = 1$ (maradék az 1)

Már tudatosan gondot fordított a műveleti tulajdonságok begyakoroltatására: az összeadás – kivonás és a szorzás – osztás inverzitására, az összeadás és a szorzás kommutativitására. A számfeladatok mellett példamondatokat és szöveges feladatokat is írt. Például:

A 3 1-gyel több, mint a 2, 2-vel több, mint az 1.

<sup>1</sup> 1842, Kolozsvár. 125 p., 2. kiad. 1855, 5. kiad. 1892.

<sup>2</sup> 1853, Pest. 134 p

Mennyi  $3 - 1 - 1 + 2$  osztva 1-gyel?

Melyik az a szám, amelyikből ha elveszed 1-nek a kétszeresét, még egy marad?

Melyik számot vettem háromszor, hogy 3-at kaptam? Stb.

Az alkalmazott szám részben, mint a címben is benne van, a tanult számkörben szöveges feladatokat találunk. Például:

„Annát elküldi az anyja, hogy hozzon 1 lat cukrot, amely 2 fillérbe kerül és ad neki egy hármast. Mennyit kell visszahoznia?”

„Berta talált 3 szál ibolyát. Hogyan ossza el anyja és apja között?”

Ennek a feladatnak 4 megoldása van, ha a 0 is lehet megoldás. A tankönyvből nem derül ki, hogyan várták el a feladat megoldását, de ha feltételezzük, hogy az összes megoldást megkeresték, akkor ezt a feladatot a realiztikus feladatok csoportjába sorolhatjuk.

Grube ezekkel a feladatokkal a figyelmet, az észlelést és a tanulók munkakedvét akarta fejleszteni. A könyv korszakalkotó volt. Az ez után megjelenő könyvekben a mai napig valamilyen mértékben fel lehet fedezni Grube gondolatait. A számok ilyen „individuális tárgyalása” ma is teljesen elfogadott 10-es vagy 20-as számkörben, de nem lehet egyetérteni azzal, hogy a 100-as számkörben is pontosan ugyanígy építi fel a számokat. Grube a számolástanítás céljának a szám ismeretét tekintette, amivel már az ő korában is többen nem értettek egyet, mint például Tanck és Knilling. Merevnek, feleslegesnek, károsnak minősítették. A számok ilyen tárgyalása nem cél, de eszköz lehet a számolási képesség fejlesztésének, a műveleti tulajdonságok megismerésének, alkalmazásának. Módszere ugyanúgy túlzásokba csapott, mint Pestalozzi módszere. (Beke 1900)

c) A számvetés alapelve a számlálás és soralkotás.

Grube módszerével Tanck és Knilling nem értett egyet. 1884-ben már hangoztatták, hogy a számítást a számolásnak kell megelőznie. A számolási jártasság kialakulásához sok számolási gyakorlatra van szükség. Ezt a jártasságot meg lehet szerezni sorozatok alkotásával, számlálással kettesével, hármassal stb. növekvő és/vagy csökkenő sorban. Ezt az eljárást már alkalmazta Busse, Tillick, Desterweig, de ők eszköznek tekintették, és nem alapelvnek (Fink 1900).

A számlálás és sorozatalkotás alapelve nem tekinthetjük a számtantanítás új metodikai alapelveként, csupán egy hangsúly eltolódásának. Fontossága abban állt, hogy tudatosodott, a számfogalom csupán a szemlélettel nem alakítható ki, nem keletkezik magától. Nagyobb számkörben nem a szemléletre alapozva végezzük a műveletek tanítását, hanem az analóg gondolkodásra alapozva.

d) A számvetés alapelve a tanulók ismeretkörébe eső számbeli viszonyok feldolgozása.

Türk és Kawerau kivételével a számolásmetodikusok még hosszú ideig nem tekintették feladatnak a gyakorlati alkalmazást. Sokáig csak a számítás begyakorolásának eszközei voltak a mindennapi élethez kapcsolódó feladatok. Ahogy az iskoláztatás elterjedt, úgy fordult az oktatás is a gyakorlati élet felé. A népiskolai oktatásnak egyik fő célja volt, hogy alkalmazható tudásra tegyenek szert a tanulók.

Wilhelm Friedrich Eisenlohr (1799–1872) a heidelbergi egyetemen matematikát, fizikát tanult, Mannheimben matematikát és fizikát tanított, majd 1840-től a Karlsruhei Intézet professzora. Elsősorban optikai vizsgálataival vált közzismertté. Eisenlohr 1854-ben az oktatásban az alkalmazás fontosságát elemzi.

Goltsch és Theel 1859-ben kiadott könyvükben a számtantanítás feladatának tekintik a számok és „számbeli viszonyok” oktatását, mint már előtte többen, de feladata az is „hogy a

gyermeket azokról a tárgyról és tárgybeli viszonyokról tájékoztassa, amelyekre az életben a számokat és számbéli viszonyokat tényleg alkalmazzák.” (Idézi: Beke 1900). A könyv feladatai a mérés – idő, tömeg, hosszúság stb. –, vásárlással – vagyonszerzés, eladás, vétel –, bérlettel – bér, bérleti díj, kamat –, közösséggel kapcsolatos problémákkal, keverési feladatokkal és területméréssel is foglalkoznak. Az ezt az elvet követő szerzők is elfeledtek a számfeladatokkal való gyakorlásról. Nem építettek a gyermekek meglévő képességeire. A könyvek nyelve gyakran nehezen érthető, bőbeszédű, lényegét elfedő volt. Ezért történhetett, hogy ez a módszer teljes egészében nem terjedt el, de részeiben építőköve lett a következő korszak elemi számtan oktatásának. A tankönyvszerzők külön-külön követték valamelyik elvet, de még nem gondoltak az elvek egységes alkalmazására

Johann Friedrich Herbart (1776–1841) német filozófus és pedagógus volt. Pedagógiai nézeteit az *Allgemeine Pädagogik aus dem Zweck der Erziehung abgeleitet*<sup>3</sup> és az *Umriss pädagogischer Vorlesungen*<sup>4</sup> című munkáiban adta közre. Herbart elvei elterjedtek a XIX. század közepétől, amelyek hatására az ismeretek alkalmazhatósága, világos, rendszeres tárgyalása elengedhetetlenné vált. Ez idáig a legfőbb kérdés az volt, hogy mi képezze a tananyag tárgyát (mit tanítsunk) a különböző évfolyamokon. Mostantól az is fontossá vált, hogy milyen módon. A Grube által megteremtett tantárgyon belüli koncentráció egyre inkább terjedt a Herbart-féle alkalmazhatóságra törekvés hatására.

Cowham 1897-ben Angliában megjelent *New school methode* című tanítói kézikönyvében kifejti, hogy a számtantantási feladatok kapcsán a piaci, üzleti viszonyokkal is foglalkoztak. Ezt ki lehetne terjeszteni az egyéb tudományokra, mint a történelemre és a természetismereti tárgyra. A számolás elszigetelődése helyett ő a tantárgyak közötti koncentrációt is javasolja. Az 1. osztályos tananyagot a mesék: a Hamupipőke, a Piroska és a farkas stb. köré csoportosította. A 2. osztályban Robinson történetéhez, a további osztályokban a bibliához gondolta kapcsolni a számtani műveleteket (Cowham 1894). Cowham és követői megint csak túlzásokba estek, a történetek fontosabbak lettek a matematikai összefüggéseknél, de ezt érezték is, mert hangsúlyozták, hogy a számtanoktatásban a tananyag „rendszeres, hézag nélküli” felépítését tartják elsődlegesnek.

„... Mindegyik magába véve helyes és szükséges; de a számtani oktatás hibás, ha vaskövetkezetességgel akarjuk egyik elvet megvalósítani; az egyedüli helyes eljárás abban van, hogy az elvek mindegyikének a kellő helyen és módon érvényt szerzünk. ...”, írja Beke Manó az előzőekben ismertetett alapelvekről az 1911-ben megjelent Vezérkönyv a népiskolai számtan oktatáshoz című könyvében (Beke 1911).

Fontosnak tartom megjegyezni, hogy Beke Manó (1862–1946) magyar matematikus a budapesti egyetem tanára, a hazai matematikai oktatás egyik megreformálója, akadémikus. 1897-ben átdolgozta König Gyula középiskolai matematika-tankönyvét. 1906-ban kezdeményezésére alakult meg a Matematikai Reformbizottság, amelynek elnöki tisztét látta el. A Tanácsköztársaság bukása után megfosztották katedrájától és nyugdíjazták. Jelentősek a differenciálegyenletek elméletében elért eredményei (Visontay 1997–2011).

---

<sup>3</sup> Általános pedagógia a nevelés céljából levezetve. 1806, Düsseldorf

<sup>4</sup> Pedagógiai előadások vázlata. 1835, Düsseldorf

## 2. 3. Az 1883-tól 2010-ig terjedő időintervallumban kiválasztott tankönyvek vizsgálatának bemutatása

### 2. 3. 1. Az vizsgálandó tankönyvek kiválasztása

A XIX-XX. század fordulójától, 1880-tól napjainkig vizsgáltam az alsó tagozatos korosztálynak szóló tankönyveket. Az 1880-tól 1945-ig terjedő időszakban számos népiskolai tankönyv jelent meg. 1945-től az 1990-es évek végéig – a kísérleti tankönyvektől eltekintve – egy időszakban egy-egy tankönyvet használtak egy-egy iskolatípus egy-egy évfolyamán. Majd mikor újra lehetőség nyílt a szabad tankönyvválasztásra, a tankönyvek is megszorodtak. A tankönyvek kiválasztásához az OPKM adatbázisát használtam (Hegedős–Tóthpál–Kálmán 1985). A vizsgálatba kizárólag tankönyvcsaládokat vontam be. Tankönyvcsaládnak azokat a tankönyveket tekintettem, amelyek vagy

- ugyanattól a szerzőtől (szerzőktől) átfogják a tananyagot az 1–4. osztályig, vagy
- a különböző évfolyamokon ugyanazon a címen jelentek meg, vagy
- a címekből következtetni lehet az összetartozásra.

Azért döntöttem a tankönyvcsaládok mellett, mert a későbbi vizsgálatokban így nem csak horizontálisan – egy évfolyamon belül –, hanem vertikálisan – az egymást követő évfolyamok alapján – is képet kaphatok a tananyag felépüléséről. Kizártam a csupán egy-egy évfolyamra íródott tankönyveket, a példatárakat és egyéb segédfüzeteket. A hat-, illetve nyolcosztályos iskolák magasabb évfolyamai – 5., 6., stb. osztály – számára készült tankönyveket sem vettem be a vizsgálat körébe, mert ezek már túlmutatnak a mai alsó tagozatos korosztályon.

A XIX-XX. század fordulójától napjainkig ívelő időszakot öt korszakra bontva, korszakonként maximum 5 tankönyvcsaládot választottam ki, amelyek átfogják az adott időszakot. Ezen túl a kiválasztás véletlenszerű volt.

Az 1. korszakból, a XIX-XX. század fordulójának időszakából Császár Károly (1883), Szirmai József (1893), Schultz Imre (1899), Beke Manó (1897–1903), Több székesfővárosi tanító<sup>1</sup> (1904–06) 2–4. osztályos tankönyveinek számomra elérhető legkorábbi kiadású példányait vizsgáltam.

A 2. korszakból, a két világháború közötti időszakból Ambros József–Köpeczky Ferenc (1921), Földes Károly (1924), Sziklás Adolf–Walter Károly (1925?), a 4. osztályban Kiss József–Walter Károly (1926), Ligárth Mihály (1930), Több székesfővárosi tanító (1933) 2–4. osztályosok számára, több esetben átdolgozott, 1930 körüli kiadású tankönyveit vizsgáltam. Az 1. és 2. korszakból kiválasztott tankönyvekre az első szerző nevével hivatkozom.

A 3. korszakból, az iskolarendszer átformálásának időszakából (1947–1950) vizsgáltam az Első könyvünk (1948, 1951), Második könyvünk (1947), Harmadik könyvünk (1947), Negyedik könyvünk (1947) falusi, városi, Nagy-Budapesti köteteit. Az 1. osztályosok számára 1951-ben megjelent, már az általános iskola tanulói számára íródott Első könyvünk matematika fejezetét Varga Tamás az előzőtől eltérő koncepcióban dolgozta ki. Ezeknek a tankönyveknek a szerzői fejezetenként, kötetenként és évfolyamonként is lehetnek különbözőek. Itt nem a szerző, hanem a cím alapján tekintem tankönyvcsaládnak az elemzett tankönyveket.

A 4. korszakot az egytankönyvűség jellemzi. Ezt a korszakot három időszakra tagoltam. Az első időszak az 1962-es tanterv előtti, a második az 1962-es és 1978-as tanterv közötti és a harmadik az 1978-tól 1990-ig tartó időszak. Az első két időszakból, amennyiben nem

---

<sup>1</sup> A tankönyv szerzőjeként a „Több fő- és székfővárosi tanító” van megnevezve.

változatlan utánnomások voltak, az első és utolsó kiadású tankönyveket – változatlan utánnomás esetén értelemszerűen csak egy kiadást – elemeztem. Ezekre a tankönyvekre szintén a szerző nevével hivatkozom.

1978-tól az 1990-es évek elejéig nem tankönyvet, hanem matematika-munkalapokat használtak az alsó tagozaton. Ezeket váltották fel a 1990-es évektől a matematikai tartalmat, módszertani koncepciót megtartva a C. Neményi tankönyvek, amelyeket manapság is használhatnak az iskolákban. Ezért ezeket a tankönyveket nem külön elemzem, hanem a 2009-10-es tanévben a tankönyvlistán szereplő három legnagyobb példányszámban használt tankönyvvel együtt. Ezekre a tankönyvekre a kiadó nevével hivatkozom: NTK\_C (C. Neményi), Műszaki (Hajdu), Apáczai (Esztergályos), Mozaik (Libor). Ez az utolsó, 5. korszak. A vizsgálatnak ebbe a részébe is csak a tankönyveket vontam be, azaz a hozzájuk kapcsolódó egyéb taneszközöket (munkafüzet, feladatlap, gyakorló, felmérő feladatsorok) nem.

A 2009-10-es tankönyvlistán szereplő összes alsó tagozatos tankönyvcsalád és a hozzájuk kapcsolódó segédletek vizsgálatát a következő, 3. fejezetben tárgyalom.

### 2. 3. 2. A mérő apparátus bemutatása

A XIX-XX. század fordulójától napjainkig ívelő időszak öt korszakának összehasonlító vizsgálata több szempontra terjedt ki, ezért kategorizáltam a szempontokat. A kategória-rendszer felállításával elsődleges célom az objektív mérőeszköz előállítása, melynek segítségével elkészíthetem az elemzéshez elengedhetetlen munkatáblázatokat. A tankönyvek előzetes átolvasásával feltérképeztem, mely elemeket célszerű vizsgálnom. A kategóriák meghatározásában felhasználtam Fischerné Dárdai szempontsorát (2008). A következő négy kategóriát alkalmaztam:

1. a tematika összehasonlítása,
2. a kérdések és feladatok,
3. a pedagógiai szövegek tanulhatósága a szakszavakra korlátozva,
4. könyvészeti szempontok, az illusztrációra korlátozva.

A tematika összehasonlítása (értelemszerűen) a teljes tankönyvsorozatok vizsgálatát igényelte, míg a másik három kategória vizsgálatakor elegendőnek bizonyult csupán egy-egy témakör tankönyvi fejezeteinek összevetése.

1. A *tematika összehasonlítását* két alkategóriában, azzal a céllal végeztem, hogy feltérképezem a tankönyvek témaköreit, nyilvánvalóvá váljanak az azonos és különböző, az eltűnő és újonnan megjelenő tartalmak.

a) A témaköröket a tankönyv szintjén vizsgáltam, felmértem terjedelmüket, melyet oldalszámban mértem, majd százalékban fejeztem ki. Egyrészt azért, mert így egy tankönyvön belül a tananyag súlyára kapok mérőszámot, azaz megbecsülhető, hogy a szerző(k) mennyire tartják fontosnak az adott tananyag megjelenését. Másrészt a különböző tankönyvek tipográfiai paraméterei (tükörméret, betűtípus, sortávolság, ábrák száma és mérete) különböznek, az összehasonlításra alkalmasabb a relatív, mint az abszolút viszonyítás. A vizsgálat eredményeként kiderül, hogy mely témakörök mekkora súllyal jelentek meg, illetve melyek azok, amelyek eltűntek.

b) A *Témaköri tartalmak* részben kívántam feltárni egy-egy témakör tárgyalásának didaktikai koncepcióját, a tananyag feldolgozásának különbségeit, azonosságait a bennük található tartalmak részletezésével.

2. A *Kérdések és feladatok* kategóriában a kérdések és feladatok elemzését abból a célból végeztem, hogy feltárjam:



- a) a számfeladatok és szöveges feladatok előfordulási arányát (azért, hogy kimutatható legyen ezen feladattípusok előfordulásának változása),
- b) a számfeladatok típusainak változását,
- c) a szöveges feladatok típusainak változását.

Mivel nagy adatmennyiség áll rendelkezésemre, a klaszteres mintavétellel állítottam elő a mérési egységeket. A tankönyvek előzetes vizsgálatából látszott, hogy több mint 100 év óta az 1–4. osztályos matematikatanítás a számfogalom és a műveletfogalom megalapozását, alakítását tekinti legfontosabb feladatának, tanévről tanévre új tananyagtartalommal. Igyekeztem olyan témaköröket bevonni a vizsgálati anyagba, amelyek a megfelelő évfolyamnak szóló valamennyi tankönyvben megtalálhatók (például 1. osztályban a tízesátlépés), vagy hiányuk jellemző az adott korra. Mindegyik évfolyamon más-más témakört kellett választanom, ugyanis nem található olyan témakör, amely mindegyik tankönyvben, mind a négy évfolyamon szerepel (például a tízesátlépés csak 1. osztályban tananyag). Mindezek alapján a különböző évfolyamokon a következő témakörökhöz kapcsolódó fejezeteket választottam:

- Az 1. osztályban a tízesátlépést, de csak a harmadik korszaktól kezdve, mivel a megelőző időkben a tankönyvcsaládokhoz nem tartozott 1. osztályos tankönyv.
- A 2. osztályban a négyes szorzótábla tanításához kapcsolódó részeket választottam egységnek; amennyiben ez nem volt kellően elkülöníthető, a tankönyv tagolásától függően a számközbővítés például 30–40-ig terjedő részét.
- A 3. osztályban az írásbeli összeadáshoz kapcsolódó fejezetet vizsgáltam.
- A 4. osztályban pedig a törtek témakörét hasonlítottam össze, mindegyik évfolyamon a feladattípusok, illetve a szám- és szöveges feladatok típusai és témái tekintetében.

Első lépésként elkülönítettem a szám- és szöveges feladatokat. Számfeladatoknak azokat a feladatokat tekintettem, amelyekben számokkal és műveleti jelekkel adott algebrai kifejezést vagy egyenletet, illetve egyenlőtlenséget kell megoldani. A számfeladatok megszámlálásakor a szerző egységeire hagytam, és nem számláltam, hogy hány művelet (item) tartozik egy feladathoz. A számfeladatokat az ismeretlen helye szerinti osztályokba soroltam, majd ennek alapján kimutattam az előfordulásukat.

A nem számfeladatokat két csoportra osztottam:

- a) a csupán tárgyi manipulációt kívánó feladatok – ezt a típust ezen kutatás keretein belül nem vizsgálom – és
- b) az egyéb szöveggel adott feladatok. – A továbbiakban ezeket nevezem szöveges feladatoknak.

A szöveges feladatok kategorizálására öt csoportot alakítottam ki:

- a) egyszerű, egy művelettel megoldható, direkt szövegezésű feladatok – azaz a szövegben közvetlen utalás van az elvégzendő műveletre,
- b) egyszerű, egy művelettel megoldható, indirekt szövegezésű feladatok – a szövegben nincs közvetlen utalás az elvégzendő műveletre,
- c) összetett feladat – amelyben szükséges a mértékegység átváltása,
- d) összetett feladat – amelyet több művelettel lehet megoldani,
- e) összetett feladat – amely felesleges adatot is tartalmaz.

Az összetett feladatok között lehet olyan feladat is, amelyet több csoportba is be tudtam sorolni. Ezért nem kell okvetlenül megegyeznie az összes feladat számának az előzőekben említett csoportokban lévő feladatok számának összegével.

A szöveges feladatok tartalmának vizsgálatával, a feladatok témái alapján a tankönyvek látens tartalmára, illetve a tartalmak változására következtetek. A szöveges feladatok jellemző

tartalma utal a kor, a szerző gyerekképére, szemléletére, értékfelfogására stb. Az elemzett fejezet rész témaköreiben gyűjtöttem össze minden témát, és nagyobb csoportokba rendeztem.

3. A *pedagógiai szövegek tanulhatóságának* vizsgálatát is meghatározza, hogy mely elvek érvényesítésével kívánjuk a vizsgálatot elvégezni. A szakirodalomban találunk vizsgálatot például:

1. az elvárható értékek alapján: úgymint érthetőség-érdekesség arányának vizsgálata a tartalmi egységek logikus építkezése alapján, vagy a tanulók szintjének megfelel-e a szöveg bonyolultsága;
2. az elvárható funkció alapján: úgymint motiválás, ismeretátadás, rendszerezés, problémafelvetés, magyarázat;
3. a szöveg tulajdonsága alapján: úgymint konkrétság – elvontság aránya, tételek – bizonyítások, magyarázatok aránya;
4. a szöveg nyelvi szerkezete alapján. (Kojanitz 2004).

Geiling a pedagógiai szövegek megértését három szinten vizsgálta: a szavak szintjén, a mondatok szintjén és a szöveg szintjén (Idézi: Kojanitz 2004).

A szavak szintjén az idegen szavak és szakszavak különös figyelmet kapnak a tankönyvanalízisek során a pedagógiai szövegek elemzésekor. Kojanitz szerint a legtöbb megértési és tanulási problémát ezek a szakszavak szokták okozni (Kojanitz 2004). A szavak szintjén a szakszavak előfordulása a szöveg érthetőségét, a tanulhatóságot nagymértékben meghatározza. Ugyanakkor megmutatja azt is, hogy a szerzők mekkora mértékben tartják fontosnak az adott fejezetben a szakszavak elsajátítását, használatát.

A matematikai szövegek lényeges különbséget mutatnak (mind a három szinten) más, irodalmi vagy tudományos szövegektől. A matematikai tartalmak kifejezésére jellemző a nagyszámú szimbólum – nevezhetjük ezt a szavak szintjének –, illetve szimbólumkombináció – mondatok szintje – használata. Ezeknek a szimbólumoknak a használata többnyire az egész világon egységes, ugyanazt a tartalmat hordozza minden, matematikával foglalkozó ember számára, függetlenül a matematikai szöveg természetes nyelvétől (Czékmán 2010). A tankönyvek előzetes vizsgálata alapján azt tapasztaltam, hogy a szimbólumok használata csekély variációt mutat, ezért szisztematikus vizsgálatukat mellőztem. Egy-egy esetben jelzem, ha a szimbólum használat eltér az átlagosan megszokottól.

Az egyes korok tankönyveinek összehasonlításakor a különböző szakszavak mennyiségét, különbözőségét kívántam mérhetővé tenni, majd kvalitatív jellemzéssel összehasonlítani.

Azokat a szavakat tekintettem szakszavaknak, melyek a köznyelvben nem használatosak, vagy a matematikában megszokott jelentésük eltér a köznyelvi jelentéstől. A kiválasztott témakörökben táblázatba gyűjtöttem az adott rész szakszavait, így nemcsak a szakszavak számát kaptam meg, hanem a szakszavak és oldalak számának arányát, az eltűnt, a megmaradt és az éppen megjelent szavak listáját is. (Egy-egy szakszó előfordulási gyakoriságát nem vizsgáltam.)

A 2009-10-es tankönyvlistán megjelent 2. osztályos tankönyvek nyelvi vizsgálatát négy kiemelt területen végeztem:

1. a mondatok felépítése, terjedelme, illetve a szerkezete,
2. a matematikai tartalom megfogalmazásának pontossága, megfelelősége,
3. három szócsoportra kiterjedő lexikai vizsgálat,
4. helyesírás és nyelvhelyesség vizsgálata. (Köves–Szegfű 2011)

A vizsgálat fontosságát megerősíti, hogy az alsó tagozatos matematika tanításában is mind a kognitív, mind a kommunikációs képességek fejlesztése alapvető feladat, amint azt a 2012-es NAT és a kerettantervek is kifejtik. Ezek alapján az anyanyelvi és a matematikai kompetenciák közös elemeiként jelennek meg mind a két területen az utalás a nyelv és a

gondolkodás kölcsönhatására, mint például az absztrakció fontosságára, az ok-okozati viszonyok felismerésére, a lényegkiemelés szükségességére, valamint a hallott és olvasott szöveg értésére, szövegalkotás fejlesztésére, az érvelés jelentőségére, a szókincs bővítésére, a szaknyelv elsajátítására is. A tankönyv nyelvhasználata egyaránt mintául szolgál a tanítónak, tanulóknak, ezért is tartom lényegesnek a matematikai tartalom, a kérdések és válaszok megfogalmazásának érthető, egzakt, a művelt köznyelv és a szaknyelv együttes érvényesítése szerinti megfogalmazását.

4. A *könyvészeti szempontok* az illusztrációkra terjednek ki, mivel az illusztrációk fontos szerepet játszanak a tanultak megértésében és megjegyzésében. Paivio (1971) kettős kódolási vagy duális kódolási elmélete szerint két információkódoló rendszerünk működik az információfeldolgozás során. Az egyikkel a vizuális, a konkrét képszerű információkat, a másikkal a verbális, az absztrakt információkat dolgozzuk fel. A különböző kódolásokat egy-egy agyféltekénk segítségével végezzük, melyek összeköttetését „információs híd”, a kérgestest (corpus callosum) biztosítja. Tipográfiai elemzést nem kívántam adni, nem vizsgáltam a tankönyvtest súlyát és kötését, a betűtípust, betűméretet, tükörméretet. A címrendszer és a szöveg tagolása, a kiemelések rendszere kiderül az 1. elemzési pontban, itt külön nem térek ki rá. A járulékos részek, mint például előszó, szerkesztői bevezető, tárgymutató, szójegyzék csak az utóbbi években jelennek meg a tankönyvekben. A vizsgált több, mint száz év időszakában általában nem jellemzőek, ezek vizsgálatát is mellőztem.

Három szempontcsoportban kívántam feltárni az illusztrációk mennyiségét, típusát, összhangját a matematikai tartalommal.

Az első szempontcsoportban vizsgáltam a szöveg és az illusztráció arányát: egyrészt a tankönyv szintjén az oldal és az illusztráció arányát, másrészt az illusztrációban a képi és szöveges elemek arányát, ahol négy osztályba sorolom az illusztrációkat:

- a) az illusztrációban nincs szöveges elem,
- b) 50%-nál kevesebb a szöveges elem,
- c) 50%-nál nem kevesebb a szöveges elem,
- d) szöveges illusztráció (ide kerül például a számokkal kitöltött táblázat).

Az illusztráció értelmezését a szöveges elem megváltoztatja. (Szélsőséges példája ennek, hogy manapság az autisztikus gyermekek kommunikációját hívóképekkel segítik.) A felosztás létjogosultságát indokolja, hogy a feladatmegoldás szempontjából nem mindegy például, hogy 1. osztályban egy vázában lévő öt virágról kell-e történetet mesélni, úgy, hogy nincs szöveg az illusztrációban, vagy egy táblázattal megadott függvényt kell értelmezni, úgy, hogy nincs egyéb illusztráció.

A 2. szempontcsoportban a matematikai tartalom és az illusztráció viszonyát vizsgáltam a problémamegoldás tekintetében, Zrinszky (2003) alapján négy osztályba sorolva az illusztrációkat:

- a) az irányított megfigyelés kategóriába nem csak a magyarázattal irányított megfigyeléseket soroltam, mint Zrinszky, hanem minden irányított tevékenységet,
- b) szemléltetésre támaszkodó magyarázat,
- c) szemléleti igazolás vagy utólagos illusztráció,
- d) motiváló illusztráció.

A 3. szempontcsoportban az illusztrációkat funkciójuk szerint négy osztályba soroltam:

- a) aktív tevékenységhez kapcsolódik, azaz cselekvéssel kísért tevékenységet kíván az illusztráció,
- b) passzív befogadás, előzetes élmények, tapasztalatok felelevenítése,
- c) a tanulási folyamatot irányítja az illusztráció, például mintaadással irányítja a tanulási tevékenységet.

d) a matematikai tartalomtól független az illusztráció.

A tankönyvek összehasonlítását a kategóriák, alkategóriák alapján elkészített tankönyvprofilok segítségével a kategóriák szerinti bontásban végeztem el. A négy kategória és alkategóriái alapján először egy-egy korszakon belül vizsgáltam a különböző tankönyveket évfolyamonként, majd egy-egy tankönyvcsaládon belül figyeltem a változást, és végül a különböző korok közti változást elemeztem.

A tankönyvvizsgálatot az összehasonlító kvalitatív és kvantitatív tankönyvelemzés módszerével végeztem. A kvantitatív adatok alapján tártam fel a bekövetkezett változásokat. A mérést oldalban – a téma oldalszámokban megadva –, darabszámban – egy egységben hány darab (például) feladat van –, az előfordulás gyakoriságában határoztam meg, és százalékos megoszlásban fejeztem ki. Az adatok megjelenítésére táblázatot, oszlopdiagramot vagy pókháló diagramot használtam. Ez utóbbit azért választottam, mert szerkezete alkalmas egy tankönyv több szempont szerinti adatainak a megjelenítésére, miközben ugyanaz a diagram alkalmas több tankönyv egy szempont szerinti összehasonlítására ugyanúgy, mint több tankönyv több szempont szerinti összehasonlítására. Tartalomelemzéssel összehasonlítottam a meghatározott kategóriák alapján a matematika-tananyagot.

## **2. 4. Új törekvések a népoktatásban, és hatásuk a matematika tanítására**

A 2. 4. fejezet bevezető részét Bálványos (2003), Cowham (1905), Czékmán (2010), Darázsi (2009), Fink (1900), Hegedős–Tóthpál–Kálmán (1985), Kardos–Kelemen (1996), Kiss Áron (1881), Kojanitz (2004), Kollega Tarsoly (1996–2000), Mészáros (1992), Pukánszky–Németh (1996), Szendrei (2005) írásai alapján állítottam össze.

### **2. 4. 1. A kiegyezés utáni változások az iskolaügyben**

A kiegyezés magával hozta a polgári fejlődést és ezzel együtt az iskolaügy korszerűsítését. Eötvös József (1813–1871) a Vallás- és Közoktatásügyi Minisztérium vezetőjeként átalakította a közoktatás egész rendszerét, első lépésként a népoktatást. A működő felekezeti iskolák mintájára építette fel a népiskolák rendszerét úgy, hogy az állam gyakorolja ezek felett a felügyeletet. Az 1868:38. tc. kimondja 6-tól 12 éves korig a tankötelezettséget. Az iskola elnevezése elemi népiskola. Két szakaszból állt: a 6 éves mindennapi és a 3 éves ismétlő osztályokból azoknak a gyermekeknek, akik nem lépnek felsőbb iskolákba. Felsőbb népiskolában a fiúknak 3, a lányoknak 2 év, illetve a polgári iskolában a fiúknak 6, a lányoknak 4 év a tanulmányi idő. A népiskolai oktatás nem ingyenes, de a szegény szülők gyermekei nem fizetnek tandíjat. A városi elemi iskolában évfolyamonként elkülönülnek az osztályok. Minden osztályban egy-egy tanító tanít. A falvakban összevont osztályokban egy tanító tanít egyszerre több évfolyamon. Az elemi számtan tananyaga nem változott, a mértant nem tették kötelezővé, de szükséges tantárgy a többtanítós iskolákban.

Pauler Tivadar (1816–1886) és Trefort Ágoston (1817–1888) folytatták a közoktatási programot. A korabeli statisztikai adatok alapján (Kiss 1881) kimutatható a fejlődés. 1869-ben az iskolaköteles korúak 48%-a járt iskolába, tíz év múlva 78%-a, ha nem vesszük figyelembe az ismétlő iskolába járókat. Az ismétlő iskolába járókkal együtt ez az arány 85%. Ugyanakkor 2201 községben nem volt iskola. Míg 1869-ben egy osztályba átlagosan 80 gyerek járt, addig 1879-ben 105 (Kiss 1881, Pukánszky–Németh 1996). Wlassics Gyula (1852–1937) a millennium tiszteletére ezer új állami népiskolát állíttatott fel. Apponyi Albert (1846–1933) 1908-ban megszavaztatta az országgyűléssel az oktatás ingyenességéről szóló törvényt. (Kardos–Kelemen 1996).

A Magyar Paedagogiai Társaság 1891-es megalakulása megteremtette a XX. századi pedagógia tudománnyá szerveződésének kereteit. A társaság célja a hazai közoktatásügy körében felmerülő elvi kérdések tudományos jellegű tárgyalása. A társaság folyóirata a Magyar Paedagogia (1892–1947), amelynek Csengei János (1856–1945) volt az alapító főszerkesztője (Mészáros 1992). A XIX-XX. századforduló környékén a neveléstudomány fő központjai a budapesti, a kolozsvári, majd 1922-től a szegedi és a debreceni egyetemen jöttek létre. Az ország ekkor egyetlen, Pesten működő egyetemén dolgozott a neveléstudományi tanszék élén Lubrich Ágost (1825–1900), aki keresztény valláserkölcsi alapon a magyar pedagógiai hagyományokat igyekezett ötvözni kora külföldi törekvéseivel. Kármán Mór (1843–1915) a herbarti pedagógia követője, Fináczy Ernő (1860–1935) a herbarti pedagógia hatására a normatív neveléstudomány képviselője. A kolozsvári, később a szegedi egyetem professzora Felméri Lajos (1840–1894), aki – *A neveléstudomány kézikönyve* (Kolozsvár, 1890) című munkájában – elutasítja a herbarti pszichológiát és pedagógiát, valamint Imre Sándor (1877–1945), akinek a neve a nemzetnevelés elméletével fonódott össze. (Pukánszky–Németh 1996) A pedagógiatudomány fejlődésével párhuzamosan az 1880-as években nemzetközi reformmozgalom indult a matematikatanítás megújítására. Magyarországon 1891-ben megalakult a Matematikai és Fizikai Társulat, a Bolyai János Matematikai Társulat elődje. A magyarországi reformmozgalom vezetője Beke Manó<sup>1</sup>. Segítette a mozgalom munkáját például Mikola Sándor<sup>2</sup>, valamint Rácz László<sup>3</sup>, Rados Gusztáv<sup>4</sup> és nem utolsósorban Arany Dániel<sup>5</sup>. A mozgalom kitért úgy a tananyag, mint az oktatási módszerek korszerűsítésére, főleg a gimnáziumi oktatásban. Rácz és Mikola a „munkáltató matematikatanítás” tananyagát és módszereit dolgozta ki (Szendrei 2005). Módszerükben arra törekedtek, hogy közvetlen tapasztalatok alapján alakuljanak ki a világos matematikai fogalmak. Módszerüket a Fasori Evangélikus Gimnáziumban vezették be. Az iskola tanítványa volt például Wigner Jenő<sup>6</sup>, Neumann János<sup>7</sup> és Harsányi János<sup>8</sup>.

#### 2. 4. 2. A első korszakból kiválasztott tankönyvek vizsgálatának bemutatása

A tankönyveket az első megjelenésük alapján időrendi sorba rendeztem. Nem mindig sikerült az első kiadást megszerezni, így ezekben az esetekben a változatlan, utánnomott példányokat vizsgáltam, ezért előfordul, hogy a tankönyvlista jegyzékében a vizsgált tankönyv kiadásának évszáma későbbi az első megjelenés évszámánál.<sup>9</sup>

<sup>1</sup> Beke Manó (1862–1946) matematikus, egyetemi tanár, az MTA levelező tagja, számos népiskolai tankönyv, vezérkönyv szerzője.

<sup>2</sup> Mikola Sándor (1871–1945) az MTA rendes tagja, a Budapesti Evangélikus Főgimnázium igazgatója.

<sup>3</sup> Rácz László (1863–1930) a Középiskolai Matematikai Lapok szerkesztője, a Budapesti Evangélikus Főgimnázium tanára.

<sup>4</sup> Rados Gusztáv (1862–1942) matematikus, az MTA tiszteleti tagja, a budapesti műegyetem rektora, az Eötvös Loránd Matematikai és Fizikai Társulat elnöke.

<sup>5</sup> Arany Dániel (1863–1945) győri matematikatanár, a Középiskolai Matematikai Lapok alapítója.

<sup>6</sup> Wigner Jenő (1902–1995) Nobel-díjas fizikus és matematikus.

<sup>7</sup> Neumann János (1903–1957) matematikus.

<sup>8</sup> Harsányi János (1920–2000) Nobel-díjas közgazdász.

<sup>9</sup> Az 1. korszakbeli tankönyvek a XIX-XX. század fordulójának időszakából. A tankönyvekre a további hivatkozását az első sorban közlöm.

Hivatkozási név	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító l
2. osztály	Császár 1883	Szirmai 1893	Schultz 1899	Beke 1903	Több 1904
3. osztály	Császár 1883	Szirmai 1893	Schultz 1899	Beke 1897	Több 1905
4. osztály	Császár 1883	Szirmai 1893	Schultz 1899	Beke 1898	Több 1906

A továbbiakban a 2. 3. fejezetben bemutatott szempontrendszer – a tematika, a kérdések és feladatok, a szakszavak, az illusztrációk – alapján elemzem a kiválasztott tankönyveket.

## 1. Tematika

### 1. a) Témakörök

A vizsgált tankönyvek mindegyikében, minden évfolyamon a pozitív racionális számok halmazán értelmezik a törteket ( $\mathbb{R}^+$ -ben) (amennyiben értelmezik), egyébként a számközbővítést és a négy alapműveletet a természetes számok halmazán ( $\mathbb{N}$ -ben).

### 2. osztály:

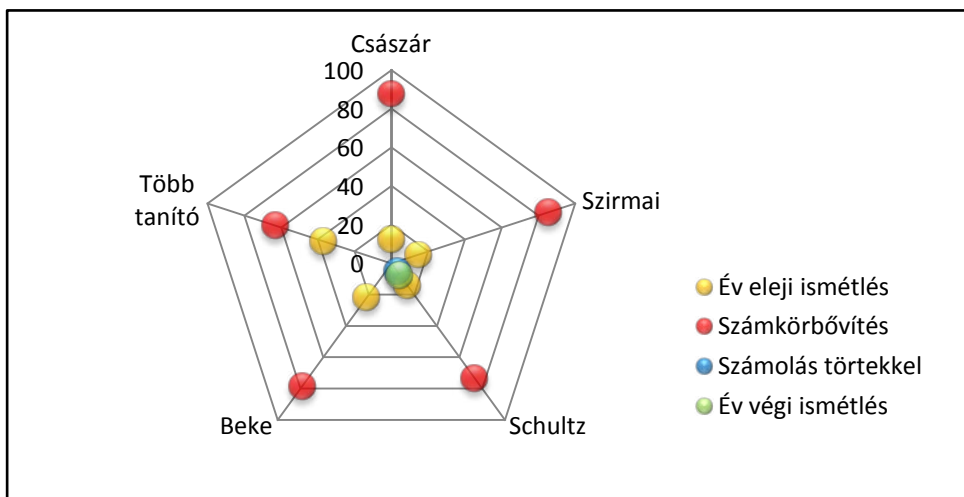
Ezen az évfolyamon a tartalom túlnyomó részét a számközbővítés 100-ig ( $\mathbb{N}$ -ben) teszi ki: a számközbővítés átlagosan a teljes terjedelem 78%-a. Ettől az értéktől legnagyobb mértékben a Több tanító (–15%) és Császár (10%) térnek el ellentétes irányban. Ugyancsak ellentétes irányban, de kisebb mértékben tér el Szirmai (7%) és Schultz (–4%). Beke az átlagos terjedelmet fordítja a témakörre.

A számkör bővítése előtt mindegyik tankönyvben megjelenik az év eleji ismétlés. Az ismétlésre fordított tananyag százalékos növekedése a számközbővítésre fordított terjedelem csökkenését vonta maga után. Az év eleji ismétlés százalékos aránya Beke tankönyvében közel duplája, a Több tanítóéban több mint háromszorosa a Császárénak. Ennek oka lehet az a felismerés, hogy a húszas számkörben kialakított stabil szám- és műveletfogalom alapja és segítője a magasabb számkörökben kialakítandó szám- és műveletfogalomnak. (1. táblázat)

1. táblázat  
Témakörök százalékos előfordulása, 2. osztály, 1. korszak

Témakör	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Év eleji ismétlés	12	15	14	22	37
Számközbővítés ( $\mathbb{N}$ -ben)	88	85	74	78	63
Számolás törtekkal ( $\mathbb{R}^+$ -ban)			5		
Év végi ismétlés			7		
Összesen	100	100	100	100	100

Schultz tankönyvében fejezetszinten kis arányban megjelenik a számolás törtekkal (5%) és az év végi ismétlés (7%) témakör. Schultz próbálkozását a pozitív törtek bevezetésére a 2. osztályban a korszak későbbi kiadású tankönyvei nem vették át. Helyette az elsős tananyag biztos elsajátítására, a tananyag arányos elrendezésére törekedett Beke és a Több tanító. (1. grafikon)



1. grafikon  
Témakörök százalékos előfordulása, 2. osztály, 1. korszak

3. osztály:

A 3. osztály tananyagát az összehasonlíthatóság végett a következő csoportokba soroltam (2. táblázat):

Az *év eleji ismétlés* a 100-as számkörben három szerzőnél jelenik meg (Szirmai, Schultz, Beke). Császár még nem foglalkozik az előző év tananyagának ismétlésével. Amíg 2. osztályban a Több tanító kimagaslóan nagy arányban foglalkozott az év eleji ismétléssel, ezen az évfolyamon elhagyta fejezetszinten, de nem maradt ki a tananyagból, beépítette a számkörbővítés fejezetbe.

A *számkör bővítése száztól ezerig* (N-ben) átlagosan a terjedelem 12%-át foglalja el. Az átlagtól legnagyobb arányban pozitív irányban Schultz, negatív irányban Császár és Szirmai tér el.

A *műveletek* címszó alatt a négy alpművelet (összeadás, kivonás, szorzás, osztás) elsajátíttatását figyeltem. A tananyag túlnyomó részét a műveletek alkotják. Császár foglalkozik a legnagyobb arányban a műveletekkel. Nála még csak a számkörbővítés és a műveletek témakör jelenik meg. Átlagosan a legkisebb terjedelem Schultz tankönyvében jut a témakörre, a 2. osztályban elkezdett törtek fejezet folytatása miatt.

A *törtek* ( $R^+$ -ban). Schultz (11%) az egyetlen, aki fejezetszinten folytatja az előző évben megkezdett törtek tárgyalását. A többi tankönyvben ez a témakör nem jelenik meg külön fejezetként, de ez nem azt jelenti, hogy egyáltalán nem foglalkoznak a témakörrel előkészítés szinten.

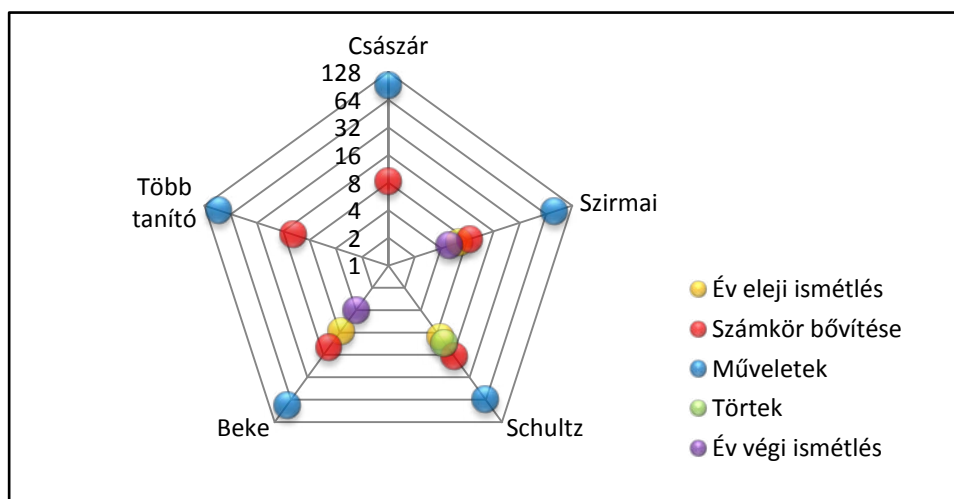
Az *év végi összefoglaló ismétlés* csak két tankönyvben: a Szirmai és a Beke tankönyvben jelenik meg, közel azonos arányban.

2. táblázat  
Témakörök százalékos előfordulása, 3. osztály, 1. korszak

Témakör	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Év eleji ismétlés		6	9	8	
Számkör bővítése (N-ben)	8	9	17	12	12
Műveletek	92	80	63	76	88
Törtek ( $R^+$ -ban)			11		
Év végi ismétlés		5		4	
Összesen	100	100	100	100	100



A 2. grafikon tengelyén 2-es alapú logaritmikuskálát vettem fel, azért, hogy a kis százalékban előforduló témakörök is jól ábrázolhatók legyenek. Így a tengelyen a 2 hatványai szerepelnek. Az 1 a sokszög középpontjában helyezkedik el. Látható, hogy a műveletek kivételével a többi témakörnek Szirmai és Schultz közel azonos terjedelmet szán, míg Beke súlyozza a fejezeteket, feltehetőleg az év eleji ismétlésre a nyári felejtés miatt nagyobb terjedelmet szán, mint az év végére, és mind a kétféle ismétlésénél nagyobb az új számkör bevezetésére. (2. grafikon)



2. grafikon  
Témakörök százalékos előfordulása, 3. osztály, 1. korszak

4. osztály:

A 4. osztály tananyagából 11 nagyobb csoportot képeztem. (3. táblázat)

Az év eleji ismétlés Bekénél és a Több tanítónál jelenik meg, az év végi ismétlés Szirmai, Schultz és Beke tankönyvében. Feltűnő, hogy a Több tanító tankönyv szerzői az év eleji ismétlést fontosnak tartják, de az év végét nem.

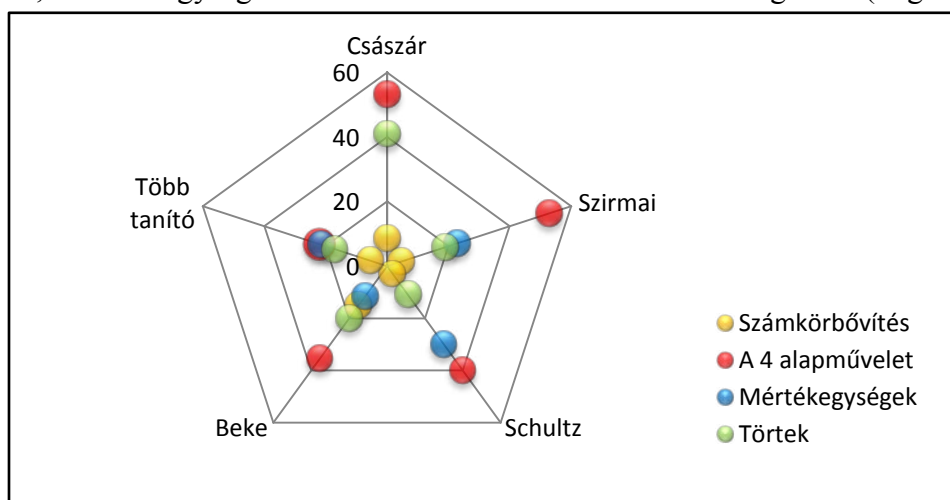
A számkörbővítés (N-ben) ezren felüli számkörre mindegyik tankönyvben szerepel, de különböző súllyal. A legnagyobb terjedelmet Beke, a legkevesebbet Schultz fordítja erre a témára.

Mindegyik tankönyv a négy alapszáműveletet (a természetes számok halmazán) tartja a legfontosabbnak, átlagosan 41%-a a tananyagban. Ebbe a csoportba számítottam a „többnevű számok” (mérőszám és mértékegység) fejezeteinek egyes részeit is, ugyanis a mértékegységek ismertetése után a már megismert négy alapszáművelet alkalmazásával oldják meg a feladatokat. Ez Császár tankönyvének több mint a felét teszi ki. A korszak későbbi kiadású tankönyveibe újabb témák kerülnek be, melyeket úgy építenek be a tananyagba, hogy egyre kevesebb időt fordítanak a négy alapszáművelet begyakorlására.

A törtek témakör (a pozitív racionális számok halmazán) legnagyobb arányban a Császár tankönyvben (41%) fordul elő, egy nagy fejezetben. A többiek kisebb tematikus egységekre bontják a törtek tananyagát, de mindenki másként. A törtekre fordított terjedelem átlagos aránya 22%, de csupán azért ilyen magas, mert a Császár tankönyvben ez a témakör 41%-ot tesz ki. A többi tankönyv az átlagnál lényegesen kisebb arányban foglalkozik a témakörrel: a legkevesebbet Schultz, de következetesen ugyanakkora terjedelemben, mint az előző évfolyamon. Ezt követi a Több tanító, Szirmai és Beke.

A 3. grafikonon megfigyelhető a legalább négy tankönyvben fellelhető témakörök százalékos előfordulása tankönyvenként és egy-egy tankönyvön belül is. Császár az egyetlen, aki nem foglalkozik a mértékegységekkel. A Szirmai tankönyvben a törtek és a

mértékegységek aránya csak kevéssé tér el egymástól. Mind a két tankönyvben a többi témához képest kiugróan magas a négy alpműveletre fordított terjedelem aránya. Schultznál a négy alpművelet és a mértékegységek aránya emelkedik ki. Beke közel azonos hangsúlyt fektet a számkörfővítésre, a mértékegységekre és a törtekre, míg a Több tanító a négy alpműveletet, a mértékegységeket és a törteket tekinti azonos fontosságúnak. (3. grafikon)



3. grafikon

Legalább négy tankönyvben fellelhető témakörök százalékos előfordulása, 4. osztály, 1. korszak

Az év eleji ismételés csak Beke és a Több tanító tankönyvében jelenik meg. A római számok csak Schultz könyvében jelenik meg fejezetszinten, a többi szerző beépíti más tananyagrészekbe. Az átlag- és a terület-, területszámítás csak Schultz tankönyvében jelenik meg kis arányban. Az időszámítás Schultz és a Több tanító tankönyvében jelenik meg. A Tizedestörtek (R<sup>+</sup>-ban) Szirmai tankönyvének közel egyötöd részét teszik ki, kisebb arányban, de helyet kap a Több tanító (7%) tankönyvében is. Az év végi ismételés Szirmai, Schultz és Beke tankönyveiben található kis arányban. \*Az eltérés a 100%-tól a kerekítésből adódik<sup>10</sup>.

<sup>10</sup> A százalékok kiszámítását az excel táblázatkezelővel végeztem, tíz tizedesjegyre számoltam. Az átláthatóság kedvéért a dolgozatban már csak az egész értékekre kerekített adatokat jelenítettem meg. A kerekítés hibájából adódik, hogy helyenként 99% vagy éppen 101% került az összegző sorokba oda, ahol 100%-nak kellene lenni.

3a. táblázat  
Témakörök százalékos előfordulása, 4. osztály, 1. korszak

Témakör	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Év eleji ismételés	0,0000000000	0,0000000000	0,0000000000	8,0000000000	17,0000000000
Számkörfővítés (N-ben)	8,6956521739	4,7619047619	3,0303030303	15,0289017341	5,4878048780
A 4 alpművelet (N-ben)	0,0000000000	1,9047619048	0,7575757576	2,8901734104	1,2195121951
Mértékegységek	50,7246376812	27,6190476190	40,0000000000	37,5722543353	21,9512195122
Időszámítás	0,0000000000	0,0000000000	4,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
Törtek (R+-ban)	0,0000000000	0,0000000000	5,0000000000	0,0000000000	0,0000000000
Tizedestörtek (R+-ban)	0,0000000000	19,0476190476	0,0000000000	0,0000000000	6,7073170732
Átlagszámítás	0,0000000000	22,8571428571	30,0000000000	11,5606936416	21,3414634146
Kerület-, területszámítás	0,0000000000	0,0000000000	5,0000000000	0,0000000000	9,0000000000
Római számok	41,0000000000	19,0000000000	11,0000000000	20,0000000000	17,0000000000
Év végi ismételés	0,0000000000	4,7619047619	1,5151515152	4,6242774566	0,0000000000
Összesen	100	100	100	100	100

3. táblázat  
Témakörök százalékos előfordulása, 4. osztály, 1. korszak

Témakör	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Év eleji ismétlés				8	17
Számkörbővítés (N-ben)	9	5	3	15	5
A 4 alpművelet (N-ben)	51	28	40	38	22
Mértékegységek		23	30	12	21
Időszámítás			5		9
Törtek ( $R^+$ -ban)	41	19	11	20	17
Tizedestörtek ( $R^+$ -ban)		19			7
Átlagszámítás			4		
Kerület-, területszámítás			5		
Római számok		2	1	3	1
Év végi ismétlés		5	2	5	
Összesen	101*	101*	101*	101*	99*

Szembevető a tananyag differenciálódása. Míg Császár tankönyvében 3 a témakörök száma: a számkörbővítés, a négy alpművelet és a törtek szerepelnek, a többi tankönyvben 7–9. Császárnál a többi tankönyvvel ellentétben még a mértékek nem szerepelnek önálló címszó alatt. Szirmai Császárhoz képest négy új témakört vezet be: a római számokat, a tizedestörteket, a mértékegységeket és az év végi ismétlést. Schultz Szirmaihoz képest 3 új témakört vezet be: az átlag-, a kerület-, terület- és az időszámítást, ugyanakkor elhagyja a tizedestörteket. Beke elhagyja Schultz új témaköreit, de megjelenik, nála először, az év eleji ismétlés. A Több tanító tankönyvében megjelennek a tizedestörtek és az időszámítás témakörök, de eltűnik az év végi ismétlés (4. táblázat).

4. táblázat  
Témakörök előfordulása, 4. osztály, 1. korszak

Témakör	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Témakörök száma	3	7	9	7	8
Csak itt nem előforduló témakörök száma	1		2		
Csak itt előforduló témakörök száma					
Témakör felbukkanása		4	3	1	2

Az első korszak kiválasztott tankönyveiben megjelenő témaköröket tekintve megállapítható, hogy az év eleji ismétlés mindegyik 2. osztályos tankönyvben megjelenik, feltehetőleg egyrészt azért, mert a magasabb számkör biztos ismeretéhez elengedhetetlen a megfelelő tájékozottság az alacsonyabb számkörben, másrészt azért, mert 1. osztályban nem volt elterjedt a számtantankönyvek használata, így az év eleji ismétlést tekinthetjük a tanulók olyan szintre hozásának, amely lehetővé teszi a tankönyv további anyagának az elsajátítását. 3. osztályban a Császár tankönyv elhagyja ezt a témakört, a Több tanító tankönyve beépíti az új tananyagba. 4. osztályban már csak a korszak két utoljára megjelent tankönyvében, a Bekéében és a Több tanítóéban található. Látható, hogy az előző tanév tananyagának ismétlése a későbbi kiadású tankönyvekben válik fontosabbá.

2. osztályban a számkörbővítés, 3. és 4. osztályban a négy alpművelet teszi ki a tananyag túlnyomó részét.

4. osztályban mindegyik tankönyvben megjelenik a törtek témaköre, 2. és 3. osztályban csak a Schultz tankönyvben. Ez teljesen összhangban van az akkor érvényben lévő tantervekkel (Tanterv 1877, Deső 1895). A népiskolákban és a katolikus iskolákban 3. osztályban jelent meg a törtfogalom bevezetése, 4. osztályban a négy alpművelet a közös nevezőjű tört számokkal. A református iskolák tantervében már 1. osztályban szerepel a törtek származtatása, 3. osztályban jelenik meg a műveletek törtekkel témakör, 4. osztályban pedig a tizedestörtek.

Az év végi rendszerező összefoglalásra, az év végi ismétlésre a Császár és a Több tanító tankönyvek szerzői még egyáltalán nem gondolnak, Szirmai és Beke viszont 3. osztálytól következetesen 4-5% terjedelemben rendszerezi az éves tananyagot. Schultz a legkevésbé következetes e tekintetben: az egyes osztályokban 7%-ot, illetve 0%-ot, illetve 2%-ot szán a témakörre.

### 1. b) Témaköri tartalmak

A korszakban a matematika tanítására az előző fejezetekben már tárgyalt négy didaktikai irányzat alakult ki.

1. A szemléltetés elve, a szemléleten alapuló számfogalom alakítása.
2. A szám individuális tárgyalása, azaz nem az alpműveletek szerint strukturálják a tananyagot, hanem a számot tekintik alapegységnek. E szerint a számot minden lehetséges oldalról megvizsgálják, minden műveletet elvégeznek vele. Alacsony számkörben igen jól járható út, míg magasabb számkörben gátja az összefüggések felismerésének.
3. A számlálás elve, azaz a „soralkotás”, sorozatok képzése, vagyis mindegyik számkörben a számokat egymásból állítják elő.
4. Az alkalmazhatóság elve a gyakorlati alkalmazást tartotta szem előtt, ezért a számbeli viszonyok megismertetését tekintette a számtan feladatának, főleg szöveges feladatokon keresztül.

Beke vezérkönyvében kifejti, hogy a négy elv mindegyike fontos eleme a számtantanításnak, az elvek együttes alkalmazásával alakítható ki az eredményes módszer (Beke 1900).

Az alkategória elemzésekor az egész tankönyvet vizsgáltam, így nem csupán az új vagy kihagyott elemekre derült fény, hanem a témakörön belüli struktúrákra is. Ugyanakkor kíváncsi voltam arra is, hogy Beke kortársainak, akiknek az említett elveket elméletileg ismerniük kellett, mennyire sikerült ezek együttes alkalmazása, vagy melyik elv befolyásolja nagyobb hangsúllyal a tananyagszerkesztést.

### 2. osztály:

Az év eleji ismétlés lényeges különbségeket mutat. Császár kizárólag számfeladatokkal, illetve sorozatokkal végzi az ismétlést. A sorozatokkal kezdi Szirmai és Beke is az ismétlést. Beke az összeadásnál és a kivonásnál is alkalmazza a sorozatalkotást. Ő ismétli egyedül a mértékegységeket, természetesen csak 20-as számkörben. A Több tanító tankönyvében a 10-es számkör ismétlésekor minden számhoz kapcsolódik egy-egy kép, s ezek segítségével lehet válaszolni a képhez kapcsolódó kérdésekre. Ugyanitt már megjelennek a zárójeles számfeladatok is.

A *számkörbővítés* (N-ben) fejezetben mindenki következetesen a négy alpműveletet gyakoroltatja fejszámolással, de különböző csoportosításban. Egy-egy csoporton belül gyakoroltatják mind a négy alpműveletet.

Császár tízesével halad ötvenig, és egy nagy számkör csoportot képez ötventől százig. Sorozatokra építve bővíti a számkört. Egy-egy számkör feldolgozásának menete a következő: számfeladatokon a négy alpművelet begyakoroltatása szóban, az írásbeli összeadás, szöveges feladatok, majd törtrészekkel kapcsolatos feladatok<sup>11</sup>. Egy-egy számkör bevezetését a kerek tízesekkel kezdi, és csak ez után veszi az egyeseket. Ezzel szemben Beke véleménye: a kerek tízesek „nyugvóhelyek”, ugyan „ki keresi fel mindjárt az útja kezdetén a fáradtságos út nyugvóhelyeit” (Beke 1900).

Szirmai minden újabb tízes bővítéshez külön fejezetet rendel. Helyiérték-táblázattal szemléltet minden egyes számkört. Egy-egy számkör feldolgozásának menete: számfeladatokon keresztül az összeadás és a kivonás, szöveges feladatok, írásbeli összeadás, szorzótábla az adott számkörhöz kapcsolva, egy-, majd többműveletes számfeladatok, szöveges feladatok, bennfoglalás-osztás, törtrészekkel kapcsolatos feladatok<sup>12</sup>. A mértékegységek ismertetését a százas számkör végére teszi.

Schultz tananyagszerkesztése szembetűnően eltér elődeiétől. Nagyobb lépésekkel, húszasával halad. Egy-egy számkör feldolgozásának menete: a négy alpműveletet szám- és szöveges feladatokon begyakoroltatja, majd kiemel néhány számot, s külön elvégezteti velük a számhoz kapcsolt összeadást, minden szorzást, osztást. A törtszámokat külön fejezetben a mértékegységek alkalmazásával együtt vezeti be.

Beke a fokozatosság elvét követi. A számkörbővítés kezdetén nem ragaszkodik a 10-es lépésekhez. A harmincas számkört két részre osztja: 20–25-ig és 25–30-ig. Az alpműveletek mellett a kapcsolódó időmértékegységeket is tárgyalja. A 24-nél a nap, az óra, a 28-nál, 29-nél, 30-nál az egyes hónapok szerepelnek. A 31 napos hónapokat a 40-es számkörhöz kapcsolja<sup>13</sup>. Ez a szemlélet a mértékegységek kiterjesztésénél végig nyomon követhető. 30-tól 50-ig tízesével halad, majd 70-ig, végül 100-ig bővíti a számkört. Egy-egy számkör feldolgozásának menete: sorozatalkotás, számfeladatok, szöveges feladatok (5. táblázat).

5. táblázat  
Számkörbővítés (N-ben) és a műveletek bevezetése, 2. osztály, 1. korszak

A bővítés lépései	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító	
10–20						
20–30	20–30	20–30	20–40	20–25	20–30	
				25–30		
30–40	30–40	30–40		30–40	30–40	
40–50	40–50	40–50	40–60	40–50	40–50	
50–60	50–100	50–60			50–70	50–60
60–70		60–70	60–80		60–70	
70–80		70–80				70–80
80–90		80–90	80–100	70–100		80–90
90–100		90–100				

Maróthi kívánatosnak tartotta a szorzótábla megtanulását legalább  $5 \times 5$ -ig (Maróthi 1743). Beke a 2. osztályban az „egyszeregy” megtanítását már célul tűzte ki. Véleménye szerint a szorzótábla mechanikus bevésése az alapja a későbbi „értelmes” számolásnak.

<sup>11</sup> Például: „Hány negyed forint 7, 8, 9, 10 forint?” (Császár 1883:16)

<sup>12</sup> Például: „Hány darab van  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$  tuczatban?” (Szirmai 1893:18) Itt jegyzem meg, hogy a 12 kétharmad részének meghatározása a második osztályban jelenleg nem követelmény.

<sup>13</sup> Például: „Január hónapban 4 vasárnap és 2 ünnepnap volt. Hány munkanap volt ebben a hónapban?” (Beke 1903:37)

Vezérkönyvében meghatározza a szorzótábla kikérdezésének módját: „Ha egyébként rendes beszédű a gyermek, nem szabad a tényezőket kétszer elmondania, nem szabad a tényezők után megállapodnia, vagy eh’, ah’ hangot hallatnia. Ha ilyen fogyatékossgot tapasztal a tanító, akkor tudhatja, hogy a gyermek még nem elég biztos az egyszeregyben, vagy pedig furfangosan arra számít, hogy a türelmetlen tanító maga mondja meg a számot.” (Beke 1900).

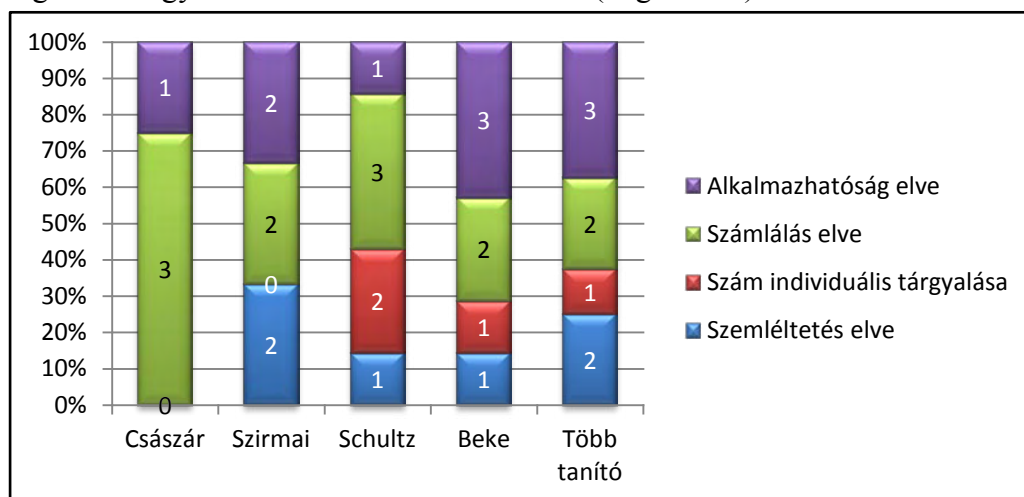
A Több tanító tankönyvében ugyanúgy, mint Schultzéban, minden újabb tízes bővítéshez külön fejezetet rendel. A gyakorlatból indul ki, minden számkört szöveges feladatokkal vezet be, majd ezután végezteti el a kapcsolódó számfeladatokat.

A tartalom vizsgálata során kiderült, hogy Schultz mellett Szirmai és Császár is beépítette a törtek témakört a tananyagba, csak nem külön fejezetbe, hanem a számkör bővítésének keretében. Bekénél és a Több tanítónál ez a témakör nem jelenik meg.

Szirmaitól kezdve fokozatosan megjelenik a szemléltetés igénye. Az első két tankönyvben még szereplő írásbeli műveletek későbbi kiadású tankönyvekben a következő évfolyam tananyagába kerülnek át.

A számtantantási elvek megjelenését, az elvek hangsúlyosságát a következőképpen vizsgáltam: 0-val jelöltem azt az elvet, amelyik nem lelhető fel a tankönyvben, 1-gyel amelyik, kis mértékben jelenik meg, 2-vel a nagyobb mértékben megjelenőt, 3-mal azt, amelyik áthatja az egész tankönyvet.

A 4. grafikonból jól látszik a különbözőség. Császár a hangsúlyt a számlálás elvére helyezi, de már kis mértékben megjelenik az alkalmazhatóság elve, és ez az elv a többi tankönyvben az idő múlásával egyre nagyobb teret kap. Szirmainál belép a szemléltetés elve, mind a három elv nagyobb mértékben jelenik meg, de egyik sem hatja át az egész tankönyvet. A többieknél megjelenik mind a négy elv; Schultznál a számlálás elve a leghangsúlyosabb, míg Bekénél és a Több tanítónál az alkalmazhatóság elve. Látható, hogy az elvek összehangolására egyre inkább törekedtek a szerzők (4. grafikon).



4. grafikon

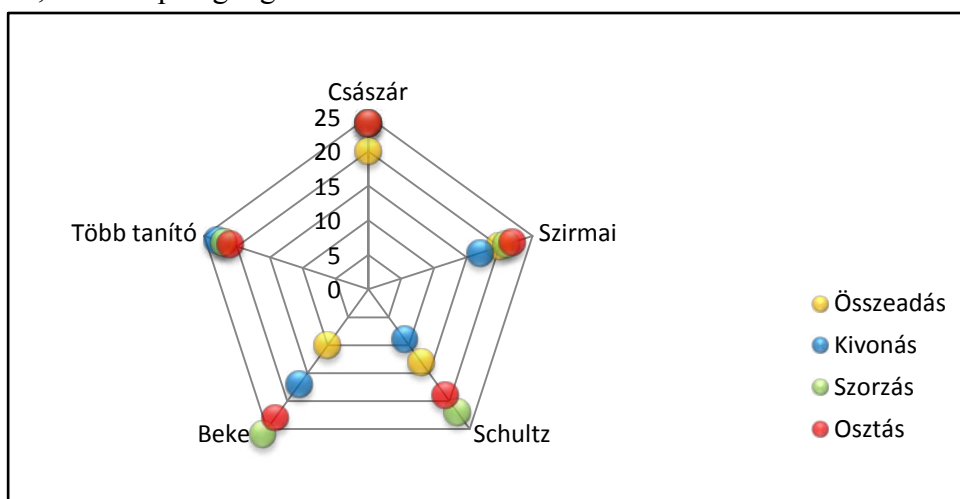
A négy alapelv megjelenése az egyes tankönyvekben, 2. osztály, 1. korszak

### 3. osztály:

A tananyag csoportosítását a 6. táblázat mutatja. Az év eleji ismétlést Szirmai és Beke sorozatokra építve 100-as számkörben az alpműveletek gyakoroltatásával végzik. Bekénél előkerül a kerületfogalom. Schultz végighalad azokon a számokon, melyeket 2. osztályban kiemelten tárgyalt. A Több tanító összekapcsolja az év eleji ismétlést az új számkör bővítésével. Mindegyik tankönyv számfeladatokkal kezd és szöveges feladatok megoldásával zárja a fejezetet.

A *számkör bővítését* (N-ben) mindenki sorozatokon keresztül kezdi, és a számok írását, olvasását kiemelt feladatként kezeli. Schultz, Beke és a Több tanító szemléltető eszköze a helyiérték-táblázat valamilyen formája. Schultz és Beke bevezeti a számkörben tárgyalható mértékegységeket is, Beke pedig a számkörbővítésbe beépíti a szóbeli összeadást.

Mind az öt tankönyv a természetes számok halmazán tárgyalja mind a *négy alapszámítást*, melyek tárgyalásának sorrendjében nincs különbség. A Császár utáni tankönyvekben elkülönülnek a szóbeli és írásbeli műveletek, Bekénél pedig elkülönül az egyjegyűvel, illetve a kétjegyűvel való szorzás és osztás is. Az egyes tankönyvekben a műveletek tanításának arányát figyelve (5. grafikon) megállapítható, hogy Császár, Szirmai és a Több tanító megközelítőleg azonos terjedelmet biztosít a négy alapszámítás tanításának. A Császár tankönyvnek egyaránt 24%-a a kivonás, a szorzás és az osztás is. Ebből adódik, hogy az 5. grafikonon az ezeket jelző függvényértékek elfedik egymást. Az írásbeli összeadás, kivonás elvégzésénél nehezebb a szorzás, és ennél is nehezebb az osztás. Schultz és Beke különböző terjedelmet szánnak egy-egy művelet begyakorlására. Mindkettőjük tankönyvében a szorzás és az osztás a leghangsúlyosabb. Schultznál az összeadás 13%-ot, a kivonás 9%-ot, a szorzás 22%-ot, az osztás 19%-ot, míg Bekénél az összeadás 10%-ot, a kivonás 17%-ot, a szorzás 26%-ot, az osztás 23%-ot foglal el. Ha az alapszámításokra szánt terjedelmeket tankönyvek között vizsgálom, kiderül, hogy Beke foglalkozik legkevesebbet az összeaddal és legtöbbet a szorzással, Schultz pedig legkevesebbet a kivonással.



5. grafikon

Műveletek százalékos előfordulása (N-ben), 3. osztály, 1. korszak

A szóbeli összeadás és kivonás tanításakor a 2. osztályban alkalmazott fokozatossággal járnak el. A kivonásnál Császár kerek számokból vesz el kerek számokat, s utána teljes háromjegyű számokból háromjegyűt. Beke először kétjegyűből is, és fokozatosan tér át a háromjegyű számokra, fejlesztve a tanulók analóg gondolkodását. A szorzást Császár és Szirmai csak fejszámolással végezteti, kétjegyű számot szoroztat kétjegyűvel, illetve háromjegyűt egyjegyűvel. A többiek a szorzótábla ismétlésével kezdik a szóbeli szorzás tanítását. Beke itt bevezeti a téglalap területének kiszámítását (téglalap modell). A Több tanító fejben szoroztat háromjegyű számot egyjegyűvel. A szóbeli osztás tanítása mutatja a legváltozatosabb képet. Szirmai és a Több tanító háromjegyű kerek tízeseket oszt egyjegyű számmal, Schultz csak kétjegyű számokat oszt egyjegyűvel. Beke bevezeti a maradékos osztást, és tárgyalja a törtrészeket is.

Az egyik fő témaköri eltérés az írásbeli szorzás és osztás tanítása területén mutatkozik. Császárnál ez még nem a tananyag része. Szirmai, Schultz és a Több tanító tankönyvében az egy- és a többjegyű számmal végzett szorzást, osztást egy-egy fejezetben tárgyalják, míg a

Beke tankönyv módszertanilag elkülöníti az említett részeket, és külön-külön fejezetet szán ezen témáknak, viszonylag nagy terjedelemben: 11% és 6%-ban. Itt jegyzem meg, hogy manapság a 3. osztályban nem követelmény az írásbeli osztás. 4. osztályban is csak az egyjegyűvel való osztást követeljük meg. A másik fő eltérést a „műveletek többnevű számokkal” fejezetei mutatják. Császár 35%-nyi, Schultz 2%-nyi terjedelemben, egy fejezetben az összes műveletet tárgyalja. Szirmai 23%-nyi, a Több tanító 31%-nyi terjedelemben, minden művelettípusnak külön fejezetet alkot. Bekénél nem jelenik meg külön fejezetben, hanem beépítve a szóbeli és írásbeli műveletek témaköreibe.

Az írásbeli összeadás bevezetését mindenki helyiérték-átlépés nélkül kezdi kerek számokkal, majd nem kerek számokkal folytatja, azután térnek át a helyiérték-átlépésre. Szirmai csak a tízes átlépésével foglalkozik. Beke a művelet új eseteit példákon keresztül mutatja be, és megjelennek a mértékegységekkel végzett összeadások is. Az írásbeli kivonásnál hasonló fokozatossággal járnak el. Az írásbeli szorzásra Császár és Szirmai nem ad feladatot. Beke az egyedüli, aki következetesen példákon keresztül mutatja be a szorzást az egy- és többjegyű szorzóval. Itt is kitér a szorzás kommutativitására. A többjegyűvel való szorzásnál belép a matematika fizikai alkalmazása: a sebesség, út és idő összefüggése. (A mai alsó tagozatos követelményekben ez nem jelenik meg.) A fejezetet a mértékegységekkel végzett műveletek zárják. A Több tanító tankönyve csupán a számjegyek elhelyezésére ad útmutatást. A fejezet mindegyik tankönyvben szöveges feladatokkal zárul. Az írásbeli osztás tanítását azonos módon végzi mindegyik tankönyv. Először háromjegyű számot osztanak egyjegyű számmal, majd kétjegyű számmal. Mindegyik szerző szöveges feladatokkal zárja mindegyik alpművelet fejezetét.

Beke és a Több tanító utolsó fejezete összefoglalja a *mértékegységekről* addig tanultakat. Mindketten foglalkoznak a hosszúság, a tömeg, az űrtartalom és a terület tanult mértékegységeivel. A Több tanító ezen kívül még a térfogat, a darab, az idő és a pénz mértékeket is tanítja. A *törtéknek* Schultz külön fejezetet szentel, Beke az osztásnál a mértékegységek segítségével alakítja ki a törtrész fogalmát. Az *év végi ismétlés* Szirmai és Beke tankönyvében jelenik meg vegyes szöveges feladatokkal, illetve Bekénél számfeladatokkal is.

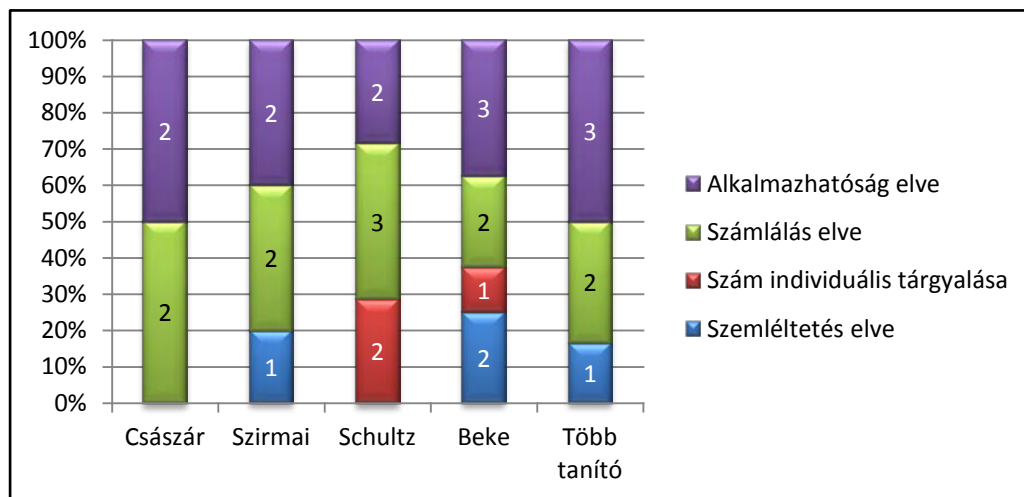


6. táblázat  
A témakörök terjedelmének százalékos előfordulása, 3. osztály, 1. korszak

Témakör	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Év eleji ismétlés 1-100		6	9	8	12
Számkör bővítése 1-1000	8	9	17	13	
Szóbeli összeadás	12	7	7		7
Írásbeli összeadás (jegyekkel)		7	4	10	7
Szóbeli kivonás	15	7	7	3	8
Írásbeli kivonás		5	3	13	7
Szóbeli szorzás	15	9	14	8	6
Írásbeli szorzás egyjegyű szorzóval		6	7	6	7
Írásbeli szorzás többjegyű szorzóval				11	
Szóbeli osztás	15	11	12	12	6
Írásbeli osztás egyjegyű osztóval		7	6	4	7
Írásbeli osztás többjegyű osztóval				6	
Mértékek				2	3
Többnevű számokkal	Szóbeli összeadás	35	3		3
	Írásbeli összeadás			4	5
	Szóbeli kivonás			2	4
	Írásbeli kivonás			3	4
	Szóbeli szorzás			2	4
	Írásbeli szorzás			3	4
	Szóbeli osztás			2	2
	Írásbeli osztás			2	4
Számolás törtekkel ( $\mathbb{R}^+$ -ban)			11		
Év végi ismétlés		5		4	
Összesen	100	100	100	100	100

A tananyag a különböző tankönyvekben lényeges tartalmi variáciát nem mutat, csak elrendezésbeli különbségeket. Tisztán látszik a folyamat, ahogy az írásbeli szorzás, osztás bekerült a 3. osztályos témakörök közé, és már látszik az a tendencia is, hogy a műveleteket nehézségük szerint súlyozzák, a szorzás, osztás tanításán belül egyre nagyobb arányban figyelnek a többjegyű számmal végzett műveletekre.

A számtantantánítás elveinek megjelenését ugyanazzal a módszerrel vizsgáltam, mint a 2. osztályban. Mind a négy alapelvet csak Beke tankönyvében sikerült fellelnem. Ugyancsak nála jelenik meg az öt tankönyv közül a legnagyobb mértékben a szemléltetés elve. A négy alapelv aránya közel azonos a 2. osztályos tankönyvben megmutatkozó arányokkal. Szirmaiánál és a Több tanítónál hiányzik a szám individuális tárgyalása, Schultznál pedig a szemléltetés elve. Császárnál ugyanaz a két elv jelenik meg, mint a 2. osztályos tankönyvében, de itt azonos arányban. (6. grafikon)



6. grafikon  
A négy alapelv megjelenése az egyes tankönyvekben, 3. osztály, 1. korszak

#### 4. osztály:

A tananyag csoportosítását a 7. táblázat mutatja. Az *év eleji ismétlés* két tankönyvben szerepel. Beke témái: sorozatok, a négy írásbeli művelet, mértékegység-átváltások, szöveges feladatok. A Több tanító szétválasztja a szóbeli és írásbeli műveleteket, kisebb mértékben, mint az előző évfolyamon, de megjelennek a szöveges feladatok is.

7. táblázat  
A témakörök terjedelmének százalékos előfordulása, 4. osztály, 1. korszak

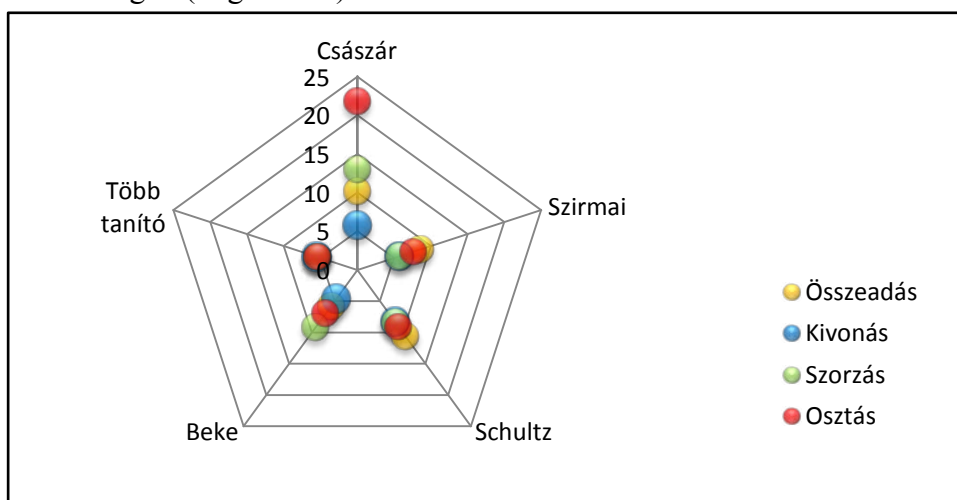
Témakör	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Év eleji ismétlés				8	17
Számkörbővítés	9	5	3	15	5
Római számok		2	1	3	1
A 4 alpművelet	51	28	40	38	22
Átlagszámítás			3		
Kerület-, területszámítás			5		
Tizedestörtek		19			7
Mértékegységek		23	30	12	21
Időszámítás			5		9
Törtek ( $R^+$ -ban)	41	19	11	20	17
Év végi ismétlés		5	2	5	
Összesen	100	100	100	100	100

A *számkört* (N-ben) minden tankönyvben sorozatokon keresztül terjesztik ki ezren felülre. Mindegyik szerző tananyagában megjelenik a helyiérték fogalma, a számok helyes írása, olvasása. Beke itt vezet be a térfogat fogalmát, elemzi a kocka tulajdonságait. A Több tanító bevezeti az alaki érték fogalmát.

A *négy alpművelet* (N-ben) tanításának közös jellemzői a fokozatosság és a gyakorlati alkalmazás elvének előtérbe kerülése. A négy művelet egymás közti súlyát figyelve megállapítható, hogy a Több tanító mindegyik műveletre ugyanakkora terjedelmet szán<sup>14</sup>, Schultz közel azonosat, a többiek különbözőt. A két leghangsúlyosabb művelet Császárnál az

<sup>14</sup> A grafikonon ezért fedik egymást a függvényértékek.

osztás, majd a szorzás, Szirmainál az összeadás és az osztás, Bekénél pedig a szorzás, osztás. Schultz és a Több tanító mindegyik művelet esetében külön-külön fejezetet szán a fej- és írásbeli számolásnak. A többiek ezt fejezeti szinten nem különböztetik meg. Schultz 4%-nyi, Beke 11%-nyi terjedelemben már fontosnak tartja, hogy adjon vegyes feladatokra is gyakorlási lehetőséget. (7. grafikon)

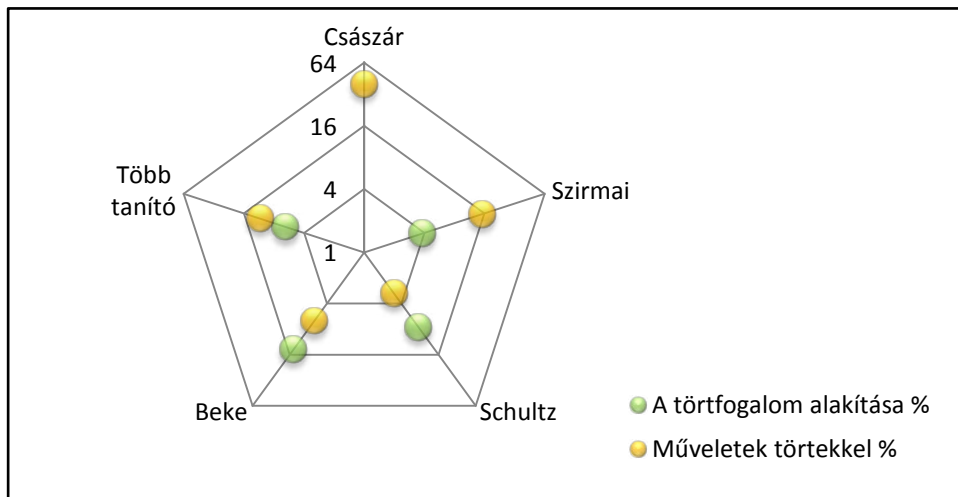


7. grafikon  
Műveletek (N-ben) százalékos előfordulása, 4. osztály, 1. korszak

A törtek témakör ( $R^+$ -ban) tanításakor mindegyik tankönyv csak a pozitív törtekkel foglalkozik, de a tananyag feldolgozásában más-más koncepciót követ. Császár „individuuálisan” vizsgálja az egyes törteket, és műveleteket<sup>15</sup> végez velük. A többi tankönyv a törtfogalom alakítása után tér át a műveletekre. Schultz mértékegységekkel szemlélteti a törtrészeket. Beke törtrészeket hoz létre, majd ezekkel elvégzetteti a négy alpműveletet. Ő az egyetlen, aki a műveletek elvégzése után rögzíti a műveletek algoritmusait is, azaz a feldolgozásban az induktív utat követi, és a szám individuális tárgyalása dominál. A Több tanító a törtek származtatásához a pénzt használja modellként. Császár kivételével mindegyik tankönyv példákkal segítik a törtekkel végzett műveletek megértését. Ezzel kapcsolatban a leglényegesebb momentum, hogy megjelenik a tárgyi tevékenykedtetés. Császár egyetlen nagy fejezetben taglalja a témát. A többiek tematikus egységekre bontják a tananyagot, de mindenki másként. A törtfogalom alakítását, az egyszerűsítést, bővítést egy fejezetben tárgyalja Szirmai és Beke. Schultz és a Több tanító tankönyve különválasztja a törtfogalom alakítását az egyszerűsítéstől, bővítéstől. A közönséges törtekkel végzett műveleteket egy fejezetnek tekinti Beke, a többiek műveletenként külön-külön fejezetet alkotnak. Schultz azonos terjedelmet szán mindegyik műveletre. A Több tanító az összeadás-kivonást 2,4%, a szorzás-osztást 3% terjedelemben súlyozza, pont fordítva, mint Szirmai, aki az összeadásra 8,6%-nyi, a kivonásra 2,9%-nyi, míg a szorzás-osztásra csak 1,9%-nyi terjedelmet fordít. A tizedestörteket Szirmai és a Több tanító veszi be a tananyagba. Köztük csak a tizedestörtek származtatásával kapcsolatban van eltérés: a Szirmai tankönyv a törtekből származtatja, a Több tanító a mértékegységekből. A négy alpművelet tárgyalásában nincs alapvető különbség.

A 8. grafikonon látható, hogy amíg Beke arányaiban lényegesen nagyobb terjedelmet szán a tört fogalmának bevezetésére, alakítására, mint a többiek, addig Császár, Szirmai és a Több tanító a törtekkel végzett műveleteket tartja fontosabbnak már ezen az évfolyamon. Császárnál még meg sem jelennek a fogalomalakítást célzó feladatok. (8. grafikon)

<sup>15</sup> A törtekkel végzett műveleteket a Feladattípusok fejezetben részletezem.



8. grafikon

A törtek ( $R^+$ -ban) tanításának százalékos aránya, 4. osztály, 1. korszak

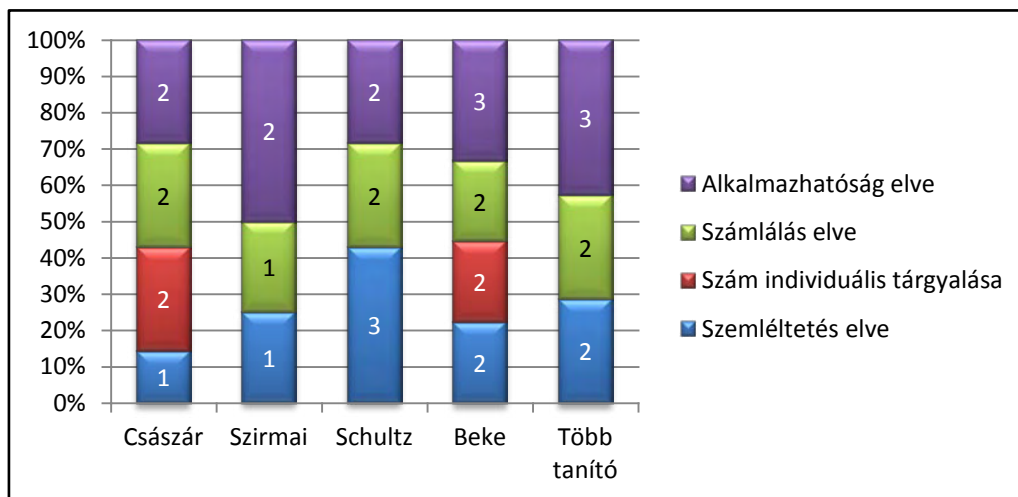
A *mértékegységek* törtekkel, Császár kivételével, minden tankönyvben szerepel a tört fogalomalkításához kapcsolódóan. Ezt a témakört Beke egy tanegységnek tekinti, Szirmai a műveletekhez kapcsolódóan bontja, Schultz és a Több tanító pedig a műveletekhez és azon belül a fejszámoláshoz, illetve az írásbeli számoláshoz kapcsolja.

A *tizedestört* ( $R^+$ -ban) használata ebben az időben már általánossá vált, lehet, hogy ez indokolja, hogy ezzel a témakörrel már ketten is, Szirmai és a Több tanító, foglalkoznak, Szirmai meglepően nagy arányban (19%).

A *római számok* témakört Császár után kis mértékben ugyan, de mindegyik tankönyv bevette a tananyagba, de csak Beke tartja fontosnak a római számok képzésének logikáját is tárgyalni.

Az *átlagszámítással* csak Schultz foglalkozik, és csupán 3%-ban.

A négy didaktikai alapelv megjelenését mutatja a 9. grafikon. Mind a négy alapelv megjelenik Császárnál – ami azért érdemel figyelmet, mert az előző évfolyamok tankönyveiben csak két alapelv mutatkozik nála –, valamint Bekénél most már közel azonos súllyal. A többi tankönyvben csak a tört fogalmának kialakításához kapcsolódóan jelenik meg a szám individuális tárgyalása. Schultz tankönyvét hatja át leginkább a szemléletesség elve. Beke és a Több tanító tankönyvében az alkalmazhatóság elvének a megjelenése a legdominánsabb; ugyanazt a szintet mutatja, mint a 3. osztályos tankönyvekben. (9. grafikon)



9. grafikon

A négy alapelv megjelenése az egyes tankönyvekben, 4. osztály, 1. korszak

Az első korszak kiválasztott tankönyveiben megjelenő témaköri tartalmakat illetően megállapítható a feldolgozás változatossága. Ha mind a három évfolyamot tekintem, megállapítható, hogy a négy alapelvet a Beke tankönyvnek sikerült leginkább egyensúlyban alkalmazni. A szám individuális tárgyalását Császár a magasabb (4.) osztályban tartja fontosnak, míg Schultz és a Több tanító tankönyvei a kezdő évfolyamokon. Ez a megközelítés mind a három évfolyamon kimarad Szirmai tankönyveiből. A többi három elv megjelenése, a szemléltetés elve, a számlálás elve és az alkalmazhatóság elve, általánosnak mondható. Csupán a legkorábban megjelent, Császár 2. és 3. osztályos tankönyve nem épít a szemléltetés elvére.

## 2. Kérdések és feladatok

### 2. a) Feladattípusok

2. osztály:

A vizsgált anyagban a Beke tankönyvben található a legtöbb feladat, közel négyszer annyi, mint a legkevesebbet tartalmazó Schultz tankönyvben. A számolási rutint fejlesztő számfeladatokból a legtöbb Császárnál, a legkevesebb Schultznál van. A szöveges feladatokból a Beke tankönyvben találtam a legtöbbet és a Császárnál a legkevesebbet. A Schultz tankönyv alacsony feladatszáma azért is meglepő, mert ez a tankönyv osztatlan osztályok számára íródott, ahol magasabb volt a tanító tartotta számtanórák száma, mint az osztott osztályokban.

A szám- és szöveges feladatok arányát tekintve Császár feladatai többnyire (84%-ban) számfeladatok. Schultznál több a szöveges feladat (69%). A többi tankönyvben körülbelül fele-fele arányban szerepelnek ezek a feladattípusok. (8. táblázat)

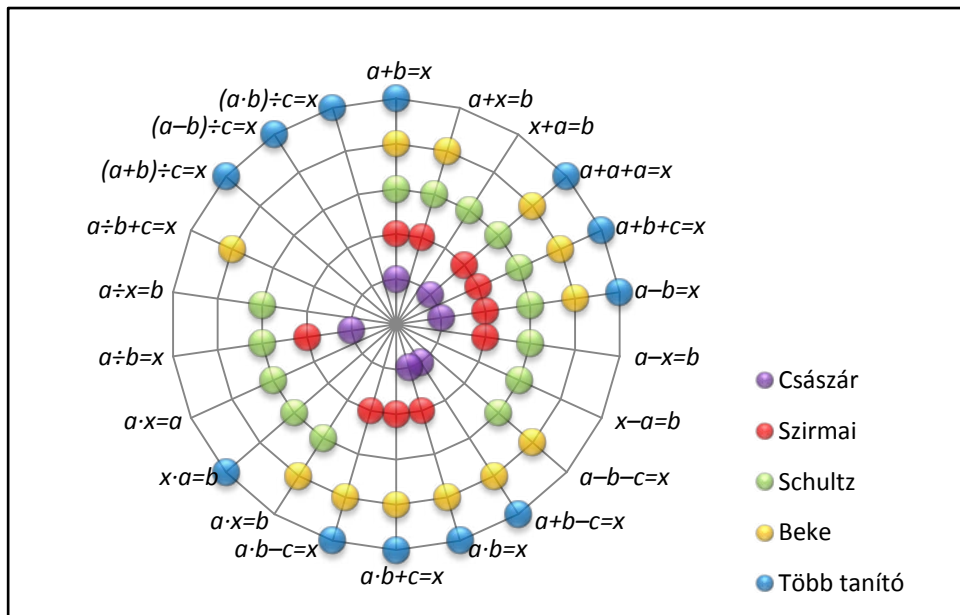
8. táblázat

Feladatok csoportosítása, 2. osztály, 1. korszak

Számkörbővítés 20-40-ig	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Feladatok száma (db)	178	108	62	255	119
Számfeladatok aránya (%)	84	50	31	48	50
Szöveges feladatok aránya (%)	16	50	69	52	50

## Számfeladatok

A 10. grafikon a *számfeladatok* típusainak megjelenését mutatja az egyes tankönyvekben. Az alaphalmaz itt a természetes számok halmaza. Ezen a grafikonon a tankönyveket egy-egy szín jelöli. Ahol az adott feladattípus szerepel a tankönyvben, ott megjelenik a tankönyvet jelölő szín. A különböző szinteknek itt nincs jelentőségük. ( $x$ -szel a kiszámítandó számot jelöltem.) A mindegyik tankönyvben megjelenő feladattípusok a következők: két szám összegének, különbségének, több tag összegének kiszámítása és a több azonos tag összege, ez utóbbi tekinthető a szorzás előkészítésének is. Öt feladattípus van, amelyek csak Schultz tankönyvében jelennek meg – az  $x + a = b$ ,  $x - a = b$ ,  $a \cdot x = a$  és  $a \div x = b$ . – Csak Bekénél megjelenő feladattípus az  $a \div b + c = x$ . Zárójeles feladatokat csak a Több tanítónál találtam  $(a + b) \div c = x$ ,  $(a - b) \div c = x$ ,  $(a \cdot b) \div c = x$ . (10. grafikon)



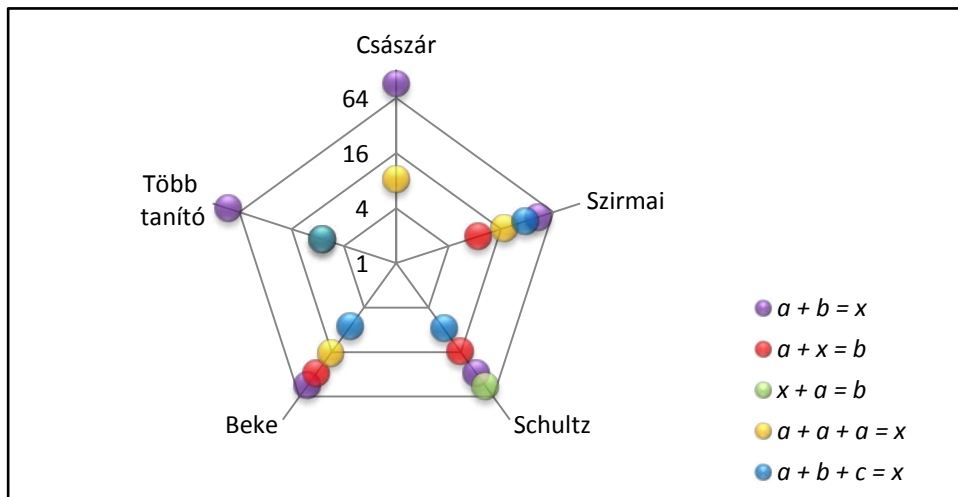
10. grafikon  
Számfeladatok típusainak megjelenése (N-ben), 2. osztály, 1. korszak

A feladattípusokat a négy alpművelet szerint vizsgálva kaptam a következő eredményeket.

Az *összeadás* műveletre öt csoportot határoztam meg:

1. Két tag összegének kiszámítása,
- 2–3. valamelyik tag kiszámítása, egyben a kivonás előkészítése,
4. azonos tagok összeadása, a szorzás előkészítése,
5. több tag összege.

Császár feladatainak 92%-ában az összeget, a maradék 8%-ban több azonos tag összegét kell kiszámítani. A Több tanító feladatai túlnyomó többségében, 86%-ban, két tag összegének kiszámítása. Több tag összegének kiszámítása (4., 5. csoport) 7-7%-ot tesz ki. Itt a kivonás előkészítésének mind a két típusa hiányzik (2., 3. csoport). A többieknél csak 1-1 csoportba tartozó műveletek hiányoznak. Szirmaiánál és Bekénél az  $x + a = b$  alak hiányzik, Schultznál pedig éppen ebből van a legtöbb. (11. grafikon)



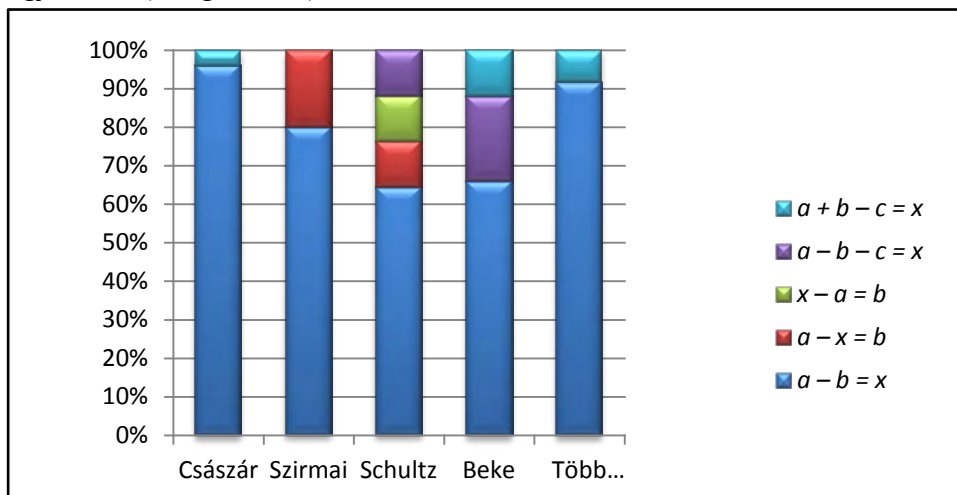
11. grafikon

Az összeadás (N-ben) számfeladat-típusainak százalékos előfordulása, 2. osztály, 1. korszak

A kivonás számfeladatait is 5 csoportba soroltam:

1. a különbség,
2. a kivonandó,
3. a kisebbítendő kiszámítása a feladat
- 4–5. egy összegből vagy egy különbségből vonat ki egy újabb számot.

Három tankönyv: a Császár, a Szirmai és a Több tanító feladatai csak két-két osztályba tartoznak, számottevő részük (96%, 80%, 92%) két szám különbségét számoltatja. Schultz és Beke 67-67%-ban ugyanezt számoltatják, de az ő tankönyveikben a másik két, illetve három típus is megjelenik. (12. grafikon)



12. grafikon

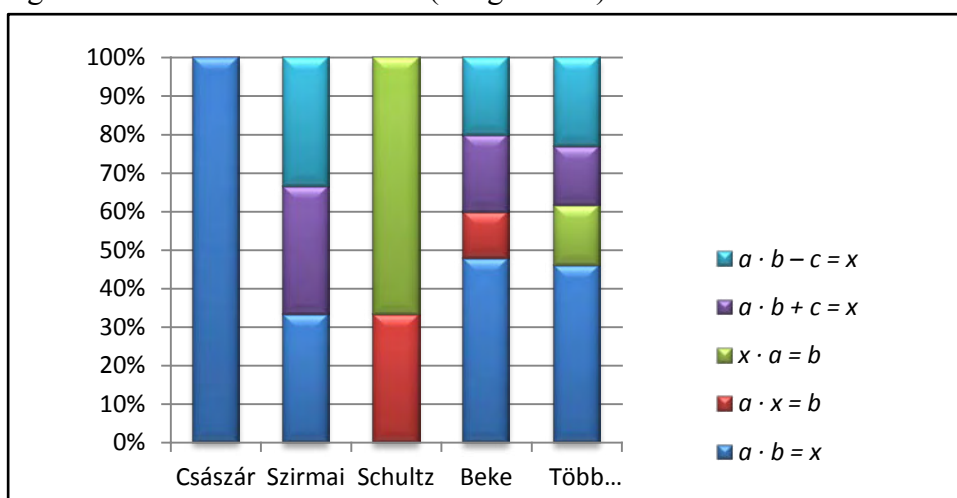
A kivonás (N-ben) számfeladattípusainak százalékos előfordulása, 2. osztály, 1. korszak

A szorzás számfeladatait is 5 osztályba soroltam.

1. a szorzat kiszámítása,
- 2–3. valamelyik tényező kiszámítása,
- 4–5. több műveletet tartalmazó feladatok.

Ahogy a tankönyvek kiadása előrehalad az időben, a feladatok egyre differenciálódnak. Schultz számfeladatai között nem szerepel a szorzat kiszámítása, de ez nem azt jelenti, hogy

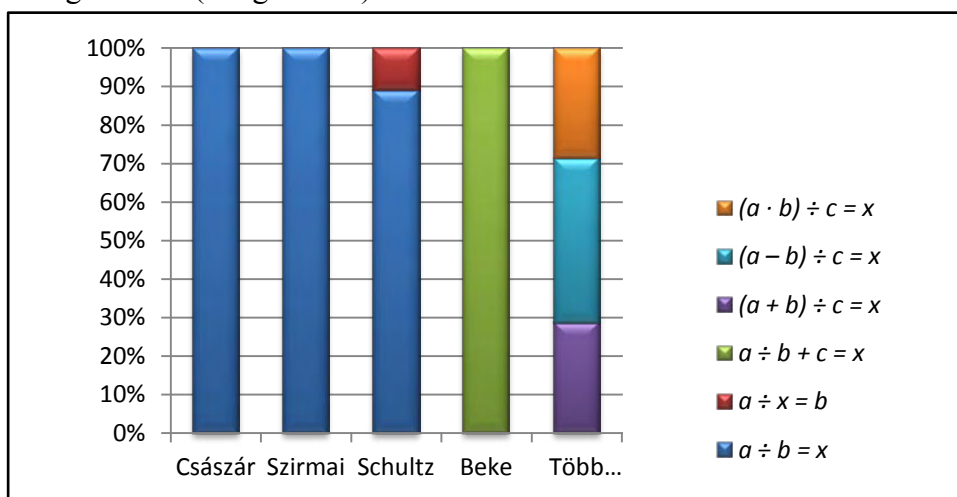
egyáltalán nincs is a tankönyvben. Ezt a feladattípust szöveges kérdésként fogalmazza meg, s így a szöveges feladatok körébe soroltam. (13. grafikon)



13. grafikon

A szorzás (N-ben) számfeladattípusainak százalékos előfordulása, 2. osztály, 1. korszak

Az *osztást* gyakoroltató számfeladatok osztályozására hat feladattípust határoztam meg. Császár és Szirmai csak az  $a \div b = x$  alakú kifejezést számoltatják ki. Beke számfadatai között csak az  $a \div b + c = x$  alak szerepel, de szövegesen megfogalmazza az  $a \div b = x$  feladattípust is, ezt a szöveges feladatok körébe soroltam. Ugyan így jártam el a Több tanító ilyen típusú feladataival is. A zárójeles összetett számfeladatsorok csak a Több tanító tankönyvében jelennek meg, ugyanakkor itt a szöveges feladatok között kevés a több művelettel megoldható. (14. grafikon)



14. grafikon

A osztás (N-ben) számfeladattípusainak százalékos előfordulása, 2. osztály, 1. korszak

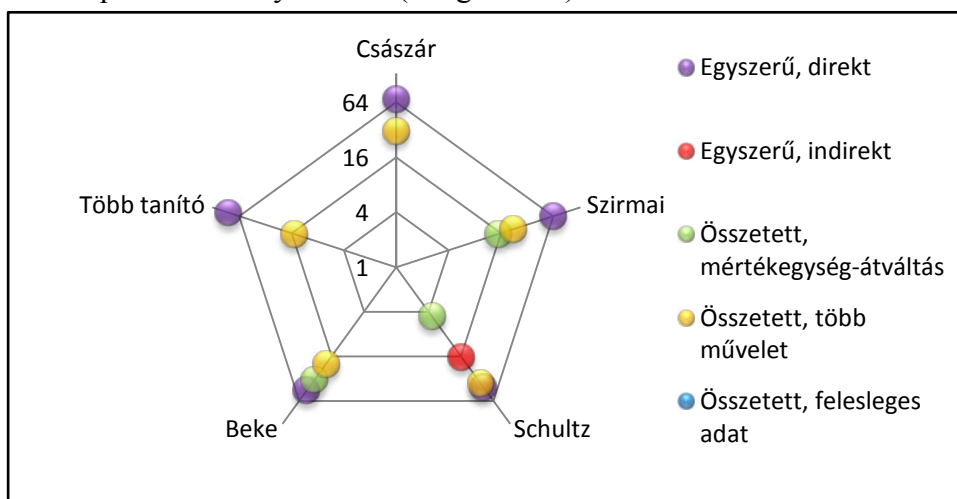
### Szöveges feladatok

A *szöveges feladatok* túlnyomó többsége egyszerű, direkt szövegezésű. Egyedül Schulznál találtam egyszerű, indirekt szövegezésű feladatokat. Szirmai feladatainak 15%-a, Schulznénak 5%-a, Bekének 33%-a kapcsolatos mértékváltással. Császárnál és a Több tanítónál egyáltalán nem szerepel ilyen típusú feladat. Több művelettel megoldható szöveges feladat mindegyik tankönyvben szerepel, igaz, eltérő arányban: a legnagyobb arányban Schulznál (37%), a legkisebben a Több tanítónál (15%). Egyetlen olyan feladatot sem találtam,



amelyikben lenne felesleges adat. A szöveges feladatok típusának tekintetében a legnagyobb változatosságot, négy típusal, Schultz feladatai mutatják. Beke és Szirmai is három-három típust kínál, de Bekénél valamivel kiegyenlítettebb ezek aránya. Császárnál és a Több tanító tankönyveiben csak két típus szerepel: egyszerű, direkt szövegezésű, illetve több művelettel megoldható összetett feladatok, de a Több tanítónál ez utóbbi aránya csupán 15%.

Időben előrehaladva sem a szöveges, sem a számfeladatok tekintetében nem mutatható ki lineáris változás, de az látható, hogy a szöveges és a számfeladatok aránya kezd kiegyenlítődni. A számfeladatok pedig változatosabbak lettek, s az összetett műveletek egyre nagyobb részt kaptak a tankönyvekben. (15. grafikon)



15. grafikon  
Szövegesfeladat-típusok százalékos aránya, 2. osztály, 1. korszak

3. osztály:

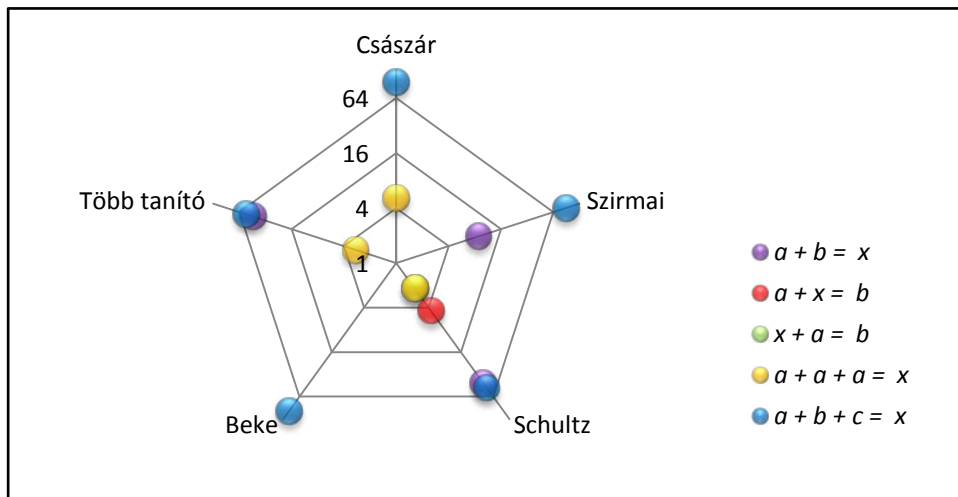
A szóbeli és írásbeli összeadás a természetes számok halmazán témakörében a legkevesebb feladatot Császár közli. Ebben a sorban a Beke tankönyv a következő, de a részletes tartomelemzés kapcsán szembevetünk, hogy ez a tankönyv a szóbeli összeadást a sorozatokkal együtt tárgyalja, ezért a feladatok száma csak az írásbeli összeadást foglalja magában. Kis eltéréssel Schultz, a Több tanító és Szirmai írják a legtöbb feladatot. A későbbi kiadású tankönyvekben egyre nagyobb a szöveges feladatok aránya: ugyanúgy, mint 2. osztályban, Beke és a Több tanító tankönyvében több a szöveges feladat, mint a számfeladat. (9. táblázat)

9. táblázat  
Feladatok száma, 3. osztály, 1. korszak

Összeadás	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Feladatok száma (db)	55	80	75	59	77
Számfeladatok aránya (%)	71	56	53	42	44
Szöveges feladatok aránya (%)	29	44	47	58	56

### Számfeladatok

Mindegyik tankönyvben a három- vagy ennél többtagú összeg kiszámítását célzó feladatok aránya meghaladja a többi típusú feladat arányát. Császárnál, Bekénél csak ilyen típusú feladat van. Egyik tag kiszámítására csak Schultz ad feladatot. Ismételt összeadásra Beke és Szirmai kivételével igen kis százalékban a többiek adnak feladatokat. (16. grafikon)

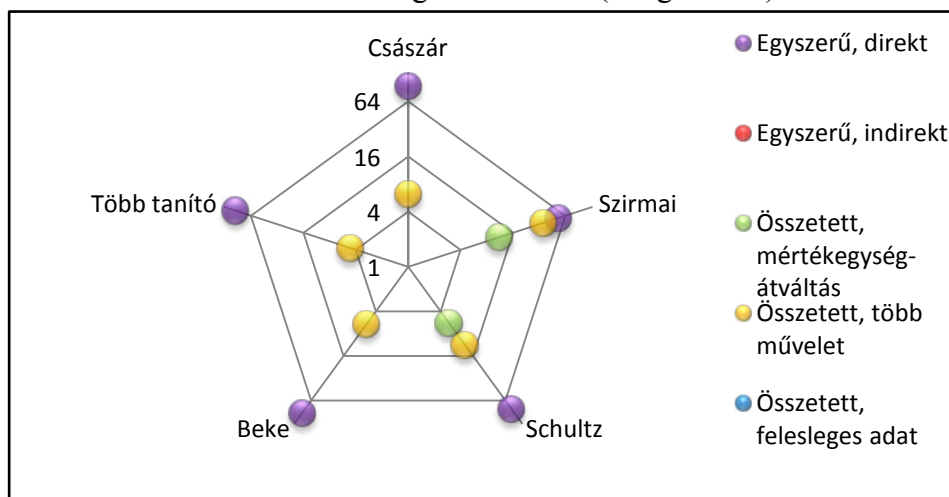


16. grafikon

Az összeadás (N-ben) számfeladattípusai százalékos eloszlásban, 3. osztály, 1. korszak

### Szöveges feladatok

A szöveges feladatok közül ezen az évfolyamon hiányoznak az egyszerű, indirekt szövegezésű feladatok, és ugyanúgy, mint a 2. évfolyamon, nem jelenik meg a szöveges feladatokban a fölösleges adat sem. Az egyszerű, direkt szövegezésű feladatok vannak túlnyomó többségben: átlagosan 84%-ban. Ezt követi az összetett, több művelettel megoldható szöveges feladatok aránya: átlagosan 13%-ban. A vizsgált tananyagrészen mértékváltással kapcsolatos szöveges feladatok csak két tankönyvben szerepelnek, elég kis arányban, de ez csak látszólagos visszaesés a 2. évfolyamhoz képest, mert ezen az évfolyamon mindegyik tankönyvben van mértékváltással kapcsolatos fejezet, amelyekben megjelennek az összeadásra vezető szöveges feladatok. (17. grafikon)



17. grafikon

Szövegesfeladat-típusok százalékos aránya, 3. osztály, 1. korszak

4. osztály:

A negyedik évfolyamon a törtek témakörében (amin csak a pozitív törtek halmazát értik), Schultz tankönyvében van a legkevesebb feladat. Arányában ez az ötöde a Császár tankönyvében lévőknek, ahol a legtöbb feladat található. Császár, Beke és Schultz tankönyveiben a szöveges feladatok aránya nagyobb a számfeladatokénál; Schultz tankönyve

nem is tartalmaz számfeladatokat. Az előző évfolyamok szöveges és számfeladatait figyelve Császár több szöveges feladatot közöl. A Több tanító tankönyve csak a tizedestörtekkel foglalkozik, itt csökken a szöveges feladatok aránya. (10. táblázat).

10. táblázat  
Feladatok száma, 4. osztály, 1. korszak

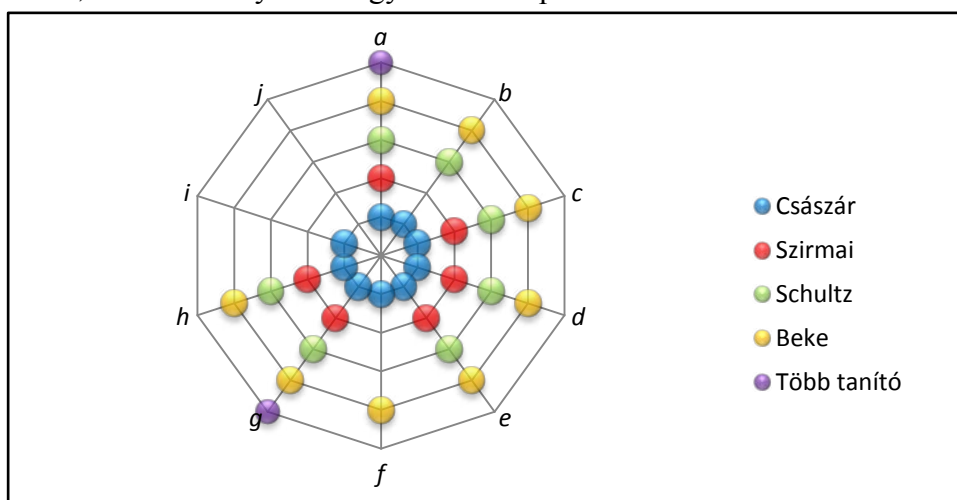
Törtek	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Feladatok száma (db)	219	151	44	162	201
Számfeladatok aránya (%)	37	57	0	29	73
Szöveges feladatok aránya (%)	63	43	100	71	27

### Számfeladatok

A törtekkel végzett számfeladatokat is a négy alapművelet szerint csoportosítottam. Schultz tankönyvében nem jelennek meg a témakörben számfeladatok, de mint láttuk, ő az előző évfolyamon külön fejezetben foglalkozik ezzel a témakörrel. A törtek összeadását a Több tanító (7%) gyakoroltatja a legkisebb arányban. A törtek különbsége gyakoroltatásának arányában nagy eltérés nem mutatkozik, nem így a törtek szorzata és hányadosa tekintetében.

#### A közönséges törtekkel végzett műveletek

A Több tanító tankönyve 4. osztályban a közönséges törteket értelmezi, egyszerűsíti, bővíti, majd a tizedestörteket értelmezi. Ettől eltekintve mindegyik tankönyv foglalkozik a pozitív közönséges tört értelmezésével, egész és tört szorzatának, tört és egész hányadosának, azonos nevezőjű törtek összegének, különbségének kiszámításával, valamint törtek egyszerűsítésével, bővítésével, törtek összegének, különbségének, szorzatának kiszámításával. Az egész és tört összege, különbsége csak a Szirmai tankönyvben nem jelenik meg. Egyik tankönyv sem foglalkozik törtek hányadosának kiszámításával. (18. grafikon) Császár leggyakrabban egész szám tört részét számoltatja; Szirmai több tört tag összegét számoltatja leggyakrabban, és már nemcsak egész számokat szoroz törttel, hanem törtet is többször oszt egész számmal; Beke tankönyvében egyik feladattípus sincs kiemelkedő számban.



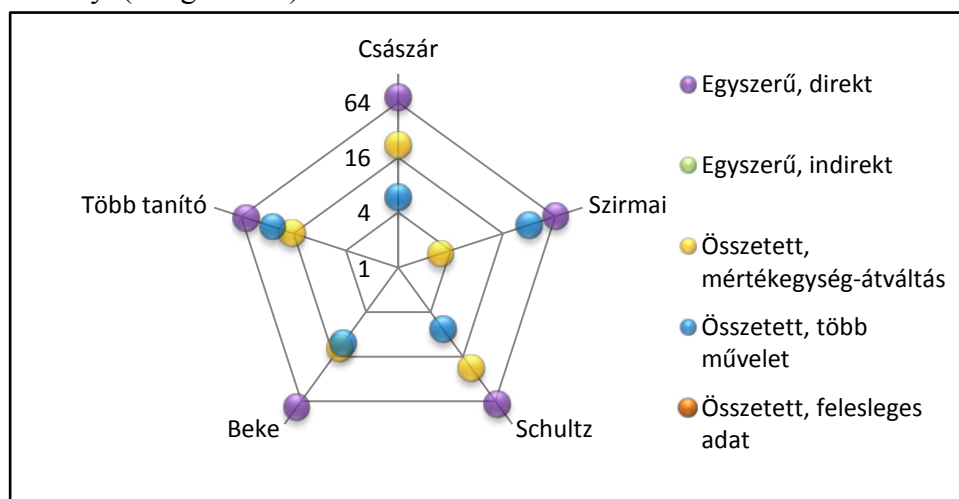
19. grafikon

Törtekkel ( $\mathbb{R}^+$ -ban) végzett műveletek megjelenése, 4. osztály, 1. korszak

- a) Pozitív tört értelmezése, b) egész és tört összege, különbsége, c) egész és tört szorzata, d) tört és egész hányadosa, e) azonos nevezőjű törtek összege, különbsége, f) azonos nevezőjű törtek hányadosa, g) törtek egyszerűsítése, bővítése, h) törtek összege, különbsége, i) törtek szorzata, j) törtek hányadosa

## Szöveges feladatok

Ugyanúgy, mint az előző évfolyamon, itt is ugyanaz a három feladattípus fordul elő. Az egyszerű, direkt szövegezésű feladatok átlagosan  $\approx 70\%$ -ban fordulnak elő. A maradék  $\approx 30\%$ -ot töltik ki a mértékváltással és a több művelettel kapcsolatos feladatok, de különböző arányban. Császárnál, Szirmainál, Bekénél a mértékváltással kapcsolatos feladatok nagyobb arányban szerepelnek, mint a több művelettel megoldhatók, a másik két szerzőnél pont fordított az arány. (19. grafikon)



19. grafikon

Szövegesfeladat-típusok százalékos aránya, 4. osztály, 1. korszak

### 2. b) Szöveges feladatok témái

A következő elemzést Darázi (Darázi 2009) adatbázisa alapján állítottam össze. A vizsgált témakörökben a szöveges feladatok jellemző témái a növények, állatok, tárgyak, anyagok, bútorok, iskolai kellékek, ruházat, ételek, emberi kapcsolatok, foglalkozások, tevékenységek, testrészek, erények, helyszínek.

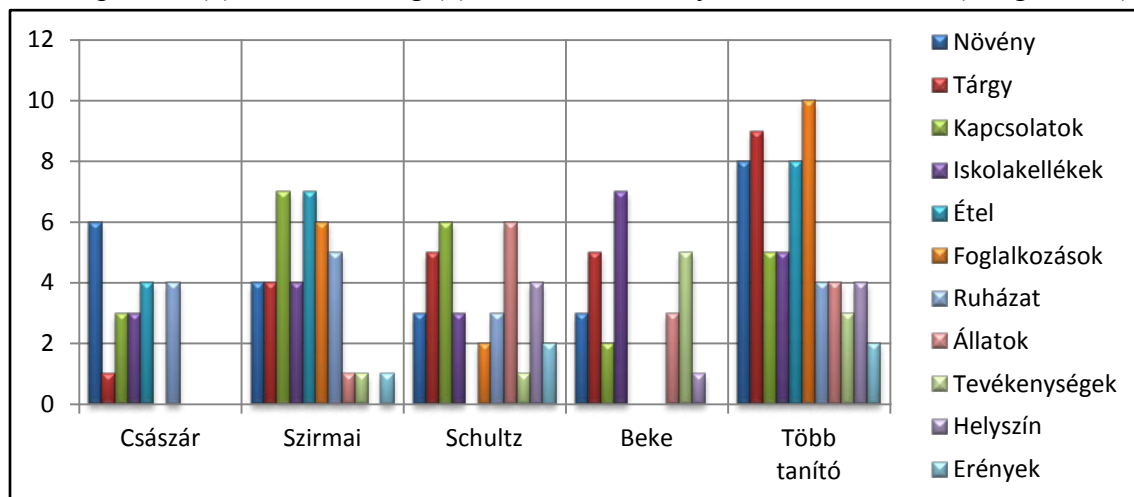
Megmutatkozik a számtan gyakorlati alkalmazásának igénye, például a pénz minden évfolyamon központi téma. A gyümölcsök, zöldségek, gabonafélék, melyekkel a gyermekek nap mint nap találkoztak, Császár tankönyvében már 2. osztályban, a többi tankönyvben 3.-ban kerülnek vezető helyre. Az iskolai kellékek, például a ceruza, a korábbi kiadású tankönyvekben elenyésző számban fordulnak elő, a későbbi kiadásúakban többször, főleg 2. osztályban, de a Több tanító 3. osztályban is sokat foglalkozik a témával. Az emberi kapcsolatok, a szülő-gyermek, gyermek-gyermek kapcsolat megjelenése főleg a második, harmadik évfolyamon dominál. A nemek szerinti előfordulást tekintve Császár tankönyveiben, Bekénél és a Több tanítónál több a hímnemű, Szirmainál közel azonos, Schulznál, aki leányiskolák számára írta a tankönyvet, több a nőnemű szereplő. A vizsgált témákban összesen 52-féle foglalkozás jelenik meg, főleg 3. osztályban. A ruházat témaköre 2. osztályban Császárnál és Szirmainál, 3. osztályban Schulznál, 4. osztályban pedig Bekénél dominál. Úgy tűnik, hogy ez a témakör fokozatosan a felsőbb évfolyamokra tevődik át. Az épületekkel, helyiségekkel kapcsolatban a 3. osztály számára írják a legtöbb feladatot. Viszont a gyermekek életkorának előrehaladtával a környezet tágul, míg 2. osztályban a ház, az iskola és a község építményei szerepeltek, 3. osztályban helyet kaptak a mezőgazdasági területek, a Több tanító tankönyvében harmadikban Olaszország, negyedikben a főváros, Császárnál Amerika is szerepel. Az erkölcsi nevelés is helyet kap a 2., 3. osztályokban a számtantankönyvekben. Erre a témacsoportra jellemző, hogy az erkölcsi tartalmat kifejező szavak a szereplők jelzőjeként található meg a szöveges feladatokban, illetve Schultz tankönyvében rövid intelmekként a feladatok közben.

## 2. osztály:

A másodikos tankönyvekben leggyakrabban a pénz, az anya–fia kapcsolat, illetve az alma szerepel a szöveges feladatokban. A témák változatosságát figyelve, a legtöbbször a Több tanító tankönyveiben találtam, a legkevesebbet Császáréban.

Császár sokszor számol almákkal (5), ruhával: kalap, kabát (4), szöveggel (3). Szirmai és a Több tanító feladataiban többször találkozhatunk a borral is. (Mai szemmel ez igen furcsának tűnik.) A feladatok szereplői általában fiúk, kivéve Schultz feladatait: ő a lányokat helyezi előtérbe (leány tanulóknak készült a tankönyve). Beke előszeretettel számoltat iskolaszerekkel (ceruzákkal, füzetekkel, palavesszőkkel és tollakkal is), helyszíne többször az iskola. A tevékenységek közül az alvást, pihenést, sétálást emeli ki. A Több tanító szereplői között megtaláljuk a kereskedőket. Az erények között megjelenik az adakozás, a jóság, a szorgalom és a takarékoság is.

A 20. grafikon mutatja egyrészt azt, hogy a megjelölt kategóriákból hányféle fordul elő (Császár 6, Szirmai 10, Schultz 10, Beke 7, Több tanító 10). Másrészt azt, hogy egy-egy csoporton belül hányféle elem fordul elő. A legtöbbször növény (8), tárgy (9), étel (8), foglalkozás (10) a Több tanító tankönyvében található. Bekéében a leggyakoribb az iskolakellék (7) és tevékenységi forma (5). A legtöbbször állat (6) a Schultz, a legtöbbször emberi kapcsolat (7) és ruhaféleség (5) a Szirmai tankönyvekben fordul elő. (20. grafikon)



20. grafikon

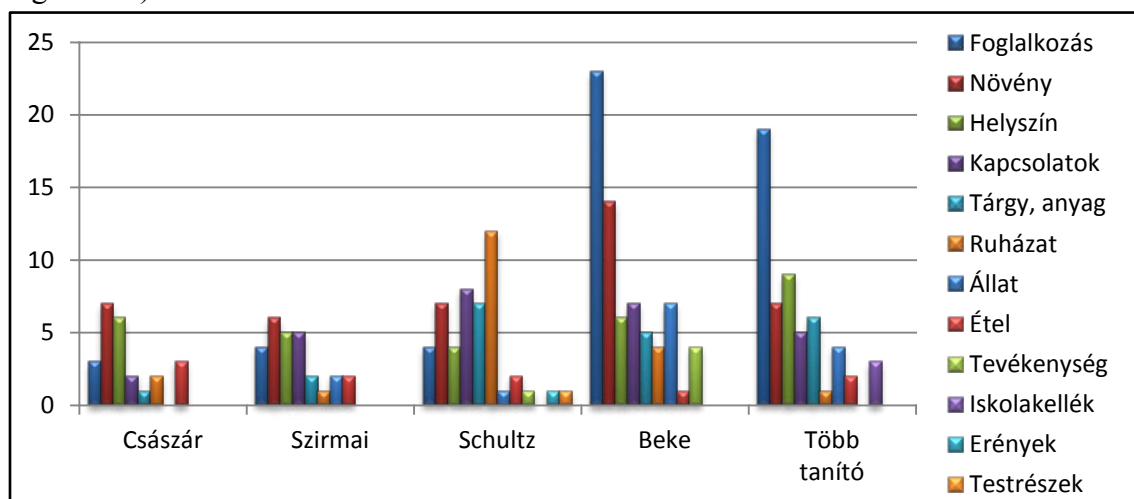
A szöveges feladatok témái között egy-egy kategórián belül a különböző elemek száma, 2. osztály, 1. korszak

## 3. osztály:

A 3. osztályos tankönyvekben legtöbbször a foglalkozások, növények nevei, illetve az emberi kapcsolatok fordulnak elő. Összesen 76 feladatban jelenik meg 39 különböző foglalkozás, ezek közül 23-féle van Beke és 19 a Több tanító tankönyvében. Összesen 53 feladatban jelenik meg 41-féle növény. A előbb említetteken kívül Császárnál még az épületek, helyiségek megjelenése gyakori, szereplői a gazdák, kereskedők, leggyakoribb helyszíne a bolt. Szirmai ugyanúgy, mint a 2. osztályban, a szöveggel számoltat a legtöbbet. Schultznál a ruházat, anyagból készült használati tárgyak (pl. zsebkendő) jelennek meg 17-szer. Összesen 12-féle ilyen dolgot említ, szereplői főként a család, a lányok. A szöveges feladatok között erkölcsi témájú intelmeket, jótanácsokat fogalmaz meg. Bekénél és a Több tanítónál magas számban találtan épületek, épületrészek megnevezését. Beke ember szereplőit mind a két nemből válogatta: megjelenik a férfi, úr, fiú, asszony, nő, gyermek, lány megnevezés is. A mezőgazdasági munkák közül a vetés, aratás, szívesen számoltat a búzával. A Több tanító 4-féle állatot említ 10-szer, a lovat említi a leggyakrabban. Az élelmiszerek/táplálék körében

csak a bort (4-szer) és a sört említi meg. Sokszor számol könyvvel, s a szereplők általában fiúk, gazdák vagy kereskedők. Ezen az évfolyamon Beke szöveges feladatai a legsokszínűbbek, Szirmai feladatai pedig a legkevésbé.

A következő, 21. grafikon, ugyanúgy, mint az előbb, mutatja egyrészt azt, hogy a megjelölt kategóriákból hányféle fordul elő (Császár 7, Szirmai 8, Schultz 11, Beke és a Több tanító 9), másrészt azt, hogy egy-egy csoporton belül hány különböző elem fordul elő. (21. grafikon)



21. grafikon  
A szöveges feladatok témáin belül a különböző elemek száma, 3. osztály, 1. korszak

4. osztály:

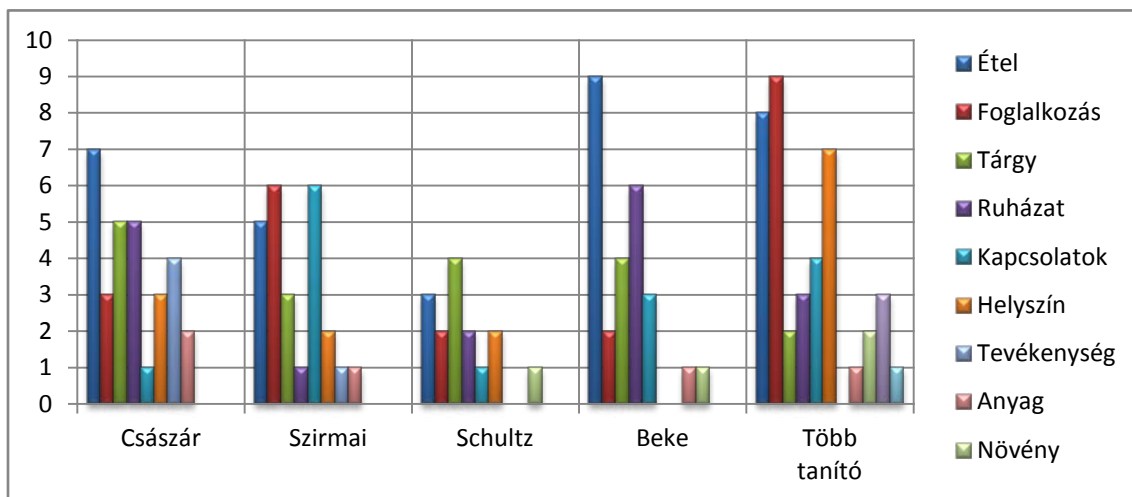
A 4. osztályos tankönyvekben leggyakrabban a tárgyak, ezen belül a pénz és az ételek nevei fordulnak elő. Összesen 42 feladatban jelenik meg 15-féle étel. A ruházat, az anyagok 32 feladatban fordulnak elő, legtöbbször a vászon, a posztó és a szövet. 29 feladatban 13 foglalkozás jelenik meg: leggyakrabban a kereskedő, a kocsmáros, a vendéglős és a birtokos gazda.

Császár 11, étellel kapcsolatos feladatot ír: 7-féle ételt említ meg, a legtöbbször a kávé; szereplői legtöbbször a testvérek. Szirmai a foglalkozásokkal kapcsolatban ad fel több feladatot, leggyakoribb szereplői a kereskedők (5) és a nők (3). Schultznak ebben a témakörben összesen 44 szöveges feladata van. Ő egyetlen egy témát, helyszínt sem ismételt meg. Beke a törtrész fogalmának alakításakor kiemelkedő mennyiségben szerepelteti az almát. A Több tanító feladatainak szereplői általában a gyerekek, a helyszín leggyakrabban a kert és a szántó. Feladatainak témaválasztásában ez a tankönyv a legszínesebb.

A következő, 22. grafikon, mint az előző évfolyamokon is, mutatja egyrészt azt, hogy a megjelölt kategóriákból hányféle elem fordul elő (Császár, Szirmai 8-8, Schultz, Beke 7-7, Több tanító 10). Másrészt az egy-egy csoporton belül előforduló különböző elemek számát.

Császár tankönyvében találtam a legtöbb tárgyat (5) és tevékenységformát (4), Szirmaiéban a legtöbb utalást az emberi kapcsolatok megnevezésére (6), Bekénél fordul elő a legtöbbféle étel (9) és ruhanemű (6), a Több tanító tankönyvében pedig a legtöbbféle foglalkozás (9) és helyszín szerepel (7).





22. grafikon

A szöveges feladatok témáin belül a különböző elemek száma, 4. osztály, 1. korszak

Megállapítható, hogy a vizsgált időszakban és tananyagban a feladatok témái erősen kapcsolódnak a mindennapi élethez. 2. osztályban leggyakrabban a növények, a gyermek közvetlen környezetében előforduló tárgyak, az emberi kapcsolatok és az iskolakellékek szerepelnek. 3. osztályban a foglalkozások, helyszínek, növények, negyedikben az ételek és a foglalkozások kerülnek előtérbe. A foglalkozások, élethelyzetek megismertetése azt sugallja, hogy fontosnak tarthatták már ezen a szinten is a különböző felnőtt tevékenységekkel megismertetni a gyermekeket. Tekinthejtük ezt a munkára nevelés kezdeti szakaszának. Valószínű, hogy a gyermekek akkori élethelyzetét tükrözi, hogy az összes vizsgált tankönyvi fejezet tekintetében mindösszesen két feladatban szerepel a játék.

### 3. A szakszavak előfordulásának vizsgálata

2. osztály:

A második évfolyamon összesen 29 szakszót találtam. A legkevesebb Császárnál, a legtöbb az időben közvetlenül utána megjelenő tankönyvben, Szirmaiánál fordul elő. Egy oldalra átlagosan 0,9 szakszó jut. Ennél kevesebb Császárnál és Bekénél, több pedig Schulztnál és a Több tanítónál.

Nincsenek olyan szakszavak, amelyek mind az öt szerzőnél előfordulnának. Négy szerzőnél előforduló szavak a *hozzáad, osztani, páros, számkör, számlál*. Csak egy szerzőnél előfordulók az *átlag, bontás, egyenlő, kamat, különbség, összeadás, összeg, számvetés, szorzat, tucat*. Az *összeadás, kivonás, szorzás* mindössze egy-egy szerzőnél fordul elő, de a művelet elvégzésére számos szinonimát találtam: pl. *elvesz, híján*, illetve *hozzáad, told*. Szirmai a többiekhez képest kiemelkedően sok szakszót használt, jellemzően a szerzők igyekeztek visszaszorítani a szakszavak számát. Beke meg is fogalmazza ezt a vezérfelvetésében (Beke 1900). (11. táblázat)

11. táblázat

Szakszavak száma, 2. osztály, 1. korszak

Számkörbővítés 20-40-ig	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Oldalak száma	11	14	10,5	24	11
Szakszavak száma	8	19	9	15	11
Egy oldalra jutó szakszavak száma	0,7	1,4	0,9	0,6	1,0

### 3. osztály:

3. osztályban, az összeadás témakörében összesen 27 szakszó szerepel. Mind az öt tankönyvben megtalálható az *összeadás*, *összesen* és a *több* szó. Az összeadás tagjainak elnevezéseit, az *összeadandót*, az *összeget* csak Császár és Schultz nem használja. A helyiérték egységei: *egyes*, *tízes*, *száz*as Bekénél és a Több tanítónál szerepelnek.

A vizsgált fejezetekben 12 olyan szakszó fordul elő, amely csak egy-egy tankönyvben szerepel. Ezek közül talán a legérdekesebb, hogy a *művelet*, *eredmény* csak Bekénél, az *alpművelet* csak a Több tanítónál szerepel. Schultz használja még a számlálás szinonimájaként az *olvas* szót. (12. táblázat)

12. táblázat  
Szakszavak száma, 3. osztály, 1. korszak

Összeadás	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Oldalak száma	3,5	6	7	8	8
Szakszavak száma	7	13	9	15	11
Egy oldalra jutó szakszavak száma	2,0	2,2	1,3	1,9	1,4

### 4. osztály:

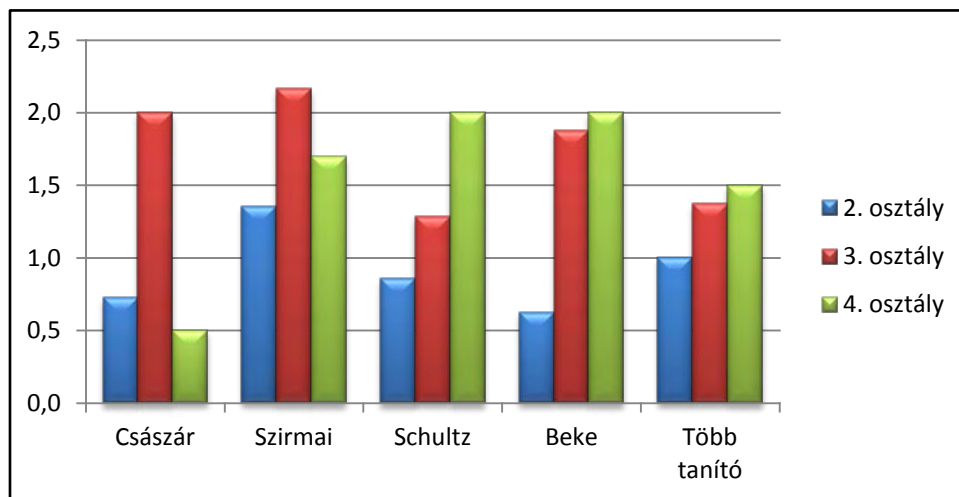
A 4. osztályos tankönyvekben a törtek témaköre összesen 47 szakszót tartalmaz. Szükségszerűen minden tankönyvben szerepel a tört, a törtrészek neve, az egész és a rész. Szirmai, Beke és a Több tanító tankönyvében megtalálhatjuk az *áltört*, *valódi tört*, *vegyes szám*, *számláló* és a *nevező* szakszavakat. Csak Beke tankönyvében szerepelnek az *egyenlő* (közös) *nevező*, *megbővíteni* (bővítés) és a *megrövidíteni* (egyszerűsítés) kifejezések. A Császár tankönyv kivételével mindegyik megnevezi a végrehajtani kívánt műveletet. Tehát szerepelnek a későbbi kiadású tankönyvekben az *összeadás*, a *kivonás*, a *szorzás* és az *osztás* szakszavak is. Beke következetesen alkalmazza az előző években bevezetett szakkifejezéseket, mint például: *összeadandó*, *összeg*, *kisebbitendő*, *kivonandó*, *maradék*, *különbség*, *szorzandó*, *szorzó*, *szorzat*, *osztandó*, *osztó*, *hányados*. (13. táblázat)

13. táblázat  
Szakszavak száma, 4. osztály, 1. korszak

Törtek	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Oldalak száma	14	10	7	17,5	14
Szakszavak száma	7	17	14	35	21
Egy oldalra jutó szakszavak száma	0,5	1,7	2	2	1,5

Egy-egy tankönyvcsaládot tekintve a három évfolyam alatt fokozatos szakszógyarapodást mutat Schultz, Beke és a Több tanító tankönyve. Schultz és a Több tanító tankönyveiben a 2. és 3. osztályos tankönyvek között a szakszónövekedés megegyezik, a negyedik évfolyamon éppen ellentétesen változik. Schultznál megugrik a szakszavak száma, az előző évi növekedésnek majdnem a duplájával. A Több tanító sokkal visszafogottabb, a növekedés itt negyede az előző évinek (23. grafikon).





23. grafikon  
Egy oldalra jutó szakszavak száma, 1. korszak

#### 4. Az illusztrációk jellemzői (könyvészeti szempontok)

A tankönyvek előzetes tanulmányozásakor első ránézésre feltűnik, hogy már szerepelnek bennük illusztrációk, melyek a megértést szolgálják, de arányaiban lényegesen kisebb mértékben, mint azt manapság megszoktuk.

A vizsgált fejezetekben 2. osztályban csak a Szirmai és a Schultz tankönyvekben van illusztráció. Az illusztrációk csekély száma miatt nem érdemes az adatokat százalékban kifejezni. Szirmai négy ábrájából kettő szöveges illusztráció, kettő képi; három az irányított megfigyelést segíti, egy szemléltetésre támaszkodó magyarázat. Kettő aktív tevékenységhez kapcsolódik, egy szolgál a passzív ismeret felelevenítésére, és egy irányítja a tanulási folyamatot. Schultz tankönyvében hét illusztráció nem tartalmaz szöveges elemet, kettő viszont csak szöveges. Ez a kettő a megfigyelést, valamint a tanulási folyamatot irányítja, a többi hét a szemléleti igazolást célozza cselekvéshez kapcsolódóan.

3. osztályban a tankönyvek vizsgált fejezetei nem tartalmaznak illusztrációt.

A 4. osztályos a tankönyvek *törtek* fejezeteiben lényegesen több az illusztráció, mint az adott tankönyvcsalád bármelyik tankönyvének egy-egy fejezetében.

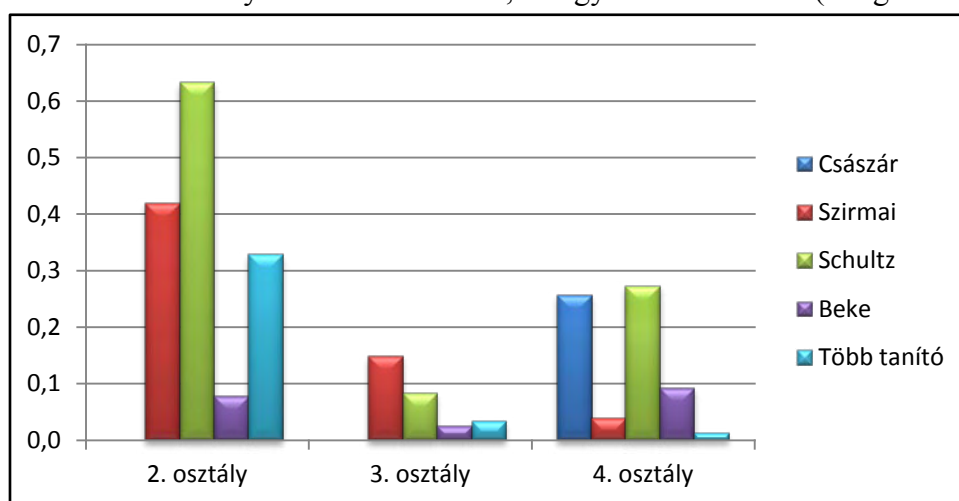
Császár mindegyik illusztrációjában van szöveges elem, de a képi elem a domináns. Célja aktív tevékenységhez kapcsolódva a szemlélet igazolása. A Szirmai tankönyvben egyetlen, szemléletre támaszkodó, szöveges illusztráció van az ismeretek felelevenítésére. Schultz fejezetében van a legtöbb illusztráció: közel 75%-ban képi, de a többiben is 50%-nál kevesebb a szöveges elem. Ezek az illusztrációk a legváltozatosabbak a vizsgáltak között: három irányítja a megfigyelést, egy a szemléltetésre támaszkodó magyarázat, tizenegy célja a szemléleti igazolás. Három illusztrációhoz kapcsolódik aktív tevékenység, a többi az ismeret passzív felelevenítését szolgálja. Beke fejezetében mind az öt ábra tartalmaz képi és szöveges elemet is. Négy irányítja a megfigyelést, egy pedig szemléltetésre támaszkodó magyarázat. Ebben a tankönyvben mindegyik illusztráció aktív tevékenységhez kapcsolódik. (14. táblázat)

14. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 4. osztály, 1. korszak

Számkörbővítés 20-40-ig	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító
Illusztrációk száma (db)	8	1	15	5	0
Az egy oldalra jutó illusztrációk száma	0,6	0,0	2,1	0,3	0,0

Mivel viszonylag még kevés illusztráció van a tankönyvekben, a harmadikos tankönyvek kiválasztott fejezeteiben pedig egy sincs, az összehasonlíthatóság végett (kivételesen) a teljes ábraanyagot vizsgáltam. A 24. grafikon azt mutatja, hogy az egyes tankönyvekben átlagosan egy oldalra hány illusztráció jut. Így jól követhető az illusztrációk mennyiségének viszonya egy tankönyvön belül és a különböző tankönyvek között is.

Császárnak csak a 4. osztályos tankönyvében van illusztráció,  $\approx 0,26$  ábra jut egy oldalra, ami azt jelenti, hogy átlagosan minden negyedik oldalon van egy-egy illusztráció. Szirmai tankönyvei között a 2. osztályosban található a legtöbb illusztráció. Schultz másodikos és negyedikes tankönyveiben jut egy oldalra az adott évfolyamon a legtöbb illusztráció:  $\approx 1,5$ , illetve  $\approx 3,5$  oldalanként. Császár tankönyveit leszámítva Beke tankönyveiben szerepel a legkevesebb illusztráció: rendre 13, 40, 11 oldalanként egy-egy. A Több tanító másodikos tankönyvében  $\approx 3$  oldalanként van egy-egy illusztráció, a többi tankönyvében elenyésző a számuk: a harmadikos tankönyvben összesen 2 db, a negyedikesben 1 db. (24. grafikon)



24. grafikon  
Illusztrációk átlagos oldalankénti száma, 1. korszak

## **2. 5. Klebelsberg Kunó (1922–1931) miniszterségének hatása a matematikaoktatásra**

A 2. 5. fejezet bevezető részét a korszakkal foglalkozó bőséges szakirodalomból elsősorban Karácsony (1939), Mészáros (1992), Kardos–Kelemen (1996), Pukánszky–Németh (1996), Koncz (2007) írásai alapján állítottam össze, amelyben vázolni kívánom a korszak oktatáspolitikai hátterét, a tantervi változásokat.

Az első világháború elvesztését, az Osztrák–Magyar Monarchia szétesését követően Magyarországon Károlyi Mihály alakított kormányt, melynek egyik közoktatási intézkedése a tankötelezettség tizennégy éves korra emelése volt. 1919. augusztus 10-én Imre Sándor rövid VKM-i minisztersége alatt a Tanácsköztársaság minden közoktatásügyi rendelkezését érvénytelenítette.

A trianoni békediktátum értelmében 1920. június 4-én a Magyar Királyság elveszítette területének több mint kétharmadát, lakosságának több mint a felét, a területtel együtt népiskoláinak mintegy 62%-át. Kardos (Kardos–Kelemen 1996) adatai alapján az óvodák 41%-a, a népiskolák 38%-a maradt Magyarország területén. Ugyanakkor a népesség alacsony iskolázottsága, amely a dualizmus korának öröksége sem felelt meg a kor követelményeinek. Nagymértékű volt az abszolút iskolázatlanság, jellemző volt a szakmai műveltség alacsony

színvonala. A középrétegek szakképzettsége, szakmastruktúrája már nem felelt meg a kor követelményeinek.

Bethlen István 1921-ben megalakult kormányában Klebelsberg Kunó 1921 és 1922 között belügyminiszter, majd 1922-től 31-ig a VKM minisztere volt. A kultúrát Klebelsberg politikája a „szellemi népgyógyítás”, valamint a „konzervatív modernizáció” eszközének tekintette. A magyar társadalom belső szerkezetének átalakítását az iskoláztatás tartalmának átalakításával, „tudásberuházással”, az általános műveltségi színvonal emelésével kívánta megvalósítani. (Pukánszky–Németh 1996)

1926-ban a VKM<sup>1</sup> elrendeli a mezőgazdasági népesség érdekeit szolgáló népiskolák létesítését úgy, hogy minden gyermek öt kilométeren belül járhasson iskolába. Ennek keretében ötezer népiskolai tanterem épült három év alatt. Klebelsberg tervei között szerepelt a nyolcosztályos népiskola fokozatos bevezetése is, de a gazdasági válság miatt nem jutott elég pénz a megvalósításra.

1927-ben elindult, de pár év múlva elhalt az iskolán kívüli népművelés fejlesztése a felnőtt lakosság nagy arányú (12%) analfabétizmusának felszámolására.

A minisztériumból irányított reformoknak ugyanazon okok miatt, mint 100 évvel azelőtt is, több ellenzője akadt. A földbirtokosoknak nem volt érdekük a tömeges iskoláztatás; a törvényhatóságok fényűzésnek tartották. A szegény paraszt- és a munkás családok nem engedték iskolába a gyerekeiket, mert szükség volt a család fennmaradásához a munkaerejükre, télen pedig nem volt megfelelő ruhájuk a gyermekeknek. A pedagógusok között is akadt kritizálója a reformoknak. Karácsony Sándor a Ratio Educationis által létrehozott magyar központosított iskolahálózatot tartotta elhibázottnak. Véleménye szerint a református kollégiumok alapján a partikuláris iskolák rendszerét kellene újjáéleszteni. (Karácsony Sándor 1939)

### **2. 5. 1. A tananyag változása 1869 és 1926 között a tantervek tükrében**

A tananyag változását mutatja a 1869–1926-os tantervek alapján a következő négy táblázat.

Az 1. osztályos tananyagban kevés változás mutatkozik a közel negyedszázad alatt. A XIX-XX. század fordulóján, mind a három vizsgált iskolatípusban, az 1. osztály végére a követelmények szerint a tanulók a 20-as számkörben szóban el tudták végezni mind a négy alpműveletet – összeadás, kivonás, szorzás, osztás –, le tudták írni a számokat. Az előző tantervekhez képest tananyagcsökkenést jelentett, hogy a szorzás, osztás 3-mal kikerült a tananyagból. (Megmaradt követelményként a szorzás, osztás 2-vel.) Ugyanakkor tananyagbővülést jelentett a mértékek és a mérések bevezetése. A mértékek közül megismerkedtek a hosszúság, az űrtartalom, a „súly” (tömeg) és az idő mértékegységeivel, valamint a pénzhasználattal. A követelmények alapján tudtak hosszúságot mérni méterrúddal és mérőszalaggal. (1. táblázat)

---

<sup>1</sup> VKM 1926:7. tc.

1. táblázat  
A tananyag változása az 1. osztályban

Évszám	Fenntartó	Tananyag			
1869	Állami <sup>1</sup>	Számlálás 1-től 20-ig vagy 30-ig	A négy alpművelet szóban	Számjegyírás	
1871	Református <sup>2</sup> .				
1877	Állami <sup>3</sup>				
1880	Református <sup>4</sup> .				
1895	Református <sup>5</sup>	Számlálás 1-től 20-ig			Mértékek
1905	Állami <sup>6</sup>				Mérések
1926	Katolikus <sup>7</sup>				
<sup>1</sup> Törvény a népiskolai közoktatás tárgyában ... <sup>2</sup> Dunamelléki Református Egyházkerület népiskoláinak tanterve ... <sup>3</sup> Tanterv a népiskolák számára <sup>4</sup> Dunamelléki Református Egyházkerület népiskoláinak tanterve ... <sup>5</sup> Deső Lajos: Tanterv a Tiszánineni Református Egyházkerület népiskolái számára <sup>6</sup> Tanterv és utasítás az elemi népiskola számára <sup>7</sup> Tanterv és utasítások a katolikus elemi népiskolák számára					

1871-től a református iskolák 2. osztályában a 100-as számkör szóbeli műveletei mellé bevezették a számkörben az írásbeli műveleteket: az összeadást, kivonást, a szorzást és osztást egyjegyű számmal. Az 1880-as tanterv ehhez hozzákapcsolta a mértékeket és a római számokat, 1895-ben pedig kibővítette az írásbeli műveleteket a többjegyű számmal való osztással. Az állami és katolikus iskolák 1905-ös tantervei a műveletek eredményeinek leírása és a szorzótábla ismerete mellé kapcsolták a százas számkörben a szóbeli műveleteket, a tízes számrendszert és a római számokat, 1926-tól pedig a méréseket. Az írásbeli műveleteket, az osztást egy- és többjegyű számmal nem vették be a másodikos követelményrendszerbe.

A XIX-XX. század fordulójára az állami, katolikus és református iskolákban is követelmény volt 100-as számkörben a szóbeli műveletek elsajátítása. Az írásbeli műveletek – beleértve az írásbeli szorzást, osztást egy- és kétjegyű számmal – csak a református iskolák tanterve szerint volt kötelező. Az 1905-os tantervvel belépett a 10-es számrendszer, a helyiérték-táblázat és a római számok ismerete. Az 1926-os tantervekkel a mértékek (pénz, hosszúság, űrtartalom, súly (tömeg), idő ismerete és a mérések témakörben a méterrúddal, mérőszalaggal való mérés. (2. táblázat) A táblázatban színezett cellák jelölik a tanterv szerint előírt tananyagtartalmakat.

2. táblázat  
A tananyag változása a 2. osztályban

Évszám	Fenntartó	Tananyag										
		Természetes számok								Mérések		
		a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	j)	k)
1869	Állami <sup>1</sup>											
1871	Református <sup>2</sup>											
1877	Állami <sup>3</sup>											
1880	Református <sup>4</sup>											
1895	Református <sup>5</sup>											
1905	Állami <sup>6</sup>											
1926	Katolikus <sup>7</sup>											
1926	Állami <sup>8</sup>											
<sup>1</sup> Törvény a népiskolai közoktatás tárgyában ... <sup>2</sup> Dunamelléki Református Egyházkerület népiskoláinak tanterve ... <sup>3</sup> Tanterv a népiskolák számára... <sup>4</sup> Dunamelléki Református Egyházkerület népiskoláinak tanterve ... <sup>5</sup> Deső Lajos: Tanterv a Tiszáninnen Református Egyházkerület népiskolái számára .. <sup>6</sup> Tanterv és utasítás az elemi népiskola számára ... <sup>7</sup> Tanterv és utasítások a katolikus elemi népiskolák számára <sup>8</sup> Tanterv és utasítások az elemi népiskolák számára												
a) Számlálás 100-ig b) Eredmény leírása c) Szorzótábla d) Szóbeli műveletek (+, -, ×, :) e) Írásbeli műveletek (+, -, ×, :) f) Osztas egyjegyű számmal						g) Osztas többjegyű számmal h) Tízes számrendszer i) Mértékek (pénz, hosszúság, űrtartalom, súly (tömeg), idő) j) Mérések méterrúddal, mérőszalaggal k) Római számok						

A XIX-XX. század fordulójára a 3. osztályos állami, katolikus és református iskolákban 1000-es számkörben a szóbeli és írásbeli műveletek elsajátítása, beleértve az írásbeli szorzást, osztást egy- és kétjegyű számmal volt a követelmény, a református iskolákban ezen kívül a tört fogalmának ismerete, valamint egyes műveletek törtekkel. Az 1926-os tantervekkel a harmadikos követelményrendszerbe belép a síkgeometria, megismerkednek a négyzet és a téglalap tulajdonságaival, valamint a számkörnek megfelelően bővítik a római számokkal kapcsolatos ismereteket. (3. táblázat)

3. táblázat  
A tananyag változása a 3. osztályban

Évszám	Fenntartó	Tananyag												
		Természetes számok								Törtek		Geometria		
		a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	j)	k)	l)	m)
1869	Állami <sup>1</sup>													
1871	Református <sup>2</sup>													
1877	Állami <sup>3</sup>													
1880	Református <sup>4</sup>													
1895	Református <sup>5</sup>													
1905	Állami <sup>6</sup>													
1926	Katolikus <sup>7</sup>													
1926	Állami <sup>8</sup>													
<sup>1</sup> Törvény a népiskolai közoktatás tárgyában ... <sup>2</sup> Dunamelléki Református Egyházkerület népiskoláinak tanterve ... <sup>3</sup> Tanterv a népiskolák számára <sup>4</sup> Dunamelléki Református Egyházkerület népiskoláinak tanterve ... <sup>5</sup> Deső Lajos: Tanterv a Tiszáninneri Református Egyházkerület népiskolái számára <sup>6</sup> Tanterv és utasítás az elemi népiskola számára <sup>7</sup> Tanterv és utasítások a katolikus elemi népiskolák számára <sup>8</sup> Tanterv és utasítások az elemi népiskolák számára														
a) Számlálás 1000-ig b) Szóbeli műveletek (+, -, ×, :) c) Írásbeli műveletek (+, -, ×, :) d) Írásbeli szorzás egyjegyű számmal e) Írásbeli szorzás kétjegyű számmal f) Írásbeli osztás egyjegyű számmal g) Írásbeli osztás kétjegyű számmal								h) Maradékos osztás i) Törtfogalom alakítása j) Műveletek törtekkel k) Pénz- és mértékismeret l) Négyzet, téglalap m) Római számok						

Az állami és katolikus iskolák 4. osztályában nem bővítették a számkört a XIX-XX. század fordulójáig, csak a református iskolákban számoltak 1000-en felül. A századfordulótól, az 1905-ös tantervtől kezdve a számlálás millióig lett a követelmény. Az írásbeli műveleteket már háromjegyű szorzóval, osztóval is végezték. A közönséges törtekkel végzett műveletek az 1895-ös tantervvel kikerült a tananyagból, ez alól kivétel a törtek származtatása. A közönséges törtek mellett megismerkedtek a tizedestörtek írásával, olvasásával, összeadásával és kivonásával. Belépett a tananyagba a térgeometria, megismerkedtek a kockával és a rajta értelmezhető térbeli ismeretekkel, valamint a térfogat mérésével.

4. táblázat  
A tananyag változása a 4. osztályban

Évszám	Fenntartó	Tananyag																				
		Számkör			Természetes számok						Tört számok								Geometria			
		a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	j)	k)	l)	m)	n)	o)	p)	q)	r)	s)	t)	
1869	Állami <sup>1</sup>																					
1871	Református <sup>2</sup>																					
1877	Állami <sup>3</sup>																					
1880	Református <sup>4</sup>																					
1895	Református <sup>5</sup>																					
1905	Állami <sup>6</sup>																					
1926	Katolikus <sup>7</sup>																					
1926	Állami <sup>8</sup>																					
<sup>1</sup> Törvény a népiskolai közoktatás tárgyában ... <sup>2</sup> Dunamelléki Református Egyházkerület népiskoláinak tanterve ... <sup>3</sup> Tanterv a népiskolák számára <sup>4</sup> Dunamelléki Református Egyházkerület népiskoláinak tanterve ... <sup>5</sup> Deső Lajos: Tanterv a Tiszáninnen Református Egyházkerület népiskolái számára <sup>6</sup> Tanterv és utasítás az elemi népiskola számára <sup>7</sup> Tanterv és utasítások a katolikus elemi népiskolák számára <sup>8</sup> Tanterv és utasítások az elemi népiskolák számára																						
a) Számlálás 1000-ig b) Számlálás 1000-en felül c) Számlálás millióig d) Írásbeli műveletek (+, -, ×, :) e) Szorzás kétjegyű szorzóval f) Osztás kétjegyű osztóval g) Szorzás háromjegyű szorzóval h) Osztás háromjegyű osztóval i) Tízestízes számrendszer j) Tört számok										k) Törtek származtatása l) Műveletek közös nevezőjű tört számokkal (+, -, *, :) m) Összeadás, kivonás csak közös nevezőjű törttel n) Tizedestörtek o) Tizedestört írási olvasása (+, -) p) Tizedestört összeadás, kivonás q) Mértékek (Területmértékek: m <sup>2</sup> ) r) Mértékek (űrmérték: m <sup>3</sup> ) s) Kocka és a rajta értelmezhető térbeli ismeretek t) Építés kockából												

Az 5–6. osztályos korosztály kívül esik a vizsgálódási körömben, de a tananyag átstrukturálásának követése miatt itt megjegyzem, hogy 5. osztályban gyakorolják az előző évfolyamok tananyagát, megismerkednek a közös nevezőjű törttel és a tizedestörttel, megtanulják a négy alapműveletet, a részekre osztást, a legnagyobb közös osztót, legkisebb közös többszöröst. Arányossági következtetéseket végeznek. A geometriai ismeretek bővülnek a körrel – kerülete, területe, szerkesztése –, valamint a szögvel kapcsolatos ismeretekkel. Megismerkednek a háromszögek fajtáival, szerkesztésükkel, a szabályos sokszögek közül a szabályos hat- és nyolcszöggel. A 6. osztály tananyaga csupán a százalékos és kamatszámítással, a háromszög területének és az egyenes hasáb felszínének, térfogatának a kiszámításával bővül.

Mindegyik tanterv a természetes számok (N) halmazán értelmezi a tananyagot, kivételt képeznek ez alól a törttel kapcsolatos fejezetek, amelyekben az alaphalmaz a pozitív racionális számok (<sup>+</sup>R) halmaza.



## 2. 5. 2. A második korszakból kiválasztott tankönyvek vizsgálatának bemutatása

A vizsgálat ezen időszakában is számos népiskolai tankönyv jelent meg (Hegedős–Tóthpál–Kálmán 1985). A kiválasztott öt tankönyvsorozat között van az előző fejezetben is szereplő, a több fő- és székvárosi tanító által írt tankönyv újabb, átdolgozott kiadása, melyet 1897 és 1933 között folyamatosan kiadtak.<sup>2</sup>

### Tematika

#### 1. a) Témakörök

A vizsgált tankönyvek mindegyikében a pozitív racionális számok halmazán értelmezik a törteket ( $R^+$ -ben) (amennyiben értelmezik), egyébként a számkört, a számkörbővítést és a négy alapműveletet a természetes számok halmazán (N-ben) értelmezik.

#### 2. osztály:

A 2. osztályos tananyag túlnyomó részét ebben az időszakban is a *számkörbővítés 100-ig* (N-ben) teszi ki. Előtte mindegyik tankönyvben megjelenik az *év eleji ismétlés*, de az *év végi ismétlés* még mindig csak a Több tanító (8%) tankönyvében fordul elő. A *római számokkal* a tananyagba beépítve mindegyik foglalkozik, de csak Földes (3%) tankönyvében jelenik meg fejezet szinten. (5. táblázat)

5. táblázat  
Témakörök százalékos előfordulása, 2. osztály, 2. korszak

Témakör	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Év eleji ismétlés	21	28	18	17	37
Számkörbővítés (N-ben)	79	67	82	83	55
Év végi ismétlés					8
Római számok		3			
Az idő mérése		1			
Összesen	100	99*	100	100	100

\*Az eltérés a 100%-tól a kerekítésből adódik.

A számkörbővítés átlagosan a teljes terjedelem 73%-a, ettől legnagyobb mértékben a Több tanító tankönyve tér el az év eleji ismétlés nagy százalékos aránya, valamint az év végi ismétlés miatt. A tananyageloszlás hozzávetőleg ugyanazt a képet mutatja, mint a századforduló időszakában. Az 1. korszakban egy tankönyvben (Schultz) szerepelt a számolás törtekkel, ez ebben a korszakban teljesen kikerült a tananyagból. A 2. korszakban csak egy tankönyvben jelenik meg külön fejezetben a római számok és az idő mérése. (1. grafikon)

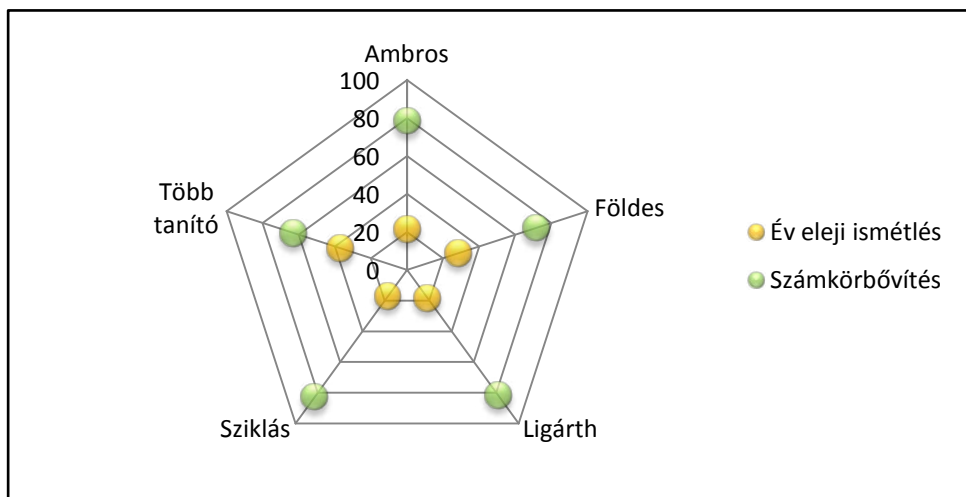
<sup>2</sup> A 2. korszakbeli tankönyvek a '20-as, valamint a '30-as évek elejének időszakából. A tankönyvekre a további hivatkozást az első sorban közlöm.

Hivatkozási név	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás, Kiss	Több tanító2
2. osztály	Ambros 1924	Földes 1923	Ligárth1929	Sziklás 1925	Több 1906
3. osztály	Ambros 1924	Földes 1923	Ligárth1929	Sziklás 1923	Több 1933
4. osztály	Ambros 1923	Földes 1924	Ligárth1930	Kiss 1933	Több 1933

Az Ambros tankönyvek szerzőpárosa Ambros József–Köpeczky Ferenc.

A Sziklás, Kiss tankönyvek szerzőpárosa a második, harmadik osztályban Sziklás Adolf–Walter Károly, a negyedik osztályban Kiss József–Walter Károly. Ezt a három tankönyvet a második szerző alapján tekintetem tankönyvcsaládnak.

A Több fő- és székvárosi tanító második osztályosok számára készült Számolókönyvét a '30-as évek elején is kiadták, de a vizsgálatba csak a 1906(?) -os tankönyvet tudtam bevonni.



1. grafikon  
Témakörök százalékos előfordulása, 2. osztály, 2. korszak

3. osztály:

A 3. osztály tananyagának főbb témaköri csoportjai:

*Év eleji ismétlés* a 100-as számkör tananyagát tartalmazva három tankönyvben jelenik meg (Földes, Ligárth, Sziklás).

A *számkör bővítése* a természetes számok halmazán százzól ezerre és a négy alapművelet begyakorlása szóban és írásban teszi ki a tankönyvek legnagyobb részét: átlagosan 78%-a a tankönyveknek. Ettől legnagyobb mértékben a Több tanító pozitív irányban, illetve Ligárth negatív irányban tér el; ez utóbbi az év eleji ismétlés és az egyéb témakörök bevezetése miatt.

A *mértékekkel, mértékegység-átváltásokkal* mindegyik tankönyv foglalkozik, de külön fejezetben csak Ligárth (9%), Sziklás (7%) és a Több tanító (3%).

A *geometriai* ismeretek Ligárth (11%) és Sziklás (1%) tankönyvében lényegesen eltérő arányban jelennek meg.

Az *év végi ismétlés* két tankönyvben szerepel, Ligárthéban (4%) és Szikláséban (11%).

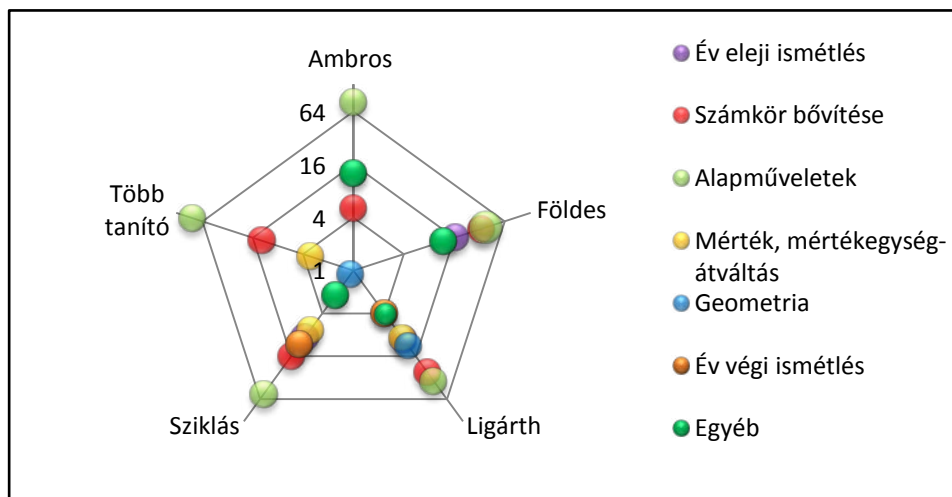
Az *egyéb* kategóriába soroltam a külön fejezetben megjelenő részekre osztás (Földes 9%), tizedestörtek (Ambros 13%), római számok (Földes 3%, Sziklás 2%) témaköröket. (6. táblázat)

6. táblázat  
Témakörök százalékos előfordulása, 3. osztály, 2. korszak

Témakör	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Év eleji ismétlés		16	9	9	
Számkör bővítése (N-ben)	5	34	27	16	12
Alapműveletek (N-ben)	82	38	36	54	84
Mérték, mértékegység-átváltás			9	7	3
Geometria			11	1	
Év végi ismétlés			4	11	
Egyéb	13	12	4	2	
Összesen	100	100	100	100	99*

\*Az eltérés a 100%-tól a kerekítésből adódik.

A 2. grafikonból is jól látható, hogy a tananyag túlnyomó részét a négy alapművelet, valamint a számkörbővítés adja.



2. grafikon  
Témakörök százalékos előfordulása, 3. osztály, 2. korszak

A tankönyvek megjelenésének időpontja szerint vizsgáltam a témakörök egymáshoz viszonyított előfordulását. Sziklás 1923-ban megjelent tankönyvének témaköreire viszonyítva Ambros 1924-es és a Több tanító 1925-ös kiadású tankönyvéből eltűnik az év eleji és év végi ismétlés, a mértékváltás és a geometria. Ambrosnál megjelenik, és egyedül nála fordul elő a tizedestörtek témaköre, amit az egyéb kategóriába soroltam. Földes 1924-es tankönyvében Szikláséhoz képest a mértékváltás, a geometria és az év végi ismétlés tűnik el. Ligárth 1929-es tankönyvében visszatérnek Sziklás témaköreire.

Az 1. korszakhoz képest, ugyanúgy, mint 2. osztályban, a számolás közönséges törtekkel kikerült a tananyagból. Ambros próbálkozását a tizedestörtek bevezetésére a tantervet szem előtt tartva nem követték. A mérték, mértékváltás témakör szerepelt az első korszakban is, beépítve a Műveletek a többnevű számokkal című részbe. A geometriai részek bekerülése a tananyagba újdonság, nem vált még általánossá, csak Ligárth tankönyvében jelentős. (7. táblázat)

7. táblázat  
Témakörök előfordulása, 3. osztály, 2. korszak

Főbb témakörök	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Témakörök száma	3	4	7	7	3
Csak itt nem előforduló témakörök száma					1
Csak itt előforduló témakörök száma					
Témakör felbukkanása		1	3		
Témakör eltűnése					4

4. osztály:

A 4. osztály tananyagából 9 nagyobb csoportot képeztem (8. táblázat).

Az év eleji ismétlés most már csak az Ambros tankönyvben jelenik meg, a többi vizsgált tankönyvben átlagosan 18% terjedelmű, amelytől leginkább a Sziklás tankönyv tér el (8%-kal).

A számkörbővítés (N-ben) 1000-en felüli számkörre a legnagyobb terjedelemben Földesnél szerepel, közel a tankönyv felét (48%) teszi ki, míg a többiekénél átlagosan 21%-ot, amelytől legnagyobb arányban, negatív irányban, a Több tanító (10%-kal) tér el.

A négy alpművelet (N-ben) begyakoroltatására szánt terjedelem ebben a korszakban is a számkörbővítési koncepciótól függ. Minél kisebb lépésekben bővítik a számkört, annál több műveletet végeznek el ott, és annál kisebb terjedelmet szánnak a műveletekre külön-külön.

A mértékek témakörön belül Ambros, Ligárth és a Több tanító külön-külön fejezetet szán a négy alpművelet mindegyikének. A többiek is gyakoroltatják, de nem választják szét művelet szerint a feladatokat. Amennyiben a számkörbővítés, alpművelet, mértékek témakörököt, amelyek a számkörbővítéshez kapcsolódó négy alpművelet begyakorlását célozzák, egy egységnek veszem, akkor ez átlagosan a tankönyvek 61%-át teszi ki. Ettől legkevésbé a Több tanító és Sziklás tankönyve tér el. (Ambros 49%, Földes 76%, Ligárth 47%, Sziklás 69%, Több tanító 65%.)

A törtek témakör ( $R^+$ -ban) vizsgálatok a közönséges és a tizedestörteket egy egységnek tekintetem. Ligárth kivételével mindenki foglalkozik a közönséges törtekkel: a legnagyobb terjedelemben Ambros (27%), majd Földes (9%), a Több tanító (5%) és Sziklás (4%). A tizedestörtek értelmezésére Ligárth (11%) és a Több tanító (2%) tér ki. Ligárth a tizedestörtek összeadását, kivonását is tanítja.

Vegyes feladatokra utaló címszó, ahol minden műveletet gyakorolnak, több helyen is előfordul Ambros tankönyvében (16%), de a Sziklás (11%) és a Ligárth (2%), tankönyvekben is található ilyen fejezet.

A geometriai feladatok csak Ligárth tankönyvében jelennek meg.

Az év végi ismétlés még mindig csupán két tankönyvben lelhető fel, az Ambrosban, (9%) és a Sziklásban (4%).

Az egyéb kategóriába soroltam a római számok megjelenését külön fejezetben – Sziklás és a Több tanító tankönyvében jelenik meg (2-2%-ban) –, valamint a Több tanító Időszámítás (9%-nyi) fejezetét.

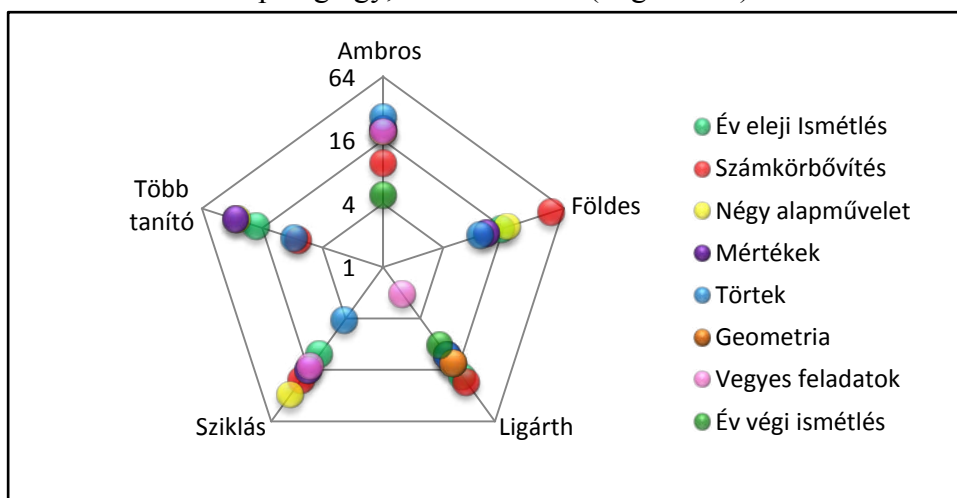
8. táblázat  
Témakörök százalékos előfordulása, 4. osztály, 2. korszak

Témakör (%)	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Év eleji Ismétlés		15	19	10	18
Számkörbővítés (N-ben)	10	48	22	21	7
Négy alpművelet (N-ben)	19	18	13	31	28
Mértékek	20	11	11	16	29
Törtek ( $R^+$ -ban)	27	9	11	4	8
Geometria			13		
Vegyes feladatok	19		2	15	
Egyéb				2	9
Év végi ismétlés	5		8		
Összesen	100	101*	99*	99*	99*

\*Az eltérés a 100%-tól a kerekítésből adódik.

Abból a feltételezésből kiindulva, hogy azt a tananyagrészt tartják a tankönyvszerzők fontosabbnak, amelyre nagyobb terjedelmet szánunk, következik, hogy az Ambros tankönyv a négy alpműveletet, a mértékeket és a törtek tanítását közel azonos fontosságúnak tartja, míg a számkörbővítést és az év végi ismétlést kevésbé. Földes tankönyvében pont ellentétesen, a legfontosabb a számkörbővítés. A számkört kisebb lépésekben bővíti, mindig kitérve az egyes műveletekre, ezért sokkal nagyobb terjedelmet szán a számkörbővítésre, mint a többi tankönyv. Ligárth a vegyes feladatokat és az év végi ismétlést, Sziklás a törtek témakört tartja

a legkevésbé fontosnak, a Több tanító a törtek tanításáról ugyanúgy gondolkodik, mint Sziklás, a számkörbővítésről pedig úgy, mint Ambros. (3. grafikon)



3. grafikon  
Témakörök százalékos előfordulása, 4. osztály, 2. korszak

Ambros témaköreihöz képest a Földes tankönyvben megjelenik az év eleji ismétlés, eltűnik az év végi ismétlés és a vegyes feladatok témaköre. A vegyes feladatok eltűnése azonban nem jelenti a vegyes feladatok valóságos hiányát, mert beépítve megjelennek a számkörbővítés fejezetében. A vegyes feladatok és az év végi ismétlés témaköröket a Ligárth tankönyv visszaveszi, a Sziklás és a Több tanító újra kihagyja. Szembeötlő, hogy ezen a téren mennyire nem volt egyetértés a tankönyvszerzők között. (9. táblázat)

9. táblázat  
Témakörök előfordulása, 4. osztály, 2. korszak

Főbb témakörök	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Témakörök száma	6	5	8	7	6
Csak itt nem előforduló témakörök száma	1				1
Csak itt előforduló témakörök száma			1		
Témakör felbukkanása		1	1	1	
Témakör eltűnése		2		2	1

### 1. b) Témaköri tartalmak

Az előző korszakban vizsgált négy didaktikai irányzat megjelenését itt azért nem részletezem, mert a tankönyvek átvizsgálása során azt tapasztaltam, hogy a tankönyvszerzők elfogadták, és a tankönyvszerkesztés során alkalmazták Beke megállapítását, mely szerint az elvek együttes alkalmazásával alakítható ki az eredményes módszer (Beke 1900).

### 2. osztály:

Tartalmát tekintve az *év eleji ismétlés* az egyes tankönyvekben lényeges különbségeket mutat. Ambros főleg számfeladatokkal az összeadást, kivonást, majd a szorzást, osztást kettővel gyakoroltatja. Földes főleg szöveges feladatokon keresztül gyakoroltatja a négy alapműveletet, köztük a szorzást az ismételt összeadásra visszavezetve, valamint az osztást is, 20-as számkörben. Ligárth is főleg szöveges feladatokon keresztül gyakoroltatja a négy alapműveletet, a hétköznapi élet alkalmaihoz alakítja a feladatokat, olyan címszavak alatt,

mint például a Gyümölcszedés, A Csákó tehén, Az őszi madárvándorlás, A könyv- és papírkereskedésben, A piacon mit vehetünk?, A vegyeskereskedésben. Sziklás különválasztja a 10-es és 20-as számkör ismétlését. Ligárthoz hasonlóan a mindennapi élethez kapcsolja a feladatait: színterei az utca, a különböző vásárlások – piac, papírkereskedés, a szatócs boltja –, az iskola, a gazdaság. Megállapítható, hogy a szerzők építettek arra, hogy az 1. osztályban a gyermekek megtanulják 20-as számkörben mind a négy alapműveletet.

A *számkörbővítés* (N-ben) témakörben a szerzők konszenzusra jutottak. Mindegyik vizsgált tankönyvben tízesével bővítik a számkört, és mindegyik fejezetben a négy alapműveletet gyakoroltatják fejszámolással. Egyetlen egy eltérés van: a Sziklás tankönyv az utolsó lépésben 80-tól bővíti a számkört 100-ig.

Ambros két részre osztja a tankönyvét. Az A) részében számfeladatokkal, majd néhány szöveges feladattal végeztet összeadást és kivonást, majd a 30-as számkörben az egyjegyű számok 3-szorosát, illetve a számok harmadát számoltatja ki. Ezt analóg módon addig végzi, míg el nem jut a 100-as számkörhöz. Bevezeti és minden számkörnél gyakoroltatja a közöséges tört írásmódot is. A tankönyv B) részében először 10-esekkel számol, majd kétjegyű számok összeadását, kivonását végezteti, végül kétjegyű számokat szoroz, oszt egyjegyűvel. Az A) és a B) részt elképzelhetjük két koncentrikus körnek. Az A) részben megtanítja az ismereteket, a B)-ben kicsit magasabb szinten gyakoroltatja a tanultakat.

Földes főleg szöveges feladatokon keresztül bővíti a számkört. Minden számkört számtáblával szemléltet. Nagy súlyt fektet a mértékegységekre: mindegyik számkör bővítésénél megjelenik a hosszúság-mértékegységek közül a cm, dm; a pénz; az űrmértékek közül a l, dl. A függelékben a római számokkal és az idővel kapcsolatos feladatokat találunk. Kis számban ugyan, de megjelenik tankönyvében a feleletválasztásos feladat is.

Ligárth egy-egy számkör bővítését szöveges feladatokkal kezdi, számfeladatokkal folytatja, majd a hétköznapi élet eseményeihez kapcsolja a feladatokat. Ilyen témák például: A kertben, Az időről, a Házépítés, a Levélírás, A baromfiudvar, A karácsony, A szemes terményekről, A cipő készítőjéről, A gyermekek játékairól, Mennyi időt fordítunk tanulásra? A római számok írását minden számkörfejezet végén tárgyalja.

Sziklás minden számkörbővítő fejezetet számlálással, számírással kezd, összead, kivon szám- és szöveges feladatokban, majd a mértékegységeket gyakoroltatja: a hosszúság mértékegységei közül a métert, decimétert; a tömeg mértékegységei közül a kilogrammot és a dekagrammot; az űrtartalom-mértékegységek közül a litert és a decilitert; az idő-mértékegységek közül a hónapot, a napot és az órát. Foglalkozik a pénzzel és a darab mennyiségek közül külön kiemeli a tucatot. Ligárth-hoz hasonlóan a mindennapi élet színtereihez, eseményeihez kapcsolja a feladatokat.

### 3. osztály:

*Év eleji ismétlést* három szerzőnél találunk. A legnagyobb gondot Földes fordítja a témakörre, amely a teljes tankönyv 16%-a. A Ligárth és a Sziklás tankönyvben 9-9%.

A *számkörbővítést* (N-ben) Ambros és a Több tanító tankönyve egy lépésben végzi, Földes és Sziklás négy lépésben. Földes 100→200→300→500→1000 lépésekkel, fokozatosan, Sziklás 100→200→500→700→1000 lépésekkel, ugrásokkal növeli a számkört. Ligárth öt lépésben fokozatosan, egyre nagyobb lépésekben halad: 100→200→300→500→1000.

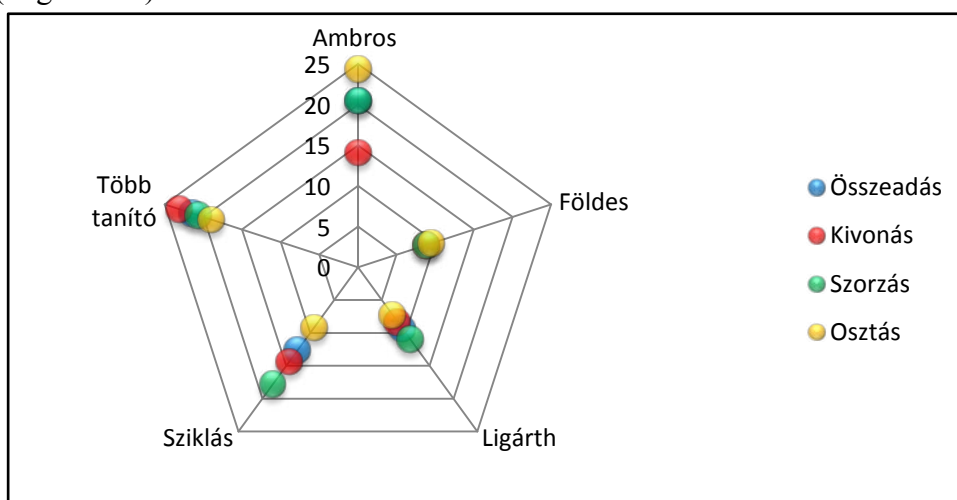
Minél nagyobb terjedelmet szántak a szerzők a számkörbővítésnek, annál kisebb terjedelem jut a műveletek fejezetszintű gyakorlására. Ezzel kapcsolatban két fő irány figyelhető meg. Az egyik esetben kis terjedelmet szánnak a számkörbővítésre, a műveletek begyakorlására pedig többet – így jár el Ambros és a Több tanító. A másik esetben a

számkörbővítéskor alakítják a műveletfogalmat, gyakoroltatják mind a négy műveletet, ahogyan Földes, Ligárth és Sziklás teszi. Földesnek nincs is külön fejezete az összeadásra, ez a téma nála teljesen beleolvad a számkörbővítésbe. Ő az írásbeli műveletek közül az összeadást, kivonást, illetve a szorzást, osztást egyjegyű számmal is itt vezeti be. Ligárth a 200-as számkört közel kétszer akkora terjedelemben veszi, mint bármelyik másik számkört. Feltételezem, abból a megfontolásból kiindulva, hogy itt alaposan begyakoroltatja a műveleteket, majd az analógiára építve gyorsabban haladhat a többi számkörben. (10. táblázat)

10. táblázat  
Számkör bővítése (N-ben) százzól ezerre, 3. osztály, 2. korszak  
(a tankönyv terjedelmének százalékos arányában)

Számkör	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
100-200	5	5	10	7	9
200-300		9	5	4	
300-400		10	6		
400-500					
500-600		9	6	2	
600-700					
700-800			5	5	
800-900					
900-1000					

A négy alpművelet (N-ben) begyakoroltatására szánt fejezetek terjedelme igen változatos képet mutat. Egy tankönyvön belül az egy-egy alpműveletre szánt terjedelmet a művelet súlyának tekintve megállapítható, hogy Földes a négy alpműveletet azonos fontosságúnak tekinti, ha figyelembe vesszük a számkörbővítés fejezeteiben szereplő feladatokat is. Ligárth és a Több tanító közel azonos terjedelemben gyakoroltatja a négy alpműveletet. Ambros legkevesebbet a kivonást gyakoroltatja (14%), az összeadást és a szorzást azonos terjedelemben (21%), a legfontosabbnak vagy legnehezebbnek, legtöbbet gyakorlandónak az osztást tartja (24%). Sziklás tankönyvében, éppen ellentétesen, az osztás a legkisebb terjedelmű, ennél nagyobb az összeadás, még nagyobb a kivonás és legnagyobb terjedelmű a szorzás. (4. grafikon)



4. grafikon  
Műveletek (N-ben) százalékos előfordulása, 3. osztály, 2. korszak

Ambros harmadikos tankönyvében az írásbeli összeadás nem jelenik meg, az írásbeli szorzást egyjegyű és kétjegyű szorzóval, valamint az osztást egyjegyű és kétjegyű osztóval 1-

1 fejezetben tárgyalja. Földesnél a szóbeli összeadás, kivonás, szorzás, osztás; az írásbeli összeadás, szorzás egyjegyű szorzóval és osztás egyjegyű osztóval a számkörbővítés fejezeteibe van beépítve. Külön fejezetbe csak az írásbeli kivonás, az írásbeli szorzás többjegyű szorzóval és az írásbeli osztás többjegyű osztóval témák kerülnek. Ugyanakkor egyedül nála jelenik meg az egész részekre osztása. Nagy gondot fordít arra, hogy vegyesen jelenjenek meg a különböző művelettel megoldható feladatok, feltehetőleg azért, hogy a tanulók ne a fejezet címe alapján döntsék el, hogy melyik feladatot melyik művelettel oldják meg. Ezt a célt szolgálja az igen nagy terjedelmű, Vegyes feladatok című témakör is. Ligárth mind a négy alpműveletnek külön fejezetet szán, ott pedig külön veszi az írásbeli és a szóbeli műveleteket. Ebben a tankönyvben is megjelennek a vegyes feladatok. Sziklás és a Több tanító tankönyve említett témakörének felépítése megegyezik az Ambros tankönyvével. (11. táblázat)

11. táblázat  
A négy alpművelet (N-ben) tanításának százalékos előfordulása, 3. osztály, 2. korszak

Téma	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Szóbeli összeadás	26		8	17	18
Írásbeli összeadás			16	6	8
Szóbeli kivonás	11		8	17	15
Írásbeli kivonás	6	19	13	10	13
Szóbeli szorzás	19		9	17	12
Írásbeli szorzás egyjegyű szorzóval	6		11	16	13
Írásbeli szorzás többjegyű szorzóval		19	8		
Szóbeli osztás	19		13	17	10
Írásbeli osztás egyjegyű osztóval	8		5	6	13
Írásbeli osztás többjegyű osztóval		20			
Vegyes feladatok	3	23	9		
Részekre osztás		19			
Összesen	100	100	100	100	100

A mértékek és a mértékváltás mindegyik tankönyv feladataiban szerepel, külön fejezetben Ligárth, Sziklás és a Több tanító tankönyvében. Geometriai ismereteket a Ligárth (11%) és a Sziklás (1%) tankönyvben találunk. Ligárth a négyzet és a téglalap területét, a terület-mértékegységeket, valamint a *Nagyobb távolságok rajzolása* címszó alatt a kicsinyítést, nagyítást kezdi el bevezetni szakaszok kicsinyítésével. Sziklás a négyzet és a téglalap kerületét, területét vezeti be. A tizedestörtekkel Ambros foglalkozik egyedül.

*Év végi ismétlés* fejezet a Ligárth és a Sziklás tankönyvben van. Ligárthéban 34 szóveges feladat található szóbeli és írásbeli műveletek elvégzésére. A feladatok között van egyszerű direkt szövegezésű, több művelettel megoldható összetett feladat, valamint olyanok is, amelyek megoldásához mértékváltás is szükséges. Sziklás is a négy alpműveletet gyakoroltatja szóveges feladatokon keresztül, de nála csak egyszerű, direkt szövegezésű feladatok vannak.

4. osztály:

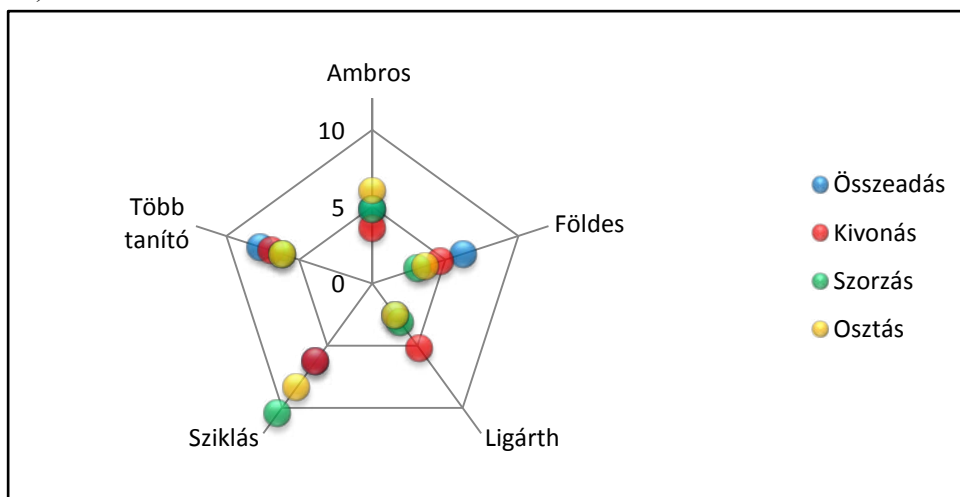
Az év eleji ismétlés már csak Ambrosnál nem szerepel. Földes, Sziklás és a Több tanító szóveges és számfeladatokon gyakoroltatja szóban és írásban a négy alpműveletet. Ligárth ismétli a mértékegységeket – hosszúság, űrtartalom, tömeg, darab, pénz –, a négy



alpműveletet szóban és írásban, valamint a geometria témakört: a négyzetről, téglalapról tanultakat.

A *számkört* (N-ben) az Ambros 10000-ig bővíti egy lépésben. A Földes, a Ligárth fokozatosan, kis lépésekben – 2, 5, 10, 100 ezerig, majd 1 millióig – közben gyakoroltatja a négy alpműveletet és a mértékeket is. Sziklás még kisebb lépésekben – 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500 ezerig, majd 1 millióig – bővíti a számkört. A Több tanító helyiérték-táblázat segítségével, egy lépésben bővíti a számkört, majd külön fejezetekben gyakoroltatja a műveleteket.

Egy-egy tankönyvön belül a *négy alpművelet* súlyát összevetve szembetűnő, hogy mennyire eltérő terjedelmet szánnak a különböző műveleteknek. Az összeadást a Földes és a Több tanító, a kivonást, a szorzást a Sziklás, az osztást az Ambros tankönyv tartja a legtöbbször gyakorolandónak. A legkevesebb feladatot a kivonásra az Ambros és a Sziklás tankönyv ad, a szorzásra a Földes, az osztásra a Ligárth. Az adatokból nem lehet eldönteni, hogy tudatos vagy véletlenszerű az alpműveleteknek ez a súlyozása, de valószínű, hogy ezen feladattípusok gyakorlását tartják a legkevésbé fontosnak ezen az évfolyamon. Egy-egy tankönyvön belül a legnagyobb eltérés a műveletekre szánt terjedelmek között Sziklás tankönyvében mutatkozik, míg a Több tanító tankönyvében ez az eltérés minimális. (5. grafikon)



5. grafikon

Műveletek (N-ben) százalékos előfordulása, 4. osztály, 2. korszak

A grafikonon néhány függvényérték megegyezik, ezért a jelek fedik egymást. Ilyen az Ambros tankönyvben az összeadás és a szorzás, a Ligárthban az összeadás és az osztás, a Sziklásban az összeadás és a kivonás, a Több tanítóban a szorzás és az osztás.

A műveleteket mindegyik szerző külön-külön begyakoroltatja, de csak az Ambros és a Sziklás tankönyvben találtam vegyes feladatokat. Egyedül a Több tanító mutat példát a maradékos osztásra, valamint csak ebben a tankönyvben jelennek meg a műveletekkel kapcsolatos szakkifejezések. Míg a Beke tankönyvben megjelent az összeadás ellenőrzésének az igénye, az itt vizsgált tankönyvekben ez teljesen kimaradt.

A mértékegységeket a Sziklás tankönyv kivételével mindegyik összefoglalja. Mindegyikben megjelennek a hosszúság, az űrtartalom, a tömeg (súly), az idő, a pénznemek, a darabmérték, a terület mértékegységei. A térfogat mértékegységei az Ambros tankönyvben nem szerepelnek, viszont egyedül ebben szerepelnek a papírmértékek (rizsma, konc, füzet, ív).

Az Ambros tankönyv a Császár mintájára, a törtek tanításakor nem törekszik a törtfogalom alakítására. Bemutatja a negyed, nyolcad, tizenketted részeket, valamint a tized-,

századrészt. Ezeket a törteket összeadja, kivonja, szorozza egész számmal, valamint egész számot és törtet oszt törttel (például  $\frac{3}{2} : \frac{3}{4}$ ). A tized- és századrészekhez kapcsolódva bemutatja a tizedestört írásmódját, de műveleteket már nem végez ezekkel. A Földes mennyiséghez kapcsolja a törtfogalmat. Feladataiban különböző tört részeket állítat elő. Közli a törtekkel kapcsolatos elnevezéseket. A különböző nevezőjű törteket összehasonlítja, de egyébként műveleteket nem végez törtekkel. A Ligárth tankönyv közönséges törtekkel nem foglalkozik. Bevezeti, helyiérték-táblázattal szemlélteti a tized-, század- és ezredrész fogalmát, a tizedestört írásmódját, majd ezek összeadását, kivonását gyakoroltatja. A Sziklás tankönyv először egy egészet, majd több egészet oszt részekre, főleg mértékekhez kapcsolva, majd bemutatja a tört írásmódját.

Az előző időszakhoz képest újdonság, hogy a Ligárth tankönyvben megjelenik a téglalap területének kiszámítása, a kocka, a négyzetes hasáb értelmezése, a téglatest testhálójának, felszínének kiszámítása.

Az év végi ismételést az Ambros és a Ligárth tankönyv is többnyire vegyes szöveges feladatokra építi.

## 2. Kérdések és feladatok

### 2. a) Feladattípusok

2. osztály:

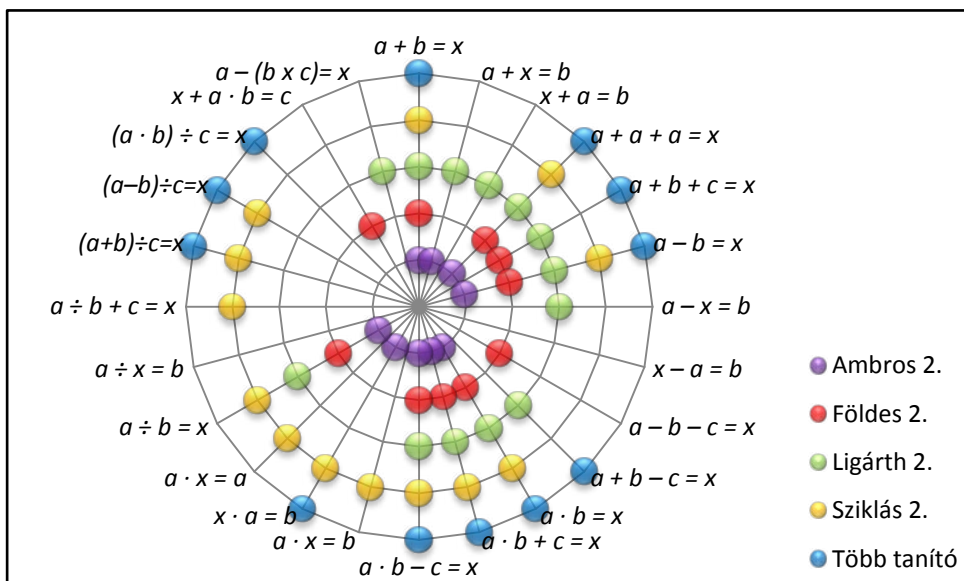
A 2. osztályos tankönyvekben a számkörbővítés 20-tól 40-ig terjedő részét vizsgálva azt tapasztaltam, hogy a szöveges feladatok száma a Több tanító kivételével lényegesen meghaladja a számfeladatok számát. A Ligárth tankönyvben közel 5,3-szer, a Sziklásban 4,5-szer, a Földesben 3,5-szer, az Ambrosban 2,2-szer több a szöveges feladat, mint a számfeladat. (12. táblázat)

12. táblázat  
Szám- és szöveges feladatok százalékos előfordulása, 2. osztály, 2. korszak

Témakör	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Feladatok száma (db)	45	99	154	211	119
Számfeladatok aránya (%)	31	22	16	18	50
Szöveges feladatok aránya (%)	69	78	84	82	50

### Számfeladatok

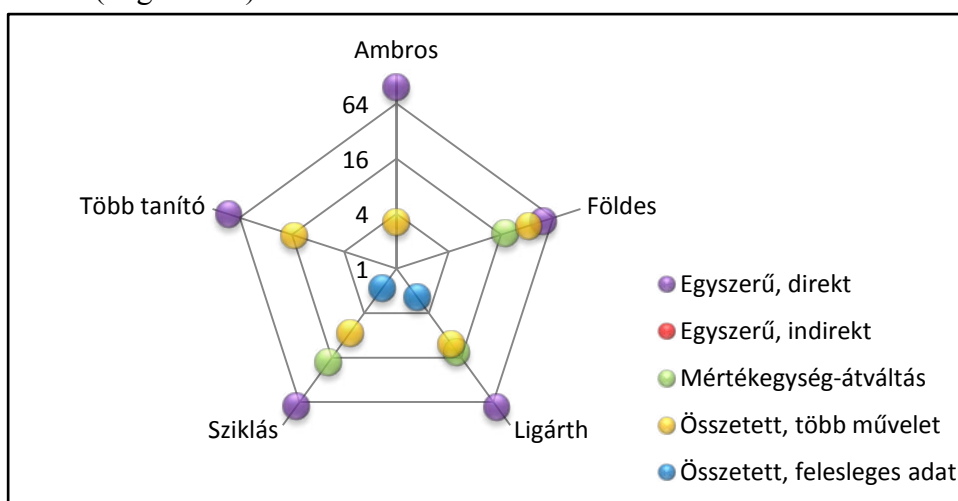
A számfeladattípusokat mutatja a 6. grafikon. Az előforduló feladattípusok közül mindegyik tankönyvben szerepel a két szám összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának kiszámítása, több tag összege, továbbá több azonos tag összege, azaz a szorzás előkészítése. Csak Földesnél talákoztam az  $a - b - c = x$ , illetve a  $x + a \cdot b = c$  alakokkal. Csak Ligárthnál szerepel  $x + a = b$ ,  $a - x = b$ ,  $a - (b \cdot c) = x$ , csak Sziklásnál  $a \div b + c = x$ ,  $(a + b) \div c = x$ ,  $(a - b) \div c = x$ , csak a Több tanítónál  $(a \cdot b) \div c = x$  alak.



A Sziklás tankönyvben megjelennek az analóg feladatok az összeadás és a kivonás gyakorlása során, mint például a  $4 + 1 =$ ,  $14 + 1 =$ ,  $24 + 1 =$ , vagy  $11 - 2 =$ ,  $21 - 2 =$ . Ez a tankönyv mutat algoritmust az összeadásra és a kivonásra helyiérték-átlépéssel, például a  $11 + 11 =$  kiszámolására:  $11 + 10 = 21$ , majd  $21 + 1 = 22$ , azaz  $11 + 11 = 22$ ; illetve  $26 - 7 =$  kiszámolására:  $26 - 6 = 20$ , ezután  $20 - 1 = 19$ , azaz  $26 - 7 = 19$ .

### Szöveges feladatok

A *szöveges feladatok* legnagyobb hányadát az egy művelettel megoldható, direkt szövegezésű feladatok képezik. Az indirekt szövegezésű feladatok még nem jelennek meg. Mértékegység-átváltással kapcsolatos feladatokat Földes (8%), Ligárth (22%) és Sziklás (20%) tankönyveiben találtam. Összetett, több művelettel megoldható feladat mindegyik szerzőnél szerepel, nagyon különböző arányban: az Ambros tankönyvben 1%, a Földesben 15%, a Ligárthban 17%, a Sziklásban 8%, a Több tanítóéban 9%. Két tankönyvben: a Ligárthban (4%) és a Sziklásban (2%) megjelennek olyan szöveges feladatok, melyek felesleges adatokat is tartalmaznak. (7. grafikon)



### 3. osztály:

A szóbeli és írásbeli összeadás témakörét vizsgálva kivettem Földes tankönyvét, mert itt nem különül el ennek a két számolási eljárásnak a tanítása, így az oldalszám meghatározása bizonytalan lenne. Földes tankönyvében egy-egy számkör bővítésekor általában ugyanannyi a számfeladat, mint a szöveges feladat. (13. táblázat)

13. táblázat  
Szám- és szöveges feladatok százalékos előfordulása, 3. osztály, 2. korszak

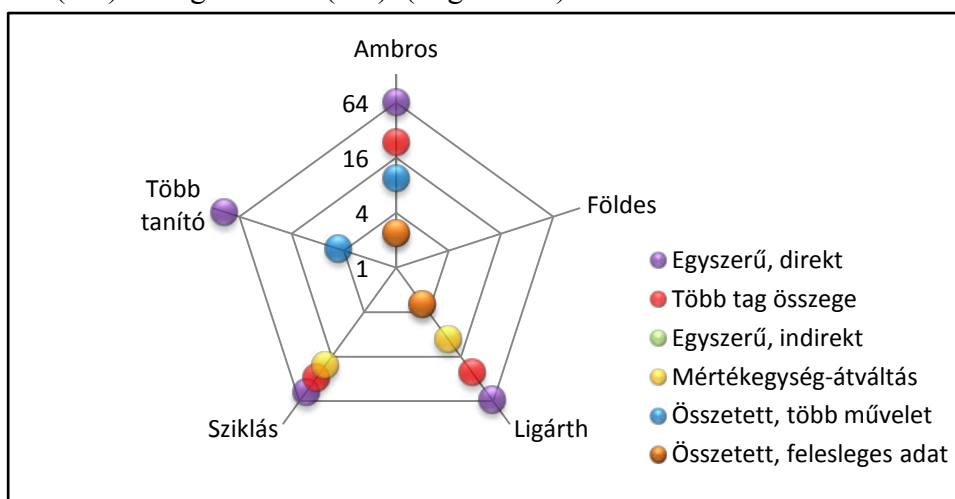
Összeadás	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Feladatok száma (db)	170		70	87	77
Számfeladatok aránya (%)	75	50	7	7	44
Szöveges feladatok aránya (%)	25	50	93	93	56

### Számfeladatok

Mindegyik vizsgált tankönyvben szerepel a számfeladatok között két tag, illetve több tag összegének kiszámítása szóban és írásban. Más típust ebben a tananyagrészen nem találtam.

### Szöveges feladatok

A szöveges feladatok között az egyszerű, direkt szövegezésű uralja a feladatokat átlagosan 88%-ban. Ezen belül jelöltem azok átlagát, ahol a tagok száma több, mint kettő; ez az Ambros (24%), a Ligárth (26%) és a Sziklás (31%) tankönyvben fordul elő. Mindegyik tankönyvben nagy számban vannak olyan szöveges feladatok, amelyekben szerepel a mértékegység, de olyanokat, amelyekben a feladat megoldása megkívánja a mértékegységváltást, csak a Ligárth (6%) és a Sziklás (17%) tankönyv tartalmaz. Összetett, több művelettel megoldható feladat Ambros (10%) és a Több tanító (5%) tankönyvében van. Két tankönyvben – igaz, igen kicsiny százalékban – már találtam olyan feladatokat, amelyekben szerepel felesleges adat is: Ambroséban (2%) és Ligárthéban (3%). (8. grafikon)



8. grafikon  
Szövegesfeladat-típusok százalékos előfordulása, 3. osztály, 2. korszak

### 4. osztály:

A törtek ( $R^+$ -ban) témakörében a szöveges feladatok még nagyobb arányban szerepelnek, mint a tankönyvek többi fejezeteiben. Az Ambros tankönyvben feleannyi számfeladat van,

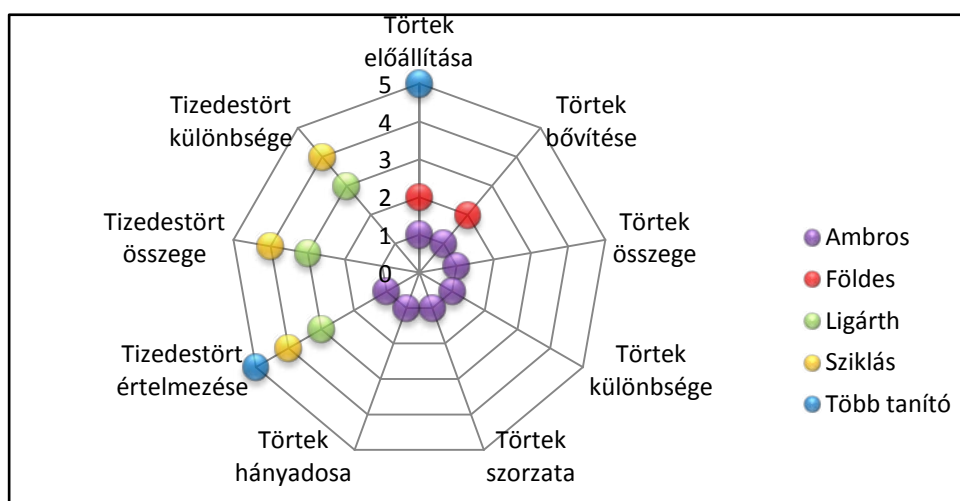
mint szöveges feladat. Arányaiban a legkevesebb a Sziklás tankönyvben van, mindössze 2%. (14. táblázat)

14. táblázat  
Szám- és szöveges feladatok százalékos előfordulása, 4. osztály, 2. korszak

Törtek	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Feladatok száma (db)	171	51	104	95	17
Számfeladatok aránya (%)	33	4	3	2	12
Szöveges feladatok aránya (%)	67	96	97	98	88

### Számfeladatok

A 9. grafikon a számfeladatok típusainak megjelenését mutatja. Nincs olyan feladattípus, amelyik mindegyik szerzőnél megtalálható lenne. Az Ambros az egyetlen tankönyv, amelynek feladatai között szerepel törtekkel végzendő alpművelet, úgymint törtek összege (például  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ ), törtek különbsége (például  $\frac{1}{2} - \frac{3}{8}$ ); törtet csak egész számmal szoroz, de tanítja a törtek hányadosát (például  $\frac{4}{5} : \frac{1}{10}$ ). A tizedestörtekkel végzett összeadás és kivonás a Ligárth és Sziklás tankönyv feladatai között szerepel.



9. grafikon  
Számfeladattípusok megjelenése (R<sup>+</sup>-ben), 4. osztály, 2. korszak

### A szöveges feladatok témái

A Földes és a Ligárth tankönyv mind a három évfolyamon a mindennapi élethez kapcsolódó témák köré csoportosítja a feladatokat. A többi tankönyvben az egymást követő feladatok témái nem kapcsolódnak egymáshoz.

2. osztály:

A feladatok témái a gyermekek közvetlen környezetével kapcsolatosak. A főbb témák az Ambros tankönyvben: földművelés, háztartás, idő, kereskedés, pénz; a Földes tankönyvben: család, életmód, házimunka, idő, iskolaszerek, játékok, pénz; a Több tanító tankönyvében: iskolaszerek, termékek, pénz. Ligárth témakörei: A kertben, Az időről, A házépítés, A levélírás, Az éléskamrában. Sziklás témakörei: A hónap napjai, Kirándulás, Beszélgetés az

időről, Közeledik a tél, A kereskedésben, Karácsonykor, A konyhában, A játékosboltban, Földművelés, Vigyázzunk az egészségünkre.

### 3. osztály:

Az Ambros, a Földes, a Több tanító tankönyv feladatai főleg az iskolához, a kereskedéshez, a gazdálkodáshoz kapcsolódnak.

Ligárth és Sziklás a feladatokat itt is különböző témák köré csoportosítja. A tankönyvek borítóján ugyan nem jelenik meg, de a feladatok témáiból kitűnik, hogy Ligárth tankönyve inkább a falusi, Sziklásé inkább a fővárosi gyermekeknek szól. Megjelennek a háztartással kapcsolatos témák, például a befőzés, a vetemény, a kert, a világítószerek, a fűtőanyagok, a ház körüli őszi munkák. A vásárlással, a kereskedéssel kapcsolatos tevékenységeket ismerik meg a gyermekek a különböző boltokhoz kapcsolódó témákban, mint például a piac, a vásárcsarnok, a pékség, a tejbolt, a posta, a kézimunka-bolt, a papír-, fűszer-, fehérnemű-, épületfa-, vaskereskedés, de szerepel az italbolt is. Ismerkednek különböző szakmákkal is, mint például a cipész, szatócs, kertész; a gazdaságban végzett tevékenységekkel, teherszállítással, de megjelennek az asztalos, a bérkocsis, a halász, a lakatos, a napszámos, a nyomdász, a könyvkötő és a vadász mesterséghez kapcsolódó feladatok is. Földrajzi helyekkel ismerkednek a gyermekek, amikor például a vármegyéről, Pest megyéről, a budai hegyekről, a Duna-partról, Budapestről szólnak a feladatok. A feladatok kapcsán kirándulnak, sétálnak az utcán, a faluban, az erdőben, a mezőn. A Ligárth tankönyv feladatai között megjelennek a katonasággal és a trianoni diktátummal kapcsolatos feladatszövegek is.

### 4. osztály:

Az Ambros tankönyv különböző mennyiségekkel, terményekkel, fémekkel számol. Megjelenik az ellentétes mennyiségek tárgyalása kapcsán az adósság, vagyon fogalma, továbbá a gőzmozdony, de még Arkhimédész törvénye is. A Földes tankönyv különböző tárgyak – körte, alma, dió, kalács, papírlap – törtreszeit állítatja elő. Feladatai főleg a kereskedéshez, gazdálkodáshoz, a család mindennapjaihoz kapcsolódnak, de megjelenik a vasúthálózat, a kereskedő csődje, valamint földrajzi ismeretek: országok, hegycsúcsok. A Ligárth és a Sziklás tankönyv ebben a témakörben is témacsoportokat képez, azok köré szervezi a feladatokat. A Ligárth tankönyv témakörei például A család szükséglete, Az asztalos bevétele, A fogyasztási szövetkezet. A Sziklás tankönyv témakörei például Az erdészet, Az asztalos műhelyben, a Tartsuk számon a holminkat, A könyvkötőnél. A Több tanító több esetben a mértékegységeket használja a tizedestörtekkel kapcsolatos műveletek elvégzéséhez.

## 3. A szakszavak előfordulásának vizsgálata

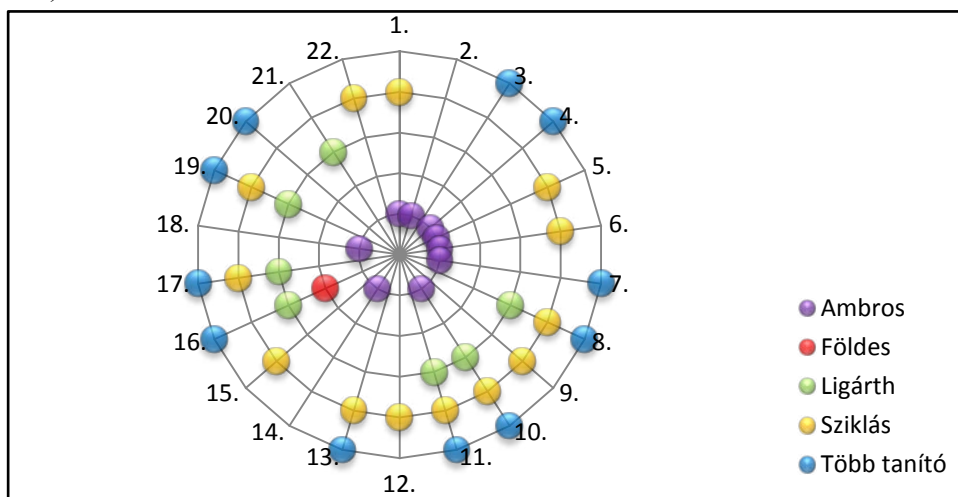
### 2. osztály:

Ambros és a Több tanító tankönyvében átlagosan két oldalra három különböző szakszó jut. A Sziklás tankönyvben nem jut minden oldalra különböző szakszó, a Ligárthban átlagosan háromoldalanként fordul elő egy-egy (különböző) szakszó. A szakszavak tekintetében a Földes tankönyv a legvisszafogottabb. (15. táblázat)

15. táblázat  
Szakszavak száma, 2. osztály, 2. korszak

Összeadás	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Oldalak száma	5,5	13	20	20	5,5
Szakszavak száma	9	2	7	13	9
Egy oldalra jutó szakszavak száma	1,64	0,15	0,35	0,65	1,64

Nincs olyan szakszó, amelyik mindegyik tankönyvben megjelenne; az *osztás* szó fordul elő a legtöbb tankönyvben (négyben). A vizsgált fejezetben a csak egy tankönyvben megjelenő szakszavak a következők: *egész, egyenlő, mérték, összeadás, páratlan, sokszorozás, számjegy, számsor* (a sorozatra használja Ambros), *tizes, valahányada, valahányasával*. Két-három tankönyvben előforduló szavak a *bennfoglalás, elvevés, harmadrész, háromszoros, hozzáad, kivonás, páros, számkörbővítés, számlál* és a *szorzás*. (10. grafikon)



10. grafikon

Szakszavak megjelenése, 2. osztály, 2. korszak

A vizsgált fejezetben az előforduló szakszavak listája: 1. bennfoglalás, 2. egész, 3. egyenlő, 4. elvevés, 5. harmadrész, 6. háromszoros, 7. hozzáad, 8. kivonás, 9. mérték, 10. osztás, 11. összeadás, 12. páratlan, 13. páros, 14. sokszorozás, 15. számjegy, 16. számkörbővítés, 17. számlál, 18. számsor (a sorozatra használja Ambros), 19. szorzás, 20. tizes, 21. valahányada, 22. valahányasával.

3. osztály:

Az összeadás témakörben a szakszavak használatának tekintetében valamivel egységesebb a kép, mint a 2. osztályos tankönyvek vizsgált fejezeteiben, ha a különböző szakszavak számát figyeljük. E tekintetben egyedül az Ambros tankönyv emelkedik ki, ahol átlagosan minden oldalra jut egy-egy újonnan megjelenő szakszó. A többi tankönyvben arányaiban ennél kevesebb szakszót használnak. (16. táblázat)

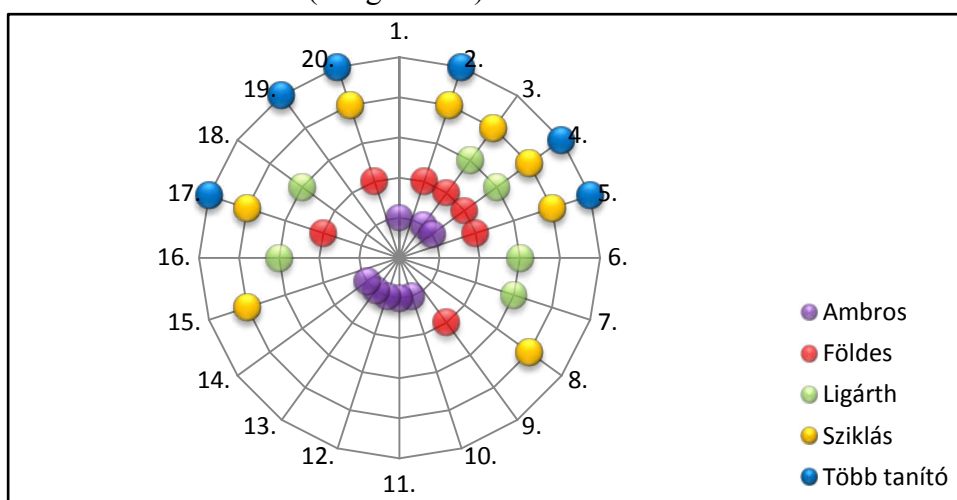
16. táblázat

Szakszavak száma, 3. osztály, 2. korszak

Összeadás	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Oldalak száma	8	9	9	11	8
Szakszavak száma	8	7	6	8	6
Egy oldalra jutó szakszavak száma	1,00	0,78	0,67	0,73	0,75

Egyetlen szakszó van, amelyik mindegyik tankönyvben előfordul: az *írásbeli számolás*. Több tankönyvben előforduló szakszavak az *egyes, fejszámolás, írásbeli számolás, összeadandó, százaz, tizes*. A *fejszámolást* is mindenki megnevezi, de a Sziklás tankönyvben *szóbeli összeadás*, a Több tanítóban *szóbeli számolás* néven jelenik meg. Ezekkel együtt 14 szakszó (több, mint a szakszavak fele) csak egy-egy tankönyvben fordul elő. Ezek a szavak, illetve kifejezések az *add össze, összeadás, összeadás írásban, összeadás szóban, összeg,*

összegezd, páratlan, páros, sorgyakorlat, számkör, számlál, számolás szóban, szóbeli összeadás és a szóbeli számolás. (11. grafikon)



11. grafikon

Szakszavak megjelenése, 3. osztály, 2. korszak

A vizsgált fejezetben az előforduló szakszavak listája: 1. add össze, 2. egyes, 3. fejszámolás, 4. írásbeli számolás, 5. összeadandó, 6. összeadás, 7. összeadás írásban, 8. összeadás szóban, 9. összeg, 10. összegezd, 11. páratlan, 12. páros, 13. sorgyakorlat, 14. számkör, 15. számlál, 16. számolás szóban, 17. százas, 18. szóbeli összeadás, 19. szóbeli számolás, 20. tízes.

4. osztály:

4. osztályban a törtekkel kapcsolatos szakszavak egy oldalra jutó átlagos számától (0,7) pozitív irányban a Földes, negatív irányban a Sziklás tankönyv tér el legnagyobb mértékben. (17. táblázat)

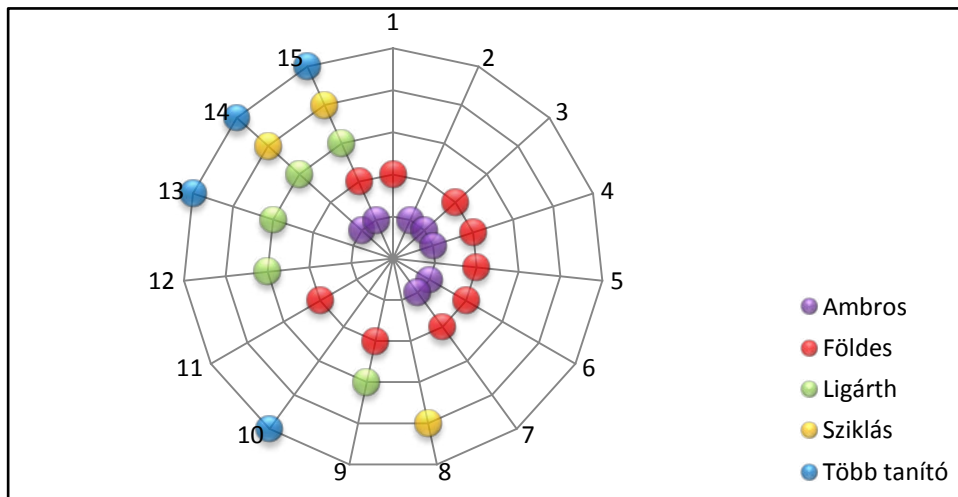
17. táblázat

Szakszavak száma, 4. osztály, 2. korszak

Törtek	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Oldalak száma	11	9	6	10	5
Szakszavak száma	7	9	5	3	4
Egy oldalra jutó szakszavak száma	0,64	1,00	0,83	0,30	0,8

Egy szókapcsolat van: a *(valahanyad) rész (tizedrész, századrész stb.)*, amelyik mind az öt tankönyvben előfordul, Több tankönyvben előforduló szakszavak a *nevező, számláló, törtszám, vegyes szám, egész, tizedespont*, és a *tizedestört*. A szavak közel felével (*áltört, közöséges tört, tiszta tört, alpművelet, egyes, osztható*, és a *tizedes*), azonban csak egy tankönyvben találkozunk. Ez a nagy arányeltérés nem magyarázható még azzal sem, hogy a tankönyvek között van olyan, amelyik a közöséges törtekkel, van olyan, amelyik a tizedestörtekkel, és olyan is, amelyik mind a kettővel foglalkozik. (12. grafikon)



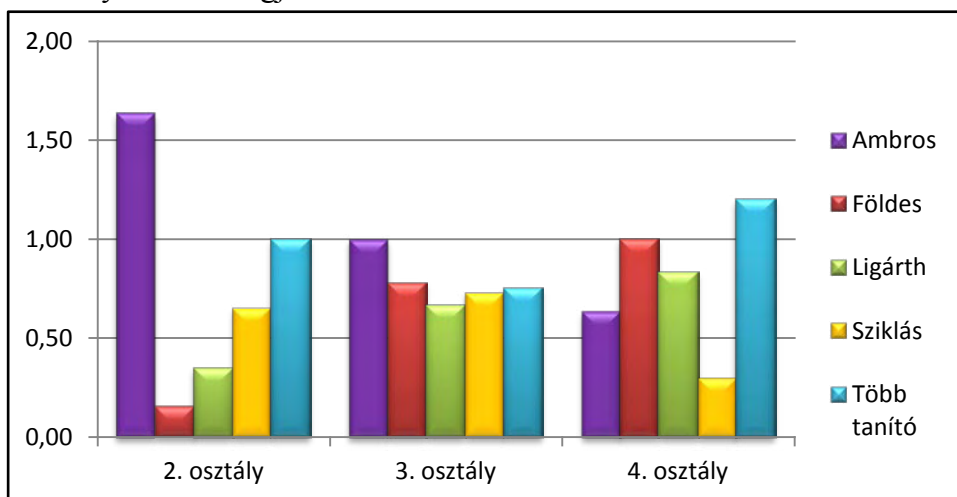


12. grafikon

Törtékhez kapcsolódó szakszavak megjelenése, 4. osztály, 2. korszak

A vizsgált fejezetben az előforduló szakszavak listája: 1. áltört, 2. közösleges tört, 3. nevező, 4. számláló, 5. tiszta tört, 6. törtszám, 7. vegyes szám, 8. alpművelet, 9. egész, 10. egyes, 11. osztható, 12. tizedes, 13. tizedespont, 14. tizedestört, 15. valahányad rész

Egy-egy matematikai tananyag meghatározza a hozzá kapcsolódó szakszavakat, ezért tanulságos osztályonkénti megjelenésük összehasonlítása.



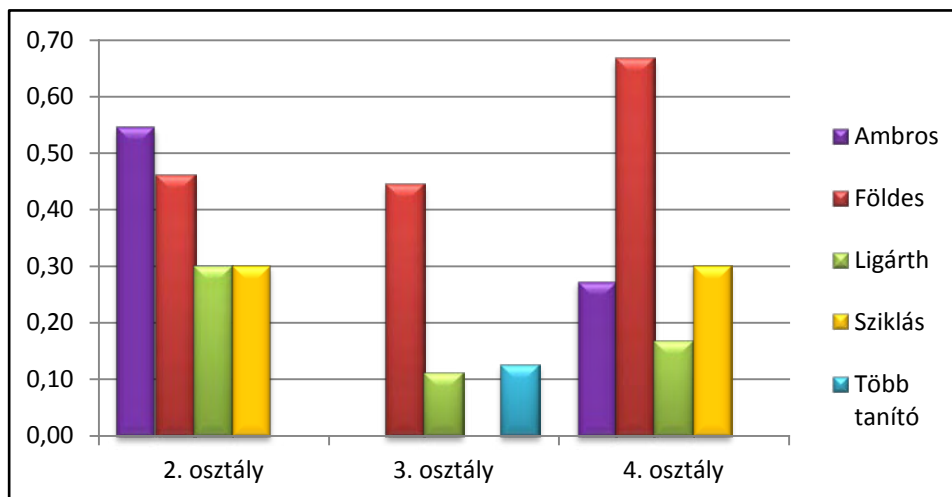
13. grafikon

Egy oldalra jutó szakszavak száma, 2. korszak

A tankönyveket összehasonlítva szembeűnő, hogy a szakkifejezések használata nem volt egységes egyik évfolyamon sem. A szakszavak mennyiségét tekintve a 2. osztályos adatok mutatják arányaiban a legnagyobb eltérést, a 4. osztályban is nagyok az oldal/szakszó arányok eltérései, a harmadikos tankönyvekben az írásbeli összeadáshoz kapcsolódó témákban viszonylag kiegyensúlyozott ez az arány. (13. grafikon)

#### 4. Az illusztrációk jellemzői (könyvészeti szempontok)

Az illusztrációk átlagos oldalankénti száma még mindig alacsony, egyik tankönyvben sem jut minden oldalra illusztráció. Az Ambros és a Sziklás harmadik, a Több tanító 1. és 4. osztályos tankönyveinek vizsgált fejezeteiben nincs is illusztráció. (14. grafikon)



14. grafikon  
Egy oldalra jutó illusztrációk száma, 2. korszak

2. osztály:

18. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 2. osztály, 2. korszak

Számkör 20-40-ig	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Oldalszám	5,5	13	20	20	
Illusztráció száma (db)	3	6	6	6	
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	0,5	0,5	0,3	0,3	
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)	33	33	33	66	33
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)		17			
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)	67	17	67	17	67
Szöveges illusztráció (%)		33		17	
Irányított megfigyelés (%)		33			
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)	33	33	67	33	33
Szemléleti igazolás (%)	67			50	67
Motiváló illusztráció (%)		33	33	17	
Összesen: (*A kerekítésből adódik az eltérés a 100%-tól)	100	99*	100	100	100
Aktív tevékenységhez kapcsolódó (%)					
Passzív ismeret felelevenítése (%)	100	100	100	100	
A tanulási folyamat irányítása (%)					
Független a matematikai tartalomtól (%)					

A másodikos tankönyvek vizsgált fejezeteiben összesen 21 illusztráció van, azaz átlagosan 2,7 oldalra jut 1-1. Az illusztrációk túlnyomó többségében nincs vagy alig van szöveges elem. Funkciójukat tekintve többségük szemléltetésre támaszkodó magyarázat, még mindegyik illusztráció a már meglévő ismeret passzív felelevenítését szolgálja, de Földes tankönyvében már megjelennek a tanulói figyelmet irányító, megfigyelést kívánó illusztrációk is. (18. táblázat)

### 3. osztály:

A 3. osztályos tankönyvek vizsgált fejezeteiben összesen 6 illusztráció van, azaz átlagosan 7,5 oldalra jut 1-1. Egy illusztráció kivételével mindegyik tartalmaz szöveges részt. Az illusztrációk célja általában a tanulói figyelem és a tanulási folyamat irányítása. (19. táblázat)

19. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 3. osztály, 2. korszak

Összeadás	Ambros	Földes	Ligárth	Sziklás	Több tanító
Oldalszám	8	9	9	11	8
Illusztráció száma (db)	0	4	1	0	1
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	0	0,4	0,1	0	0,1
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)			100		
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)		50			
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)		50			
Szöveges illusztráció (%)					100
Irányított megfigyelés (%)		50			100
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)		25			
Szemléleti igazolás (%)		25			
Motiváló illusztráció (%)			100		
Aktív tevékenységhez kapcsolódó (%)					100
Passzív ismeret felelevenítése (%)			100		
A tanulási folyamat irányítása (%)		100			
Független a matematikai tartalomtól (%)					

### 4. osztály

A negyedik tankönyvek vizsgált fejezeteiben összesen 41 illusztráció van, ami többszöröse az előző évfolyamok tankönyveiben szereplő illusztrációknak. Ennek alapján úgy tűnik, hogy a témakörben már ebben a korszakban is fontosnak ítélték a szemléltre alapozott törtfogalom alakítását. Az egy oldalra jutó illusztrációk átlaga azonban nem éri el a 2. osztályos értékeket: 3,1 oldalra jut 1-1 illusztráció. Az illusztrációk többségében van egy kevés szöveges elem. Funkciójukat tekintve többségük szemléltetésre támaszkodó magyarázat, amely irányítja a tanulási folyamatot. (20. táblázat)

20. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 4. osztály, 2. korszak

<b>Törtek</b>	<b>Ambros</b>	<b>Földes</b>	<b>Ligárth</b>	<b>Sziklás</b>	<b>Több tanító</b>
Oldalszám	11	9	6	10	5
Illusztráció száma (db)	3	6	1	3	
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	0,3	0,7	0,2	0,3	
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)				33	
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)	100	100		33	
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)				33	
Szöveges illusztráció (%)			100		
Összesen: * A kerekítésből adódik az eltérés a 100%-tól.				99*	
Irányított megfigyelés (%)				33	
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)	100	100			
Szemléleti igazolás (%)			100	33	
Motiváló illusztráció (%)				33	
Összesen: * A kerekítésből adódik az eltérés a 100%-tól.				99*	
Aktív tevékenységhez kapcsolódó (%)					
Passzív ismeret felelevenítése (%)	100			66	
A tanulási folyamat irányítása (%)		100	100	33	
Független a matematikai tartalomtól (%)					
Összesen: * A kerekítésből adódik az eltérés a 100%-tól.				99*	

## **2. 6. Az iskolarendszer átformalása az államosítás időszakában (1945–1950)**

A 2. 6. fejezetet bevezető összeállításához Golnhofer (2004), Pukánszky–Németh (1996) írásait, valamint a kapcsolódó tanterveket használtam fel.

A második világháború után az államberendezkedés korszerűsítésével (a feudális hagyományok elhagyásával) megindult egyfajta szellemi újjáépítés is. A pedagógiai szakemberek úgy vélték, hogy a társadalmilag és szakmailag előremutató hagyományok folytathatók lesznek: 1945 és 1949 között különböző, polgárinak nevezett pedagógiai irányzatok kerestek megoldási módokat. A keresztény pedagógia képviselői – például Sík Sándor, Marczell Mihály, Imre Sándor, Karácsony Sándor – hangsúlyozták a valláserkölcsi, a nemzeti és a szociális eszmék összehangolásának fontosságát a nevelésben. Különösen a két világháború közötti időszakban a művelődés, műveltség fontosságát hangsúlyozta Kornis Gyula és Prohászka Lajos kultúrpedagógiája. Karácsony Sándor hívei Karácsony társaslélektani nevelési rendszerét a demokratikus nevelés elméleti alapjának tekintették. Az Imre Sándor nemzetnevelés-elméletében hívők úgy láthatták, hogy az egyén fejlesztése a nemzet, az emberiség fejlődését szolgálja. A népi mozgalomnak már a két világháború között is fontos szerep jutott: képviselői – például Németh László, Bibó István – feladatuknak tekintették többek között a parasztfiatalok tanulási lehetőségeinek megteremtését. A reformpedagógia magát a személyiséget mint egészet, valamint a cselekvést helyezte a középpontba, s ennek következtében fejlődésében összekapcsolódott a lélektani irányú pedagógia fejlődésével. (Golnhofer 2004)

Az 1940. évi 20. t.c. alapján már működtek nyolcosztályos népiskolák, amelyek elvégzése után nem volt lehetőség továbbtanulásra. Ettől lényegesen különbözött a 6–14 éves gyerekek számára tervezett általános iskola célja: az egységes alpműveltség elsajátíttatása, amelyre a szakmai, illetve középiskolai képzés épülhet. (Tanterv 1946)

A 1946/47-es tanévben sokszínű, többségében felekezeti iskolákból álló iskolarendszer működött Magyarországon. A 1. táblázat a népiskolák és általános iskolák fenntartó szerinti százalékos előfordulását mutatja. A felsoroltakon kívül működtek még ortodox, unitárius, izraelita és egyéb fenntartású iskolák is, de ezek egyenként nem haladták meg az 1%-ot. (Magyar Statisztika Évkönyv 1948:253–270.)

1. táblázat  
Népiskolák, általános iskolák százalékos előfordulása, 1947-48

Fenntartó	Népiskola	Általános iskola
Állami	8	17
Községi	5	7
Katolikus	17	24
Református	7	7
Evangélikus	2	2
Egyéb	4	-

Már 1946 tavaszán megindult a felekezeti iskolák elleni támadás, majd 1948-ban<sup>1</sup> államosították az egyházi iskolákat.

Az általános iskola első tanterve 1946-ban jelent meg, amely szerint az oktatás célja: „hogy tanulóifjúságunkat Népköztársaságunk öntudatos, fegyelmezett állampolgárává, a dolgozó nép hűséges fiává, a szocializmus építőjévé nevelje – a közösség, a nép, a haza önzetlen szolgálatának, a munka szeretetének és megbecsülésének, a nemzeti függetlenség, a dolgozók nemzetközi harca érdekében való önfeláldozásnak és bátorságnak szellemében”. Feladata: „... hogy a tanulót egységes, alapvető nemzeti műveltséghez juttassa, mindenirányú továbbnevelésre és önnevelésre képessé tegye és közösségi életünk tudatos és erkölcsös tagjává nevelje.” (Tanterv az általános iskola számára 1946) A tantervben a humán és reál tantárgyak egyensúlyban voltak. 5. osztálytól kezdve kötelezően választható tantárgyak léptek be. Az élő idegen nyelv lehetett orosz, angol vagy francia az addig kötelező német helyett, valamint választani lehetett a latin nyelv és a kereskedelmi, gazdasági ismeretek tanulása között. Pukánszky szerint ez a tanterv igen korszerű elvek alapján született, lehetővé tette az egyéni hajlamok kibontakoztatását (Pukánszky–Németh 1996). Mások a tanterv követelményeit maximalistának tartották (Kollega Tarsoly 1996–2000). Az alsó tagozatos számtantananyagban az előző évekhez képest nem mutatkozik olyan követelmény, amely alapján azt túlzónak vagy maximalistának mondhatnánk.

A számolás és mérés tantárgy célja:

- „Ügyesség a számolásban, a gyakorlati élet számbéli [...] viszonyainak értelmes felfogásában és alkalmazásában.”
- „Tájékozottság a sík és térmértan elemeiben.”, valamint
- „Tudatos gondolkodásra, tiszta fogalomalkotásra, helyes ítélőképességre nevelés.” (Tanterv az általános iskola számára 1946:30)

A tananyag:

1. osztályban: Számok<sup>2</sup> írása, olvasása, összeadás, kivonás 20-as számkörben, 100-as számkörben helyiérték-átlépés nélkül. A mérések témakörben a hosszúságmérés méterrel, a mértékegységek közül a pénz-, hosszúság-, űr-, tömeg-, időmértékek megismerése. Az 1869-től 1926-ig kiadott tantervekhez képest csökkent a tananyag, mivel 20-as számkörben már nem követelmény a szorzás és osztás elsajátíttatása.

<sup>1</sup> 1948:33. tc. alapján

<sup>2</sup> A számok alatt a tanterv a természetes számokat érti.

2. osztályban: A négy alapművelet 100-as számkörben, szöveges feladatok megoldása (egyenlet felírása), az 1. osztályban tanult mértékegységek kibővítése a számkörnek megfelelően. Az 1926-os tantervhez képest ezen az évfolyamon nincs változás.

3. osztályban: A tízes számrendszer ismerete, ezres számkörben a négy alapművelettel fejszámolás, írásbeli összeadás, kivonás. Számolás mennyiségekkel, római számok írása, olvasása. A mérések témakörben területmérés lefedéssel. Egyszerű mértani alapfogalmak megismerése (négyzet, téglalap, kocka, hasáb). Az 1926-os tantervhez képest kimarad a tananyagból az írásbeli műveletek közül a szorzás, osztás egy- és kétjegyű számmal. Bekerülnek mértani alapfogalmak, térbeli alakzatok, terület mérése lefedéssel, valamint az irányok, térbeli helyzetek.

4. osztályban: A számkör bővítése százezerig, majd millióig, a természetes számok halmazán a négy alapművelet fejből és írásban, számolás mennyiségekkel, közösleges törték<sup>3</sup> szemléltetése, írása. A mérések témakörben a területmérés lefedéssel, egyszerűbb területszámítás, a hasábon végezhető mérések. Az 1926-os tantervhez képest ez a tanterv nem részletezi az írásbeli műveleteket. Ebből a részből nem derül ki, hogy a szorzást, osztást egy-, két- vagy háromjegyű számmal kívánja elsajátíttatni.

Mint majd látható, a tankönyvek számos esetben eltérnek a tanterv szabta tananyagtól.

Az 1946-os tanterv a számolás és mérés tanórák számát egységesen heti 5 órában határozza meg, majd az 1950-es tanterv heti 6 órára emeli.

### 2. 6. 1. A harmadik korszakból kiválasztott tankönyvek vizsgálatának bemutatása

1948-ban az általános iskolai célkitűzéseknek megfelelően új tankönyvek jelentek meg a 6–10 éves gyermekek számára is. Minden korcsoportnak egy-egy könyvet nyomtattak.

Az *Első könyvünk*<sup>4</sup> az 1. osztályosoknak szól, alapírást, olvasmányokat, számolást és mérést tartalmazott két különböző kötetben: az egyik a falusi, a másik a városi iskolák számára készült. Az 1951-es kiadás már az általános iskolák számára íródott, ebben a számolás és mérés fejezete különbözik az előző kiadásokétól. Szerzője Varga Tamás, a későbbi komplex matematikai kísérlet vezetője. Ezt a tankönyvet egyrészt a címe miatt vettem be a tankönyvsorozatba, másrészt a szerző miatt, ugyanis ez a tankönyvrész volt Varga Tamás első tankönyvi próbálkozása az 1. osztályos matematikatanítás szemléletének megváltoztatására.

A *Második könyvünk*<sup>5</sup> folyóírást, olvasmányokat, nyelvi ismereteket és számolást, mérést tartalmazott. Ez három különböző kiadásban jelent meg: az egyik a falusi iskolák tanulóinak, a másik a városi iskolák tanulói számára, a harmadik, a Nagy-budapesti kötet, a fővárosi iskolásoknak szól. A városi iskolák számára 1949-ben ugyanezen a címen megjelent tankönyv már az általános iskolák számára szól. A tankönyvben feltüntetett szerzők nem egyeznek meg az 1947-es, városi iskolák számára írt kötetével, de a vizsgált matematika rész egyezik.

---

<sup>3</sup> A törtek alatt a pozitív törtet érti a tanterv.

<sup>4</sup> Az 1. osztályos tankönyvek hivatkozásai:

Falusi: (Bors Szilveszter 1948) a számolás és mérés rész: 175–231.

Városi: (Oldal Anna 1948) a számolás és mérés rész: 166–229.

Általános: (Oldal Anna–Makoldi Mihályné–Varga Tamás 1951) a számolás és mérés rész: 181–264.

<sup>5</sup> A 2. osztályos tankönyvek hivatkozásai:

Falusi: (Tóth Mihály 1948) a számolás és mérés rész: 247–351.

Városi: (Bertalan Ferenc 1947) a számolás és mérés rész: 279–360.

Városi: (Majzikné Patay Katalin, Valérné Várnai Magda, Varga Tamás [és mtsai] 1949) Számítanpéldák gyűjteménye 1–98.

Budapesti: (Bertalan Ferenc 1947) a számolás és mérés rész: 1–98.

A *Harmadik könyvünk*<sup>6</sup> olvasmányokat, nyelvi ismereteket, számolást és mérést tartalmazott. Ezen a címen is három kötet jelent meg: Povázsai–Szondy írt egyet a falusi iskolák számára, valamint Fonóné külön a falusi és a városi iskolák számára, de ennek a kettőnek a matematika része megegyezik.

*Negyedik könyvünk*<sup>7</sup> címen két kötet jelent meg 1947-ben: a Nagy-budapesti kötet és egy másik, jelzés nélküli. Ezek is olvasmányokat, nyelvi ismereteket, számolást és mérést tartalmaztak. Ebben a két kötetben ugyanazok a szerzők készítették a számolás és mérés fejezetet, amelyek teljesen megegyeznek a két tankönyvben. Nagy-budapesti néven hivatkozom a tankönyvre.

## Tematika

### 1. a) Témakörök

A vizsgált tankönyvek mindegyikében a számkört, a számkörbővítést és a négy alpműveletet a természetes számok halmazán (N-ben) értelmezik, kivéve a 4. osztályos tankönyv törtek fejezetét, ahol az értelmezési tartomány a pozitív racionális számok halmaza ( $\mathbb{R}^+$ ).

#### 1. osztály:

A tankönyvek alapján 11 témakörre bontottam az 1. osztályos tananyagot. A témakörök (N-ben): a számolás, mérés alapfogalmai; az 5-ös számkör; az összeadás, kivonás 10-es számkörben; az összeadás, kivonás 20-as számkörben; a szorzás, osztás 20-as számkörben; a számlálás 100-ig; az összeadás, kivonás helyiérték-átlépés nélkül; az összeadás, kivonás helyiérték-átlépéssel; a vegyes feladatok; a mértékek; és a mértani alapfogalmak. (1. grafikon) Mind a három tankönyvben előforduló témakörök<sup>8</sup>:

Az 5-ös számkörben (N-ben) az összeadás és kivonás értelmezése, gyakorlása (Falusi 5%, Városi 6%, Általános 10%). Az összeadás és kivonás gyakorlása 10-es számkörben (Falusi 15%, Városi 17%, Általános 33%). A számlálás 100-ig. (Falusi 14%, Városi 15%, Általános 9%). Az összeadás és kivonás gyakorlása 100-as számkörben tízesátlépés nélkül (Falusi 14%, Városi 9%, Általános 1%). Csak az Általános tankönyvben jelenik meg külön fejezetben az összeadás és kivonás gyakorlása 20-as számkörben (23% terjedelemben), a szorzás, osztás 20-as számkörben (10%), tehát a másik két tankönyvvel ellentétben visszatér a század első felére jellemző módszertani feldolgozáshoz.

A tananyagszerkesztésből látható, hogy az Általános tankönyv lényegesen nagyobb hangsúlyt fektet 10-es számkörben (N-ben) a biztos műveletvégzés elsajátíttatására, mint a másik két tankönyv, de ennek az a következménye, hogy a 100-as számkörre közel harmadannyi terjedelem jut, mint a falusi tankönyvben. Az 1946-os tanterv 1. osztályban az összeadást, kivonást helyiérték-átlépés nélkül írja elő. Ezzel szemben a Falusi és a Városi tankönyvnek is közel a negyedrészt teszi ki (26%, 24%) a 100-as számkörben az összeadás és a kivonás helyiérték-átlépéssel. (Ebben a számkörben a helyiérték-átlépés és a tízesátlépés ugyanazt a tevékenységet jelenti.)

---

<sup>6</sup> A 3. osztályos tankönyvek hivatkozásai:

Falusi: (Povázsai László–Szondy György–Vasi Kálmán Viktor 1947) a számolás és mérés rész: 243–364.

Városi: (Fonóné Ozorai Gizella 1947) *Harmadik könyvünk. A városi iskolák számára. A számolás és mérés rész: 219–262.* Ezzel a kiadással teljesen megegyezik a *Harmadik könyvünk. A falusi iskolák számára* (Fonóné Ozorai Gizella 1947) című.

<sup>7</sup> A 4. osztályos tankönyvek hivatkozásai:

Baranyai: (Baranyai Erzsébet [és mtsa.] 1947) a számolás és mérés rész: 370–437.

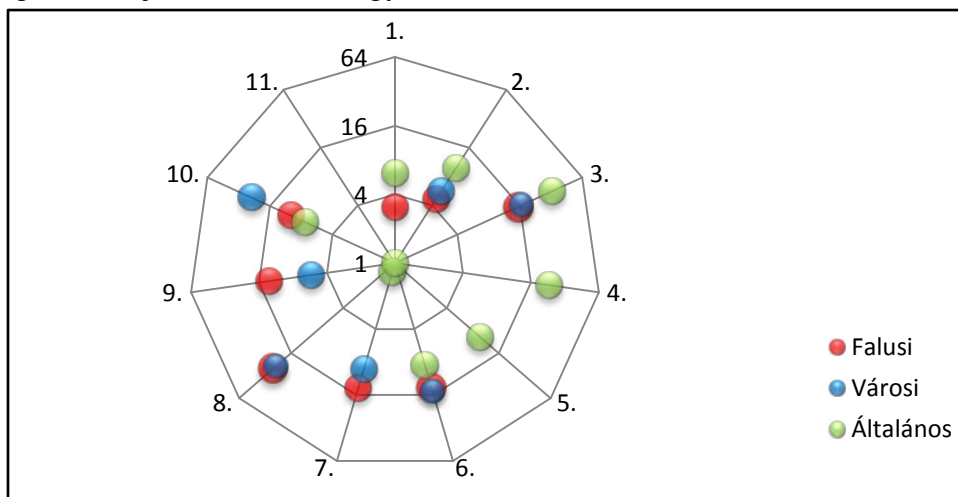
Nagy-budapesti kötet (Baranyai Erzsébet [és mtsa.] 1947) a számolás és mérés rész megegyezik: 370–437.

<sup>8</sup> A számkört mindhárom tankönyv a természetes számok halmazán értelmezi.



A *mértékek* témakör mindegyik tankönyvben szerepel, de nagy eltérésekkel. A legnagyobb hangsúllyal a Városi tankönyvben, a legkisebbel az Általános foglalkozik a témakörrel (Falusi 10%, Városi 24%, Általános 7%).

Ugyancsak egyedül az Általános tankönyvben jelenik meg, csupán 1% arányban, a *mértani alapfogalmak*, amely téma még nem szerepel a tantervben. Szembetűnő egyrészt, hogy az Általános tankönyv a kis számkörben begyakorolandó műveletekre tankönyvének több mint kétszer akkora részét szánja, mint a többiek, másrészt a műveletfogalom alakítását 20-as számkörben kibővíti a szorzás, osztás műveletekkel. Ugyanakkor elhagyja (feltehetően a 2. osztály tananyagának szánta) az összeadás és kivonás gyakorlását helyiérték-átlépéssel. A tananyag ilyen szemléletű feldolgozása következtében az Általános tankönyvben nem jelennek meg külön fejezetcímeként a vegyes feladatok.



1. grafikon

Témakörök százalékos előfordulása, 1. osztály, 3. korszak

A témakörök (N-ben): 1. számolás, mérés alapfogalmai, 2. 5-ös számkör, 3. összeadás, kivonás 10-es számkörben, 4. összeadás, kivonás 20-as számkörben, 5. szorzás, osztás 20-as számkörben, 6. számlálás 100-ig, 7. összeadás, kivonás helyiérték-átlépés nélkül 8. összeadás, kivonás helyiérték-átlépéssel, 9. vegyes feladatok, 10. mértékek, 11. mértani alapfogalmak

2. osztály:

A 2. osztályosok számára Második könyvünk címen készült Falusi, Városi és Budapesti kötet. Az egyik 1947-es kiadású Budapesti kötet matematika-tananyag része teljesen megegyezik az 1947-es kiadású városiével, de találtam egy másik Budapesti kötetet, amely az OPKM katalógusa szerint ugyancsak 1947-es kiadásúként nyilvántartott (a címlapja nem teljes, az évszám hiányzik), mely a matematika részét tekintve teljesen különböző.

Az év eleji ismétlés és a számkörbővítés<sup>9</sup> a négy alpművelettel 100-ig teszi ki az éves tananyagot. A tankönyvek tartalmát a következő 12 témakörökre tagoltam: az év eleji ismétlés; a számkörbővítés; az összeadás; a kivonás; a pótlás; a vegyes feladatok; a szorzótábla; az osztás; a bennfoglalás; a maradékos osztás; a kétjegyű számok szorzása; és a vegyes feladatok.

Az év eleji ismétlésre fordított terjedelem a Falusi (26%) és a Városi (24%) tankönyvek közel negyed részét teszik ki, míg a Budapesti kötetben ez mindössze 3%. (2. táblázat)

<sup>9</sup> A számkört mindhárom tankönyv a természetes számok halmazán értelmezi.

2. táblázat

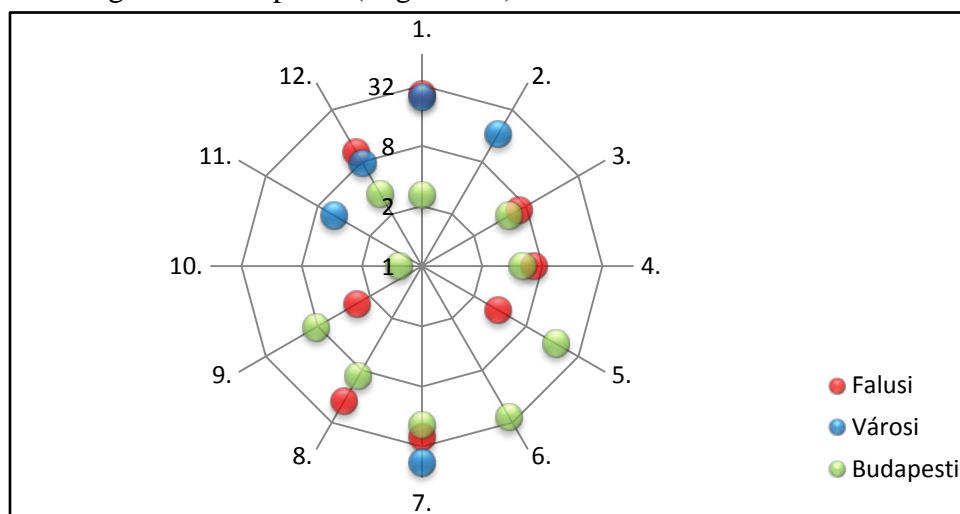
Témakörök százalékos előfordulása, 2. osztály, 3. korszak

Témakör	Falusi	Városi	Bp.-i
Év eleji ismétlés	26	24	3
Számkörbővítés (N-ben)	74	76	97

Mindegyik tankönyvben fejezet szinten megjelenő témakör az év eleji ismétlés, a Szorzótábla (a Falusi kötetben 25%, a Városiban 46%, a Budapestiben 19%) és a Vegyes feladatok (a Falusi kötetben 10%, a Városiban 8%, a Budapesti kötetben két helyen, 28% és 3% terjedelemben).

Az összeadást, kivonást, pótlást (N-ben) a Falusi (7%, 7%, 4%) és Budapesti (5%, 5%, 18%) tankönyvek külön-külön fejezetben taglalják, míg a Városi tankönyv a számkörbővítés című fejezetében (17%-nyi terjedelemben).

A szorzást, osztást, bennfoglalást (N-ben) a Falusi (25%, 18%, 3%) és Budapesti (19%, 9%, 8%) tankönyv külön-külön témának tekinti, a Városi tankönyv (46% terjedelemben) egy fejezetnek. Csak a Budapesti kötetben jelenik meg a Maradékos osztás fejezetcím (1%), csak a Városi kötetben a kétjegyű számok szorzása (5%). Látható, hogy ebben az időszakban koncepciójában két különböző metodikai eljárás van jelen. Az egyik törekszik az alpműveletek szétválasztására, amellyel a XV–XVIII. századi tananyag-szerkesztési koncepciót követi. A másik összekapcsolja az inverz alpműveleteket, követve a XIX–XX. században már elfogadott koncepciót. (2. grafikon)



2. grafikon

Témakörök százalékos előfordulása, 2. osztály, 3. korszak

A témakörök (N-ben): 1. év eleji ismétlés, 2. számkörbővítés, 3. összeadás, 4. kivonás, 5. pótlás, 6. vegyes feladatok, 7. szorzótábla, 8. osztás, 9. bennfoglalás, 10. maradékos osztás, 11. kétjegyű számok szorzása, 12. vegyes feladatok

### 3. osztály:

A 3. osztály számára már nem jelent meg külön kötet a budapesti iskolák tanulóinak, ott is a városi iskoláknak szánt tankönyvekből tanultak.

A két tankönyvet összehasonlítva a legszembeötlőbb a számolás és mérés témakörre szánt terjedelemben közölte különbség. A Falusi kötetben ez 122 oldal, míg a Városiban kevesebb, mint a harmada, mindösszesen 43 oldal, azonos tükör- és betűméret mellett.

A Falusi kötetben a számkörbővítést (N-ben) négy szakaszban, 200→300→500→1000 lépésenként végzik, és a tananyagra fordított idő alatt begyakoroltatják a szóbeli összeadást, kivonást. A többi szóbeli és írásbeli műveletet a számkörbővítés után tanítja. Az írásbeli összeadással a tankönyv 13%-a, az írásbeli kivonással 14%-a, szóbeli szorzással 10%-a foglalkozik, a szóbeli osztás is 10%-ot foglal el a tananyagból. A témakör végén megjelennek a vegyes feladatok. A Városi kötetben a számkörbővítést eggyel több lépésben végzik, megállnak 700-nál is, tehát a lépések: 200→300→500→700→1000. A tanított összes szóbeli és írásbeli műveletet a számkörbővítés témakörben, a téma terjedelmének arányában itt sajátíttatják el. A tananyagból kikerült az írásbeli szorzás egy-, illetve többjegyű szorzóval, és az írásbeli osztás egy-, illetve többjegyű osztóval. Ugyanúgy, mint a 2. osztályban, különböző koncepciót képvisel a két tankönyv. (3. táblázat)

3. táblázat

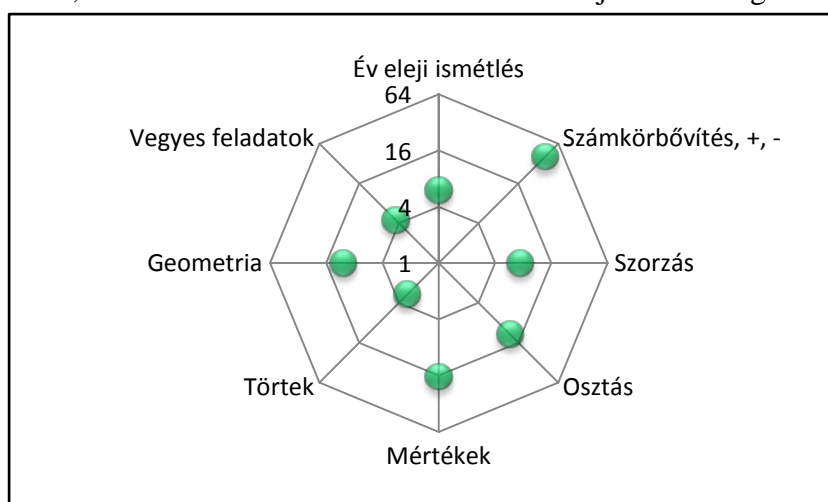
Témakörök százalékos előfordulása, 3. osztály, 3. korszak

Témakör	Falusi	Városi
Év eleji ismétlés (%)	10	14
Számkörbővítés (%)	42	86
Alapműveletek (%)	47	
Egyéb (%)	1	

#### 4. osztály:

Nyolc témakörben csoportosítottam a Nagy-budapesti tankönyv fejezeteit, melyek: az év eleji ismétlés; a számkörbővítés, összeadás és a kivonás; a szorzás; az osztás; a mértékek, mértékegységek-átváltása; a törtek; a geometria és a vegyes feladatok (3. grafikon).

Az *ismétlés* (6%), a *számkörbővítés*, amelybe beépült az összeadás és a kivonás (40%), a *szorzás* (7%), az *osztás* (12%), a *mértékek*, mértékegység-átváltás (16%), a *törtek* (3%), a *geometria* (10%) és a *vegyes feladatok* (4%). Ezen a szinten a II. világháború előtti tankönyvekhez képest a legnagyobb változás az, hogy az összeadás és a kivonás nem jelenik meg külön fejezetben, valamint a törtek témakörre fordított terjedelem zsugorodik.



3. grafikon

Témakörök százalékos előfordulása, 4. osztály, 3. korszak

## 1. b) Témaköri tartalmak

### 1. osztály:

A számolás és mérés alapfogalmai a Városi tankönyvben beépülnek a számolás 5-ös számkörben témakörbe. Mind a három tankönyv ezzel az előkészítő szakasszal kezd. Az Általános tankönyv közel kétszer annyi terjedelmet szán az előkészítő szakaszra, mint a másik két tankönyv. Még látványosabb az eltérés, ha a számolás 10-es számkörben témakörét nézzük. Az Általános tankönyv terjedelemarányaiban több mint kétszeresét fordítja a témakörre, feltehetőleg abból a felfogásból eredően, hogy a kis számkörben begyakorolt műveletek és megismert műveleti tulajdonságok a nagyobb számkörben megkönnyítik a műveletvégzést. Ennek a gondolatmenetnek a következménye, hogy nem választja szét a négy alpműveletet. 20-as számkörben bevezeti a szorzást, osztást, ugyanakkor elhagyja a 100-as számkörben az összeadást és a kivonást helyiérték-átlépéssel.

A Falusi kötetben már a legelső időben leírják a számokat. Mintafeladatok analógiájára kiszámolják két szám összegét, különbségét, az egyik tagot, a kivonandót és a kissebbitendőt is. Számolják három szám összegét, illetve egy számból egymás után elvesznek két számot. A Városi tankönyv a 10-es számkörben először tárgyi tevékenységhez kapcsolva számláltat, számoltat, majd két szám összegére bontja a számokat, és bevezeti az összeadást, a kivonást. Az Általános kötet először háromig számláltat, megismerteti a számjegyeket, 4-nél bevezeti az összeadást, 5-nél a kivonást. 10-es számkörben 1-et, 2-t, 3-at, 4-et, 5-öt, 6-ot, 7-8-9-et hozzáad, illetve elvesz egy számból, természetesen úgy, hogy a művelet eredménye az aktuális számkörben maradjon; bevezeti a 0 fogalmát.

A Falusi és a Városi tankönyvek 100-ra bővítik a számkört, kerek tízesekkel összeadást, kivonást végeztetnek. A Falusi kötet a 10-es számkörben begyakorolt műveleteket végezteti kerek tízesekkel, a következő lépésben kerek tízesekhez ad egyjegyű számot, illetve nem kerek tízesekből vesz el egyeseket úgy, hogy a különbség kerek szám, majd tízesekhez ad, illetve von ki egyjegyű számokat először a helyiérték átlépése nélkül, majd a helyiérték átlépésével.

A Városi kötet sokkal kisebb lépésekben bővíti a számkört, mint bármely eddig vizsgált tankönyv. Kerek tízesekhez egyeseket ad, majd tízesegyesből elveszi az egyest. Tízesekeleshez hozzáad 1-et, majd kerek tízesekből elvesz 1-et. Tízesekeleshez hozzáad 5-öt, majd elvesz 5-öt. Tízesekeleshez annyit ad, hogy kerek tízes legyen, majd kerek tízesekből egyeseket vesz el. Tízesekeleshez tízest ad és elvesz. Kerek tízesekhez tízesegyeset ad, tízesegyesből kerek tízest vesz el, és végül összeadást, kivonást végeztet tízesátlépéssel.

Az Általános tankönyvben 20-as számkörben először helyiérték-átlépés nélkül, majd helyiérték-átlépéssel az összeadást, kivonást gyakorolják. Ismételt összeadással bevezeti a szorzást 20-as számkörben. Csak ezután bővíti a számkört 100-ig úgy, hogy először összeadást, kivonást végeztet kerek tízesekkel, majd kerek tízesekhez egyeseket ad, és fordítva. Mindeközben hangsúlyozza az összeadás kommutatív tulajdonságát. A következő lépésben kétjegyű számokhoz ad egyjegyűt, majd kerek tízest. Megjelennek a számtani sorozatok, 5-ösével, 10-esével, 2-esével számoltat, majd összead és kivon 100-as számkörben helyiérték-átlépés nélkül. Az Általános tankönyvben megjelennek mértani alapfogalmak, úgymint a görbe és az egyenes, a kocka és a négyzet, a téglalap, a háromszög, a kör és a gömb.

### 2. osztály:

A legszembetűnőbb, hogy egyik kötet sem épít az 1. osztályban már elsajátított tananyagra. Mivel ugyanabban az időben jelentek meg a tankönyvek más-más szerzőtől, könnyen elképzelhető, hogy nem is ismerték egymás munkáját.

A Falusi tankönyv az *ismétlésre* több, mint a tankönyve negyedrészt szánja (26%). Számlál, számfeladatokkal összead, kivon 10-es számkörben, majd kerek tízesekkel, tízesátlépéssel a hétköznapi élettel kapcsolatos témakörökön keresztül, mint például a Baromfiudvar, Rőfösboltban, A zöldségeskert, A könyvesboltban, Bevásárlások, A szüret, A pénzváltás.

A második tananyagot *összeadással* kezdi 20-as számkörben. Kisebb terjedelemben, de újra ismétli azt, amit az előző részben, az ismétlésben már gyakoroltatott. Tízesekek egyeseket ad, elvesz, tízesekhez tízeseket ad. A kivonásnál ugyanígy: tízesekből egyeseket, kerek tízeseket elvesz, tízesekhez tízeseket ad és elvesz. A címmel ellentétben nem következetes a műveletek gyakoroltatásában. Ezután következik a pótlás, amit furcsa módon nem a kivonás előkészítésére használ. Egyesekkel majd tízesekkel pótol  $a + x = c$ ,  $x + a = b$  alakban.

A Városi tankönyv az *ismétlés* fejezetben számlál, csoportosít, számol helyiérték-átlépés nélkül hétköznapi témákhoz kapcsolódva, mint például Menyit ér a pénzünk?, Kálmánéknál dolgoznak a villanszerelők, Hány méter hosszú a vég vászon és a szövet, Vége a szüretnek, Vendéglősnél, Késő ősszel. A 2. osztály tananyagát a tízesek átlépésével kezdi. Egyesekhez ad egyeseket, tízesekhez egyeseket, tízesekhez tízeseket szám- és szöveges feladatokban ugyanígy, mint az 1. osztályban. Témakörei a Halottak napja, A hentesnél, A tűzifakereskedőnél, Akik másokon segítenek: A mentők és a tűzoltók, Az árvaházban, Panni az állomáson, A postás értünk fárad.

A Budapesti kötetben nincs *ismétlés* címszó. Az első téma az *Összeadás, kivonás* 1-től 100-ig, ami lehetne az év eleji ismétlés része, hiszen az 1. osztályos tankönyvben szerepel a témakör. Itt gyakorolják a kerek tízesekhez egyesek hozzáadását, kétjegyű számból kerek tízesek elvételét, három szám összegének, különbségének kiszámítását, az egyik tag kiszámítását. Majd gyakorolják az összeadást, kivonást helyiérték-átlépés nélkül, kétjegyű számhoz egyjegyű, valamint egyjegyű számhoz kétjegyű szám adását úgy, hogy kerek tízes legyen az összeg; az írásbeli összeadást, kivonást helyiérték-átlépés nélkül; majd kerek tízesekből egyjegyű, illetve kétjegyű szám elvételét. Az összeadást és a kivonást a helyiérték átlépésével a szemléletre alapozva, pénzekkel vezeti be. Ezt követi az írásbeli összeadás, illetve az írásbeli kivonás gyakoroltatása. A pótlás ebben a tankönyvben is a kivonás után kerül elő. Közben az  $(a + b) - (c + d) =$ ,  $(a - b) - (c - d) =$  alakú zárójeles feladatokat oldat meg. Már itt előkészíti a szorzást  $(a_1 = d)$  alakú számtani sorozatok képzésével. Itt találkoztam először számlálós játékokkal, ahol a feladat a nyerési stratégiák meghatározása.

A szorzás tanításakor a metodikai elgondolásban, a struktúra felépítésében, a szóhasználatban, szinte minden részmozzanatban mutatkoznak különbségek. Ezt mutatja a 4. táblázat.

A szorzótáblák tanítási sorrendje már nem egységes.

A kétjegyű számok szorzását a Falusi tankönyv mindegyik szorzótábla után gyakoroltatja, feltételezem, abból a feltevésből, hogy így hosszabb időn keresztül, a „lassú érlelés” elvével jobban el tudja mélyíteni a tananyagot. A másik két tankönyv a kétjegyű számok szorzását az utolsó szorzótábla megtanítása után tárgyalja.

A Városi és a Falusi tankönyv a szorzás és az osztás tanítását egy fejezeten belül nem választja szét, míg a Nagy-budapesti tankönyv igen. A szorzás és az osztás szétválasztása azt eredményezi, hogy a két művelet közötti kapcsolatra valahol máshol külön ki kell térni.

A három tankönyv háromféleképpen értelmezi az osztást. A Falusi tankönyv egy egységben kezeli a részekre osztást, a bennfoglalást és a maradékos osztást. A városi tankönyv a fejezet címében jelzi az osztást és a bennfoglalást, de a tartalomban nem választja szét két részre. A maradékos osztás nem jelenik meg. A Nagy-budapesti tankönyv

szétválasztja a részekre osztást és a bennfoglalást, de jellel nem különbözteti meg. A maradékos osztást külön részben a fejezet végén említi meg.

A szorzás jelölésére a Városi tankönyv a szorzókeresztet ( $\times$ ) használja, a többiek a szorzópontot ( $\cdot$ ). Az osztásra mindegyik tankönyv a kettőspont ( $:$ ) jelet használja.

A szorzás, osztás kiolvasásában még egységes a szóhasználat. A szorzásban szereplő elnevezések a tankönyvek vizsgált fejezeteiben nem jelennek meg.

A szorzás és az összeadás kapcsolata, valamint a szorzás kommutativitása mindegyik tankönyvben mindegyik szorzótáblánál megjelenik. A szorzás és az osztás kapcsolata is megjelenik mindegyik szorzótáblánál a Városi és a Falusi tankönyvben, a Nagy-budapesti tankönyvben szétválasztva csak az osztás fejezet után.

4. táblázat  
A szorzótáblák tanítása, 2. osztály, 3. korszak

Témakörök	Városi	Falusi	Nagy-budapesti
A szorzótáblák sorrendje	2, 4, 8, 5, 10, 3, 6, 9, 7	2, 3, 4, 8, 10, 5, 3, 6, 9, 7	10, 5, 2, 4, 5, 3, 6, 7, 8, 9
Az egyik tényező kétjegyű szám	Az utolsó, 7-es szorzótábla után	Minden szorzótábla után	Az utolsó, 9-es szorzótábla után
A szorzás, osztás	Egy fejezeten belül nem választja szét.		Szétválasztva, az osztásnál
A részekre osztás	Csak a címben jelenik meg, a tartalomban nem válik szét.	Nem válik szét (osztás).	Megjelenik
A bennfoglalás			Külön fejezet
A maradékos osztás	Nincs	Minden osztás után	Külön fejezet a bennfoglalás után
A jelölések	$2 \times 3 = 6$ $6 : 2 = 3$	$2 \cdot 3 = 6$ $6 : 2 = 3$	$2 \cdot 3 = 6$ $6 : 2 = 3$
A szóhasználat	2-szer 3 egyenlő 6		
	szorzás, osztás	24-et osztjuk 3-mal 24-nek a harmad része 24 osztva 3-mal 24-ben a 3 24-ből a 3 kitélik ..	12 osztva 2-vel 12-nek a fele
A szorzás és az összeadás kapcsolata	Minden szorzótáblánál		
A szorzás és az osztás kapcsolata	Minden szorzótáblánál		Szétválasztva, az osztásnál
A kommutativitás	Megjelenik a téglalap modellel	Megjelenik	
	„Maróthi” 9x9-es szorzótábla		

A Budapesti kötetben megjelenik a „szorzótáblán kívüli szorzás”, azaz a kétjegyű szám szorzása egyjegyűvel, két szorzat összege, például  $(16 \cdot 3) + (7 \cdot 8)$ ; a „szorzótáblán kívüli osztás”, azaz a kétjegyű szám osztása egyjegyűvel, kétjegyű szám osztása kétjegyűvel fejből, például  $70 : 14 = 70 : 2 : 7$  algoritmus alapján.

A geometria részben mind a három tankönyvben a síkidomok közül ismerkednek a négyzettel, a téglalappal és a háromszöggel. Lefedéssel elkezdik a területfogalom alakítását. A mérésnél új elemként megjelenik a becslés.

### 3. osztály:

Az *Ismétlés* fejezetben mind a két tankönyvben 100-as számkörben gyakorolják a tanult műveleteket. A Falusi kötetben helyiérték-táblázattal szemléltetik a számok

nagyságviszonyait. Az írásbeli összeadás, kivonás általában a helyiérték átlépése nélkül jelenik meg. Ha van, akkor csak a tízesek helyén van helyiérték-átlépés. A szorzás és osztás tekintetében egy- és kétjegyű számot szoroztat egyjegyű számmal, illetve osztat egyjegyű számmal.

A *mértékegységek* közül megjelenik: a hosszúság-mértékegységek közül a méter, deciméter, centiméter; az űrtartalom mértékegységei között a hektoliter–liter, és a liter–deciliter kapcsolata; a tömegmértékegységek közül a kilogramm–dekagramm és a mázsa–kilogramm kapcsolata; az időmértékegységek közül az év, a hónap, a hét, a nap, az óra, a perc és a másodperc; a darabmértékegységek közül a tucat–darab, darab–pár kapcsolata; a pénzhasználat keretében a forint és a fillér kapcsolata. A Városi kötetben is megjelenik az összeadás, a pótlás, a kivonás. A szorzótáblát sorozatokkal kezdi ismételtetni. Megjelenik a számkártya, szándéka szerint mint a tanulást segítő eszköz, de még nem éri el ezt a célt a „Rakd ki számkártyával a  $2 \cdot 6 =$ ” típusú feladatokban.

A *Számkörbővítést* (N-ben) a Falusi kötet következetesen helyiérték-táblázattal, illetve 5-ös pöttyökkel szemléltetve végzi, az összeadást, kivonást írásban, szorzást és a szóbeli osztást gyakorolják közben, mint például a következő számfeladatokban:  $100 : 8$ , azaz  $80 : 8 = 10$ , és  $20 : 8 = 2$ , az eredmény 12, és a maradék 4. A szöveges feladatok a hétköznapi témákhoz kapcsolódva gyakoroltatják a négy alpműveletet, mint például a Gyümölcspiacon, az Árjegyzék készítés, A Pék, a Kövezik az utcát, a Községünkről, a Tüzelőanyag.

A Városi kötetben a művelet- és számfogalom alakítása párhuzamosan, nagyon apró lépésekben történik, közben geometriai ismeretek, mérések, sorozatok épülnek be a tananyagba.

A 200-as számkörben kiszámolják kerek százasok és kerek tízesek összegét, háromjegyű és egyjegyű számokat adnak össze úgy, hogy az összeg kerek tízes, egyesekkel kerek tízesre pótolják a számot. Száz egyesből elveszik az egyeseket, százkerektízből a tízeseket, csak ezután térnek át a helyiérték-átlépésre a tízesek, majd a százasok helyén. 300-as számkörben megjelennek a sorozatok, az összeadás, pótlás, kivonás, a szorzás, osztás, bennfoglalás és külön a részekre osztás. 500-as számkörben ismétlik az előzőeket, és belép az összeadás és a kivonás írásban helyiérték-átlépés nélkül, majd helyiérték-átlépéssel. Itt vizsgálják a különbség változásait. Szorzást, osztást, bennfoglalást végeznek fejben, mint például:  $280 : 14$ . Majd 700-ig, illetve 1000-ig bővítik a számkört, ugyanezekkel a tevékenységekkel.

A témák itt is a hétköznapi élet tevékenységei köré csoportosulnak, mint például: Az utcán, a Könyvek, a Könyvet, irkát, ceruzát vásárolunk, a Sorakozás Stb.

Mind a két tankönyvben a *geometria* témák között megjelenik a párhuzamos fogalma, a síkidomok közül a négyszög, négyzet, téglalap. A három síkidomot elkülönítetten vizsgálják, nem térnek ki azok részalmazkapcsolataira. A négyzet és a téglalap kapcsán találkoznak a gyermekek a kerület, terület fogalmával. A Falusi kötet tárgyalja a vonalak témakörben az egyenes, görbe, vízszintes, függőleges fogalmakat, a négyzet átlóinál a derékszöget. A kisebbített mértékek címszó alatt a kicsinyítést, a térképet vezetik be. A testek közül megjelenik a kocka és a téglatest, valamint ezek tulajdonságai.

#### 4. osztály:

A rövid ismétlés után bővíti a számkört 1000-en felül (N-ben). A számkörbővítés lépései:  $1000 \rightarrow 2000 \rightarrow 5000 \rightarrow 10\,000 \rightarrow 100\,000 \rightarrow 1\,000\,000$ . Mindegyik számkörben a négy alpműveletet szóban és írásban, mértékegységekkel szóban és írásban, szám- és szöveges feladatokban egyaránt gyakorolják. A 2000-es számkörben a számkörbővítést az analóg gondolkodásra alapozva a következőhöz hasonló típusfeladatokkal végzi:

$$\begin{array}{ll}
 100 + 1 = & 1000 + 1 = \\
 100 + 10 = & 1000 + 10 = \\
 100 + 2 = & 1000 + 2 =
 \end{array}$$

A tankönyv tényezőkre bontja a  $2000$ -et  $2 \times 1000 = \dots$ ,  $2000 : 1000 = \dots$ ,  $1000 \times 2 = \dots$ ,  $2000 : 2 = \dots$ ,  $4 \times 500 = \dots$ ,  $2000 : 500 = \dots$ .

$2000$ -nél nagyobb számkörben szóban végeztet összeadást, kivonást, szorzást kerek tízesekkel, százassal, írásban összeadást és kivonást.  $5\ 000$ -es számkörben sorozatokat képez, tényezőkre bontja a  $10\ 000$ -et ( $10\ 000$ -et osztja  $100$ -zal,  $500$ -zal,  $1000$ -rel,  $5000$ -rel). Analógiákra építve gyakoroltatja a szorzást. például:  $7 \times 4$ ,  $4 \times 7$ ,  $70 \times 4$ ,  $4 \times 70$ ,  $7 \times 40$ ,  $40 \times 7$ ,  $70 \times 40$ ,  $40 \times 70$ . Az írásbeli szorzást egyjegyűvel ismételt összeadásra vezeti vissza. Nem tartja szükségesnek az apró lépésenkénti bevezetést, rögtön helyiérték-átlépéssel kezdi a művelet bemutatását. A szorzásban részt vevő számokat *szorzandó*, *szorzó*, *szorzat* néven nevezi. Annak ellenére, hogy törekszik a szorzás kommutativitásának a megértetésére, a feladatokban nem használja a *tényezők* megnevezést. Írásban nem csak egyjegyű, hanem kétjegyű számmal is szoroz.

A  $10\ 000$ -en túli számkörben számláltat, számoltat kerek számokkal, kerek ezresekot pótolat  $1\ 000\ 000$ -ra. Fejszámolással és írásban is gyakoroltatja az összeadást, kivonást, szorzást, a szóbeli osztást egy- és kétjegyű osztóval. Külön kitér azokra az esetekre, amikor a szorzóban  $1$ , illetve  $0$  szerepel. Az írásbeli osztást egy- és kétjegyű osztóval külön fejezetben tárgyalja.  $100\ 000$ -nél nagyobb számkörben sokat számoltat statisztikai adatokkal. A tankönyv VII. részében az ország háború előtti és utáni állapotával kapcsolatos adatokkal számol. Megjelenik a táblázat, grafikon értelmezése. A  $405$ . oldal  $2$ . feladatában megjelenik a Maróthi könyvből már ismert Mohácsi vész feladat. A számolási játékoknak is szán egy rövid fejezetet, ahol már felmerül az osztályban folyó munka eddigről különböző tervezése. Ebben a fejezetben több feladat megoldását páros, illetve csoportmunkára építi, amely teljesen új momentum az eddig vizsgált tankönyvek tekintetében. A Geometria részben foglalkozik a téglalap területének kiszámításával lefedéssel, a kockával és a négyzetes hasábral.

## 2. Kérdések és feladatok

### 2. a) Feladattípusok:

#### 1. osztály:

$1$ . osztályban az összeadás, kivonás tízesátlépéssel témakör feladatait vizsgáltam. A korszak tankönyvei között a feladatok számát tekintve a Városi tankönyvben található a legkevesebb feladat. A Falusi tankönyvben  $4,75$ -ször annyi, az Általános tankönyvben  $3,81$ -ször annyi feladat van, mint a Városi tankönyvben.

A Városi tankönyvben a legmagasabb, a Falusiban a legalacsonyabb a szöveges feladatok aránya, azonban ha a szöveges feladatok számát nézzük, a Városi tankönyvben csupán  $2$  szöveges feladattal van több, mint a Falusiban. (5 táblázat)

5. táblázat

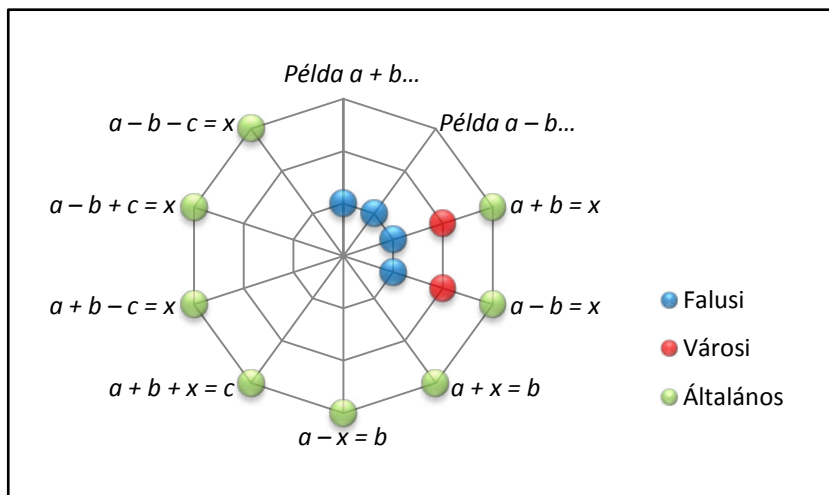
Szám- és szöveges feladatok százalékos előfordulása,  $1$ . osztály,  $3$ . korszak

Tízesátlépés	Falusi	Városi	Általános
Feladatok száma (db)	76	16	61
Számfeladatok aránya (%)	91	44	57
Szöveges feladatok aránya (%)	9	56	43



## Számfeladatok

A Falusi tankönyvben található megoldott mintapéldák, amelyek alapján analóg módon kell megoldani a többi feladatot. A Falusi és a Városi tankönyvben a számfeladatoknak csupán két típusa lehetséges fel. Az egyik két tag összegének kiszámítása, a másik két szám különbségének a kiszámítása. Ezzel szemben az Általános tankönyv nyolc számfeladattípust tartalmaz. (4. grafikon)

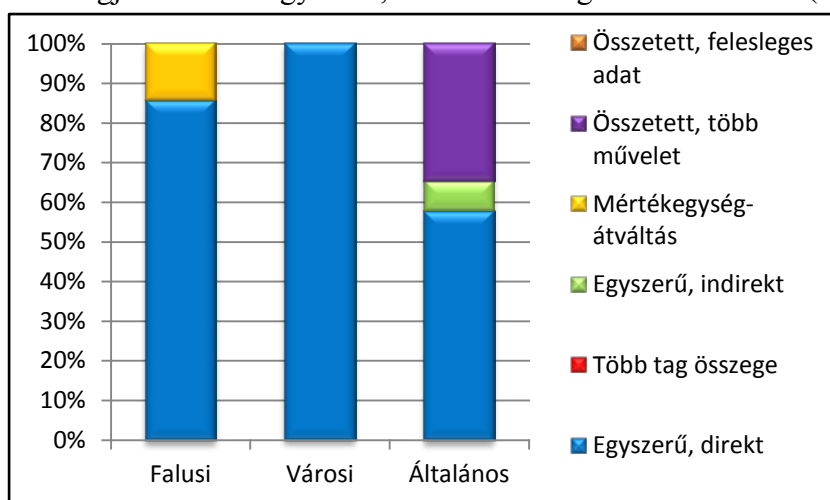


4. grafikon  
Számfeladattípusok megjelenése, 1. osztály, 3. korszak

## Szöveges feladatok

A szöveges feladatok túlnyomó többsége egyszerű, direkt szövegezésű. A Városi tankönyvben nincs is más típusú feladat. A Falusi tankönyvben megjelennek mértékegység-átváltással kapcsolatos feladatok. Az Általános tankönyvben három típus található. A feladatok

- több, mint a fele egyszerű, direkt szövegezésű,
- 35%-a összetett, több művelettel megoldható, és
- 8%-ban már megjelennek az egyszerű, indirekt szövegezésű feladatok. (5. grafikon)



5. grafikon  
Szövegesfeladat-típusok százalékos előfordulása, 1. osztály, 3. korszak

2. osztály:

A Városi és az Általános tankönyvben ugyanannyi szöveges feladat van, mint számfeladat. A Falusi tankönyvben az 1. osztályos tankönyvekhez képest a 2. osztályos tankönyvekben fordított a szám- és szöveges feladatok aránya. (6. táblázat)

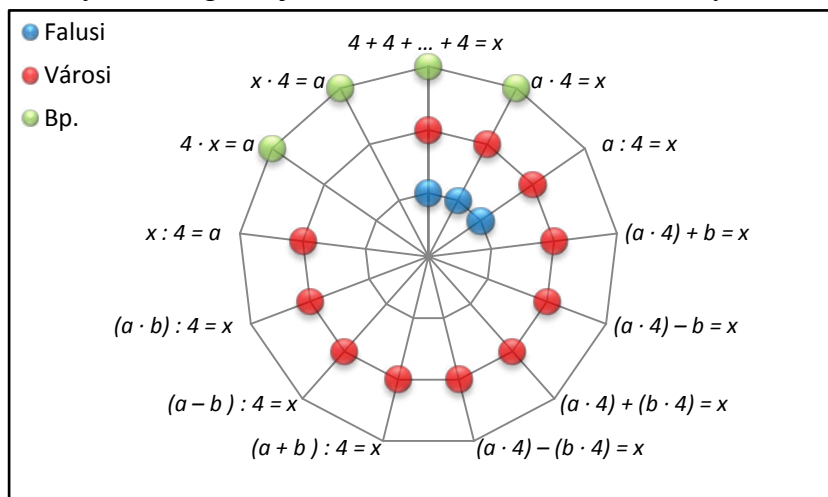
6. táblázat

Szám- és szöveges feladatok százalékos előfordulása, 2. osztály, 3. korszak

Négyes szorzótábla	Falusi	Városi	Általános
Feladatok száma (db)	16	26	34
Számfeladatok aránya %	12	50	50
Szöveges feladatok aránya %	88	50	50

### Számfeladatok

A számfeladatok között két típus fordul elő mindegyik tankönyvben. Az egyik az azonos tagok összege a szorzás értelmezése kapcsán, a másik az egyjegyű szám négyszerese. Két tankönyvben találtam feladatot a négyvel osztható szám negyedrésszének kiszámítására. A többi 10 feladattípus csak egy-egy tankönyvben fordul elő. Kettő: az  $x \cdot 4 = a$ , és a  $4 \cdot x = a$ , a Budapesti kötetben. Nyolc, főleg zárójeles feladat csak a Városi tankönyvben. (6. grafikon)



6. grafikon

Számfeladattípusok megjelenése, 2. osztály, 3. korszak

### Szöveges feladatok

A Falusi és Városi tankönyvekben mindegyik szöveges feladat egyszerű, egy művelettel megoldható, direkt szövegezésű. A Budapesti kötetben is van 14 db (78%) ugyanilyen típusú feladat, de találtam 4 db (22%) összetett, több művelettel megoldható feladatot is.

3. osztály:

A Falusi tankönyv ugyanazon fejezete háromszor annyi feladatot tartalmaz, mint a Budapesti. A Falusi kötetben durván egyharmad-kétharmad a szám- és szöveges feladatok aránya. A Budapesti kötetben mindössze egy szöveges feladat van. Mind a két tankönyvben minden számfeladat a tagok ismeretében számolja az összeget. A szöveges feladatok között csak egyszerű, direkt szövegezésű van. (7. táblázat)

7. táblázat

Szám- és szöveges feladatok százalékos előfordulása, 3. osztály, 3. korszak

<b>Összeadás írásban</b>	<b>Falusi</b>	<b>Bp.-i</b>
Feladatok száma (db)	54	15
Számfeladatok aránya (%)	38	93
Szöveges feladatok aránya (%)	62	7

4. osztály:

Az előző korszakokhoz képest a törtek témakörben hatalmas tananyagcsökkenés történt. Csúpn példák vannak, feladatok nincsenek.

## 3. A szakszavak előfordulásának vizsgálata

1. osztály:

Egy kifejezés sincs, amely mind a három tankönyv vizsgált fejezetében szerepel. Két tankönyvben található az *elvesz* szó. A Falusi kötetben a *tíz*es, az *egyes* és az *összead*; a Városi kötetben az *elvesz*, *marad*, *bevált*, *páros*; az Általános kötetben a *kiegészít*, a *hozzáad*, a *számlál*, a *valamennyivel több*, a *kivonás*, a *tíz átlépése* és a *négyzet* szerepel. (8. táblázat)

8. táblázat

Szakszavak száma, 1. osztály, 3. korszak

<b>Tízestlépés</b>	<b>Falusi</b>	<b>Városi</b>	<b>Bp.-i</b>
Oldalak száma	17	8	12
Szakszavak száma	3	4	8
Egy oldalra jutó szakszavak száma	0,2	0,5	0,7

2. osztály:

Mind a három tankönyvben szerepel az *osztás*. A *negyede*, *negyedrésze* a Falusi és a Városi kötetekben található. A budapesti kötetben szerepel a *négysesével*. A Városi kötetben a *meg van benne* szókapcsolat. A legtöbb szakszó (11) a Falusi tankönyvben van: *eredmény*, *fele*, *maradék*os osztás, *nagy osztótábla*, *negyede*, *osztás*, *osztótábla*, *összeadás*, *szakasz*, *szorzás*, *szorzótábla*. (9. táblázat)

9. táblázat

Szakszavak száma, 2. osztály, 3. korszak

<b>Szorzás, osztás 4-gyel</b>	<b>Falusi</b>	<b>Városi</b>	<b>Bp.-i</b>
Oldalak száma	5,5	4,5	5,0
Szakszavak száma	11	3	2
Egy oldalra jutó szakszavak száma	2,0	0,7	0,4

3. osztály:

Az *egyes*, *tíz*es, *száz*as helyiértékek mind a két tankönyvben szerepelnek. Az *összeadandó*, *összeg* csak a Falusi tankönyvben, az *írásbeli összeadás* csak a Budapestiben szerepel. (10. táblázat)

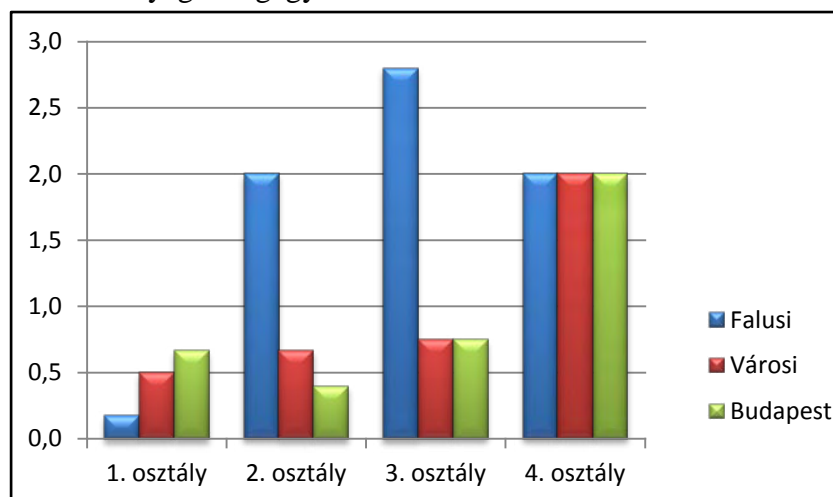
10. táblázat  
Szakszavak száma, 3. osztály, 3. korszak

Összeadás írásban	Falusi	Bp.-i
Oldalak száma	14	3
Szakszavak száma	5	4
Egy oldalra jutó szakszavak száma	2,8	0,75

4. osztály:

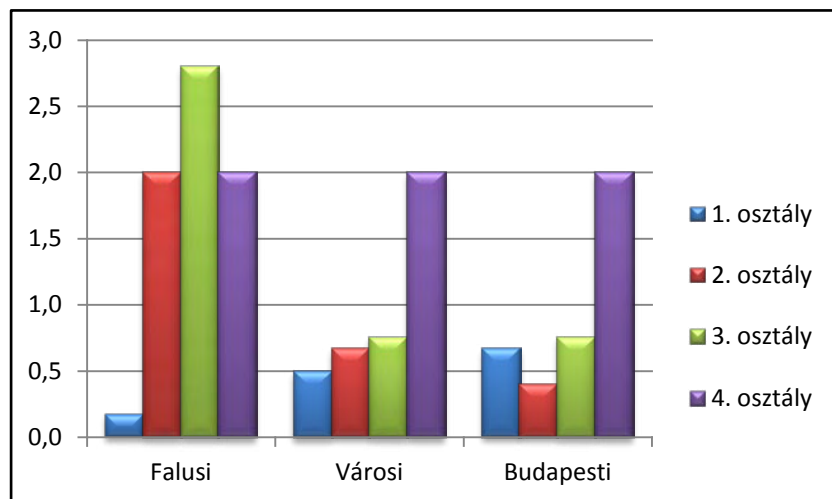
Összesen két oldal foglalkozik a törtekkel. Itt mindössze 4 szakszó szerepel: az *egész*, a *fél*, a *negyed* és a *háromnegyed*.

A 7. grafikon mutatja, hogy a különböző településeken élő gyermekeknek szánt tankönyvekben oldalanként átlagosan hányféle különböző szakszó fordul elő. Az 1. osztályban a Budapesti oszlopba az Általános kötet adatait írtam. Varga Tamás, a számtan fejezet szerzője tartotta legfontosabbnak a szakszavak ismeretét és használatát. A 2., és a 3. osztályokban szembeötlő, hogy a falusi iskolák tanulóinak kellett a tankönyv oldalszámához képest arányaiban a legtöbb szakszót ismerniük. Elmondható, hogy a matematikai szöveg ezekben a tankönyvekben lényegesen nehezebben értelmezhető, mint a Városi tankönyvekben. A 3. osztályokban a Városi és a Budapesti, 4. osztályban minden gyermek matematika-tananyaga megegyezett.



7. grafikon  
Egy oldalra jutó különböző szakszavak száma, 3. korszak

Település szerint csoportosítva az adatokat a különböző évfolyamokon az új szakszavak megjelenése tekintetében csak a Városi iskolák tankönyvei mutatnak fokozatos növekedést. (8. grafikon)



8. grafikon

Egy oldalra jutó különböző szakszavak száma, 3. korszak

#### 4. Az illusztrációk jellemzői (könyvészeti szempontok)

Újdonság, hogy megjelenik a tankönyvekben a kétszínnyomás. A Falusi kötetben az egyik oldalpáron piros, a másikon kék színűek az illusztrációk. Az illusztrációk két kivétellel nem tartalmaznak szöveges elemet. Az illusztrációknak általában a tananyag elsajátítása szempontjából nincs jelentőségük, a feladatokkal nincsenek tartalmi kapcsolatban, csak az üres helyeket töltik ki. A Városi és Általános kötetben piros-fekete színűek az illusztrációk. Mindegyik kapcsolódik a tankönyv szövegéhez, a feladatokhoz, és nagy részük segíti a tanulási folyamatot. A Városi kötetben már van illusztráció, amely segíti a megoldást vagy maga a megoldási modell. Az Általános tankönyvben, Varga Tamás fejezetében már megjelenik az illusztráció úgy, mint a tevékenység helye, vagy úgy, mint amely segíti a tevékenységet vagy a megoldást. (11. táblázat)

11. táblázat

Az illusztrációk jellemzői, 1. osztály, 3. korszak

Helyiérték-átlépés (%)	Falusi	Városi	Bp.-i
Oldalszám	17	8	12
Illusztráció száma (db)	29	10	22
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	1,7	1,3	1,8
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)	93	20	27
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)	3	50	19
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)	3	30	27
Szöveges illusztráció (%)			27
Irányított megfigyelés (%)	7	60	82
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)	3	30	18
Szemléleti igazolás (%)		10	
Motiváló illusztráció (%)	90		
Aktív tevékenységhez kapcsolódó (%)	7	60	86
Passzív ismeret felelevenítése (%)	3	30	14
A tanulási folyamat irányítása (%)	3	10	
Független a matematikai tartalomtól (%)	86		

## 2. osztály:

A Falusi és a Városi tankönyvekben a megegyező illusztrációk száma mellett, a terjedelem közti különbség miatt, a Falusi tankönyvben 25%-kal több illusztráció jut átlagosan egy-egy oldalra. A Budapesti tankönyvben átlagosan oldalanként található egy-egy illusztráció. A Falusi és a Budapesti tankönyvben több az olyan illusztráció, amely szöveges részt is tartalmaz. A Városi tankönyvben a csak képi illusztrációk vannak többségben. A Falusi tankönyvben az illusztrációk egyharmad része nem kapcsolódik a matematikai tartalomhoz; a másik két tankönyvben nincs ilyen illusztráció. A Falusi és Városi tankönyvben az illusztrációk többségének a célja a megfigyelés irányítása az ismeretek passzív felelevenítésével. Leginkább a Városi tankönyvre jellemző, hogy már vannak (4 db) aktív tevékenységhez kapcsolódó illusztrációk is. A Budapesti tankönyvben az illusztrációk között található olyan, amely a tárgyi tevékenységet segíti, illetve magának a tevékenységnek a helye. (12. táblázat)

12. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 2. osztály, 3. korszak

Számkör 20-40-ig	Falusi	Városi	Bp.-i
Oldalszám	5,5	4,5	5,0
Illusztráció száma (db)	9	9	5
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	1,6	2,0	1,0
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)	44	67	20
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)	12	11	40
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)	22	22	20
Szöveges illusztráció (%)	22		20
Irányított megfigyelés (%)	56	78	20
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)			40
Szemléleti igazolás (%)	11	22	40
Motiváló illusztráció (%)	33		
Aktív tevékenységhez kapcsolódó (%)	12	44	20
Passzív ismeret felelevenítése (%)	44	56	60
A tanulási folyamat irányítása (%)	44		20
Független a matematikai tartalomtól (%)			

## 3–4. osztály:

A 3. és 4. osztályban összesen csak három különböző számtantananyag volt, ezért az illusztrációk jellemzőit egy táblázatban foglalom össze. A harmadikos Városi tankönyv vizsgált fejezetében nincs illusztráció. A Falusi tankönyv illusztrációinak több, mint a fele nem kapcsolódik a matematikai tartalomhoz, a többi, egy kivételével, az ismeretek passzív felelevenítése, magyarázat. A negyedik tankönyv mind az öt illusztrációja sok szöveges elemet tartalmaz. Négy illusztráció az ismeretek passzív felelevenítése, magyarázat, míg egy aktív tevékenységhez kapcsolódik. (13. táblázat)

13. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 3. korszak

Összeadás (3. osztály), törtek (4. osztály)	3. osztály		4. osztály
	Falusi	Városi	Nagy-bp.-i
Oldalszám	14	3	2
Illusztráció száma (db)	9	0	5
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	0,6	0	2,5
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)	56		
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)			
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)			100
Szöveges illusztráció (%)	44		
Irányított megfigyelés (%)	11		
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)	33		80
Szemléleti igazolás (%)			20
Motiváló illusztráció (%)	56		
Aktív tevékenységhez kapcsolódó (%)	11		
Passzív ismeret felelevenítése (%)	33		80
A tanulási folyamat irányítása (%)	0		20
Független a matematikai tartalomtól (%)	56		

## 2. 7. Az egytankönyvűség időszaka a megváltozott társadalmi rendben

A 2. 7. fejezetet bevezető részét Kériné-Varga (2004), Mihály (2000), Pukánszky-Németh (1996) írásai alapján állítottam össze.

Az ötvenes évek elejére az 1945–49 közötti időszakban elindított nevelés kérdéseivel foglalkozó folyamatok megszakadtak. 1946-tól folyamatosan felmerült, hogy van-e létjogosultsága az új társadalmi rendben az egyházi iskoláknak. A két évig tartó támadássorozat után 1948 nyarán államosították az egyházi iskolákat, az iskolák mintegy kétharmad részét, 6505 iskolát.

Az 1950–53 közötti időszak politikai eseményei nem tették lehetővé a pedagógiai kutatásokat. A társadalomtudományokat is áthatotta a sztálinizmus. Az 1950–51-es tanévtől életbelépő új szocialista általános iskolai tanterv szerint a nevelés célja, hogy a „tanulóifjúságunkat Népköztársaságunk öntudatos, fegyelmezett állampolgáraivá, a dolgozó nép hűséges fiává, a szocializmus építőjévé nevelje.” (Tanterv 1950). A cél elérése érdekében megkövetelte, hogy az iskolák a marxista-leninista ideológiát közvetítsék. Ennek következtében a hagyományos magyar pedagógia képviselőinek, például Prohászka Lajosnak, Karácsony Sándornak, Kornis Gyulának a tevékenységét ellehetetlenítették. Az ideológiai neveléshez a pedagógiai-elméleti háttérrel szovjet szerzők, például Goncsarov, Jeszipov, Kalinyin, Krupszkaja, Makarenko művei alapján kívánták biztosítani. (Pukánszky-Németh 1996)

A tanterv megtartotta az 1946-os demokratikus tantervben kialakított alsó-felső tagozatos struktúrát, de a belső szerkezetét teljesen átalakította (Pukánszky-Németh 1996). A tanterv megszüntette a szabadon választható tárgyakat, a felső tagozatban kötelezővé tette az orosz nyelv tanulását, a többi nyelvet kizárta a felső tagozatos tananyagból. A tantárgyak ismeretanyagát általában megnövelte, de ez nem érintette az alsó tagozatos számtantananyagot.



Az 1950-es tanterv szerint a számtan-mértan tanítás célja:

- A környező világ mennyiségi viszonyainak megismerése.
- Készség szinten tájékozódás a környező világban a felismert törvényszerűségek felhasználásával.
- A szöveges feladatok biztonságos megoldása.
- Készség új problémák felismerésére, megfogalmazására, megoldására.
- Térbeli viszonyok elképzelése, alakzatok és köztük lévő kapcsolatok ismerete.
- Mennyiségek becslése, köztük lévő összefüggések kifejezése táblázattal, rajzzal.

A tanterv a számtan-mértan tanítást a dialektikus materialista világnézet kialakítása legértékesebb eszközének tekintette.

Kettős feladatot tűzött ki:

- Tartson kapcsolatot a társadalom aktuális kérdéseivel, úgy, hogy a példában, feladataiban mutassa be a három- és ötéves tervet, a munkaversenyt, a dolgozók gazdasági, kulturális felemelkedését.
- Tartson kapcsolatot a természettudományos tárgyakkal. Egy jellemző mondat a Módszertani útmutatásból: „Emeljük fel a miszticizmus fátylát, amit az ellenség borított a nép szemére, hogy ne lásson.” (Módszertani útmutatás az általános iskola tantervéhez, 1950:3–4.)

1956-ban az 1–4. osztály számára új tantervet léptettek életbe, amely szerint az oktatás célja: „Az általános iskola nyújtson minden tanulónak dialektikus materialista világnézetet megalapozó, egységes alpműveltséget, [...] fejlessze bennük (a tanulóknak) a kommunista ember erkölcsi tulajdonságait, tegye képessé őket arra, hogy szocializmust építő hazánk művelt, mindenoldalúan fejlett, öntudatos dolgozóivá váljanak.”

Az 1956-os tanterv a számtan-mértan tanítás feladatának meghatározásakor finomabban fogalmazott, mint az 1950-es tanterv, de lényegében ugyanazokat a feladatokat tűzte ki, valamint kibővítette a feladatrendszert a tanulók kommunista erkölcsének formálásával.

Az 1960-as évek elejétől megkezdődik a konszolidáció időszaka, a nyugati országokkal megindul a kapcsolatfelvétel. Az 1960-as évek végén Magyarország Kiss Árpád vezetésével bekerül az IEA<sup>1</sup>-ba. A szputnyik-sokk hatására az IEA első átfogó vizsgálata a matematikatanításban alkalmazott különféle kurrikulumoknak, illetve az oktatási módszereknek a tanulmányozására irányult (Mihály 2000). A 60-as évek elején a nemzetközi áramlatokkal szinkronban Magyarországon is beindultak oktatási kísérletek.<sup>2</sup> Az 1963-ban életbe léptetett újabb általános iskolai tantervben még nem érzékelhető a matematika tanítására irányuló nemzetközi folyamatok hatása.

A tanterv a számtan-mértan tanítás feladatának tekintette:

- Az alapvető ismeretek kialakítását a természetes számok körében a szóbeli és írásbeli műveletek elvégzésére, valamint az alapvető gyakorlati mérések körében. – Azaz a törtek témakör már nem jelent meg az alsó tagozatos tananyagban.
- A feladatmegoldásokat elsősorban nem a gondolkodásfejlesztés eszközének tekintette, hanem a kötelességteljesítésre, tervszerűségre, pontosságra, rendszeres munkára, önellenőrzésre nevelés eszközének.
- A környező valóság megismerése, az értelmi képességek fejlesztése is megjelenik a feladatok között, de csak az előző pont után.

---

<sup>1</sup> International Association for the Evaluation of Educational Achievements (Nemzetközi Szövetség az oktatási eredmények értékelésére)

<sup>2</sup> A magyarországi oktatási kísérletekkel a 2. 8. fejezetben foglalkozom.

- Fontos feladatnak tekinti a tanulók szocialista nevelését a feladatok, adatok megfelelő megválogatásával.

A tanterv előírta a tanítás anyagát, meghatározta az egy-egy tananyagra fordítható óraszámot, módszertani utasításokat adott a megvalósításra, és meghatározta egy-egy évfolyam kimeneti követelményeit.

Az 1974-es tantervben a számtan-mértan tanítás feladatai nem változtak.

1947-től 1974-ig mutatja a heti óraszámokat az 1. táblázat. Ebben az időszakban még hat napot jártak iskolába a tanulók. Az 1947-es tanterv szerint mind a négy évfolyamon egységesen heti öt számtanóra volt a kötelező. Az 1950-es tanterv mindegyik évfolyamon megemelte az óraszámot egy órával, így minden napra jutott számtanóra. Az 1963-as tanterv az elsősök óraszámát ötre csökkentette, és ezen az 1974-es tanterv nem változtatott.

1. táblázat

A számtan-mértan tantárgy heti óraszámának változása

Heti óraszám	1947	1950	1956	1963	1974
1. osztály	5	6	6	5	5
2. osztály	5	6	6	6	6
3. osztály	5	6	6	6	6
4. osztály	5	6	6	6	6

Az egyes tantervek kimeneti követelményeiben az alábbi főbb változások érdemelnek figyelmet. Az 1. osztályban az 1962-es tantervtől kikerült a tananyagból a 100-as számkörben a számok írása és olvasása, valamint a kerek tízesek összeadása, kivonása, kerek tízesekre bontása, valamint az összetett, két művelettel megoldható szöveges feladatok. A 2. osztályban az 1962-es tantervtől kezdve kimaradt a  $10 \times 10$ -es szorzótáblán kívüli szorzások és a maradékos osztás tanítása ugyanúgy, mint az összetett, három különböző művelettel megoldható összetett szöveges feladatok megoldása. A 3. osztályban a legfőbb változás a szöveges feladatok megoldása terén mutatkozik. Mindegyik tanterv előírja az egyszerű és az összetett szöveges feladatok megoldását. Az 1956-os tanterv nem emeli ki a szöveges feladatok összefüggéseinek felismerését, de az önálló megoldási terv készítését igen, ami feltételezi az összefüggések felismerését. Az 1963-as tanterv a megoldási terv készítését csak tanítói segítséggel követeli meg, majd az 1974-es tanterv újra visszaveszi az önálló terv készítését a feladat megoldásához. A szöveges feladatok megoldási menetének indoklása csak az 1956-os tanterv követelményei között szerepel. A zárójel használata összetett feladatokban csak az 1974-es tantervben szerepel. A 4. osztályban az 1974-ben megjelent új tanterv és óraterv nem hoz lényeges változást az azt megelőzőhöz képest.

### 2. 7. 1. A negyedik korszakból kiválasztott tankönyvek vizsgálata

A tankönyvek elemzése előtt érdemes megjegyezni, hogy a különböző kiadású tankönyvek átdolgozott kiadások. Az 1. osztály számára készült tankönyvek körében<sup>3</sup> a Csáki0 kísérleti tankönyv előzménye a Csáki1 tankönyvnek. A Csáki–Géczy1 átdolgozott kiadása a Csáki1-nek, a Csáki–Géczy2 pedig a Csáki–Géczy1-nek. A 2. osztályban<sup>4</sup> a Nagy0-nak átdolgozott

<sup>3</sup> Az 1. osztályos tankönyvek hivatkozásai:  
Csáki0: Csáki Imre 1954, kísérleti tankönyv  
Csáki1: Csáki Imre 1962  
Csáki–Géczy1: Csáki Imre–Géczy Etelka 1963  
Csáki–Géczy2: Csáki Imre–Géczy Etelka 1975

<sup>4</sup> A 2. osztályos tankönyvek hivatkozásai:

kiadása a Nagy1, a Csáki–Géczy1-nek a Csáki–Géczy2 (1976). A 3. osztályos<sup>5</sup> Váli tankönyvek átdolgozott kiadása a Gaál–Váli tankönyv. A 4. osztályos<sup>6</sup> Gaál tankönyvnek a Gaál–Váli az átdolgozott kiadása.

## Tematika

### 1. a) Témakörök

A vizsgált tankönyvek mindegyikében a számkört, a számkörbővítést és a négy alapműveletet a természetes számok halmazán (N-ben) értelmezik, kivéve a 4. osztályos Gaál tankönyv törtek fejezetét, ahol az értelmezési tartomány a pozitív racionális számok halmaza ( $R^+$ ).

#### 1. osztály:

Ugyanarra a 11 témakörre bontottam ennek az időszaknak az 1. osztályos tananyagát, mint az előző fejezetben. A témakörök (N-ben): a számolás alapfogalmai; az 5-ös számkör; az összeadás, kivonás 10-es számkörben; az összeadás, kivonás 20-as számkörben; a szorzás, osztás 20-as számkörben; a számlálás 100-ig; az összeadás, kivonás helyiérték-átlépés nélkül; az összeadás, kivonás helyiérték-átlépéssel; a vegyes feladatok; a mértékek és a mértani alapfogalmak. Négy téma fordul elő mind a négy tankönyvben. (1. grafikon)

Az első témakör az *5-ös számkörben* (N-ben) az *összeadás és kivonás* értelmezése, gyakorlása. Ha figyelembe vesszük, hogy a Csáki–Géczy1, 2 tankönyvekben van egy, a számolás-mérés alapfogalmait bevezető fejezet, amely szintén 5-ös számkörben számláltat, számoltat, értelmezi az összeadást és a kivonást, akkor közel azonos arányban szánunk terjedelmet erre a témakörre (Csáki0: 23%, Csáki1: 17%, Csáki–Géczy1: 14% + 10% Csáki–Géczy2: 15% + 8%).

Az *összeadás és kivonás* (N-ben) gyakorlása *10-es számkörben* – az előző témakört is beleértve – átlagosan a tankönyvek felét (53%) teszi ki. A Csáki0 és a Csáki1 tankönyvben a témakörre szánt terjedelem aránya közel azonos (46%, illetve 47%). A Csáki–Géczy1 (51%) tankönyvvel összevetve a Csáki–Géczy2-ben (68%) nőtt a témakörre szánt terjedelem aránya. A Csáki–Géczy2 tankönyvben új fejezetként megjelenik az egyenlőtlenség témakör (13%), melyet a benne szereplő feladatok alapján szintén ebbe a csoportba soroltam.

Az *összeadás és kivonás 20-as számkörben* (N-ben) témakörre szánt terjedelem az újabb kiadású tankönyvekben egyre kisebb arányú. Ennek a témakörnek a terjedelme mutatja a legnagyobb eltérést. A Csáki0 tankönyvekben a terjedelem csak 6%-kal kisebb, mint az egyjegyű számokkal végzett összeadásra és kivonásra szánt terjedelem (40%), a Csáki1 tankönyvben 10%-kal kisebb (30%). Ez a két tankönyv a 2. és a 3. témakört közel azonos súlyúnak tekintette. A Csáki–Géczy1 tankönyvben az említett témakör már csak 16%-a a teljes terjedelemnek, a Csáki–Géczy2-ben még ennél is kevesebb, csupán 13%. Amennyiben a vegyes feladatokra szánt terjedelmet összegezzük az összeadás és kivonás gyakorlása 20-as számkörben témakör terjedelmével, a Csáki–Géczy1 tankönyv kiegyenlíti ezt a nagy

---

Nagy0: Nagy László 1954, kísérleti könyv

Nagy1: Nagy László 1962

Csáki–Géczy1: Csáki Imre–Géczy Etelka 1963

Csáki–Géczy2: Csáki Imre–Géczy Etelka 1976

<sup>5</sup> A 3. osztályos tankönyvek hivatkozásai:

Váli: Váli Dezsőné 1954, 1962. Az 1954-es és az 1962-es kiadás megegyezik.

Gaál–Váli: Gaál Géza–Váli Dezsőné 1964, 1978. Az 1964-es és az 1978-as kiadás megegyezik.

<sup>6</sup> A 4. osztályos tankönyvek hivatkozásai:

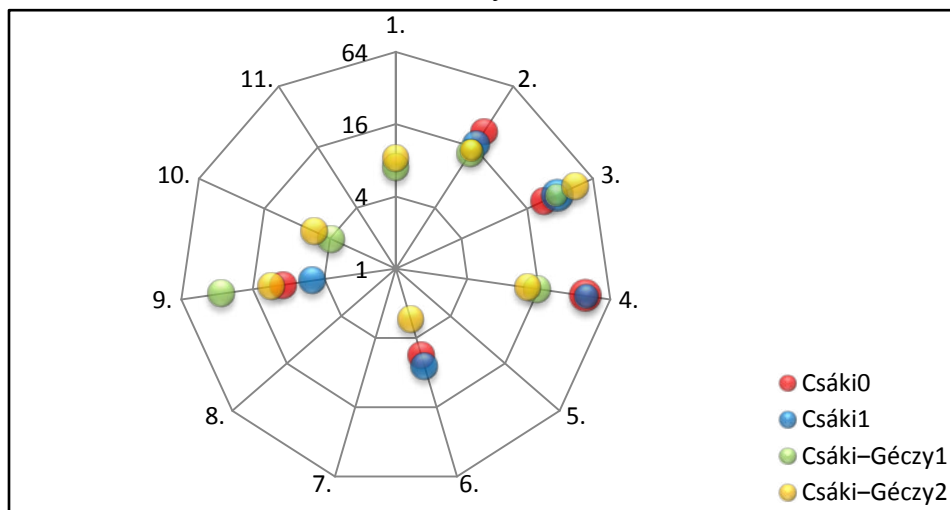
Gaál: Gaál Géza 1959, 1962. Az 1959-es és az 1962-es kiadás megegyezik.

Gaál–Váli: Gaál Géza–Váli Dezsőné 1965, 1979. Az 1965-ös és az 1979-es kiadás megegyezik.

különbséget, de a Csáki–Géczy2 tankönyvben a teljes terjedelem negyed részét sem éri el (Csáki0: 49%, Csáki1: 45%, Csáki–Géczy1: 45%, Csáki–Géczy2: 24%).

Nem járt sikerrel Varga Tamás törekvése, hogy visszahozza a század közepéig alkalmazott számkörbővítést és ezzel együtt egy-egy számkörben a négy alapművelet megismertetését, gyakorlását. A 20-as számkörben a szorzás, osztás a mai napig nem része az 1. osztályos tananyagnak.

A *számkör bővítését* (N-ben) 100-ig megtaláljuk a Csáki0 (6%) és a Csáki1 (7%) tankönyvekben, a Csáki–Géczy1-ből kimarad ez a témakör, de a Csáki–Géczy2-be újra bekerül, igaz, már csak feleakkora arányban (3%), mint elődeinél. A *mértékek* csak a Csáki–Géczy1, 2-ben fordulnak elő, 4%, illetve 6% arányban.



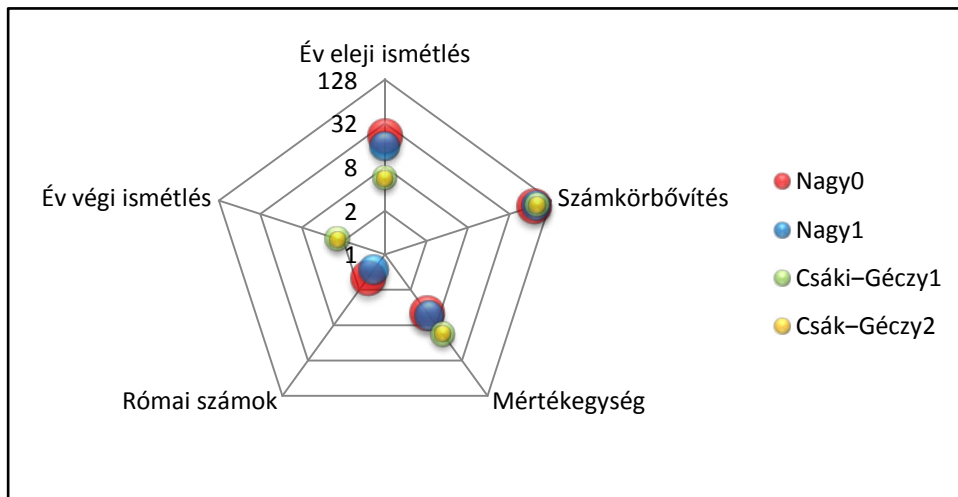
1. grafikon

Témakörök százalékos előfordulása, 1. osztály, 4. korszak

A témakörök (N-ben): 1. számolás alapfogalmai, 2. 5-ös számkör, 3. összeadás, kivonás 10-es számkörben, 4. összeadás, kivonás 20-as számkörben, 5. szorzás, osztás 20-as számkörben, 6. számlálás 100-ig, 7. összeadás, kivonás helyiérték-átlépés nélkül, 8. összeadás, kivonás helyiérték-átlépéssel, 9. vegyes feladatok, 10. mértékek, 11. mértani alapfogalmak

2. osztály:

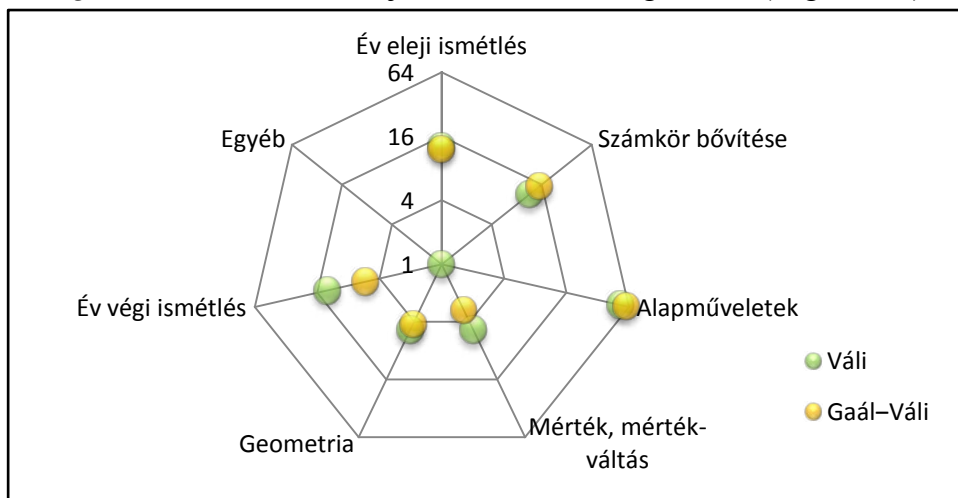
A vizsgált korszakban a 2. osztályos tankönyvek már az 1. osztályosok szerves folytatásai. A tananyag túlnyomó részét a számkörbővítés (N-ben) teszi ki. A Nagy0 kötetben az *év eleji ismétlés* a tankönyv közel ötöd része, a Nagy1-ben már csak 16%-nyi, a Csáki–Géczy1, 2 kötetekben ennek már csak közel harmada, 6%-nyi. Az így nyert terjedelmet a *számkörbővítés* és a *mértékegységek* témakörök töltik ki. A Csáki–Géczy1, 2 közel kétszeresét fordítja erre a témára, mint a Nagy0, 1. Az *év végi ismétlés* fejezetcím a Nagy0, 1 kötetekben nem jelenik meg. A római számok két Nagy tankönyvben jelennek meg 1% körüli terjedelemben. (2. grafikon)



2. grafikon  
Témakörök százalékos előfordulása, 2. osztály, 4. korszak

3. osztály:

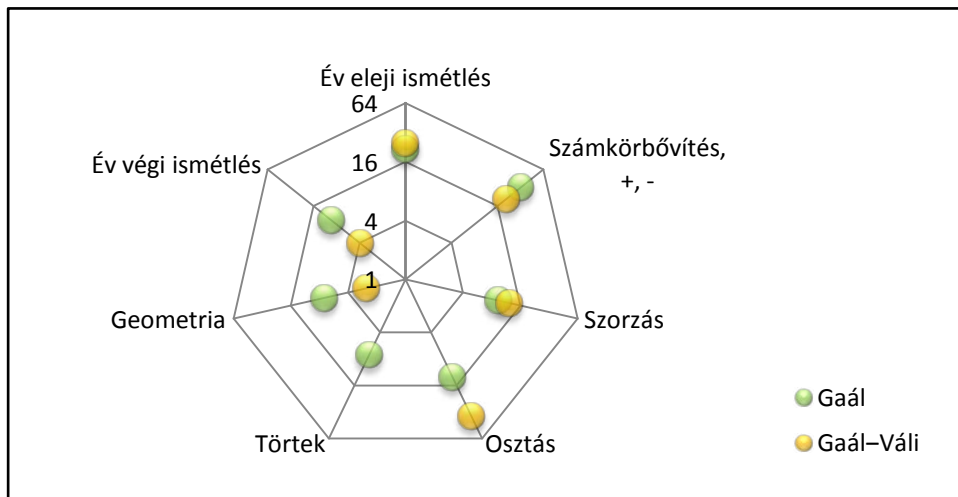
A Váli tankönyv átdolgozott kiadása a Gaál-Váli tankönyv, de nem szerves folytatása a Nagy0, 1, illetve a Csáki-Géczy1, 2 tankönyveknek. Mind a két tankönyv közel felét az adott számkörben (N-ben) végzett *írásbeli alpműveletek* begyakoroltatása teszi ki. A szóbeli műveletek a *számkörbővítés* fejezetben jelennek meg. A két tankönyv a *mérték, mértékváltás*, illetve az *év végi ismétlésre* fordított terjedelemben tér el leginkább. (3. grafikon)



3. grafikon  
Témakörök százalékos előfordulása, 3. osztály, 4. korszak

4. osztály:

A Gaál tankönyv *év eleji ismétlésre* fordított terjedelmének arányát 3%-kal megnövelte a Gaál-Váli tankönyv, így az egész terjedelem negyed részét teszi ki. Míg a Gaál kötetben szakasz címként megjelenik mind a négy alpművelet, a Gaál-Váli tankönyvben csak a *szorzás és az osztás*. Természetesen ez nem azt jelenti, hogy az *összeadás és a kivonás* kimaradna a tankönyvből, hanem azt, hogy beleolvad a *számkörbővítés* fejezetébe, ezért a *számkörbővítést* és az *összeadás-kivonást* egy egységnek tekintetem. Ennek a témakörnek az aránya a Gaál-Váli kötetben 14%-kal nagyobb, mint a Gaálban, amelyet úgy ért el, hogy a *törtek* fejezet kimaradt a tananyagból, a *geometria* arányát 4%-kal, az *év végi ismétlés* arányát 5%-kal csökkentette. (4. grafikon)



4. grafikon  
Témakörök százalékos előfordulása, 4. osztály, 4. korszak

### 1. b) Témaköri tartalmak

1. osztály:

A Csáki1, 2 tankönyvek *ötös számkörben* a *számok leírásával* kezdik a tanévet, majd sok példán keresztül tárgyakkal, majd tárgyakkal és számokkal, illetve csak számokkal *összeadást, pótlást, kivonást* végeznek, majd *10-es számkörben* mindezt megisméttlik.

A Csáki–Géczy1, 2 a tankönyv első 9%-ában *ötös számkörben* hívóképről számláltat, egy-egy értelmű megfeleltetések végeztet, halmazok elemei között. Néhány elemével adott sorozat előállítására megjelenik a logikai készlet. Két halmaz elemszámának összehasonlítására a több-kevesebb jel. Ezt követi a *számírás*, majd tárgyak halmazához ugyanakkora számosságú halmazt rendeltet, és számjeggyel leírhatja. Már *ötös számkörben* törekszik a műveletfogalom alakítására. Megtapasztaltatja az összeadás kommutativitását, az összeadás és a kivonás inverz kapcsolatát. *10-es számkörben* hasonlóan jár el. Mind a négy tankönyv számoltatja két, illetve három szám összegét, két szám különbségét, illetve az összeadás és a kivonás műveletek komponenseit. A 0 csak mint az összeg egyik tagja jelenik meg, valamint a 10 leírásában, de nem jelenik meg mint műveleti eredmény, szemben az előző időszak Általános tankönyvével.

Mind a négy tankönyvben a *20-as számkörben* először tízesátlépés nélkül, majd tízesátlépéssel az összeadást, kivonást, gyakorolják. Az algoritmus az összeadásnál:  $8 + 5 = 8 + 2 + 3$ , a kivonásnál:  $13 - 5 = 13 - 3 - 2$ . A Csáki–Géczy1, 2 tankönyv épít az analóg gondolkodásra, megjelennek például a  $2 + 3 =$ ,  $12 + 3 =$ , illetve a  $2 + 13 =$  típusú feladatok. A műveletvégzés szemléltetésére bevezeti a számegyenest, majd egyenlőtlenségek megoldásához eszközként használja. Az egyenletekben az ismeretlen jelölésére bevezeti a keretet. Megmutatja a táblázatok használatát. Összeadó és kivonó táblázatokat készít, és értelmez.

A *Mértékegységek* körében mindenki bevezeti az űrtartalom mértékegységei közül a litert, decilitert, a tömeg mértékegységei közül a kilogrammot, a hosszúság mértékegységei közül a métert, valamint a forintot. A Csáki0, 1 tanítja az évet, hónapot, a Csáki–Géczy1, 2 az egész órákat.

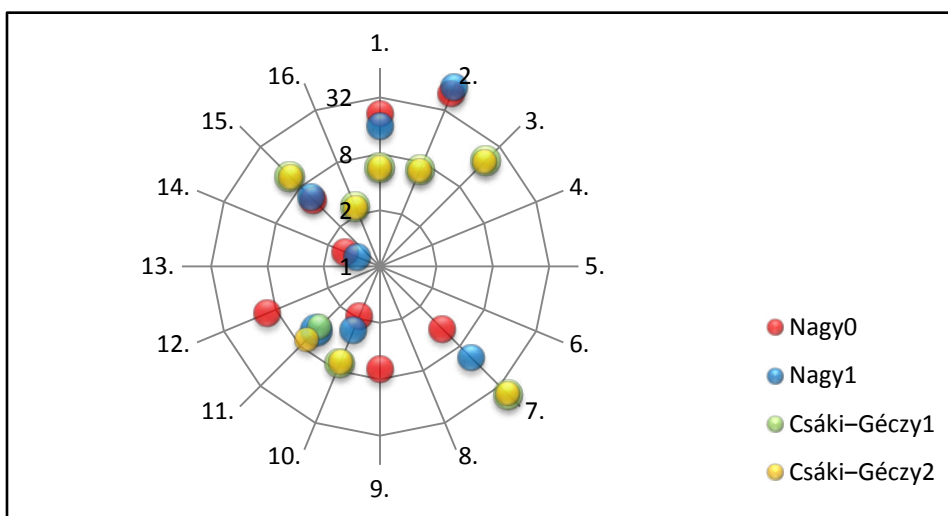
2. osztály:

Az *év eleji ismétlés* után mind a négy tankönyvben a *számkörbővítés* (N-ben) következik. Ennek koncepciója viszont alapvetően különbözik a Nagy0, 1 és a Csáki–Géczy1, 2

tankönyvekben. A Nagy0,1 tízesével fokozatosan bővíti a számkört. Minden számkörben elvégezteti a lehetséges alapműveleteket. Először gyakoroltatja az összeadást, kivonást. Az ismételt összeadásra építve bevezeti a számkörhöz tartozó szorzótáblát és vele párhuzamosan az osztást. A százaskör után újra ismétli a szorzótáblát, kitér a szorzás kommutativitására, a szorzás és az összeadás, illetve kivonás disztributív kapcsolatára. Majd ez után következik az egyenlő részekre osztás, végül a maradékos osztás.

A Csáki–Géczy1,2 rögtön 100-ra bővíti a számkört (N-ben). Analógiákra építve összeadást, kivonást végeztet (19%-ban), ezt követi a szorzás–osztás fejezet. A Csáki–Géczy1 tankönyvben sorban, a Csáki–Géczy2-ben már csoportosítva jelennek meg a szorzótáblák. A szorzótáblát ismételt összeadásként vezeti be, a szorzás tanítására megjelenik a téglalap modell. Az osztást is az ismételt összeadással kezdi bevezetni, de rögtön rátér a szorzás, osztás inverz kapcsolatának bemutatására.

Az 5. grafikon mutatja a négy tankönyvben a különböző témakörök százalékos előfordulását.



5. grafikon

Témakörök százalékos előfordulása, 2. osztály, 4. korszak

Témakörök (N-ben): 1. év eleji ismétlés, 2. számkörbővítés (N-ben), 3. összeadás, 4. kivonás, 5. pótlás, 6. vegyes feladatok, 7. szorzótábla, 8. osztás, 9. bennfoglalás, 10. maradékos osztás, 11. kétjegyű számok szorzása, 12. vegyes feladatok, 13. mértani alapfogalmak, 14. római számok, 15. mértékegységek, 16. év végi ismétlés

A *szorzás tanításakor* a metodikai elgondolásban, a struktúra felépítésében, a szóhasználatban mutatkozó egyezéseket és különbségeket mutatja a következő, 2. táblázat. A Nagy0, 1 és a Csáki–Géczy1 tankönyvek a szorzótáblát még számsorrendben tanítják, a Csáki–Géczy2 csoportosítva. Kétjegyű szám szorzását egyjegyűvel mindegyik tankönyv az utolsó, 10-es szorzótábla után tanítja. A Csáki–Géczy1,2 a két témakör közé illeszti a maradékos osztást.

A *szorzás–osztás* témakört a Nagy0,1 egy fejezetben belül, a két művelet összekapcsolva, párhuzamosan tanítja. A Csáki–Géczy1,2 külön fejezetet rendel a szorzáshoz és az osztáshoz is. A tartalmában „osztás” cím szerepel, de a belső címben „bennfoglalás” a művelet megnevezése. A *részekre osztást* a Nagy0,1 tankönyvek egyenlő részekre osztás néven tanítja, a Csáki–Géczy1,2 tankönyvekben nincs a tevékenység megnevezve. A Nagy0 tankönyv szóhasználatában nem különbözteti meg a bennfoglalást és az osztást, de a Nagy1 már igen. A Csáki–Géczy1,2 már egyértelműen megkülönbözteti az osztást és a bennfoglalást, sőt az osztótábla helyett a bennfoglalótábla, a maradékos osztás helyett a maradékos bennfoglalás kifejezést használja. Ez nem csak szóhasználati eltérés, hanem módszertani is, melynek hatása

a későbbi tankönyvekben is kimutatható. A mai (2010-es) tankönyvek is megosztottak e tekintetben. A *műveletek jelölésében*, kiolvasásában többnyire egységes a négy tankönyv.

Mindegyik tankönyv az összes szorzótábla bevezetésének kezdetén az összeadásra építve vezeti be szorzótáblát. A Nagy0,1 tankönyvek a szorzás és az osztás kapcsolatát igyekeznek megvilágítani minden egyes szorzótábla után, a Csáki–Géczy1,2 minden bennfoglalótábla után. A szorzás kommutativitásának megtapasztaltatása a Nagy0 tankönyvben a szorzótáblák után jelenik meg a téglalap modell formájában. A Nagy1 már minden szorzótáblánál utal erre a műveleti tulajdonságra, míg a Csáki–Géczy1,2 tankönyvekben a 4-es szorzótáblától jelenik meg.

2. táblázat  
A szorzótáblák tanítása, 2. osztály, 4. korszak

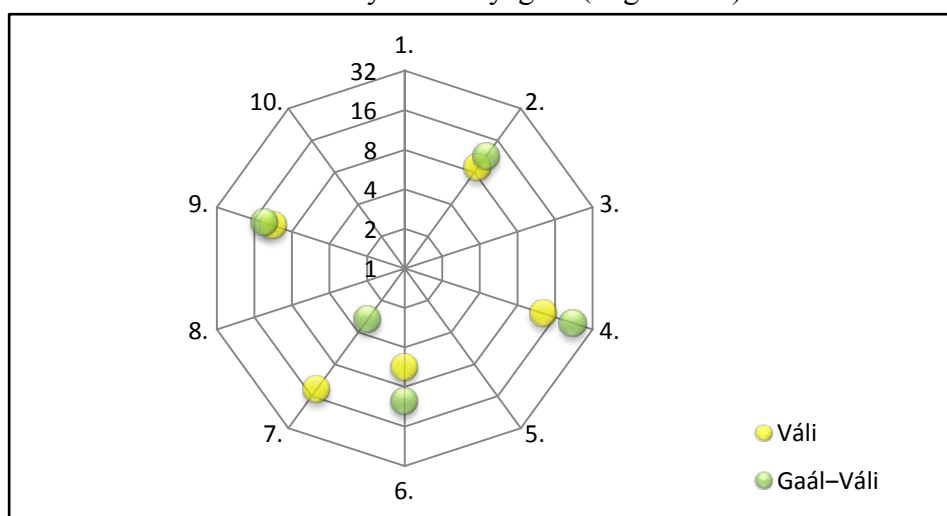
Témakörök	Nagy0	Nagy1	Csáki–Géczy1	Csáki–Géczy2
A szorzótáblák sorrendje	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10			2, 4, 8, 3, 6, 9, 7, 5, 10
Az egyik tényező kétjegyű szám	Az utolsó, 10-es szorzótábla után, 100-as számkör után, a maradékos osztás előtt.			
A szorzás – osztás	Egy fejezeten belül nem választja szét.		Szétválasztva, külön fejezet. A tartalomban szorzás – osztás, a belső cím bennfoglalás.	
A részekre osztás	Egyenlő részekre osztás		Nincs	
A bennfoglalás	Osztás	Bennfoglalás	Bennfoglalótábla Maradékos bennfoglalás	
A maradékos osztás	Egyenlő részekre osztás fejezet után	Osztás egyjegyűvel fejezet után	Szorzás, osztás után	
A jelölések	$2 \cdot 3 = 6;$ $6 : 2 = 3$	$2 \cdot 3 = 6;$ $6 : 2 = 3$	$2 \cdot 3 = 6;$ $6 : 2 = 3$	$2 \cdot 3 = 6;$ $6 : 2 = 3$
A szóhasználat	szorzás Kétszer három hat.		Nincs leírva	
	osztás Hatban a kettő háromszor van meg.		Tízben a kettő megvan ötször.	
A szorzás és az összeadás kapcsolata	Minden szorzótáblánál			
A szorzás és az osztás kapcsolata	Minden szorzótáblánál		Minden bennfoglalótábla után	
A kommutativitás	Megjelenik a téglalap modell a szorzótáblák után	Megjelenik minden szorzótáblánál	Megjelenik a 4-es szorzótáblától	
		Maróthi 9x9-es szorzótábla		

### 3. osztály:

Az alapl műveletek (N-ben) a következőképpen 10 csoportra bontottam: a szóbeli összeadás; az írásbeli összeadás; a szóbeli kivonás; az írásbeli kivonás; a szóbeli szorzás; az írásbeli szorzás egyjegyű szorzóval; az írásbeli szorzás többjegyű szorzóval; a szóbeli osztás; az írásbeli osztás egyjegyű osztóval; valamint az írásbeli osztás többjegyű osztóval. A négy *írásbeli alapl művelet* (N-ben) alkotja a tananyagnak több mint a felét. A két tankönyvben az írásbeli összeadás (9%, illetve 10%) és az írásbeli osztás egyjegyű osztóval (11%, illetve 12%) témakörökre közel azonos arányú terjedelmet szánnak a szerzők. A Gaál–Váli tankönyv majdnem a kétszeresére megnövelte az írásbeli kivonás (13%-ról 22%-ra), valamint az írásbeli szorzás egyjegyű szorzóval (6%-ról 10%-ra) témakörök arányát. Az írásbeli szorzás többjegyű osztóval terjedelemarányát drasztikusan lecsökkentette (14%-ról 3%-ra). Ezt a



tananyag-szerkezeti változtatást feltehetőleg azért hajtották végre, mert az írásbeli osztás többjegyű osztóval átkerült a 4. osztályos tananyagba. (6. grafikon)



6. grafikon

Műveletek százalékos előfordulása, 3. osztály, 4. korszak

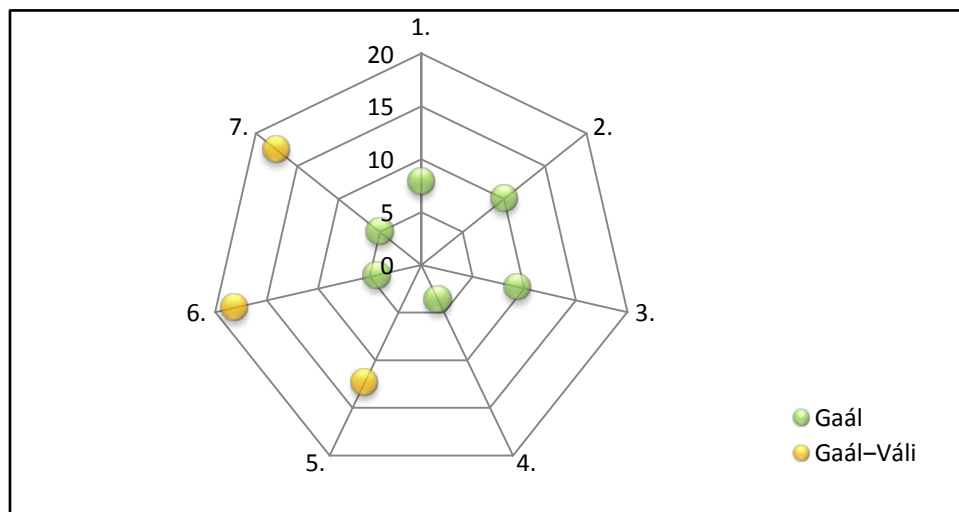
Témakörök (N-ben): 1. szóbeli összeadás, 2. írásbeli összeadás, 3. szóbeli kivonás, 4. írásbeli kivonás, 5. szóbeli szorzás, 6. írásbeli szorzás egyjegyű szorzóval, 7. írásbeli szorzás többjegyű szorzóval, 8. szóbeli osztás, 9. írásbeli osztás egyjegyű osztóval, 10. írásbeli osztás többjegyű osztóval

A *geometria* témakör a mérések, illetve a Gaál-Váli kötetben a téglalap és a négyzet kerülete fejezetcímek alatt jelenik meg. Egy-egy mondat, illetve feladattal kerülnek elő az egyenes, a görbe, a párhuzamos, a merőleges, a szög mint elfordulás és mint tartomány is, a derékszög, a téglalap, a négyzet, a téglalap és a négyzet kerülete fogalmak.

4. osztály:

Mind a két tankönyv az *év eleji ismétlő* részben ezres számkörben a négy alpműveletet (N-ben) gyakoroltatja szöveges és számfeladatokban egyaránt. A Gaál-Váli kötetben 1%-nyi terjedelemben a téglalapról és a négyzetről tanultakat – definíció, szögek, kerület – elevenítik fel. Majd a számkört tízezerre bővíti, és újra a téglalapokkal foglalkozik, amely részben a terület-meghatározás az új tananyag (3%). Ez a téma a Gaál kötetben a mértani ismeretek címszó alatt jelenik meg közel ugyanolyan minimális terjedelemben (4%). A *számkörbővítés* millióig módszertani tagolása megegyezik a két tankönyvben, de a Gaál tankönyv 11%-kal nagyobb terjedelemben foglalkozik a témakörrel.

Az írásbeli *négy alpműveletet* (N-ben) a következőképpen csoportosítottam: összeadás; kivonás; szorzás; osztás; szorzás háromjegyű számmal; osztás kétjegyű számmal és osztás háromjegyű számmal. A Gaál tankönyv külön-külön fejezetben tanítja, míg a Gaál-Váli tankönyv a számkörbővítésbe beépíti az összeadást és a kivonást. Mindent összevetve az írásbeli műveletekkel a Gaál-Váli tankönyv foglalkozik nagyobb arányban. A szorzásra fordított terjedelemben aránya csupán 3%-ban tér el. Más a helyzet az osztással. Az írásbeli osztást kétjegyű osztóval a százezres számkörben, háromjegyű osztóval a milliós számkörben vezeti be mind a két tankönyv, de a Gaál-Váli tankönyvben háromszor akkora terjedelemarányban szerepel, mint a Gaálban (13%, illetve 36%). Az írásbeli osztás több mint a harmadát adja a tananyagnak. (7. grafikon)



7. grafikon

Írásbeli műveletek százalékos előfordulása (N-ben), 4. osztály, 4. korszak

1. összeadás; 2. kivonás; 3. szorzás; 4. osztás; 5. szorzás háromjegyű számmal; 6. osztás kétjegyű számmal  
7. osztás háromjegyű számmal.

A terjedelem arányának növekedése azért jöhetett létre, mert a Gaál tankönyvben még (7%-ban) megjelenő törtek témakör a Gaál-Váli tankönyvből kimaradt. A témakör átkerül az 5. osztályba. A mértani ismeretek között a Gaál tankönyvben még szereplő témakörök: a háromszög, a téglalap, a négyzet tulajdonságai; az átló fogalma, a szögek fajtái a Gaál-Váli tankönyvből kimaradtak.

## 2. Kérdések és feladatok

### 2. a) Feladattípusok

#### 1. osztály:

Az 1. osztályban a vizsgált témakör a tízesátlépés és az ezzel kapcsolatos összeadás, kivonás témakör feladatai. A későbbi kiadású könyvekben a számfeladatok aránya fokozatosan növekedett, ami természetesen maga után vonta a szöveges feladatok arányának a csökkenését. A Csáki-Géczy2-ben már csak 9%-nyi a szöveges feladatok aránya. (3. táblázat)

3. táblázat

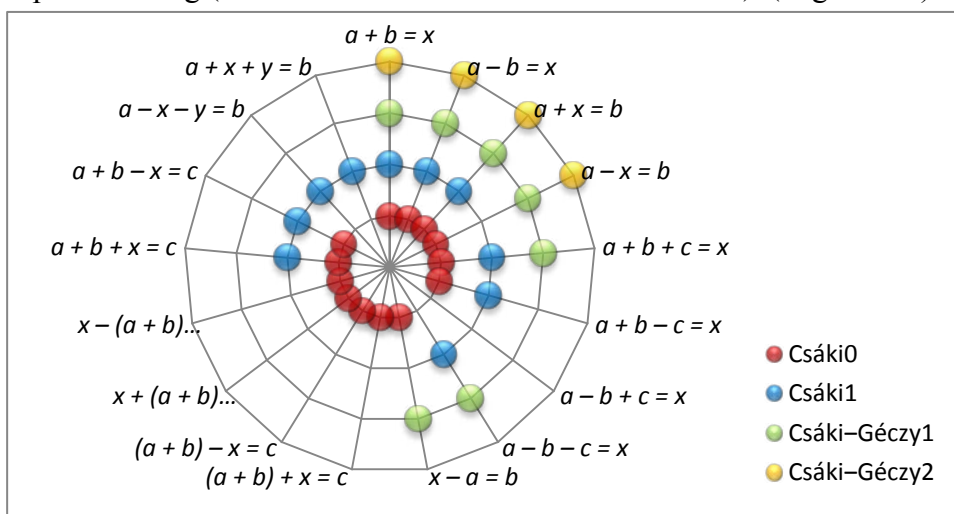
Szám- és szöveges feladatok százalékos előfordulása, 1. osztály, 4. korszak

Tízesátlépés	Csáki0	Csáki1	Csáki-Géczy1	Csáki-Géczy2
Feladatok száma (db)	312	260	325	66
Számfeladatok aránya (%)	69	84	85	91
Szöveges feladatok aránya (%)	31	16	15	9

### Számfeladatok

Mind a négy tankönyvben három számfeladat-típus szerepel: az összeadás, a kivonás és a pótlás. A legtöbbféle számfeladatot a Csáki0 tankönyv tartalmazza (13 típus, amelyek:  $a + b = x$ ,  $a - b = x$ ,  $a + x = b$ ,  $a - x = b$ ,  $a + b + c = x$ ,  $a + b - c = x$ ,  $x - a = b$ ,  $(a + b) + x = c$ ,  $(a + b) - x = c$ ,  $x + (a + b) = c$ ,  $x - (a + b) = c$ ,  $a + b + x = c$ ,  $a + b - x = c$ ), majd a későbbi kiadású tankönyvekben fokozatosan egyre kevesebb típus jelenik meg. A Csáki-Géczy2-ben már csupán négy ( $a + b = x$ ,  $a - b = x$ ,  $a + x = b$ ,  $a - x = b$ ). A Csáki1 tankönyv három új feladattípust mutat be ( $a - b - c = x$ ,  $a - x - y = b$ ,  $a + x + y = b$ ), ugyanakkor elhagyja a négyféle zárójeles feladatot, és a kivonásban nem

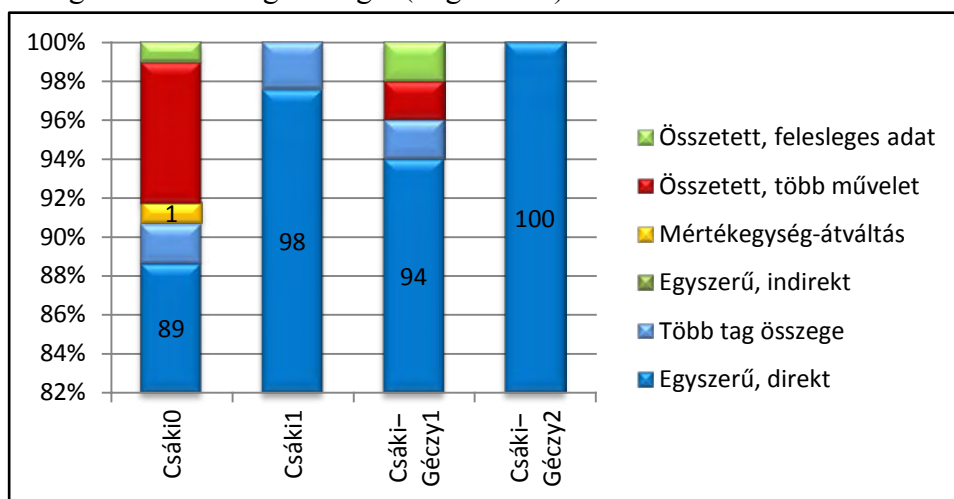
számíttatja a kivonandót. Ez utóbbit a Csáki–Géczy1, 2 tankönyvek visszaveszik. A Csáki–Géczy1 tankönyv öt feladattípust hagy el ( $a + b - c = x$ ,  $a + b + x = c$ ,  $a + b - x = c$ ,  $a - x - y = b$ ,  $a + x + y = b$ ), és egyet vesz vissza a Csáki0-ból ( $a - x = b$ ). A Csáki–Géczy2 már csak négy típust tart meg ( $a + b = x$ ,  $a - b = x$ ,  $a + x = b$ ,  $a - x = b$ ). (8. grafikon)



### Szöveges feladatok

Mind a négy tankönyvben a szöveges feladatokban a hosszabb szavakat szótagolva írták le, valamint a nagybetűk helyett piros színű kis betűket használtak ugyanúgy, mint az olvasókönyvben. Ebből látszik a törekvés arra, hogy a tanulók már az 1. osztályban is önállóan olvassák el a szöveges feladatok szövegét.

Mind a négy tankönyvben az egyszerű, direkt szövegezésű feladatok aránya meghaladja a 90%-ot. A grafikonban jelöltem azokat az egyszerű, direkt szövegezésű feladatokat, amelyeknek megoldása több tag összegének kiszámítása. A szövegesfeladat-típusokat tekintve a Csáki0 tankönyv a legváltozatosabb; a Csáki–Géczy1 tankönyvben még van összetett, több művelettel megoldható, továbbá felesleges adatot tartalmazó feladat is, igaz, csupán 2-2%-nyi terjedelemben. A Csáki1 és a Csáki–Géczy2 tankönyvekben már csak egyszerű, direkt szövegezésű feladatokat találtam, ezek között a Csáki1 tankönyvben 2%-ban a feladatok megoldása több tag összege. (9. grafikon)



2. osztály:

A tananyag-feldolgozás eltérése miatt a Nagy0,1 tankönyvekben a 40-es számkörön belül vizsgáltam a 4-es szorzótáblához kapcsolódó feladatokat, a Csáki–Géczy1,2 tankönyvekben a 4-es szorzó- és bennfoglalótábla fejezetet. (4. táblázat)

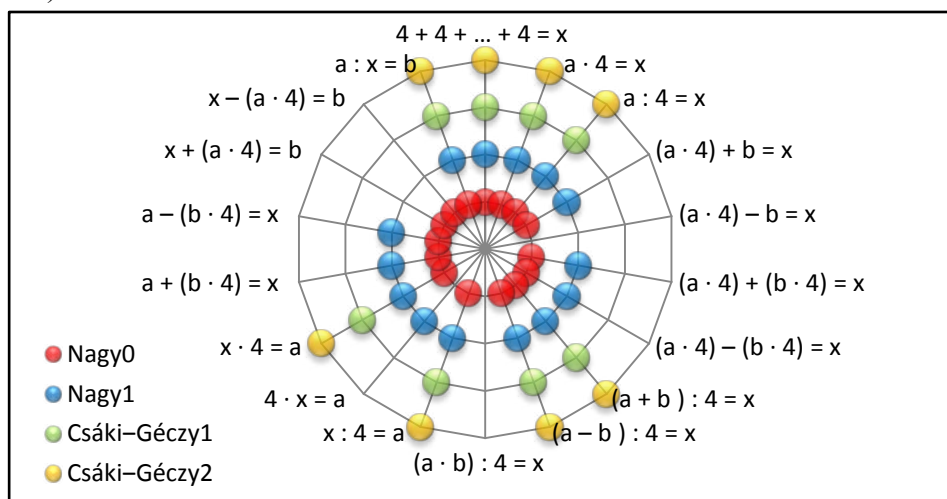
4. táblázat  
Szám- és szöveges feladatok százalékos előfordulása, 2. osztály, 4. korszak

Szorzás, osztás 4-gyel	Nagy0	Nagy1	Csáki–Géczy1	Csáki–Géczy2
Feladatok száma (db)	30	39	53	30
Számfeladatok aránya (%)	37	36	43	53
Szöveges feladatok aránya (%)	63	64	57	47

A későbbi kiadású tankönyvekben a 2. osztályban is egyre inkább felváltják a szöveges feladatokat a számfeladatok.

### Számfeladatok

A 2. osztályos tankönyvekben is a legrégebbi, Nagy0 tankönyvben találtam a legtöbbfajta (15) számfeladatot.  $(4 + 4 + \dots + 4 = x, a \cdot 4 = x, a : 4 = x, (a \cdot 4) + b = x, (a \cdot 4) + (b \cdot 4) = x, (a \cdot 4) - (b \cdot 4) = x, (a + b) : 4 = x, (a - b) : 4 = x, x : 4 = a, x \cdot 4 = a, a + (b \cdot 4) = x, a - (b \cdot 4) = x, x + (a \cdot 4) = b, x - (a \cdot 4) = b, a : x = b)$  Ehhez képest a Nagy1 tankönyvben elmaradt két zárójeles feladattípus, és belépett a  $4 \cdot x = a$  típusú feladat. A Csáki–Géczy1,2 tankönyvben ugyanaz a 8 típusú feladat szerepel,  $(4 + 4 + \dots + 4 = x, a \cdot 4 = x, a : 4 = x, (a + b) : 4 = x, (a - b) : 4 = x, x : 4 = a, x \cdot 4 = a, a : x = b)$ , azaz a Nagy1 tankönyvhöz képest hat feladattípussal lett kevesebb. A tananyagcsökkenés itt is nyomon követhető. A számfeladatok arányának növekedése mellett a számfeladatok típusainak száma csökkent, ami azt jelenti, hogy több időt fordíthattak a megmaradt 8 típus sulykolására. (10. grafikon)

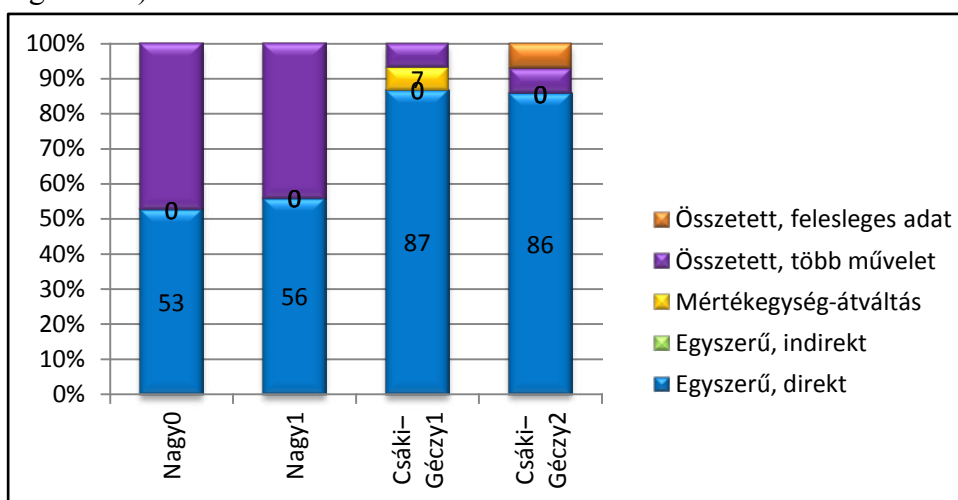


10. grafikon  
Számfeladattípusok megjelenése, 2. osztály, 4. korszak

### Szöveges feladatok

A Nagy0,1 tankönyvekben közel fele-fele arányban szerepelnek egyszerű, direkt szövegezésű és összetett, több művelettel megoldható szöveges feladatok (Nagy0: 53, illetve 47%, Nagy1: 56, illetve 44%). A Csáki–Géczy1,2 tankönyvekben az egyszerű, direkt szövegezésű feladatok aránya jelentősen megnőtt (87%, illetve 86%), megjelent egy-egy, a

mértékváltáshoz kapcsolódó, valamint felesleges adatokat tartalmazó szöveges feladat, ezzel párhuzamosan pedig az összetett, több művelettel megoldható feladatok aránya visszaesett (7-7%), ami a Csáki–Géczy1-ben csupán két, a Csáki–Géczy2-ben mindössze egy feladatot jelent. (11. grafikon)



11. grafikon  
Szövegesfeladat-típusok százalékos előfordulása, 2. osztály, 4. korszak

3. osztály:

Szembetűnő a vizsgálati anyagban a feladatok számának nagymértvű csökkenése a későbbi kiadású Gaál–Váli tankönyvben. A Váli kötetben fele-fele arányban vannak a szám- és szöveges feladatok. A Gaál–Váli tankönyvben ez az arány eltolódik a szöveges feladatok javára. (5. táblázat)

5. táblázat  
A szöveges és számfeladatok, 3. osztály, 4. korszak

Szorzás, osztás 4-gyel	Váli	Gaál–Váli
Feladatok száma (db)	103	15
Számfeladatok aránya (%)	50	39
Szöveges feladatok aránya (%)	50	61

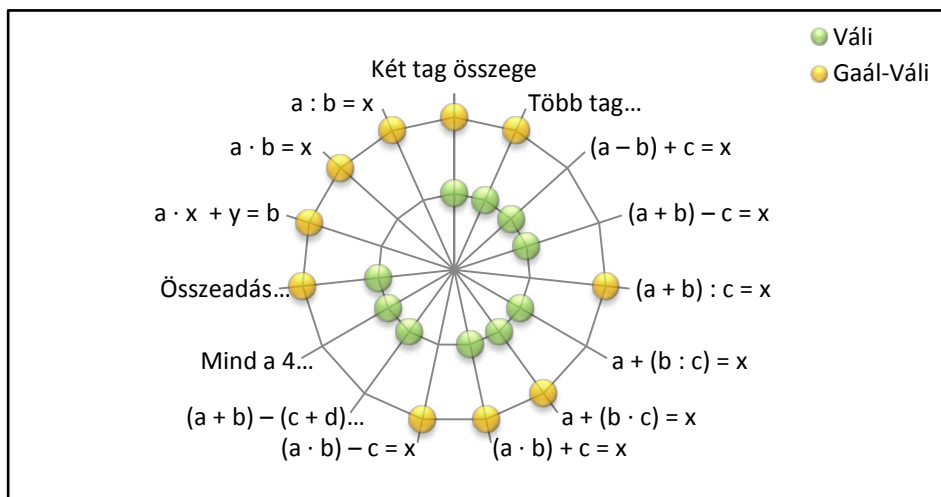
### Számfeladatok

A vizsgált tankönyvi fejezetekben a következő számfeladatok jelennek meg:

Amint a 12. grafikon mutatja, szám szerint mind a két tankönyvben ugyanannyi típusú számfeladat szerepel az írásbeli összeadás fejezetben, de nem ugyanazok a típusok. Mind a két tankönyvben találtam feladatot két tag, több tag összegének kiszámítására, egy szorzat és egy szám összegére, illetve mértékváltással összekapcsolt összeadásra. Csak a Váli tankönyvben öt féle típus szerepel:  $(a - b) + c = x$ ,  $(a + b) - c = x$ ,  $(a + b) : c = x$ ,  $(a + b) - (c + d) = x$ , mind a 4 művelet. A „mind a 4” műveletcímke alá a következő típusú feladatsorok kerültek, függetlenül attól, hogy tartalmazzák-e mind a négy alpműveletet, vagy sem.

$$\begin{array}{r} 500 \\ - 315 \\ + 479 \\ \hline : 2 \end{array}$$

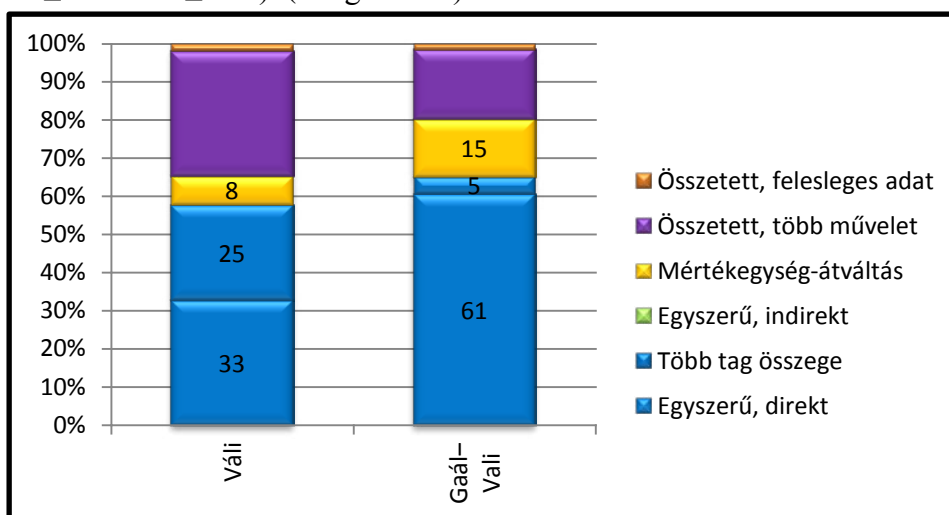
Csak a Gaál–Váli tankönyvben pedig a következő öt:  $(a + b) : c = x$ ,  $(a \cdot b) - c = x$ ,  $a \cdot x + y = b$ ,  $a \cdot b = x$ ,  $a : b = x$ . (12. grafikon)



12. grafikon  
 Számfeladattípusok megjelenése (N-ben), 3. osztály, 4. korszak

### Szöveges feladatok

A szöveges feladatok túlnyomó részét itt is az egyszerű, direkt szövegezésű feladatok adják (58%, illetve 65%), de míg a Váli tankönyvben az egyszerű, egy művelettel megoldható feladatok majdnem felének a megoldása több tag összege, addig a Gaál-Váli tankönyvben már csupán három ilyen feladat van (5%). Az összetett, több művelettel megoldható feladatok aránya a Váli tankönyvben 33%-nyi, a Gaál-Váliiban már jóval kevesebb, mindössze 18%. Ugyanakkor megnövelte a mértékváltással kapcsolatos feladatok arányát (8%-ról 15%-ra). Találtam mind a két tankönyvben 1-1 szöveges feladatot, amelyben szerepelt felesleges adat; a Gaál-Váli kötetben egy kombinatorika feladatot – három elem ismétléses permutációja –, valamint egy olyan feladatot, amelyet az adatok alapján nem tudhattak megoldani a tanulók („Egy úttörővasúti kocsiban 22 ülőhely van. Hány ember állt, ha 4 kocsiba 110-en szálltak fel?” A megoldás azért nem egyértelmű, mert nem tudjuk, hány ülőhelyet foglaltak el. A megoldás:  $0 \leq \text{álló utas} \leq 110$ ). (13. grafikon)



13. grafikon  
 Szövegesfeladat-típusok százalékos előfordulása, 3. osztály, 4. korszak

4. osztály:

A Gaál (1959–1962) tankönyv a törtek fejezetét három részre: a) Felek, negyedek, nyolcadok; b) Ötödök, tizedek; c) Vegyes számok tagolja. Egyéb törtek, mint például harmad, hatod stb.

nem szerepel a tankönyvben. A fejezetéhez összesen 65 feladat kapcsolódik, melynek 6%-a szöveges példa, 69%-a szöveges feladat, 25%-a számfeladat.

A számfeladatoknak három típusa különíthető el:

- Egész számból tört elvétele,
- azonos nevezőjű törtek összeadása,
- azonos nevezőjű törtek kivonása.

A szöveges feladatoknak több mint a fele (56%) tárgyi manipulációra építve a törtfogalom alakítására vonatkozik. 22%-a egyszerű, direkt szövegezésű feladat, a fennmaradó 22% pedig mértékegység-átváltással kapcsolatos. Összetett szöveges feladat ebben a részben nem szerepel.

1962-től 1978-ig a 4. osztályos tantervben a törtek nem szerepelnek, ezért a Gaál–Váli (1965) tankönyvben sem.

### 3. A szakszavak előfordulásának vizsgálata

1. osztály:

A tankönyvek vizsgált részében nincsen olyan szakszó, amely legalább három tankönyvben szerepelne. Két-két tankönyvben szerepel a *valamennyivel több* (Csáki0, 1), a *tízés átlépése* és az *ellenőrzés* (Csáki1, Csáki–Géczy1) kifejezés. A Csáki0-ban szerepel még a *bontás*, a *páros szám*, a *páratlan szám* és a *valamennyivel kevesebb* kifejezés. A Csáki1-ben az *összeadás*, *kivonás*, *ellenőrzés*, a Csáki–Géczy1-ben a *tehát* szó a feladat megoldásában a szöveges válasz kezdő szava. (6. táblázat)

6. táblázat  
Szakszavak száma, 1. osztály, 4. korszak

Tízésátlépés	Csáki0	Csáki1	Csáki–Géczy1	Csáki–Géczy2
Oldalak száma	26	22	24	12
Szakszavak száma	5	5	3	1
Egy oldalra jutó szakszavak száma	0,2	0,2	0,1	0,1

2. osztály:

A számfeladatok arányának növekedése, típusainak csökkenése, valamint a szöveges feladatok típusainak sekélyesedése mellett több mint kétszeresére nőtt az egy oldalra jutó különböző szakszavak száma. Egy szakszó van, amely mind a négy tankönyvben megtalálható, a *szorzótábla*. A *bennfoglalótábla* és a *számlál* szó három tankönyvben fordul elő, a *4-szer*, a *...szerese*, a *megoldás*, az *eredmény*, a *tényező* szó pedig két tankönyvben. (7. táblázat)

7. táblázat  
Szakszavak száma, 2. osztály, 4. korszak

Szorzás, osztás 4-gyel	Csáki0	Csáki1	Csáki–Géczy1	Csáki–Géczy2
Oldalak száma	5,5	5,5	6,0	4,0
Szakszavak száma	4	4	11	6
Egy oldalra jutó szakszavak száma	0,7	0,7	1,8	1,5

3. osztály:

Mind a két tankönyvben szerepel az *összeadandó*, a *tag*, az *összeg*, az *írásbeli összeadás*; csak a Gaál–Váli kötetben az *egyes*, a *tízés*, a *száz*, a *növel*, a *nagyobbítsd*, a *becslés*, a



mérés, az ellenőrzés, a negyed, a fél, az eredmény szó, illetve kifejezés. Az utóbbi tankönyvben tehát kétszer annyi szakszó jut egy oldalra, mint a Váliiban (8. táblázat).

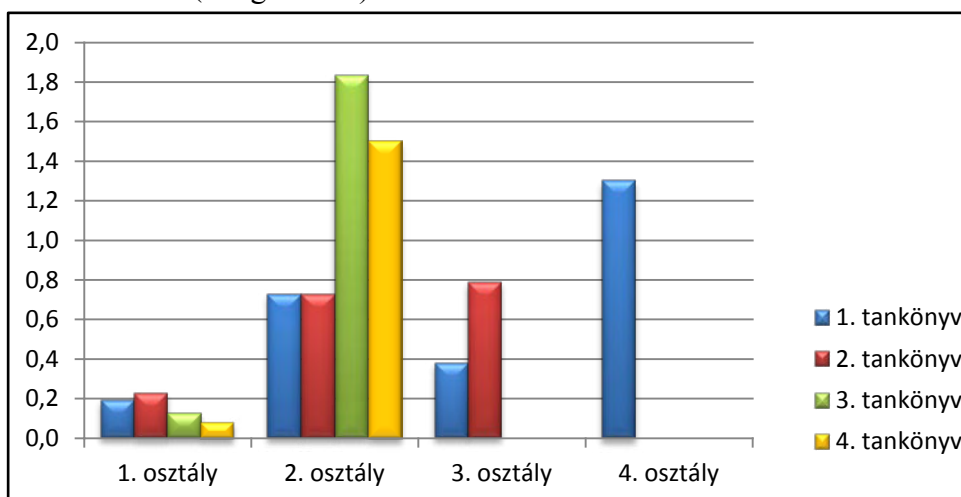
8. táblázat  
Szakszavak száma, 3. osztály, 4. korszak

Összeadás írásban	Váli	Gaál-Váli
Oldalak száma	10,5	19,0
Szakszavak száma	4	15
Egy oldalra jutó szakszavak száma	0,4	0,8

4. osztály:

A Gaál tankönyvben 10 oldal foglalkozik a törtek tanításával. A vizsgált fejezetben 13 szakszót találtam, az egy oldalra jutó különböző szakszavak száma 1,3. Megjelennek az *egész*, a *rész*; a különböző törtrészek nevei: a *fél*, a *negyed*, a *nyolcad*, az *ötöd* és a *tized*; szakszavak a tört alkotóelemeinek megnevezésére: a *számláló*, a *nevező*, a *törtvonal*; a tört fajtáinak megnevezése: a *vegyes szám*, a *valódi tört* és az *áltört*.

A 2. és a 3. osztályos későbbi kiadású tankönyvek tananyagcsökkenése maga után vonta egyrészt a valamilyen problémamegoldást kívánó feladatok számának csökkenését, másrészt a mechanikus megoldást kívánó feladatok, valamint az egy oldalra jutó különböző szakszavak számának növekedését. (14. grafikon)



14. grafikon  
Egy oldalra jutó különböző szakszavak száma, 4. korszak

#### 4. Szöveg és az illusztráció aránya (könyvészeti szempontok)

1. osztály:

A Csáki0 tankönyvhöz képest a Csáki1 tankönyvben az egy oldalra jutó illusztrációk száma több mint kétszeresére, a Csáki–Géczy2 tankönyvben több mint a három és félszeresére nőtt. A tankönyvekben is tükröződik a nyomdatechnika fejlődése: az illusztrációk közül a grafikák színesek, a számolókorongokat, számegyeneseket, táblázatokat általában piros, kék és fekete színnel nyomták. Az illusztrációk többségében nincs vagy kevés a szöveg. A Csáki0 tankönyv illusztrációinak többsége a szemléltetésre támaszkodó magyarázat. A Csáki1 illusztrációinak a célja a szemlélet igazolása, illetve a motiválás; a Csáki–Géczy1 tankönyv ábráinak már 65%-a motiváló illusztráció. A motiváló illusztrációk többségének semmilyen kapcsolata sincs a matematikai tartalommal. Úgy tűnik, mintha a számtantananyagot nem találták volna elég érdekesnek a szerzők, ezért a tankönyvet teletűzdelték „szép színes” (figyelemelterelő)



képecskékkel. A Csáki0 tankönyv illusztrációinak többsége irányítja a tanulási folyamatot. A későbbi kiadású Csáki1, Csáki–Géczy1 tankönyvekben ez az igény nem merül fel, majd csak a Csáki–Géczy2 tankönyvben jelentkezik újra. Míg a Csáki0,1 tankönyvek illusztrációinak átlagosan közel kétötöd része épít a tanulók aktív tevékenységére, addig a Csáki–Géczy1,2 tankönyvekben ez kevésbé jellemző: átlagosan az illusztrációk kevesebb, mint negyedrésze kapcsolódik aktív tanulói tevékenységhez.

A Csáki0 tankönyvben az illusztrációk 70%-a megoldási modell, illetve segíti a feladat megoldását. A későbbi kiadású tankönyvekben ez az arány fokozatosan csökken: a Csáki1-ben 49%-nyi, a Csáki–Géczy1-ben 32%-nyi, a Csáki–Géczy2-ben már csak 29%-nyi. Ugyanez a csökkenő tendencia mutatkozik az illusztrációk és a hozzájuk kapcsolódó kérdések viszonyának tekintetében. Míg a Csáki0 tankönyv illusztrációinak több mint negyed részéhez közvetlenül kapcsolódik kérdés vagy feladat, addig a Csáki1-ben 12%-ához, a Csáki–Géczy1-ben 4%-ához, a Csáki–Géczy2-ben pedig már nincs ilyen illusztráció. (9. táblázat)

9. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 1. osztály, 4. korszak

Helyiérték-átlépés	Csáki0	Csáki1	Csáki–Géczy1	Csáki–Géczy2
Oldalszám	26	22	24	12
Illusztráció száma (db)	36	74	77	62
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	1,4	3,4	3,2	5,2
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)	11	39	65	57
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)	64	61		4
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)	17		35	6
Szöveges illusztráció (%)	8			7
Irányított megfigyelés (%)	31	4	1	36
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)	64			10
Szemléleti igazolás (%)		57	34	8
Motiváló illusztráció (%)	6	39	65	20
Aktív tevékenységhez kapcsolódó (%)	31	45	27	15
Passzív ismeret felelevenítése (%)		18	8	10
A tanulási folyamat irányítása (%)	64		1	29
Független a matematikai tartalomtól (%)	6	38	65	20

## 2. osztály:

A vizsgált 2. osztályos témakörben az 1. osztályoshoz képest az egy oldalra jutó illusztrációk száma visszaesett. Az illusztrációknak több mint a harmada nem tartalmaz képi elemet, többnyire táblázat. Az illusztrációk többsége a szemléltetésre támaszkodó magyarázat, vagy irányítja a megfigyelést. A motiváló és a matematikai tartalomhoz nem kapcsolódó illusztrációk aránya csökkent, a Csáki1 és a Csáki–Géczy2 tankönyvekben nincsenek is ilyenek. (10. táblázat)

## 3. osztály:

A vizsgált 3. osztályos témakörben a 2. osztályoshoz képest is csökkent az egy oldalra jutó illusztrációk száma. Az illusztrációk nagyobb része képi, további része szöveges illusztráció. A Váli tankönyv illusztrációinak harmad része irányítja a megfigyelést, a tanulási folyamatot, a többi kétharmad része motiváló illusztráció, független a matematikai tartalomtól. A Gaál–Váli tankönyv változtat ezen, a motiváló illusztráció arányát visszaszorítja 38%-ra; ezek az

illusztrációk még mindig függetlenek a matematikai tartalomtól. A többi illusztráció a megfigyelést irányítja (62%), és már van közöttük olyan, amelyik aktív tanulói tevékenységhez kapcsolódik, az ismeret passzív felelevenítését, illetve a tanulási folyamat irányítását szolgálja. (11. táblázat)

10. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 2. osztály, 4. korszak

Számkör 20-40-ig	Csáki0	Csáki1	Csáki-Géczy1	Csáki-Géczy2
Oldalszám	21,0	15,0	6,0	4,0
Illusztráció száma (db)	12	9	8	8
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	0,6	0,6	1,3	2,0
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)	33	11	50	25
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)	33	11		25
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)		33	13	13
Szöveges illusztráció (%)	33	44	38	38
Irányított megfigyelés (%)	25	44	50	63
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)	42	56	38	
Szemléleti igazolás (%)	17			38
Motiváló illusztráció (%)	17		13	
Aktív tevékenységhez kapcsolódó (%)	33	56	50	63
Passzív ismeret felelevenítése (%)	50	44	13	38
A tanulási folyamat irányítása (%)			25	
Független a matematikai tartalomtól (%)	17		13	

11. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 3. osztály, 4. korszak

Összeadás	Váli	Gaál-Váli
Oldalszám	11	19
Illusztráció száma (db)	3	13
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	0,3	0,7
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)	67	54
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)		
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)		8
Szöveges illusztráció (%)	33	38
Irányított megfigyelés (%)	33	62
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)		
Szemléleti igazolás (%)		
Motiváló illusztráció (%)	67	38
Aktív tevékenységhez kapcsolódó (%)		31
Passzív ismeret felelevenítése (%)		8
A tanulási folyamat irányítása (%)	33	23
Független a matematikai tartalomtól (%)	67	38

4. osztály:

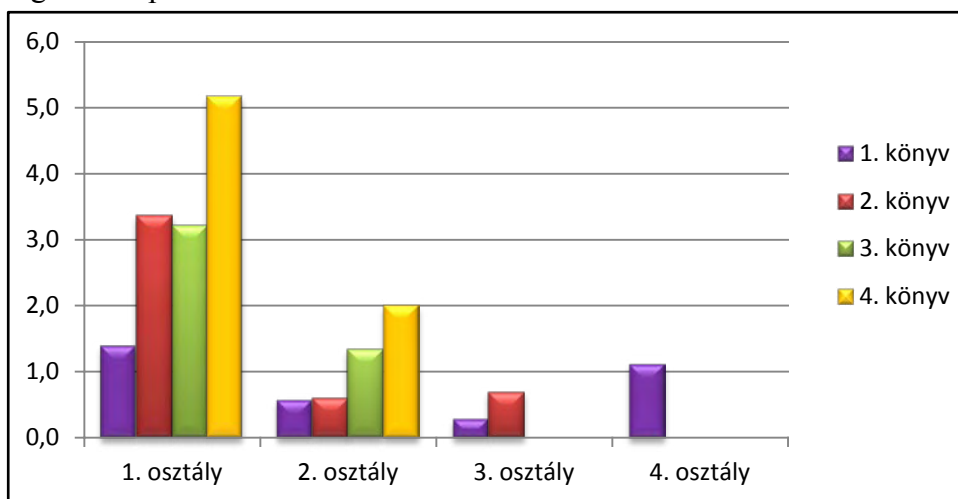
A törtek témakörben a fogalomalkítás időszakában az illusztrációkat indokoltabbnak találták, mint az algebrai műveletek témakörében. A Gaál tankönyvben az illusztrációk nagyobb

részében a szöveg dominál. Közel azonos arányban jelennek meg a szemléltetésre támaszkodó magyarázó (45%) és az megfigyelést irányító (55%) illusztrációk. Többségük aktív tevékenységhez kapcsolódik (55%-ban), illetve passzív ismeretet elevenít fel (36%-ban). (12. táblázat)

12. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 4. osztály, 4. korszak

Törtek	Gaál	Gaál-Váli
Oldalszám	10	
Illusztráció száma (db)	11	0
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	1,1	0
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)	27	
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)	0	
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)	64	
Szöveges illusztráció (%)	9	
Irányított megfigyelés (%)	55	
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)	45	
Szemléleti igazolás (%)	0	
Motiváló illusztráció (%)	0	
Aktív tevékenységhez kapcsolódó (%)	55	
Passzív ismeret felelevenítése (%)	36	
A tanulási folyamat irányítása (%)	9	
Független a matematikai tartalomtól (%)	0	

A 15. grafikonon jól látható egyrészt az, hogy a korosztály növekedésével az egy oldalra jutó illusztrációk száma csökken, kivéve a 4. osztályos törtek témakört, másrészt az a tendencia, hogy igyekeznek a számtantankönyveket egyre több illusztrációval ellátni, de ezek sok esetben még nem kapcsolódnak a matematikai tartalomhoz.



15. grafikon  
Egy oldalra jutó illusztrációk száma, 4. korszak

## 2. 8. Az új matematika az 1950-es évektől (New Math mozgalom)

A fejezet célja áttekinteni azokat a főbb hatásokat, amelyek a Dienes Zoltán Pál koncepcióján alapuló, Varga Tamás csoportja által kidolgozott komplex matematikai kísérletre épült 1978-as matematika-tanterv kialakulását, majd átalakulását, közvetve a mai tankönyvek kialakulását befolyásolták. Bemutatom egyrészt nemzetközi szinten a tanuláselméletek fejlődését, alakulását, valamint a matematikusok törekvéseit a matematikatanítás megreformálására; másrészt hazai szinten a magyarországi reformok előzményeit, az alsó tagozatos matematikatanítási kísérleteket, illetve a bevezetés tapasztalatait.

A téma bőséges szakirodalmá itt nem teszi lehetővé a részletes elemzést, még a felsorolt is alig, ezért ebből az időszakból csak a matematika-didaktikával foglalkozó tanulmányokat emelem ki. Ambrus (2002), C. Neményi (2009), Cser–Lénárd (1960), Csoma (2009), Demeter (1990), Dienes (1973), Gardner (1973, 1993, 1998), Hajdu (1986), Hajdu–Novák (1985), Klein (1980), Lénárd (1978), Milos (1965), Pálfalvi (1995, 2000, 2007), Pólya (1957, 1967), Radnainé Szendrei Julianna (2005), Skemp (1975), Somfai (2009), Szalontai (1988), Varga (1967, 1969, 1975), Vári (1989).

### 2. 8. 1. A nemzetközi új matematikatanítási mozgalomra ható néhány tényező

#### *A tanuláselméletek alakulása az 1950-60-as években*

A pszichológusok érdeklődése világszerte az iskolai tanulás, különösen a gondolkodás-fejlesztés lélektani problémáinak feltárása felé fordult. A különböző tanuláselméletek és a velük kapcsolatos didaktikai koncepciók befolyásolják az oktatást és a tankönyvszerkesztést is, bár Itelson szerint a különböző tanuláselméletek a tanulásnak csak egyes lényeges aspektusait tükrözik (Itelson 1973).

Az *asszociációs tanuláselmélet* szerint a tanulás lényege azoknak a kapcsolatoknak az elsajátítása, amelyek a dolgok, cselekvések, állapotok között fennállnak (Itelson 1973). A tanulás a képzettársítások kialakításával és megszilárdításával jön létre. A kapcsolat létrejöttének a feltétele, hogy a kapcsolódó elemek „határosak” legyenek. Ez a kapcsolódás történhet logikai, pszichológiai, funkcionális vagy fizikai síkon.

A mai matematikaoktatásunk elemimatematika-fogalmi is többszörösen absztraktak. Ezen fogalmak kialakításakor többnyire a tárgyi manipulációra alapozunk, majd fokozatosan a konkrét tárgytól elszakadva eljut a tanuló az absztrakt matematikai fogalomhoz (Szalontai 1988). Például a természetes szám fogalmának kialakításakor a sok-sok háromelemű halmaz kirakásából (három alma, három labda, három kisautó stb.) alakul ki a három fogalma. Az asszociáción alapuló tanulásból következnek a már Maróthi (1743) tankönyvében is megtalálható didaktikai alapelvek, mint például a szemléletesség, érthetőség, rendszeresség, fokozatosság, az egyszerűtől az összetett felé haladás (lásd Comenius didaktikai alapelveit is).

A *behaviorista tanuláselméletek*, a klasszikus kondicionálás vagy első típusú kondicionálás elsősorban Pavlov nevéhez fűződik. Szerinte a feltétlen inger kiváltja a feltétlen választ. A feltétlen inger gyakori társítása egy semleges ingerrel maga után vonja, hogy a semleges inger (feltételes inger) is kiváltja az előbb említett választ (feltételes reflex) (Pléh 1992). A feltételes inger ismételt társítása a feltétlen ingerrel az oktatásban úgy jelenik meg például, hogy ha a tanuló valamely ismeretelemeket mindig ugyanabban a kérdésfeltevési sorrendben hall, akkor ezzel feltételes reflexet alakítunk ki benne. Például ha a tanuló a szöveges feladat megoldásmenetét begyakorolta (az első lépés az adatok kigyűjtése, a

második a terv elkészítés stb.), akkor egy-egy szöveges feladat (probléma) megoldása során ezeket a lépéseket alkalmazza.

Pavlov elméletére építve az ingerek és a rá adott válaszok kapcsolódási folyamatait alapul tekintve alakítja ki tanuláselméletét például Thorndike, Skinner, Tolmann, Osgood, de egymástól eltérően a próbálgatásra, a hibátlanságra, a megerősítésre, a sikerre, a megelőző ismeretekre helyezik a hangsúlyt.

Skinner operáns kondicionálás elmélete a viselkedést két csoportra osztja: az ismert és az ismeretlen ingerek által kiváltott viselkedésre. Ez utóbbi tanulás cselekvő próbálkozásokkal történik. Skinner szerint a viselkedés alakításában a pozitív és negatív megerősítésnek elsődleges jelentősége van (inger – válasz – megerősítés). Pozitív megerősítés esetén (jutalmazás) a tanulás lassúbb, de tartósabb (hosszabb idő alatt oltódik ki). Negatív megerősítés esetén (büntetés) a tanulás és a felejtés is gyorsabb. A sikeres teljesítmény azonnali megerősítése emeli a teljesítmény határfokát. Ez az iskolai tanulásra alkalmazva azt jelenti, hogy a tanulónak azonnal meg kell tudnia, hogy helyesen vagy hibásan végezték-e el a feladatot (Thorne–Henley 2000). Skinner elméletéből következik, hogy például a matematika-példatáraknak tartalmazniuk kell a feladatok megoldását. Skinner a tanulási folyamatot számos elemi lépésből építi fel, amelyek lehetővé teszik a tanuló számára a fokozatos, lépésről lépésre haladást. Szerinte a sikertelen tanulás okai: a félelem a kudarctól; a feladat nem kellő felépítése, azaz túl komplex (nincs apró részekre bontva); az utasítás nem megfelelő; vagy hiányzik a pozitív megerősítés. Skinner *A tanítás technológiája* című könyvében (1973) az operáns kondicionálás elméletére építi fel a programozott oktatás elméletét. A programozott oktatást alapvető tanítási módszernek tekinti, amely az azonnali megerősítés elvét maradéktalanul be tudja tartani. Keller, Skinner munkatársa, oktatási csomagot dolgozott ki az operáns kondicionálás elméletére alapozva, amely alapja lett a programozott, a személyre szabott, később a számítógéppel segített oktatásnak (Thorne–Henley 2000).

Az 1960-70-es évek kísérletei a programozott matematikaoktatással kapcsolatosan abbamaradtak, a magyar általános iskolákban nem terjedt el (Szalontai 1988), ám a feladatrendszeres építkezés, a kis lépések elve fellelhető Lénárd Ferenc, Kelemen László és munkatársaik: Forrai Tiborné, Demeter Katalin, Balogh László és mások tanítási kísérleteiben. Az utóbbi években azonban a számítógép-használat általánossá válásával, az interaktív táblák terjedésével ismét szaporodnak az elemi szintű matematikaoktatáshoz, a tananyaghoz szorosan kapcsolódó digitális feladatok, feladatrendszerek, animációk.

*A szociális (obszervációs) tanuláselmélet* szerint az egyén viselkedését

- mások viselkedésének és az adott környezetnek a megfigyelése, valamint
- belső kognitív folyamatok befolyásolják.

A megerősítés inkább a társakhoz kapcsolódik, mint a fiziológiai szükségletekhez. N. E. Miller, J. Dollard feltárta az utánzás jelentőségét a tanulás folyamatában. A. Bandura és R. Walters szerint a másik személy viselkedésének a megfigyelése is elegendő lehet a tanuláshoz (Thorne–Henley 2000).

Bandura rámutat a társ mint modell jelentőségére, valamint igazolja a társas tanulás jelentőségét is. Meghatározza a szociális tanulást befolyásoló folyamatokat, melyek a figyelem, a megőrzés, a mozgásos reprodukálás és a motiváció, megerősítés. A megerősítésnek három formáját határozta el.

- A közvetlen megerősítés: például a tanár megmondja, hogy a tanuló úgy végezte el a feladatot, mint a társa.
- A vikariáló megerősítés: az egyén feltételezi, hogy az utánzásért megjutalmazzák.

- Az önmegerősítés: az egyén értékrendjébe beleillik a viselkedés, és nem törődik a jutalommal (büntetéssel). (Bandura 1977)

A *kognitív tanulásemlételek* a megismerést szolgáló gondolkodási mechanizmusokkal foglalkoznak. L. S. Vigotszkij a tudat működésének magyarázatát a természettudományokkal összhangban, tudományos módszerekkel kívánta megadni. Vigotszkij szerint a tanulás megelőzi a fejlődést, míg a *legközelebbi fejlődési zóna* elve mint fejlődési feltétel biztosítja a köztük lévő kapcsolatot. Az iskolai oktatásra vonatkoztatva a pedagógusnak nem kell megvárni, hogy a tanuló teljesen önállóan fejlessze ki mentális képességeit. Fontos, hogy a pedagógus a legközelebbi fejlődési zóna elvének és a gyermek fejlettségi szintjének figyelembevételével avatkozzon be a tanuló tanulási tevékenységébe. (Vigotszkij 1971a–b, Thorne–Henley 2000): Sajnos Vigotszkij műveinek nagy része csak halála után jelent meg, és csak jóval később fordították angolra, ezért nézetei csak később kerültek be a pedagógiai köztudatba.

A Vigotszkij elveit képviselő kutatók – például A. R. Lurija, A. Ny. Leontyev, P. J. Galperin, Bozsovics, Zaporozsec, Szaharov, D. B. Elkonin, akit a kognitív pedagógia egyik előfutárának tekinthetünk – egyre mélyebben tárták fel az egyéni fejlődésben a tárgyi tevékenység szerepét. Különös figyelmet érdemel V. V. Davidov tanulásemlétele, aki például foglalkozott a matematikai ismeretszerzési folyamattal is (Pléh 1992). Nem utolsósorban említve, N. A. Mencsinszkaja a gyermek pszichikus fejlődésének kérdéseit vizsgálta az oktatási folyamat keretein belül, és foglalkozott a számtantanítás pszichológiai kérdéseivel is (Bogojavlenszkij–Mencsinszkaja 1965).

Ugyanebben az időben Piaget kognitív fejlődéselmélete a környezethez való adaptációnak tekinti az értelmi fejlődést, amennyiben egyrészt asszimiláció: azaz az új tapasztalatok beépülnek a már meglévő sémákba, másrészt akkomodáció: a sémák igazodnak a meglévő sémákba nem illeszthető tapasztalatokhoz.

A természettudományos nevelés új irányzatainak kialakulását vonta maga után ez a szemlélet, mely szerint a tanuló nem a készen kapott tudás passzív befogadója, hanem aktív cselekvés révén hozza létre tudását (Piaget 1970; Csapó 2008). Ez a szemlélet, valamint Piaget modellje a szakaszos fejlődésről mélyen beépült a matematikatanításról alkotott gondolatainkba.

Piaget Vigotszkij felfogásával ellentétesen megalkotta a fejlődés szakaszos modelljét. A gyermek kognitív fejlődésének négy szakaszát határozta meg, és úgy gondolta, hogy mindegyik szakaszhoz különböző magatartásforma társul, és minden gyermek átmegy mindegyik szakaszon. Piaget elméletével szemben állt H. Gardner álláspontja a fejlődés tartalmáról és a gondolkodás mechanizmusával kapcsolatban is. Wallon szerint a fejlődést a belső ellentmondások teremtik meg, szerinte a fejlődés hirtelen következik be, a szakaszok élesebben válnak el, mint azt Piaget véli. H. Gardner hangoztatta, hogy Piaget életkori szakaszokra bontott értelemfelfogása

- túlságosan a nyelvi képességekhez kötött
- kevésbé érvényes a nem-nyugati kultúrákban
- az értelmi fejlődés inkább folyamatos, mint szakaszos
- az értelmi fejlődés attól is függ, hogy a gondolkodási műveleteket milyen előzményekhez kapcsolva végezzük, ennek következtében a különböző területeken elérhetünk különböző szinteket (Gardner 1973, 1993, 1998).

Maria Montessori, Catherine Stern Montessorit követve a gestalt-pszichológia tanulási elméletére alapozva már 1932-1933-ban megjelentetett két könyvet a gyermekek tanulásának pszichológiai aspektusairól (*Children Discover Arithmetic, An Introduction to Structural Arithmetic*), de az akkori politikai, gazdasági helyzetben nem figyeltek fel az eredményeire. 1934-ben, a Kindergarten Association (Svájc) kongresszusán bemutatta számtananyagait.

Alapgondolata, hogy a tanulónak a megtanulandó tananyag szerkezeti kapcsolódásait, struktúráit kell megmutatni a hatékony tanuláshoz. Egyes források szerint az ő ötlete volt a magyar alsó tagozatos matematikaoktatásban a mai napig is használt színesrúd-készlet (<http://www.sternmath.com/index.php>, letöltés 2011), amely eszköz egysíkú használatának lehetséges hátránya, hogy a gyermekek gondolkodásában egyoldalúan és olyan erősen kapcsolódhat a számok fogalma a színekhez, a rudak hosszúságához, hogy már gátolhatja a számfogalom érdemi kialakulását.

F. C. Bartlett a matematikai gondolkodásban különösen nélkülözhetetlen általánosítást mint gondolkodási műveletet tárta föl. Abból a feltételezésből indult ki, hogy az emberek már meglévő sémákba, azaz mentális keretekbe illesztik be az új információkat (Bartlett 1932, 1958). R. R. Skemp megállapítása szerint a matematikatanulás problémáit a legtöbb esetben pszichológiai problémák okozzák (Skemp 1975). A Varga Tamás nevével jelzett komplex matematikatanítási kísérlet kidolgozása idején a tananyag kidolgozó Piaget kognitív fejlődéseméletét, a fejlődés szakaszos modelljét vették alapul, aminek hatása a mai napig jól érzékelhető matematikaoktatásunkban. Talán ennek az erős hatásnak a következménye, hogy általában a mai matematikatanításunk sem épít sem Vigotszkij, sem Gardner tanulásfelfogására.

#### *A matematikusok törekvései*

A Bourbaki-csoport célja a mai matematika szintézisének létrehozása. (Az 1930-as évek közepén néhány fiatal matematikus által alapított csoport használta a Nicolas Bourbaki szerzői nevet. A csoport tagjai a közösen megbeszéltek munkáikat publikálták ezen a néven. A csoport 50 éves tagjai visszavonulnak, helyükbe fiatal matematikusokat választanak, így a csoport nem öregszik el.)

A Bourbaki első publikációja 1939-ben jelent meg *Elements of Mathematics* címen. E szerint az oktatás szempontjából lényeges, hogy a matematika tananyaga ne különálló részdiszciplínák (számtan, algebra, geometria, trigonometria, analízis, stb.) laza egybefűzése legyen, hanem egységes szempontok szerint épüljön fel. Ezért tekinthetjük a matematikatanítási reformmozgalom egyik fontos mozgatójának a Bourbakiakat (Pálfalvi 2000).

Már az ötvenes években világszerte számos pedagógus, pszichológus hangoztatta, hogy a matematikaoktatás nem felel meg a kor tudománya és technikája által támasztott követelményeknek. Talán Pólya György *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method* 1945-ben megjelent könyvét (Pólya 1945) tekinthetjük a New Math mozgalom egyik inspirálójának. A könyv magyarul 1967-ben jelent meg *A gondolkodás iskolája* címmel. A másik idevágó könyve a *Mathematical Discovery. On Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving* (1962), amelyet magyarul 1985-ben adtak ki *A problémamegoldás iskolája* címmel.

Pólya pedagógiai felfogása a heurisztikus gondolkodást, a matematika felfedeztetését állítja a középpontba, ami az iskolai oktatásban a felfedeztető vagy az irányított felfedeztető stratégiával valósítható meg. A problémamegoldást négy lépésre tagolja:

1. a probléma megértése,
2. terv készítése a probléma megoldására,
3. a terv végrehajtása,
4. az eredmény ellenőrzése, átgondolása, valamint a probléma megoldásának esetleges javítása.

A Pólya-féle probléma-megoldási lépéssor megfogalmazása azonban nem empirikus alapon történt, valamint roppant sematikus, ezért a tanulás- és gondolkodáspszichológusok

nem fogadták el, ám ennek ellenére a matematika-tantárgypedagógiában előszeretettel hivatkoznak rá, és alkalmazzák is.

Ezen elméleti előzmények után történelmi események is befolyásolták a *New Math* mozgalom elindulását. 1957. október 4-én felbocsátották az első szovjet mesterséges holdat. Ezt a tényt az USA az amerikai űrkutatás lemaradásaként értékelte, amely maga után vonta az amerikai természettudományi és matematikai képzés felülvizsgálatát. Abban az időben „szputnyik-sokk” néven emlegették a történeteket. A „szputnyik-sokk” kapcsán bekövetkező fejlődés láncreakciót váltott ki a nyugat-európai országokban, majd áterjedt az egész világra (Pálfalvi 2000).

A „szputnyik-sokk” hatására nagy lendülettel megindultak a matematikatanítás megreformálására irányuló pedagógiai kísérletek, melyeknek négy, területileg is elkülönülő színtere alakult ki: az Egyesült Államokban, a nyugat-európai államokban, Angliában és a Szovjetunióban.

Milos Jelinek cikkére alapozva összefoglalom az 1950-es évek végétől a '60-as évek közepéig a matematikatanítás megújulásával kapcsolatos főbb eseményeket (Milos 1965).

Az Egyesült Államokban az 1958-ban megrendezett matematikatanítási konferencián kidolgozták azt a szempontrendszert, amelynek alapján az 1959/60-as tanévben már elkezdték az oktatást. Hat pontban határozták meg javaslatukat, a főbb elveket, teendőket.

1. A matematikatanítás megreformálásának folyamatosnak kell lennie.
2. Meg kell határozni a matematikai képzés tartalmát. A matematikát mint tudományt kell értelmezni, és nem úgy, mint a számolási technika elsajátítására irányuló tantárgyat.
3. A nagy terjedelmű, felületes ismeretelsajátítás helyett a kisebb terjedelmű, de alapos ismeretelsajátítást javasolták.
4. A tanárok átképzését, főleg az alsóbb évfolyamokon, tanfolyamokkal is segíteni kell.
5. A tananyagot az óvodás kortól kezdve kell kialakítani.
6. A tehetséggondozást kellő időben kell elkezdni.

Az 6. pont ellenére a kísérletet a 7–12. osztályban indították el először 1959-ben, a 4–6. osztályosokét 1960-ban, és csak 1964-ben az 1–3. osztályosokét.

A tananyag főbb jellemzői:

1. Mindegyik évfolyamon szerepel a halmazelmélet, áthatva a matematika minden ágát, a szimbólumokat fokozatosan vezetik be, a műveletek fogalmát általánosítják.
2. Tanítják a számrendszereket.
3. Tanítják a számológép használatát.
4. Megismerkednek az absztrakt algebrai fogalmakkal, mint csoport, gyűrű, test.
5. A vektoralgebra önálló témaként jelenik meg.
6. Tanítják a valószínűség-számítást, a statisztikát és a grafikus módszerek alkalmazását.

A tanítási kísérlet eredményei között szerepel: annak ellenére, hogy a számolási készség fejlesztésére kevesebb időt szántak, az eredmények nem maradtak el a kontrollcsoportétól, mivel az elmélet jobb megértése segíti a számolás technikáját. A kísérletben részt vett tanulók a tanultak megértésében, az absztrahálóképességükben meghaladták a kontrollcsoport tanulóit. A kísérleti oktatás a jó és a közepes képességű tanulókat is jobban motiválta, de akadtak az oktatással szemben közömbösek is.

Nyugat-Európában egy franciaországi matematikatanítási szimpóziumon javasolták 1959-ben, hogy készüljön tanterv, amely a modern matematika fogalmait már az általános iskolában bevezeti. Ez 1961-re készült el két szinten: az első egységesen a 11–15 éves tanulók számára, a második azoknak a 15–18 éveseknek, akik természettudományos érdeklődésűek.



Az első szint szempontjai: az alkalmazott oktatási módszerek segítsék a tanulók önálló munkáját, a matematikai törvények felfedezését. A tanulók nem kapnak kész definíciókat, hanem tapasztalás útján maguk jönnek rá a törvényszerűségekre. Az algebra tananyaga megmarad, de azt a halmazelmélet és az absztrakt algebra szemléletében dolgozzák fel. A numerikus számolásról a műveleti tulajdonságokra helyezik a súlypontot. A geometriában korán bevezetik a vektor fogalmát, a koordinátageometriát, a szögfüggvényeket.

A második szint szempontjai: az absztrakt algebrahoz csatlakozik a vektorok alkalmazása és a lineáris algebra. Folytatódik az analízis, a valószínűség-számítás és a statisztika tanítása. A geometria tanítása kapcsán leszögezték, hogy még nem lehet tudni, mi lép az Euklidészi geometria helyébe. Végül német javaslatra a geometriát a transzformációkra és a vektorokra alapozva építették fel.

Teljes egészében egyik állam sem vette át a tantervet, de számos országban elindult a modernizálás. Franciaországban C. Bréard írt 13–18 évesek számára új tankönyvet, Belgiumban a középiskolai tanáregyesület, Libois és Papy, valamint Servais nevéhez fűződtek a kísérletek. Olaszországban, Svédországban, Hollandiában, a skandináv államokban is elindultak kísérletek.

Angliában 1960-ban megjelent Dienes Z. P. *Building up mathematics* című könyve. Magyarul 1973-ban jelent meg először *Építsük fel a matematikát!* címen. A könyv a 10 év körüli gyermekek szintjén foglalkozik az alpműveletekkel, az elemi algebraival.

A könyvben Dienes meghatározta a matematikatanítás elveit és a tanulás szakaszait.

A matematikatanítás elvei:

1. A *dinamika elve*: az előkészítő, strukturált, gyakorló típusú játékokkal szerzett tapasztalatok alapján alakítja ki a matematikai fogalmakat kezdetben konkrét tárgyakkal, majd később gondolati úton.
2. A *konstruktivitás elve*: a játékok strukturálásában a konstrukció mindig előzze meg az elemzést.
3. A matematikai *változatosság elve*: változókat tartalmazó fogalmak kialakítására úgy kell a tapasztalatszerzést kialakítani, hogy a változók a lehető legtöbb variációban előforduljanak.
4. A *perceptív változatosság* vagy többszörös konkretizálás elve.

A fogalmi struktúrákat több, tartalmilag ekvivalens, de az észlelés számára különböző formában kell bemutatni, hogy minél inkább megragadható legyen a fogalom absztrakt matematikai tartalma. (Dienes 1973).

A matematikatanulás szakaszai:

1. a szabad játszás, a játékok,
2. a közös vonások keresése,
3. az ábrázolás (reprezentálás),
4. a szimbolizálás (jelhasználat) és a formalizálás (Dienes 1973).

Dienes és az amerikai kísérletek eredményeinek a hatására, az ott elfogadott elvek alapján 1961-ben az általános és tanárképző iskolák számára új tanterveket kezdtek írni. Angliában a reformokat a tanártovábbképzésekre építették, mivel ott az oktatás nem egységes tanterv alapján folyt. A kísérleteket matematikusok és pszichológusok irányították. Az oktatási módszereket úgy választották meg, hogy a tanulók a saját tempójukban haladhassanak, minden gyermeknek legyen lehetősége a saját tapasztalataiból gyűjtött ismeretek általánosítására.

A Szovjetunióban 1961-ben a moszkvai szimpóziumon Markusevics javaslatot tett matematikai kísérletek elindítására. A Kolmogorov nevével jelzett csoport dolgozta ki a kísérletet. (Kolmogorov nevéhez fűződik többek között az axiomatikus valószínűség-számítás

kidolgozása.) A Kolmogorov-csoport alsóbb szinten a tanulók aktivitására és a tehetséggondozásra fókuszált, felső szinten a tanárképző intézetekben az oktatás színvonalának emelésére, valamint a matematikusképzésre. A tananyagot a függvény és halmaz fogalomra alapozták. Beépítették a tananyagba a matematikai logikát, a valószínűség-számítást, az információ- és játékelméletet, a numerikus módszereket, a lineáris programozást és a számológépet. Az absztrakt algebrai ismeretek beépítése a tananyagba kevésbé volt jellemző, mint a többi kísérletben.

A kísérletek az egyes országok oktatási struktúrájára épültek, de nem elszigetelten zajlottak. Több nemzetközi szervezet is foglalkozott a matematikatanítás megreformálásának problematikájával (UNESCO, IMUK, CIEAEM) (Milos 1965).

### **2. 8. 2. A magyarországi matematikatanítás változására ható néhány tényező**

A hazai reform előzményeit és megvalósításának körülményeit a témába vágó szakirodalom és négy interjú feldolgozásával mutatom be. Az interjú anyaga segítségemre volt a korszak történéseinek többirányú, árnyaltabb megvilágításában. A strukturált interjúkat 2010-ben készítettem, négy, a matematikatanítási kísérletben valamilyen szempontból érintett, matematikaoktatással foglalkozó szakemberrel. Az interjú kérdései a reformok előzményeire, a kísérletek lefolyására, az új tanterv bevezetésére és hatékonyságára vonatkoztak. Az interjú alanyai Halmos Mária, Varga Tamás egyik legközelebbi munkatársa, a kezdeti időszakban az alsó tagozatos feladatlapok egyik kidolgozója; Novák Lászlóné, az Országos Pedagógiai Intézet munkatársa, a matematika tantárgy gondozója; Dr. Demeter Katalin, Lénárd Ferenc közeli munkatársa, az intenzív-variációs kísérlet alsó tagozatos matematika-tananyagának kidolgozója; Hajdu Sándor, akinek a felső tagozatos matematika-tankönyvei váltották fel a Varga Tamás programját alapul vevő felső tagozatos tankönyveket, és aki később, az 1990-es években munkatársaival elkészítette az alsó tagozatos tankönyvesaládját.

#### *A magyarországi reformok előzményei*

Az 1940-es években világszinten elismert matematikuscsapat alkotott Magyarországon. „Mind a Kalmár köpönyegéből bújtak ki.” Hajós, Surányi, Rényi elismert matematikusok voltak; mindannyiuknak volt elképzelése arról, hogyan lehetne a matematika oktatását jobbítani. Az alsó tagozatos matematikatanításról Rényinek voltak elképzelései. Motivációját tanítójától, Justné Kéry Hedvigtől kapta, aki 1914-től fővárosi tanító, majd Révész Géza mellett dolgozott a Fővárosi Pedagógiai Szeminárium Lélektani Laboratóriumában. 1934-től magániskolát nyitott, ahol kidolgozta írás-, olvasás- és matematikatanítási módszereit. (Halmos-interjú 2010).

Turán Pál és Péter Rózsa a háború idején származásuk miatt nem taníthattak egyetemen. A középiskolában végzett munkájuk tapasztalatai során határozott elképzelésük alakult ki a középiskolai matematikatanítás megváltoztatásáról.

Péter Rózsa 1947-től a Budapesti Pedagógiai Főiskola Matematika Tanszékének vezetőjeként széles körű, jelentős tevékenységet folytatott az alsófokú és középiskolai matematikaoktatás korszerűsítése és a matematika szakos tanárképzés színvonalának emelése érdekében. 1943-ban jelent meg a matematikát népszerűsítő, elsősorban nem matematikus érdeklődésű embereknek szánt *Játék a végtelennel* című könyve<sup>1</sup>. 1949-ben az első gimnáziumi osztály számára Gallai Tiborral közösen írt matematikakönyve jelent meg, mely akkor újszerű, szokatlan szemléletben tárgyalta a matematikai témaköröket.

Az ötvenes évek elején a középiskolákban és a tanárképző főiskolákon is megindult a matematikaoktatási reform. 1950-ben Varga Tamás például a komplex tankönyvek

---

<sup>1</sup> A könyvet később 14 nyelvre fordították le, magyarul eddig kilenc kiadást ért meg.

matematika fejezeteit 1-től 4. osztályosok számára dolgozza fel újszerűen a tananyagot. (Az Első könyvünk tankönyv matematika fejezeteit a harmadik korszak 1. osztályos tankönyveivel elemeztem.) A matematika szakköri füzetek, az 1947-ben újra megindított *Középiszkolai Matematikai Lapok*, az 1953-tól megjelenő *A Matematika Tanítása* folyóirat mind-mind kedvezően befolyásolták a matematika tanítását. A Bolyai János Matematikai Társulat szintén sokat tett a tanítás színvonalának emeléséért.

Egy másik hatás, amely érezhető a matematikatanítás módszereinek alakulásában, a Karácsony Sándor által képviselt pedagógiai irányzat. Karácsony Sándor didaktikai elveiben hangsúlyozza:

- a tanítás a nevelés része,
- az oktatás során a tanulónak és a tanárnak aktív kölcsönhatásban kell lennie,
- a tananyag-kiválasztásnak a gyermek érdeklődésének megfelelőnek kell lennie.

Hibásnak tartja az egységes tudományos rendszer (világkép) tantárgyakra való felosztását. A tanítás, tanulás módszereiről azt vallja, hogy mindegyiknek megvan a maga helye a nevelés folyamatában, de a vitát, a közös megbeszélést tartja a legeredményesebbnek. (Karácsony 1939; 1942–1946) Kalmárnak is és Vargának is szoros kapcsolata volt Karácsonnyal. Karácsony pedagógiai elveit tanulóként megtapasztalhatták, oktatóként alkalmazták.

Az ötvenes években kialakult egy tehetséges, széles műveltségű, a matematikusok körében világszinten elismert, összetartó, egymást segítő matematikuscsoport, akik különböző szinteken a matematikatanítás fejlesztéséért is dolgoztak. Az akkori vezetés (főleg Aczél György személyében, aki a Kádár-korszakban a kulturális élet legfőbb irányítója) is elismerte és segítette ennek a csoportnak a munkáját.

#### *Az új matematika kísérleti szakasza*

1949-ben Magyarországon betiltották több tudomány, többek között a pszichológia működését. Újraindításakor a pedagógiai pszichológia kapott lehetőséget, így sok pszichológus kezdett foglalkozni az iskolai tanulás lélektani kérdéseivel. Ezek közül kiemelkedett Lénárd Ferenc, akinek a nevéhez fűződik a gondolkodás struktúrájának feltárása: makro- és mikrostruktúrájának elkülönítése, a gondolkodás kilenc fázisának megállapítása. Elméleti eredményei után az érdekelte, hogy a gondolkodásról alkotott eredményei miként hasznosíthatók az iskolai gyakorlatban. Ennek érdekében megteremtette az Arany János iskolával együttműködő pedagógiai pszichológiai laboratóriumát, és elindította tanuláspszichológiai kísérleteit. Ezen időszakban Lénárd kutatásának középpontjában a gondolkodásfejlesztés vizsgálata állt, melynek célja a nevelő-oktató munka, a pedagógiai gyakorlat segítése. (Lénárd 1978)

A Pedagógiai Tudományos Intézet (PTI) 1962-ben rendezett ankétjának a témája az iskolareform, továbbá az oktatási folyamat korszerűsítésének megvitatása. Faragó a tanulók aktivitásának fokozása érdekében alkalmazható módszerekre hívta fel a figyelmet, Komár, Szoboszlay, Xantus a szaktárgyakkal kapcsolatos feladatokat elemezték. Simon a pedagógiai kísérleteknek minél hamarabbi országos kiszélesítését szorgalmazta. Lénárd hozzászólását öt pontba tömörítette:

1. Az oktatási folyamat korszerűsítését csak gyökeres változtatással lehet elérni, ennek érdekében kísérleti iskolák szervezését látta szükségesnek.
2. Az összes iskolai tantárgyon belül az ismeretek sokoldalú alkalmazását kell elérni.
3. A harmonikus személyiségfejlesztés érdekében az egyéni tanítás helyett a kollektív nevelés-tanítást látja célravezetőnek
4. Meg kell vizsgálni, hogy mely eljárások alkalmasak az ismeretek és alkalmazásaik elsajátítása mellett a személyiségfejlesztésre.

5. Az oktatási folyamat korszerűsítéséhez elengedhetetlenül figyelembe kell venni a tanuló személyiségét, és azt, hogy a személyiség tevékenységen keresztül fejlődik. (Pedagógiai Szemle, 1962:321–348.)

Az 1962–63-as tanévben Lénárd irányításával, az OPI keretein belül, az előző öt pont figyelembevételével elkezdődött egy (ún. variációs, a második kísérleti szakaszban ún. intenzív-variációs) longitudinális és komplex tanuláspszichológiai kísérlet. A kísérlet kezdetben az alsós matematika és a felsős történelem tantárgyakra, később más tantárgyakra is kiterjedt. Az alsós matematika variációs matematikatanítás néven terjedt el (Demeter 1990), a felső tagozatos az Egyéni matematikatanulás osztályközösségben címmel (Forrai Tiborné 1972) és a kísérletre jellemző elvvel, a történelemtanítás pedig vita-módszer néven vált ismertté. Az alsó tagozatban variációs modelleket használtak arra, hogy a tanulókkal gyakoroltassák a problémákban szereplő adatok, tények változatos összefüggésbe hozását mint az eredményes problémamegoldás feltételét. (Lénárd 1978) Mivel a kísérlet tanuláspszichológiai kérdésekre kereste a választ, a tanterv által előírt tananyag, az előkísérleti szakaszt leszámítva, lényegében nem változtattak. (Demeter-interjú 2010) Az eredményes kísérlet 1976-ban abbamaradt, egyrészt az Országos Pedagógiai Intézet (OPI) átszervezése, a pszichológiai tanszék megszűnése miatt, másrészt az új tanterv megjelenése sajnos időszerütlenné tette a kidolgozott tanítási programokat (Demeter 1990).

Az 1960-as évek elején a Bolyai János Matematikai Társulat felkérte Dienest, hogy kéthetes kurzust tartson, amelyen ismerteti matematikatanításának alapelveit, bemutatja a feldolgozott matematikai anyagot, az alkalmazott eljárásokat, munkaeszközöket. Ennek hatására kezdte el Varga Tamás 1961 szeptemberében első tanítási kísérletét.

Az UNESCO támogatásával 1962-ben Nemzetközi Matematikatanítási Szimpóziumot rendeztek Budapesten. A tanácskozás hatására ugyancsak az OPI keretein belül Varga Tamás irányításával, az első kísérlet tapasztalatait figyelembe véve, megkezdődött a komplex matematikatanítási kísérlet.

Varga Tamás 1967-es cikkében összefoglalja a módszere lényegét (Varga 1967). A módszer célkitűzése, hogy optimális fejlődési lehetőséget biztosítson minden tanuló számára. Ezt a célt a kísérlet többféle módon kívánja elérni.

1. A tananyagot úgy építi fel, hogy a leggyengébb és a legfejlettebb tanulók is évről évre megtalálják benne a számukra saját szintjükön leglényegesebb tanulnivalót.
2. A feladatanyag egyaránt felkelti a magasabb és alacsonyabb szinten levő tanulók érdeklődését.
3. Az osztálymunka megszervezésében elsősorban a csoportos, páros, illetve egyéni munkára épít.
4. A tanórai felszerelést kibővíti a színes rudakkal, a Dienes-készlettel, a logikai készlettel, a szöges táblával. Mindezek ésszerű használatát elsősorban a hátrányos helyzetű tanulók szempontjából tartja fontosnak.

Varga kandidátusi értekezésének összefoglalásában nyolc pontban foglalja össze a komplex matematikatanítási kísérlet koncepcióját (Varga 1975).

1. a) Szükségesnek tartja a tananyag és a tanítási módszerek együttes továbbfejlesztését.
1. b) A program elterjesztését fokozatosan, a pedagógusok önkéntes bekapcsolódásával képzelte el.
2. A tanítási modell kitér a tematikára, a tananyag-felépítésre, a segédeszközökre, a tanítás kereteire, szervezeti formáira, a motiválásra, az értékelésre, az órák légkörére.
3. A tananyag kiválasztásának szempontjai: a tananyag korunk matematikáját tükrözze, tekintettel legyen az alkalmazhatóságra és a matematika belső szempontjaira.
4. a) Hangsúlyozza a részdiszciplínák egységbe fonódásának, a köztük lévő kapcsolatok erősítésének szükségességét.

- b) Alkalmazkodik az életkoronként előírt tananyag hagyományos rendjéhez, de bevezeti a törzsanyag, kiegészítő tananyag és előkészítő tananyag fogalmakat.
5. Az iskolai taneszközöket (tankönyvek) bővíteni kívánja a munkalapokkal, feladatkártyákkal, munkaeszközökkel, szemléltetőeszközökkel (film, számológép, számítástechnikai eszközök).
  6. Bővíteni kívánja a tanítás kereteit: a frontális osztálymunka mellett be kívánja vezetni az egyéni és kiscsoportok munkaformát.
  7. a) A túlterhelés csökkentése és az eredmények növelése érdekében fokozni kívánja a belső motivációt a tananyag érdekessé tételével, a tanulási folyamat változatosságával, az eredményességről való meggyőződéssel.  
b) Az eredményesség mérésének, az értékelésnek összhangban kell lennie a kitűzött célokkal.
  8. A demokratikus légkört az eredményes matematikaoktatás feltételének tekintette (Varga 1967).

A komplex matematikatanítás tananyaga mindegyik évfolyamon öt tantervi tárgykörből áll:

1. halmazok, logika,
2. számtan, algebra,
3. függvények, sorozatok,
4. geometria, mérések,
5. kombinatorika, valószínűség-számítás, statisztika (Pálfalvi 2000).

1973-ban az MTA Elnöksége Közoktatási Bizottságának Matematikai Albizottsága javasolta, hogy az új tantervet az OPI (Varga Tamás) irányításával folyó komplex kísérletre kell alapozni. Az új tanterv bevezetése több lépésben, felmenő rendszerben történt, 1978-ban vezették be kötelezően minden magyar általános iskola 1. osztályában (Pálfalvi 2000). Meg kell jegyezni, hogy a komplex matematikatanítást mindvégig óriási vita kísérte nemcsak a gyakorló pedagógusok és a pedagógia, valamint a pszichológia képviselőinek körében, hanem elméleti matematikusok is lényeges kifogásokat támasztottak: Balázs János, Kárteszi Ferenc, Peller József, Szőkefalvi-Nagy Béla, Vörös György és sokan mások. (A vita elemzése maga is kitenne egy (több) disszertációt.)

Az 1978-as tanterv lényeges elemei megegyeznek a komplex matematika tananyagával. Spirális felépítésben megjelenik mind az öt tárgykör. A módszertani alapelvekben is tükrözi a komplex elvi szemléletet és gyakorlati megvalósítást. Az egyezés magától értetődő, hiszen az 1–4. osztály tantervének szerzői Varga Tamás és a kísérletben résztvevő két munkatársa, C. Neményi Eszter és Radnainé Szendrei Julianna.

#### *Az új tanterv bevezetésének tapasztalatai*

A tanterv és a hozzá kapcsolódó tananyag sok vitát váltott ki az oktatással foglalkozó szakemberek körében. A tanterv megvalósítása sokban különbözött a tanterv készítőinek elképzeléseitől. Az már az 1980-as évek elején is, de a végére teljesen szembetűnővé vált, hogy a fenti elképzelések és eljárások nem váltották be a hozzájuk fűzött reményeket.

Klein Sándor kismintás hatásvizsgálata alapján a következőket állapította meg.

A hagyományos tananyagban a 2. osztályban a számfogalom kialakulása terén a kontrollcsoport tanulói lényegesen jobb eredményt értek el. A kísérleti osztályban nagyobb volt a különbség a tanulók teljesítménye között: több volt a kreatív megoldást adó, de a feladatot nem megoldók száma is, nyílt a teljesítményolló.

Az alapl műveletek területén 3. osztályban az összeadás és a kivonás elvégzésében nem mutatkozott különbség, de a szorzás, osztás elvégzésében a kontrollcsoport teljesített jobban.

A mértékek átváltásában a kontrollosztályok mutatkoztak szignifikánsan jobbnak.

A szöveges feladatok megoldásában nem szignifikánsan, de a kísérleti csoport ért el jobb eredményt (Klein 1980:63–82.).

Mindezek ellenére Klein szerint a „felmérés igazolta, hogy a kiemelt tárgykörökben alapfokon a tanulók tájékozottak, ... a hagyományos tantervi anyagban is elérik, sőt néhány esetben túlszárnyalják a kontroll osztály teljesítményét.” (Klein 1980:82)

Az 5. osztályos tanulók körében az 1982–83. tanévben előméréseket, 1984-ben országos reprezentatív mérést végeztek. A 6. osztályos tanulók körében a mérés eredménye azt mutatta, hogy a tanulók kis része olyan magas szintre jutott a matematikai tanulmányaiban, amilyenre a korábbi tantervek alapján elképzelhetetlen lett volna. Ugyanakkor tekintélyes részük nem sajátította el a 3. osztályos minimumkövetelményt. Ennek a csoportnak a 80%-ában a szülők iskolai végzettsége alacsony, ezért nem is tudnak segíteni a gyermek felzárkóztatásában. (Hajdu–Novák 1985) Ez az eredmény azt sugallja, hogy azok a gyermekek tudták elsajátítani a tanterv előírt tananyagát, akik családjuktól segítséget kaptak, azaz a tananyag elsajátítása nem csak az iskolai tevékenység következménye.

A Monitor'86 vizsgálat három területet, az olvasási képességet, a matematikai tudást és a számítástechnikai műveltséget mérte.

A matematikavizsgálat négy populációban négy területet mért:

1. az aritmetikai műveletvégzést,
2. az algebrai, számelméleti ismereteket,
3. a függvények, sorozatok tárgykört,
4. a geometriai, kombinatorikai, valószínűség-számítási ismereteket (Vári 1989).

A vizsgálat eredménye messze alatta maradt a vártnak.

Például a 7. osztályban az *írásbeli osztás* (ami akkor 3–4. osztályos tananyag volt) elvégzésekor a tanulók 58%-a számolt helyesen. Az ugyanilyen típusú feladatok megoldása Nagy József 1973-as felmérése szerint a tanulók 70%-ának sikerült.

Az *egyenletek, egyenlőtlenségek* minimumszintű feladatait 53% oldotta meg.

A 4. osztályos szintű egyszerű *szöveges feladatot* a 8. osztályban a tanulók 57,6%-a oldotta meg, míg 4. osztályban mintegy feleannyian.

A *mérések* témakörben 75% nyújtott gyenge teljesítményt (Hajdu 1989).

Hajdu szerint az aritmetikai témakörben a felső tagozat eredménytelenségének oka, hogy az alsó tagozatot a tanulók fele bizonytalan szám- és műveletfogalommal fejezi be. A szöveges feladatokra 120 tanórával kevesebbet szánnak, mint 1978 előtt. A mérések témakörben kimutatták, hogy az eredménytelenség oka a problémameglátó képesség fejletlensége. A térszemlélet fejletlenségét abban látja, hogy a pedagógusok nem alkalmazzák kellően a szemléltetést, modellezést (Hajdu 1989); ez egyébként vitatott kérdés, más vélemény szerint ugyanis lehetséges, hogy éppen a túlzott tárgyi szemléltetés és a gondolati modellezés gyakorlásának hiányáról van szó (Demeter-interjú 2010).

A Lénárd-féle variációs matematikatanítási kísérletben részt vevő iskolák tanulóival is elvégezték az eredménymérést a Monitor'86 eszközeivel (Demeter 1990). Eszerint a teljesítmények lényegesen jobbnak mutatkoztak a kísérletben részt vevő tanulók körében. Például 4. osztályban a szorzást a Monitor'86 vizsgálat szerint a tanulók 7,8%-a, míg a Lénárd-féle kísérletben részt vevők 25% végezte el 90%-os teljesítmény fölött. (1. táblázat)

1. táblázat

A tanulók számolási képességének szintje %-os előfordulásban (Demeter 1990)

Teljesítmény	Teljesítmény- küszöb	Szorzás		Összeadás	
		Monitor	Kísérlet	Monitor	Kísérlet
50% fölött	Összes megoldás	49,4	79,3	35,0	62,8
	Jó megoldás	43,0	77,5	33,0	61,4
90% fölött	Összes megoldás	8,1	29,2	7,5	21,2
	Jó megoldás	7,8	25,0	6,8	20,2

A Lénárd és munkatársai által kidolgozott gondolkodásfejlesztő variációs tanulási módszer a kimutatás szerint eredményesebbnek bizonyult. A tananyag feldolgozására készített dokumentumokat általánosan nem vezették be, de ezerszám voltak tanárok, akik használták. Az ország több iskolájában tapasztalható, hogy a variációs tanulás kísérleti dokumentumaiban leírt nevelési, oktatási módszerek, ha teljes egészében nem is, de részleteiben fellelhetők a tanítási gyakorlatokban. (Demeter-interjú 2010)

## 2. 9. Napjaink alsó tagozatos matematikatanítása

A 2. 9 fejezet bevezető részét Baranyi (1992–93), Báthory (2001), Eszterág (2010), Halász – Lannert (1998, 2003, 2006) és Vass (2003) írásai alapján állítottam össze.

### 2. 9. 1. A tanterv változásai 1985-től 2010-ig

Az 1985-ös közoktatási törvény szakított az iskolák centralizált irányításával, és az ideológiailag meghatározott oktatási tartalom gyakorlatával. Megteremtette az iskolák szakmai önállóságának a feltételeit, kimondta az iskolák autonómiáját; lehetőséget biztosított az alternatív iskolák megjelenésére, továbbá az addig 8 + 4 évfolyamos struktúra átalakítására 6 + 6-os, illetve 4 + 8-as szerkezetűvé. Ezzel egyidőben, a három szerkezeti rendszerhez igazodva elkezdődött az új „magtanterv” fejlesztése. 1989-ben minisztériumi döntés született a Nemzeti Alaptanterv (NAT) elkészítéséről (Eszterág 2010).

Az 1993-as közoktatási törvényt (1993. évi LXXIX) követően az év végén megjelent a NAT vitaanyaga, amelyet a közoktatást szabályozó törvény és nevelési koncepció, az iskolai munka, valamint a tartalmi szabályozás alapidokumentumának szántak. A tartalmi szabályozásban két szinten határozták meg az alaptanterv fogalmát, funkcióit:

1. az alapelvek,
2. a tantervi követelményrendszer szintjén (Baranyi 1993).

A NAT-ot 1995 októberében fogadta el a kormány, majd az új tartalmi szabályozó rendszerhez igazítva a parlament módosította a közoktatási törvényt (130/1995. X. 26. a Nemzeti Alaptanterv kiadásáról). A szakmai javaslatok hatására a tartalmi szabályozás háromszintű bevezetése mellett döntöttek. A szintek:

1. Alaptantervi szint, a követelmények, a műveltségi területek szerint kidolgozott képességek és ismeretek rendszere.
2. Kerettantervek a különböző iskolatípusokra, a személyiségfejlesztéssel, a műveltségkövetéssel kapcsolatos akkreditált programok.
3. A helyi tantervek szintje az iskola intézményi egyedi sajátosságait kifejező, átfogó nevelési-oktatási program.

A tanterv minimum- és maximumkövetelményeket határozott meg az ismeretekre és képességekre vonatkozóan, amelyhez százalékos szakaszonkénti időkeretet adott meg. A bevezetés nehézségei közé tartozott:



- A tantervi szabadság értelmében elvárásként fogalmazódott meg, hogy a pedagógusok feladata a tanterv elkészítése is. Azonban a pedagógusok erre nem voltak felkészülve, és nem is tartották feladatuknak, ezért nehézségekbe ütközött a másik 50 százaléknyi időkeret kitöltése.
- A tudomány alapú tantárgyi rendszerbe nem illeszkedett a NAT modernizációs tartalma.
- A pedagógusok körében egzisztenciális kérdéssé vált a tanterv kidolgozása. (Eszterág 2010)

A 2003-as NAT a kerettantervek kötelező jellegét megszüntette. Nem változtatott a tartalmi szabályozás háromszintű rendszerén, de módosította az egyes szintek szerepét. A NAT az iskolatípusok felett álló, az oktatás szemléleti-elvi alapvetéseinek elsődleges dokumentumává vált.

Az első szinten meghatározta a fő műveltségterületeket, a közoktatás tartalmi szakaszait (1–4., 5–6., 7–8., 9–12. évfolyamok), és az egyes tartalmi szakaszokban érvényesülő fejlesztési feladatokat. Az európai uniós (EU) koncepció alapján a hangsúly áttevődött a felkészítésre az élethosszig tartó tanulásra és az esélyegyenlőség politikájának jegyében a fejlesztésre. Az első szintről kimaradt a követelmények részletes meghatározása, és a fejlesztési feladatokat nem a műveltségi tartalmakhoz rendelve határozták meg (Eszterág 2010).

A szabályozás második szintjét ajánló jelleggel kerettantervek vagy programcsomagok adják, a harmadik szintű szabályozás (a helyi tanterv elkészítése) az iskolák feladata maradt.

A NAT Matematika tartalmában felismerhető az 1978-as matematika-tanterv hatása. Megmaradt a tananyag spirális felépítése, a fejlesztésközpontúság. A témakörök szinte megegyeznek a komplex matematika témaköreivel, és megjelennek mindegyik szinten.

A témakörök:

1. Gondolkodási módszerek. E címszó alá tartozik a halmazokra, logikára vonatkozó ismeretanyag, a kombinatorika alapelemei és módszerei, azaz azok az tananyagrészek, amelyeket általában a többi témakörhöz kapcsolva egy-egy feladat, feladatsor megoldásával sajátítanak el a tanulók. Ezeket a témaköröket tételesen nem dolgozzák fel az iskolában.
2. Számтан, algebra.
3. Összefüggések, függvények, sorozatok.
4. Geometria, mérés.
5. Valószínűség, statisztika.

A NAT előírása szerint a fogalomalkotás tapasztalatból indul ki, és hosszú érlelési idő alatt épül be a már meglévő fogalmak rendszerébe. Mára már mindegyik 1–4. osztályos matematika-tankönyvcsaládhoz készítik a szerzők vagy a kiadók megbízottai a kerettantervet, amely segíti a tanítókat, tanárokat eligazodni a tananyag feldolgozásában és a helyi tantervek elkészítésében.

A harmadik szint az iskolák pedagógiai programja, amelynek része a részletes tanterv is. Ebben az iskolák a meghatározott kereteken belül maguk döntenek a tantárgy óraszámáról, a megvásárolandó tankönyvekről, oktatási segédanyagokról.

### **2. 9. 2. Az ötödik korszakból kiválasztott matematika-tankönyvek vizsgálatának bemutatása**

Az ötödik korszakból ebben a fejezetben feldolgozott tankönyvek kiválasztását elterjedtségükhöz kötöttem. 2010-ben egy kérdőíves vizsgálatot végeztem, amelynek egyik

kérdésköre az iskolák, illetve a tanárok tankönyvválasztása 2003-ban, 2007-ben, illetve 2009-ben. (A kérdőív tapasztalatait a 4. fejezetben közlöm részletesen.)

A tankönyvek jelölése: a Nemzeti Tankönyvkiadónak 3 alsó tagozatos tankönyvcsaládja volt 2009-ben. Ezeket NTK\_ és az első szerző vezetéknevének kezdőbetűjével jelöltem, a többi tankönyvcsaládot a kiadó nevével. Az 1. táblázat mutatja a matematika-tankönyvek megrendelését a vizsgált időszakokban.

1. táblázat  
Matematika-tankönyvek megrendelése 2003-tól 2009-ig %-os arányban

Kiadók	2003-04.	2007-08.	2009-10.
Apáczai <sup>1</sup>	40,2	35,8	34,7
Dinasztia <sup>2</sup>	6,0	5,6	3,6
Educatio <sup>3</sup>	0,2	1,6	2,7
Mozaik <sup>4</sup>	6,7	19,3	33,1
Műszaki <sup>5</sup>	26,0	20,4	17,1
NTK_C <sup>6</sup>	5,6	4,4	2,4
NTK_R <sup>7</sup>	3,3	3,6	2,2
NTK_T <sup>8</sup>	3,3	3,1	3,1
Egyéb	8,7	6,2	1,1
Összes válasz	100	100	100

Három tankönyvcsalád van, amelynek a megrendelése a három vizsgált időszakból legalább kétfőben 10% felett volt: az Apáczai<sup>9</sup> (34,7%), a Mozaik<sup>10</sup> (33,1%) és a Műszaki<sup>11</sup> (17,1%) tankönyvei. Az elemzéshez ezt a három tankönyvcsaládot, valamint az NTK\_C<sup>12</sup>

<sup>1</sup> Apáczai Kiadó és Könyvterjesztő Kft. matematika-tankönyvcsaládja

<sup>2</sup> Dinasztia Tankönyvkiadó Kft. *A matematika csodái* tankönyvcsaládja

<sup>3</sup> Educatio Társadalmi Szolgáltató Közhasznú Társaság *Matematikai "A"* tankönyvcsaládja

<sup>4</sup> Mozaik Kiadó Kft. *Sokszínű matematika* tankönyvcsaládja

<sup>5</sup> Műszaki Könyvkiadó Kft. Hajdu-tankönyvcsaládja

<sup>6</sup> Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt. C. Neményi Eszter-féle tankönyvcsaládja

<sup>7</sup> Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt. Rakos Katalin *A mi matekunk* tankönyvcsaládja

<sup>8</sup> Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt. Török Tamás-féle matematika-tankönyvcsaládja

<sup>9</sup> Az Apáczai Kiadó matematika-tankönyvcsaládjának vizsgált tankönyvei:

1. osztály (Esztergályos Jenő–Kurucz né Borbély Márta: *Az én matematikám 1. osztály*. 2009)
2. osztály (Esztergályos Jenő: *Második matematikám*. 2009)
3. osztály (Balassa Lászlóné–Csekné Szabó Katalin–Szilas Ádámné: *Harmadik matematikakönyvem*. 2009)
4. osztály (Balassa Lászlóné–Csekné Szabó Katalin–Szilas Ádámné: *Negyedik matematikakönyvem*. 2009)

<sup>10</sup> A Mozaik Kiadó *Sokszínű matematika* tankönyvcsaládjának vizsgált tankönyvei:

1. osztály (Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Anikó: *Sokszínű matematika 1.* 2009)
2. osztály (Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Ildikó–Ábrahám István: *Sokszínű matematika 2.* 2009)
3. osztály (Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Ildikó: *Sokszínű matematika 3.* 2009)
4. osztály (Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Anikó: *Sokszínű matematika 4.* 2009)

<sup>11</sup> A Műszaki Kiadó Hajdu tankönyv-családjának vizsgált tankönyvei:

1. osztály (Hajdu Sándor–Novák Lászlóné–Scherlein Márta: *Matematika 1.* 2009)
2. osztály (Hajdu Sándor–Novák Lászlóné–Scherlein Márta: *Matematika 2.* 2009)
3. osztály (Hajdu Sándor–Novák Lászlóné–Scherlein Márta–Czakó Anita: *Matematika 3.* 2009)
4. osztály (Hajdu Sándor–Novák Lászlóné–Scherlein Márta–Czakó Anita: *Matematika 4.* 2009)

<sup>12</sup> A Nemzeti Tankönyvkiadó C. Neményi Eszter tankönyvcsaládjának vizsgált tankönyvei:

1. osztály (C. Neményi Eszter–Sz. Oravecz Márta: *Matematika tankönyv általános iskola 1. osztály*. 2009)
2. osztály (C. Neményi Eszter–Sz. Oravecz Márta: *Matematika tankönyv általános iskola 2. osztály*. 2009)
3. osztály (C. Neményi Eszter–Wéber Anikó–Pákozdy Katalin: *Matematika tankönyv 3.* 2009)
4. osztály (C. Neményi Eszter–Káldi Éva: *Matematika tankönyv 4.* 2009)

tankönyvet választottam. Ez utóbbit azért, mert ez csiszolt változata az 1979-ben bevezetett matematika-munkalapoknak, így az 1979-től 1990-ig tartó időszak sem marad ki az elemzésből.

## Tematika

### 1. a) Témakörök

A vizsgált tankönyvek mindegyikében a számkört, a számkörbővítést és a négy alpműveletet a természetes számok halmazán (N-ben) értelmezik. Ez alól kivételek a törtekkel foglalkozó fejezetek, ahol az értelmezési tartomány a pozitív racionális számok halmaza ( $\mathbb{R}^+$ ), valamint a negatív egészekkel foglalkozó fejezetek, de ez utóbbira a vizsgálat nem terjed ki.

#### 1. osztály:

A tananyag nagy részét, átlagosan 75%-át a két *alpművelet* (összeadás és a kivonás) (N-ben) 20-as számkörben alkotja. Az előző részek 11 témaköréből hármát elhagytam, mert az összeadás és kivonás gyakorlása 100-as számkörben helyiérték-átlépés nélkül és helyiérték-átlépéssel is kimaradt az első osztályos tananyagból, a vegyes feladatok témakör tananyaga pedig beépült a többi fejezetbe. Az év végi ismétlés új fejezetként megjelent.

Számolással, méréssel kapcsolatos *alpfogalmak* megismertetésére, gyakorlására az NTK\_C tankönyv az egész tananyag 26%-át, több mint a negyedét szánja, míg a Műszaki 13%-ot, az Apáczai 14%-ot, a Mozaik 16%-ot. 5-ös számkörben az összeadás és kivonás értelmezése, gyakorlása a NTK\_C tankönyvben és a Műszaki tankönyvben is 17%, az Apáczai 10%, a Mozaikban 20%. A terjedelem tekintetében az összeadás és kivonás gyakorlása 10-es számkörben mutatja a legnagyobb eltérést: az NTK\_C 40%-ot, a Műszaki 21%-ot, az Apáczai 30%-ot, a Mozaik 9%-ot fordít erre. A 20-as számkör (N-ben) megismerésére, a műveletek gyakorlására a NTK\_C 13%-nyi, a Műszaki 40%-nyi, az Apáczai 34%-nyi, a Mozaik 33%-nyi terjedelmet fordít. A kitekintés a 100-as számkörre (N-ben), számlálás kerek tízesekkel csak 3 tankönyvben jelenik meg kis terjedelemben: az Apáczai 3%, a Műszakiban és a Mozaikban 2-2%.

A *szorzás előkészítése* 20-as számkörben (N-ben) önálló fejezetként, 1%-ban megjelenik az Apáczai tankönyvben. A többi tankönyvben külön fejezetként nem, de ismételt összeadás formájában egy-egy feladatba beépítve megjelenik.

A *mértékek* témakör az NTK\_C tankönyvben külön fejezetben nem jelenik meg, a Műszakiban 4%, az Apáczai 7%, a Mozaikban 9% az aránya. A mértani alpfogalmak főleg a Műszaki és a NTK\_C tankönyvben fordulnak elő sok feladatba beépítve.

Az év végi ismétlés 3-3%-nyi terjedelemben az Apáczai és a Mozaik tankönyvekben kerül elő (2. táblázat).

2. táblázat

Témakörök százalékos előfordulása, 1. osztály, 5. korszak

Témakörök (%)	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
Számolás, mérés alpfogalmak	26	13	14	16
5-ös számkör (N-ben)	17	17	9	20
+, – 10-es számkörben (N-ben)	40	21	29	9
+, – 20-as számkörben (N-ben)	13	40	34	33
·, : 20-as számkörben (N-ben)			1	
Számlálás 100-ig (N-ben)		2	3	2
Mértékek		4	7	9
Mértani alpfogalmak	4	3		7
Év végi ismétlés			3	3
Összesen	100	100	100	100

## 2. osztály:

Az Apáczai kiadónak két 2. osztályos tankönyve jelent meg: Esztergályos–Flór: Az én matematikám és Esztergályos Jenő: Második matematikám címen. Ebben a részben az utóbbi tankönyvet elemzem.

A szorzótábla tanítására külön kitérek a 3. fejezetben.

Az *év eleji* és *év végi ismétlés* fejezetcímként az NTK\_C tankönyv kivételével mindegyik vizsgált tankönyvben megjelenik.

A tananyag túlnyomó részét a mai tananyagokban is a *számkörbővítés* (N-ben) teszi ki: az NTK\_C-ben 79%, a Műszakiban 79%, az Apáczaiban 67%, a Mozaikban 74% terjedelemben.

Már nem csak 1-1 feladatban, hanem fejezetcímként is, igaz, igen kicsiny arányban, de megjelennek a tankönyvekben az új matematika által bevezetett témák: a statisztika (az Apáczaiban 1%), a valószínűség-számítás (a Műszakiban 1%, az Apáczaiban 2%), a logika (az NTK\_C-ben 4%), a kombinatorika (az NTK\_C-ben 4%, a Műszakiban 1%), a negatív számok és a törtek (az NTK\_C-ben 1%, illetve 3%).

A *mértani alapfogalmak* témakörben a testek építése, a síkidomok előállítás, rendszerezése és a geometriai transzformációk közül főleg a tengelyes tükrözés jelenik meg, a Műszaki tankönyvben helyet kap a hasonlóság is. Az NTK\_C tankönyvben a mérések, mértékegységek a feladatokba beépítve jelennek meg. A többi tankönyv külön-külön fejezetben taglalja a különböző méréseket (3. táblázat).

3. táblázat  
Témakörök százalékos előfordulása 2. osztály.

Témakörök (%)	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
Év eleji ismétlés		4	11	10
Számkörbővítés (N-ben)	79	78	67	74
Mérések, mértékegységek		6	11	8
Római számok		1	1	1
Mértani alapfogalmak	8	8	4	3
Statisztika			1	
Valószínűség-számítás		1	2	
Logika	4			
Kombinatorika	4	1		
Negatív számok (Z-ben)	1			
Törtek ( $R^+$ -ban)	3			
Év végi ismétlés		2	4	4
Összesen	99	101	101	100

## 3. osztály:

Az *év eleji ismétlésre* lényegesen nagyobb terjedelmet szánnak az NTK\_C és a Műszaki (37%, illetve 23%) tankönyvek, mint az Apáczai és a Mozaik (12%, illetve 14%) tankönyvek. Az NTK\_C és a Műszaki tankönyvek az ismétlést úgy dolgozzák föl, hogy beépítik a következő anyagrészek előkészítését, ezért ezekben a tankönyvekben az alpműveletekre fordított terjedelem kisebb.

A *számkörbővítést* (N-ben) egy lépésben végzik, az írásbeli és a szóbeli műveleteket külön fejezetekben tárgyalják. Az Apáczai és a Mozaik tankönyvek, valamint az NTK\_C és a Műszaki tankönyvek hasonlítanak leginkább egymáshoz az év eleji ismétlésre és az alpműveletekre fordított terjedelem tekintetében.

A mérésekre az Apáczaik (8%) és a Mozaik (9%) tankönyv szán nagyobb terjedelmet, az NTK\_C (5%) és a Műszaki (7%) tankönyvében viszont sok mértékekkel kapcsolatos feladat beépül a többi anyagrészbe.

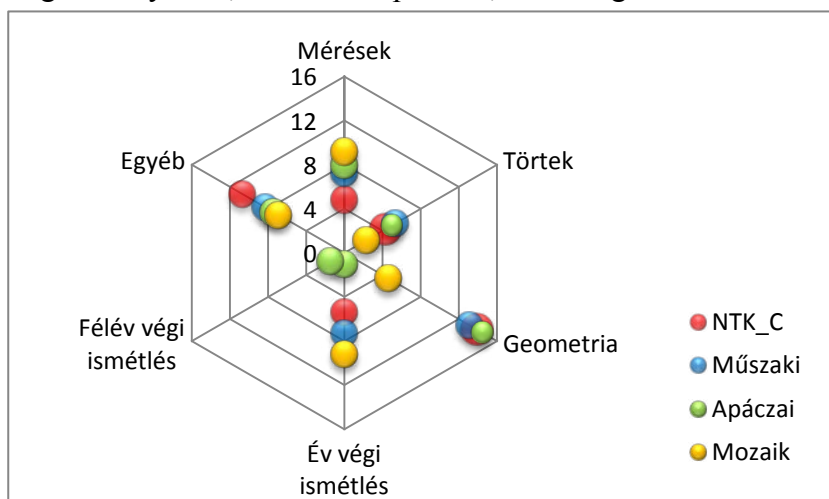
A geometria anyagrészre a Mozaik (5%) tankönyv csupán közel a harmadát szánja a többi tankönyvnél (13-14%). (4. táblázat)

4. táblázat  
Témakörök százalékos előfordulása, 3. osztály, 5. korszak

Témakörök (%)	NTK_C	Műszaki	Apáczaik	Mozaik
Év eleji ismétlés	37	23	12	14
Számkör bővítése (N-ben)	4	8	7	9
Alapműveletek	20	28	44	45
Mérések	5	7	8	9
Törtek ( $R^+$ -ban)	4	5	5	2
Geometria	14	13	14	5
Év végi ismétlés	5	7	1	9
Félév végi ismétlés			1	
Egyéb	11	8	7	7
Összesen	100	99	99	100

Év eleji ismétlésre, a számkörbővítésre és az alapműveletekre szánt terjedelem aránya kicsiny eltérést mutat a vizsgált tankönyvekben (rendre 39%, 41%, 37%, 32%).

A fennmaradó témakörök közül az Apáczaik tankönyv kivételével a geometria a leghangsúlyosabb, ezt követően az egyéb témakörbe sorolt tananyagrész. A mérések tananyagrész átlagos aránya 7%, a törtek csupán 4%, az év végi ismétlésé 6%. (1. grafikon)



1. grafikon  
Egyes témakörök százalékos előfordulása, 3. osztály, 5. korszak

5. táblázat  
Egyéb témakörök százalékos előfordulása, 3. osztály, 5. korszak

Témakörök (%)	NTK_C	Műszaki	Apácjai	Mozaik
Arányosság		3,4		
Kombinatorika, valószínűség-számítás	2,7	1,9	1,0	3,4
Logika, halmazelmélet	2,1		1,5	
Negatív számok (Z)	1,6	2,4	1,0	2,3
Nyitott mondatok	4,3		1,5	
Római számok		0,5	1,0	1,1
Számrendszerek			1,0	
Törtek ( $R^+$ -ban)	4,3	5,3	5,0	2,3
Összesen	15	13,5	12	9,1

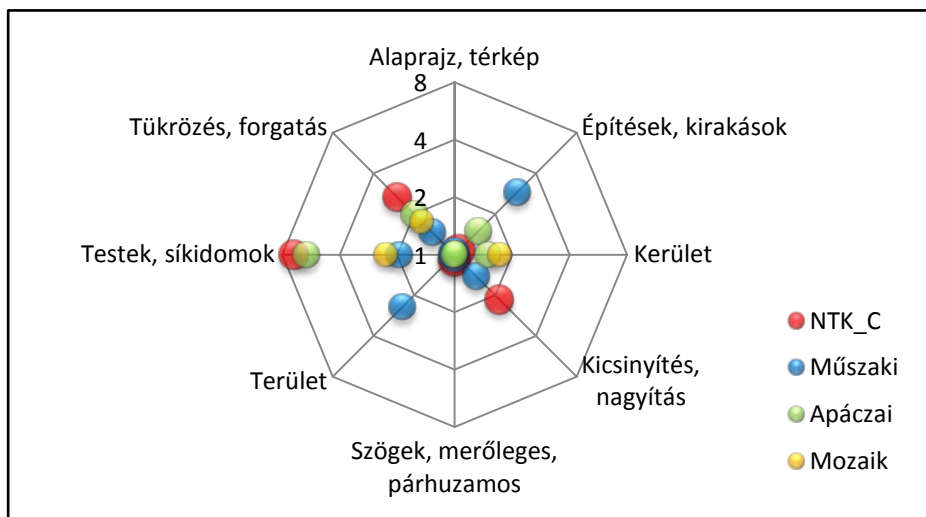
Külön fejezetként, de kis arányban megjelenő témaköröket soroltam az *egyéb* kategóriába. Ezen az évfolyamon már mindegyik tankönyvben szerepel a kombinatorika, valószínűség-számítás, a negatív számok és a törtek témakör. Ha nem is külön fejezet szinten, de a feladatokban megjelenik az arányosság, logika, halmazelmélet és a nyitott mondatok is. A számrendszerek témakörére csak az Apácjai tankönyv tér ki (1%). (5. táblázat)

A *geometria* témák közül mindegyik tankönyvben megjelenik a testek, síkidomok és a kicsinyítés–nagyítás témakör. Három tankönyvben megjelenő témakörök: építések, kirakások (a Mozaikban nincs ilyen témakör), a kerület (az NTK\_C-ben nem jelenik meg), a tükrözés és a forgatás (szintén a Mozaikban nem jelenik meg). Két tankönyvben jelenik meg: az alaprajz, térkép (a Műszakiban és az Apáczaiban); a szögek, a merőleges, a párhuzamos fogalmak (az NTK\_C-ben és a Műszakiban), a terület fogalma (a Műszakiban és az Apáczaiban). A geometriai témák száma a Műszaki tankönyvben a legtöbb (8), az Apácjai tankönyvben 7, a NTK\_C-ben 5, és a Mozaikban mindössze 3 geometria téma jelenik meg. (6. táblázat)

6. táblázat  
Geometria témakörök százalékos előfordulása, 3. osztály, 5. korszak

Témakörök (%)	NTK_C	Műszaki	Apácjai	Mozaik
Alaprajz, térkép		1	1	
Építések, kirakások	1	3	1	
Kerület		1	1	2
Kicsinyítés, nagyítás	2	1	1	1
Szögek, merőleges, párhuzamos	1	1		
Terület		2	1	
Testek, síkidomok	7	2	6	2
Tükrözés, forgatás	3	1	2	
Összesen	14	12	13	5

A 2. grafikonból is jól látható, hogy melyik tankönyv mely témaköröket tartja fontosabbnak. Az építések, kirakások a Műszaki tankönyvben a leghangsúlyosabb. A testek, síkidomok és a tükrözés, forgatás témakörök az NTK\_C és az Apácjai tankönyvben. A kerületfogalom alakítása a Mozaik, a kicsinyítés, nagyítás az NTK\_C, a terület a Műszaki tankönyvben hangsúlyosabb, mint a többiben.



2. grafikon  
Geometria témák százalékos előfordulása, 3. osztály, 5. korszak

4. osztály:

Az év eleji ismétlésre ezen az évfolyamon is az NTK\_C tankönyv szán a legtöbb terjedelmet, a tankönyve egynegyed részét (25%-ot), míg az Apácza 13%-ot, a Mozaik csupán 8%-ot. Első ránézésre úgy tűnik, hogy a Műszaki tankönyvben az előző 3 tanévvel szemben itt nincs ismétlés, rögtön bővíti a számkört 20 000-re, de ebben a számkörben rendszerezi a 3. osztályos számelméleti ismereteket.

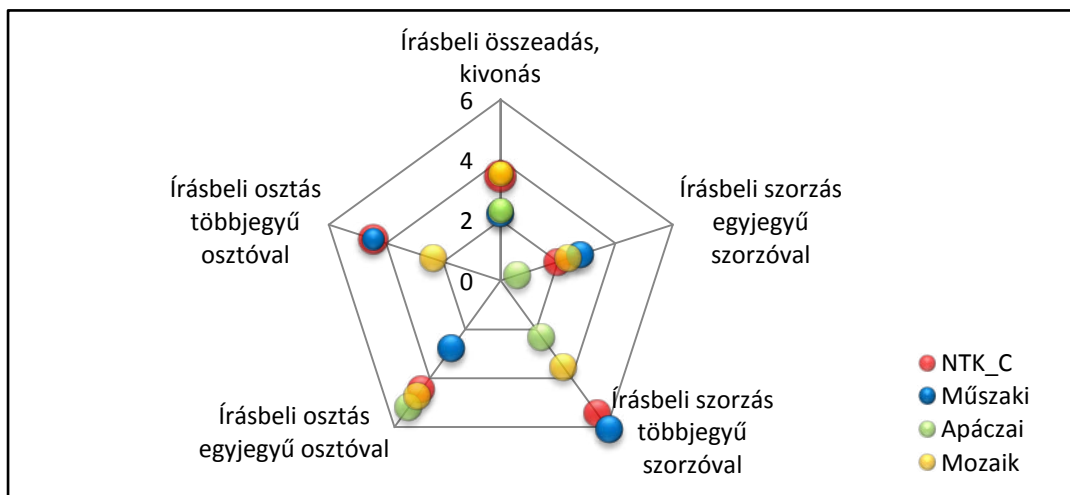
A számkörbővítést (N-ben) az NTK\_C és a Mozaik tankönyvek egyformán végzik két lépésben. Először 10 000-re (8%, illetve 6%-nyi terjedelemben), majd 100 000-re (8%, illetve 4%) bővíti a számkört. A Műszaki tankönyv is két lépésben, először 20 000-re (9%), majd 100 000-re (7%), az Apácza tankönyv egy lépésben rögtön 100 000-re bővíti a számkört. A műveleti tulajdonságok megtapasztaltatására a Műszaki tankönyv fordít a legnagyobb terjedelmet (12%), majd az Apácza (6%), a legkevesebbet az NTK\_C és a Mozaik tankönyvek (2-2%). (7. táblázat)

7. táblázat  
Témakörök százalékos előfordulása, 4. osztály, 5. korszak

Témakörök %	NTK_C	Műszaki	Apácza	Mozaik
Év eleji ismétlés	20		13	8
Számkör bővítése (N-ben)	14	17	3	12
Alapműveletek (N-ben)	30	34	29	28
Mérések	4	9	14	13
Geometria	13	15	16	11
Év végi ismétlés			1	7
Egyéb	19	25	23	20
Összesen	100	100	99	99

A szóbeli és írásbeli műveleteket a Műszaki és Apácza tankönyv párhuzamosan kezeli, míg az NTK\_C és a Mozaik fejezetszinten is szétválasztja. Az írásbeli összeadással és kivonással mindegyik tankönyv egy fejezetben foglalkozik.

A szorzás, osztás témakörben a 10 hatványaival az NTK\_C 3%-ban, a Műszaki és Apácza 2-2%-ban, a Mozaik 1% terjedelemben foglalkozik. (3. grafikon)



3. grafikon

Írásbeli műveletek (N-ben) százalékos előfordulása, 4. osztály, 5. korszak

Az *írásbeli szorzás* (N-ben) egyjegyű és többjegyű szorzóval mindegyik tankönyvben fele-fele arányban szerepel. Összesen a legnagyobb terjedelemarányban a Műszakiban (9%), majd az NTK\_C-ben és a Mozaikban (7%, illetve 6%), legkisebb terjedelemarányban pedig az Apáczaiakban (mindössze 3%). A negyedik osztályban az *írásbeli osztás* egyjegyű osztóval új tananyag az NTK\_C (4%) és az Apáczai (5%) tankönyvben. A Műszaki és a Mozaik tankönyvek 3. osztályban már foglalkoztak a témával (3%, illetve 6%-nyi terjedelemben). Az *írásbeli osztás többjegyű osztóval* tananyag kimaradt az Apáczai tankönyvből. Az NTK\_C-ben és a Műszakiban 4%, a Mozaikban 2%-ban jelenik meg. (3. grafikon)

A *mérésekre* az Apáczai (15%) és a Mozaik (13%) tankönyvek szánnak nagyobb terjedelmet, majd a Műszaki (9%) és az NTK\_C (4%), de az utóbbiban, ugyanúgy, mint a harmadik osztályos tankönyvekben, sok, mértékekkel kapcsolatos feladat beépül a többi anyag részbe.

A *geometria anyagrészre* a Műszaki tankönyv szán a legnagyobb terjedelmet (15%), majd az Apáczai, a Mozaik és az NTK\_C (rendre 14%, 11%, 8%). Mindegyik tankönyvben megjelenik a kör, de fejezetszinten csak az Apáczai és a Mozaik tankönyv foglalkozik vele 1-1%-ban. A *hasonlóság* fejezetcímként a Mozaik és az Apáczai tankönyvben 2-2%-ban, az NTK\_C-ben a harmadik osztályos tananyag ismétléseként jelenik meg, a Műszaki tankönyvben nincs hasonlóság című fejezet, de a geometriai játékok fejezet szinte minden feladatában szerepel hasonlósági transzformációk megtapasztaltatása. A hasonlósággal és a transzformációkkal foglalkozó fejezetek összevonásával a témakörök előfordulása a következő arányokat mutatja: NTK\_C 5%, Műszaki 3%, Apáczai 8%, Mozaik 2%. A szögekkel, a kerület és terület mérésével csak az NTK\_C tankönyv nem foglalkozik. (8. táblázat)

8. táblázat

Geometria témakörök százalékos előfordulása, 4. osztály, 5. korszak

Geometria témakörök (%)	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
A kör			1	1
Hasonlóság	5		2	2
Kerület mérése		1	2	2
Szögek, merőleges, párhuzamos, derékszög		2	1	2
Síkidomok	4	2	2	1
Terület mérése		3	2	1
Testek	3	4	7	2
Transzformációk		3	6	



Az év végi ismétlés az NTK\_C és a Műszaki tankönyvekben nem jelenik meg, az Apáczaiban 1%, a Mozaikban 7% a terjedelme.

## 1. b) Témaköri tartalmak

1. osztály:

Mind a négy tankönyv bevezetésként tankönyv-megismeréssel kezdi a tanévet, majd a számfogalom előkészítése (N-ben) következik, melynek keretében tárgyak tulajdonságainak megfigyeltetése, összehasonlítása, sorba rendezésük, halmazok számosságának a meghatározása a feladat. A további fejezetekben a számok vizsgálata következik.

Az NTK\_C tankönyv 0-tól 6-ig megismerteti a számokat, közben gyakoroltatja az összeadást, kivonást, majd 7-től 10-ig ugyanígy jár el. A Műszaki tankönyv 0-tól 3-ig nagyon sokféleképpen begyakoroltatja az összeadást és a kivonást, megtanulják leírni az említett számokat, majd egyesével bővítve a számkört minden számkörben értelmezi, megtanítja leírni az adott számot. Sokféleképpen gyakoroltatja a két alpműveletet: az összeadást és a kivonást, az ismételt összeadással előkészíti a szorzást, a függvényeket és a sorozatokat is. Az Apáczaik és a Mozaik tankönyvek módszertani felépítésükben teljesen megegyeznek. Első lépésben megismerkednek a számok jelével 1-től 5-ig, ezt követi a 0. Fejezetszinten különválasztják nemcsak az összeadást és a kivonást, hanem az összeadáson belül az összeadást egyesítéssel és az összeadást hozzátevéssel. A kivonás tanításakor fejezetszinten megkülönböztetik az *ötből hármat* és az *ötnél mennyivel kevesebb a három* típusú feladatokat. Csak mindezek után következik a pótlás. Ugyanezt a logikai menetet ismétli 6-tól 10-ig. Azaz külön fejezetet szánnak a számok jelének megismerése, az összeadás, a kivonás, a számok bontása és a pótlás témakörökre.

Mindegyik tankönyv szerint a második félév feladata a *20-as számkör* megismerése (N-ben). Az NTK\_C tankönyv számlálással megismerteti a számokat 20-ig, majd szöveges és számfeladatokat oldat meg. Vizsgálja a számokat tulajdonságaik alapján (pl. összege, különbsége 10, többszöröse 2-nek, 3-nak, valamennyivel nagyobb stb.), majd számolási eljárásokra hívja fel a figyelmet. A Műszaki tankönyv is első lépésként számlálással megismerteti a számokat 20-ig. A 20-as számkörben először az összeadást és a kivonást tízesátlépés nélkül tanítja, majd a szemléletre alapozva sokféle számolási eljárást ismerttet meg először az összeadásra, majd a kivonásra. Ezután ugyanúgy, mint a 10-es számkörben, 10-től is egyesével bővíti a számkört, és mindegyik számkörben sokféleképpen gyakoroltatja a két alpműveletet; ismételt összeadással előkészíti a szorzást, a függvényeket és a sorozatokat is. Az Apáczaik és a Mozaik tankönyv is először megismerteti a számokat 20-ig. A 20-as számkörben ez a két tankönyv is először az összeadást és a kivonást tízesátlépés nélkül tanítja, majd ismét szétválasztja a két alpműveletet. Amíg a Műszaki tankönyv magát a számot helyezi előtérbe, és kapcsolja hozzá a műveleteket, addig az Apáczaik és a Mozaik tankönyvek a műveletekhez kapcsolják a számot. Így összeadáskor 9-hez, 8-hoz, 7-hez ... 3-hoz, 2-höz ad számokat, kivonáskor 11-ből, 12-ből ... 17-ből, 18-ből vesz el számokat.

Jól látszik a két szemlélet közti különbség. Míg az Apáczaik és a Mozaik tankönyvek a műveleteket és azok különböző értelmezését elkülönítve, divergens módon kezelik, (gondolván, hogy a tanulók az egyes piciny részleteket jobban megértik, majd várja, hogy az elkülönített részek fogalmi rendszert alkossanak), addig a Műszaki tankönyvben a különböző értelmezések egymást erősítve alakítják ki az összeadás és a kivonás fogalmát, megmutatva a közöttük lévő inverz kapcsolatot is. Azaz a Műszaki tankönyv az új ismereteket igyekszik rögtön beépíteni a már meglévők rendszerébe. Mondhatjuk, hogy e tekintetben konvergenciára törekszik.

2. osztály:

A 2. osztályos tankönyvekben a tananyag túlnyomó részét most is a számkörbővítés (N-ben) teszi ki (NTK\_C 79%, Műszaki 79%, Apáczai 67%, Mozaik 74%), de a metodikai megvalósítás lényeges különbségeket mutat.

Az NTK\_C tankönyv először 20-tól 30-ig bővíti a számkört, majd 100-ig. Összeadást, kivonás végeztet 100-as számkörben, közben egyenlő tagok összeadásával előkészíti a szorzást, majd a szorzótáblákat veszi. A Műszaki tankönyv először megismerteti a kétjegyű számokat, majd fokozatosan bővíti a számkört (20→30→40→100), és minden lépésnél begyakoroltatja a számkörhöz kapcsolható alapszámveleteket; év végére a 200-as számkörbe jut. Az Apáczai tankönyv nagyon apró módszertani lépésekre bontja a számkörbővítést, az inverz műveleteket egymástól elkülönítve begyakoroltatja, majd a vegyes feladatok részben rávilágít a műveletek közötti kapcsolatokra. A Mozaik tankönyv egy lépésben bővíti a számkört 20-tól 100-ig, párhuzamosan gyakoroltatja az összeadást, kivonást, majd a második félévben a szorzást, osztást.

A mérések témakörben az előző korok tankönyveihez képest áttevődik a hangsúly a mértékváltásról magára a mérésre, melyet minden esetben megelőz a becslés.

## 2. Kérdések és feladatok

Számfeladatnak csak azokat a számokkal adott feladatokat tekintettem, amelyekben algebrai kifejezés, egyenlet vagy egyenlőtlenség van számokkal megadva. A többi feladatot a nem számfeladat osztályba soroltam, melyeknek részét képezik a szöveges feladatok. Szöveges feladatoknak azokat a feladatokat tekintettem, amelyekben a megoldandó probléma szöveggel van megadva.

1. osztály:

A tananyag építkezésének különbözősége miatt nagyon nehéz a tízesátlépéshez kapcsolódó, azonos tartalmakat lefedő részeket kiválasztani. Olyan részeket kívánok elemezni, amelyekben az összeadás és a kivonás egyaránt szerepel. Ezért az Apáczai és a Mozaik tankönyvből a műveletek külön-külön begyakorlása után következő *Gyakorló feladatok tízesátlépésre* (Apáczai tankönyv), illetve a *Gyakorlás* (Mozaik tankönyv) (2-2 oldal) fejezeteket választottam. Mivel ezek a fejezetek a témakör vége felé találhatóak, a Műszaki tankönyvből a *20 fogalma, számolás 20-ig* fejezetet (7 oldal), az NTK\_C-ből a *Gyorsabban, ügyesebben* fejezetet (21 oldal) választottam.

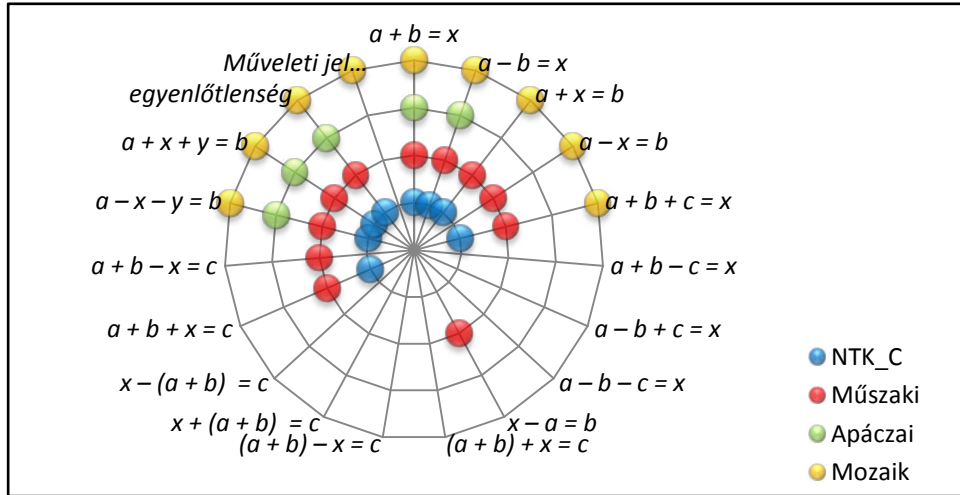
A tankönyvekben a szám- és szöveges feladatok aránya nagy eltéréseket mutat. Arányaiban a legkevesebb számfeladat a Műszaki tankönyvben van (14%), a legtöbb az Apáczaiakban (67%). Ez azt jelenti, hogy a problémamegoldással foglalkozó feladatok aránya pont fordított. (9. táblázat) A nem számfeladatok nagyobb részére jellemző, hogy a probléma nem csupán szöveggel adott.

9. táblázat  
A szöveges és számfeladatok, 1. osztály, 5. korszak

Tízesátlépés	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
Feladat összes (db)	79	22	12	17
Számfeladat (%)	44	14	67	35
Nem számfeladat (%)	56	86	33*	65
Ebből szöveges feladat (%)	36	22	17	6
Egyéb (%)	20	64	17	59

## Számfeladatok

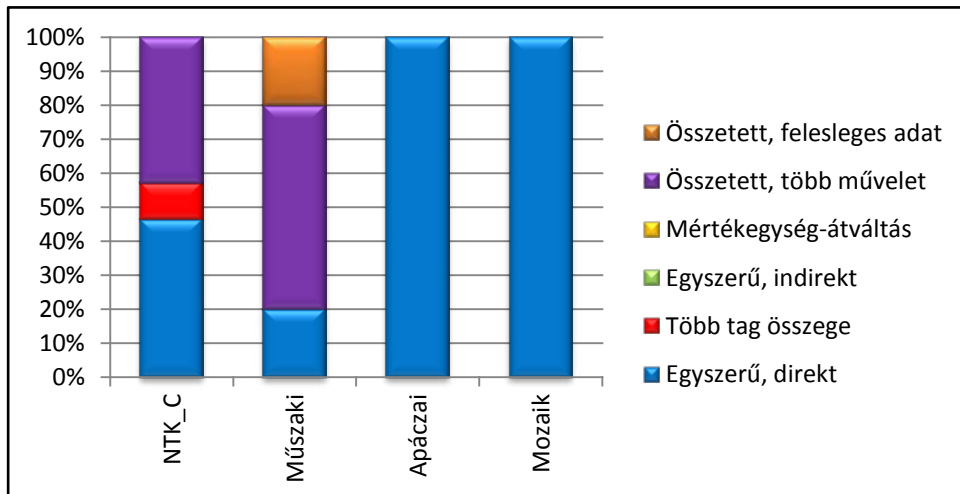
Öt feladattípust találtam, amely mindegyik tankönyvben szerepel:  $a + b = x$ ,  $a - b = x$ ,  $a - x - y = b$ ,  $a + x + y = b$ , valamint új elemként az egyenlőtlenségek megoldása. Két típus csak egy-egy tankönyvben fordul elő: az  $x - a = b$ , illetve a műveleti jel meghatározása. A zárójeles számfeladatok pedig mindegyik tankönyvből kimaradtak. (4. grafikon)



Számfeladatok típusainak megjelenése (N-ben), 1. osztály, 5. korszak

## Szöveges feladatok

A szöveges feladatok típusát tekintve két tankönyvben, az Apáczaiiban és a Mozaikban csak egyszerű, direkt szövegezésű feladatok vannak. A másik két tankönyvben megjelennek az összetett, több művelettel megoldható feladatok: az NTK\_C-ben 11%-ban, a Műszakiiban 60%-ban. Több tag összegének kiszámítására az NTK\_C 11%-ban ad feladatot, a Műszaki tankönyvben pedig található felesleges adatot tartalmazó feladat 20%-ban. (5. grafikon)



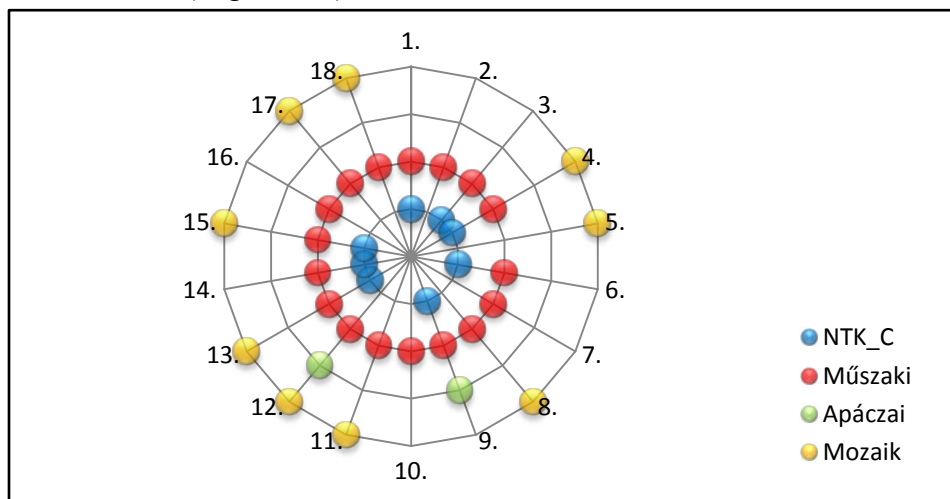
Szövegesfeladat-típusok százalékos előfordulása, 1. osztály, 5. korszak

Ezekből az adatokból nem látszanak az új matematikatanítási törekvések, ezért csoportosítottam a feladatokat aszerint is, hogy a tízesátlépésen túl milyen matematikai tartalom lelhető fel bennük.

A következő csoportokat alkottam:

- mindegyik tankönyvben megjelenő témák: Ilyet nem találtam.
- három tankönyvben megjelenő témák: A függvények, mértékegységek, sorozatok, számegegyenes, számok bontása több tagra.
- két tankönyvben megjelenő témák: A fele, a kétszerese, a mátrixok, a rejtvények, a számlálás, a táblázatok, a tájékozódás a síkban.
- egy tankönyvben megjelenő témák: Egyjegyű, kétjegyű számok, a halmazok, a logika (negáció, konjunkció), a paritás, a számszomszédok.

Tankönyvek szerint a Műszakiban 17, a Mozaikban 9, az NTK\_C-ben 8, az Apáczaiban csupán 2 téma lelhető fel (6. grafikon).



6. grafikon

Feladatok tartalma, 1. osztály, 5. korszak

1. egyenlőtlenség, 2. egyjegyű–kétjegyű szám, 3. fele, 4. függvény, 5. halmazok, 6. kétszerese, 7. logika (tagadás, konjunkció), 8. mátrix, 9. mértékegységek, 10. paritás, 11. rejtvény, 12. sorozat, 13. számegegyenes, 14. számlálás, 15. számok bontása több tagra, 16. számszomszédok, 17. táblázat, 18. tájékozódás síkban

2. osztály:

Az NTK\_C tankönyv vizsgált részében nem szerepel sem számfeladat, sem csak szöveggel adott feladat. A Műszaki és a Mozaik tankönyvek feladatai főleg a problémamegoldásra irányulnak. Amíg ezekben a tankönyvekben a számfeladatok 12%-át, illetve 13%-át adják a feladatoknak, addig az Apácza tankönyvben az említett arány 45%. A szöveges feladatok között a csak szöveggel adott feladatok aránya az Apácza és a Mozaik tankönyvben sokkal magasabb, mint az NTK\_C és a Műszaki tankönyvben (10. táblázat).

10. táblázat

A szöveges és számfeladatok, 2. osztály, 5. korszak

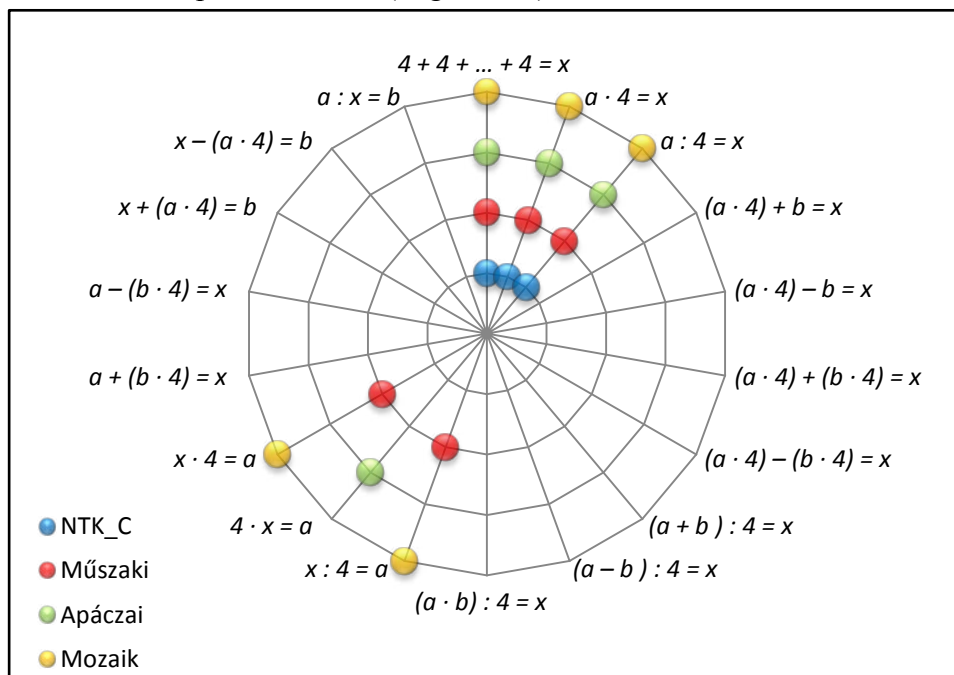
Szorzás, osztás 4-gyel	NTK_C	Műszaki	Apácza	Mozaik
Feladat összes (db)	15	26	20	15
Számfeladat (%)		12	45	13
Nem számfeladat (db)	100	88	55	87
Ebből szöveges feladat (%)		27	40	40
Egyéb (%)	100	62	15	47

### Számfeladatok

A számfeladatok az előző korszakokhoz képest még kisebb varianciát mutatnak. Összesen hat számfeladattípus jelenik meg a vizsgált fejzetben.

- Mindegyik tankönyvben megjelenő számfeladattípus három van: az ismételt összeadás ( $4 + 4 \dots + 4 = x$ ), a szorzás, illetve osztás 4-gyel ( $a \cdot 4 = x$ ,  $a : 4 = x$ ).
- Pontosán három tankönyvben megjelenő számfeladattípus nincs.
- Pontosán két tankönyvben megjelenő számfeladattípus a „melyik számot kell megszorozni/elosztani 4-gyel, hogy egy adott számot kapjak” típusok ( $x \cdot 4 = a$ ,  $x : 4 = a$ ).
- Csupán egy tankönyvben megjelenő számfeladattípus a  $4 \cdot x = a$ .

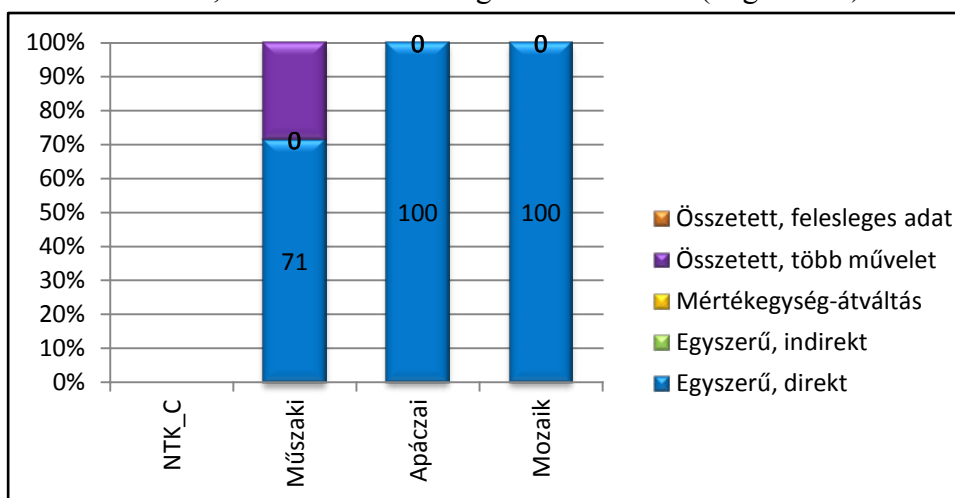
Tankönyvek szerint a Műszakiban és a Mozaikban 5, az Apáczaiban 4, az NTK\_C-ben 3 különböző számfeladattípus lelhető fel (7. grafikon).



7. grafikon  
Számfeladatok típusainak megjelenése (N-ben), 2. osztály, 5. korszak

### Szöveges feladatok

Az Apáczaik és a Mozaik tankönyvek csak szöveggel adott feladatai között kizárólag egyszerű, direkt szövegezésű feladatok vannak. A Műszaki tankönyvben a csak szöveggel adott feladatok 29%-a összetett, több művelettel megoldható feladat. (8. grafikon)



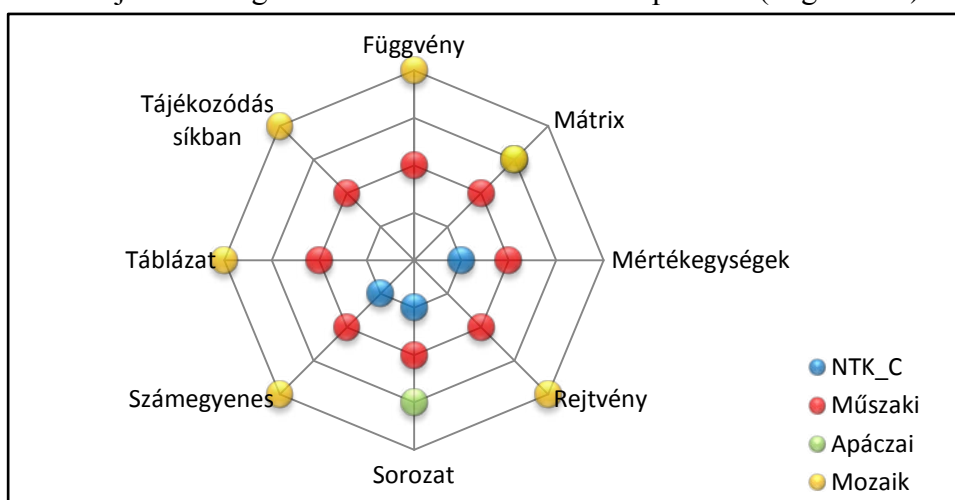
8. grafikon  
Szövegesfeladat-típusok százalékos előfordulása, 2. osztály, 5. korszak

Vizsgáltam a 4-es szorzótábla fejezetében az egyéb matematikai témák megjelenését is, ugyanis arra voltam kíváncsi, hogy mennyire épül be a szorzótábla tanítása a matematikai gondolkodásba.

Összesen nyolc területet különítettem el.

- Nincs olyan téma, amelyik mindegyik tankönyvben megjelenne.
- Pontosan három tankönyvben megjelenő téma a sorozatok és a számegyenes értelmezése, eszközszerű használata.
- Pontosan két tankönyvben jelenik meg a függvény fogalma, a mértékegységek, a rejtvény, a táblázat értelmezése, használata és a tájékozódás a síkban.
- Nincsen csak egyetlen tankönyvben megjelenő témakör.

A tankönyvek szerint a Műszakiban 8, a Mozaikban 6, az NTK\_C-ben 3, az Apáczaiban csupán 2 témakör jelenik meg a 4-es szorzótáblával összekapcsolva (9. grafikon).



9. grafikon  
Feladatok tartalma, 2. osztály, 5. korszak

### 3. osztály:

Az írásbeli összeadás tanítását tekintve a Műszaki tankönyvben a számfeladatok és nem számfeladatok közel fele-fele arányban fordulnak elő. A többi tankönyvben kevesebb számfeladat van, mint egyéb. A szöveggel adott feladatok aránya az NTK\_C tankönyvben a legmagasabb. A többi tankönyvben a csak szöveggel megadott és az egyéb feladatok aránya közelít egymáshoz.

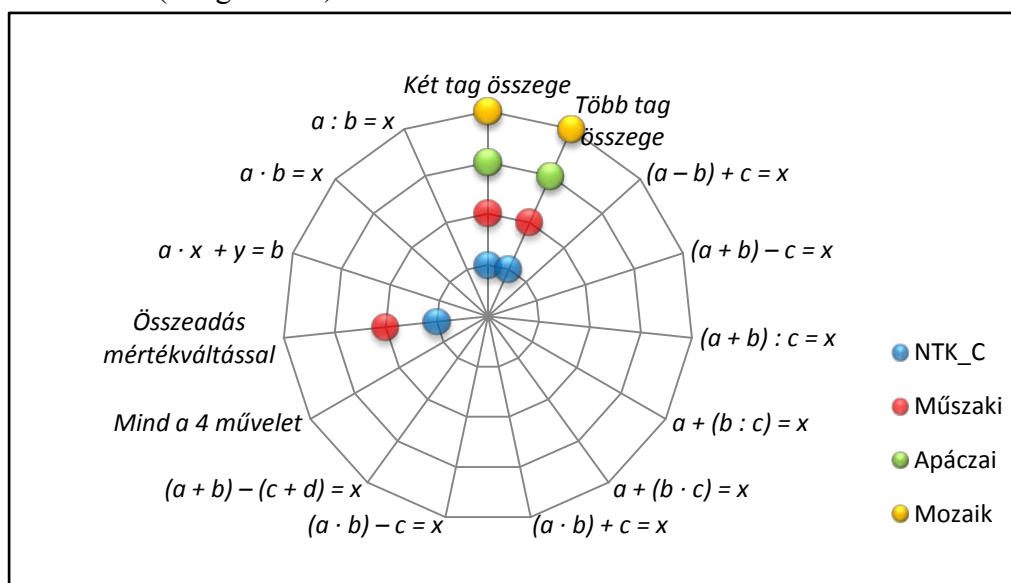
A vizsgált fejezetben mindegyik tankönyvben megjelennek a mintapéldák. Ezeket is besoroltam a szám- vagy nem számfeladatok közé. A mintapélda sorában lévő számok azt mutatják, hogy a témakör feladatainak hány százaléka a mintapélda. (11. táblázat)

11. táblázat  
A szöveges és számfeladatok, 3. osztály, 5. korszak

Összeadás írásban	NTK_C	Műszaki	Apácza	Mozaik
Feladat összes (db)	14	21	48	33
Számfeladat (%)	36	48	25	42
Nem számfeladat (%)	64	52	75	58
Ebből szöveges feladat (%)	43	24	35	27
Egyéb (%)	21	29	40	30
Mintapélda (%)	14	29	8	12

## Számfeladatok

Mind a négy tankönyvben megjelenő számfeladat ebben a fejezetben a két vagy több tag összege. Két tankönyvben, az NTK\_C-ben és a Műszakiban megjelenik az összeadás mértékváltással is. (10. grafikon)



10. grafikon  
Számfeladatok típusainak megjelenése (N-ben), 3. osztály, 5. korszak

## Szöveges feladatok

A szöveges feladatok között az Apáczai és a Mozaik tankönyvekben csak egyszerű direkt szövegezésű feladatok jelennek meg. Az NTK\_C és a Műszakiban találtam olyan szöveges feladatokat, melyek több tag összegét számoltatják ki, a Műszakiban pedig a feladatok közel fele indirekt szövegezésű. Összetett, több művelettel megoldható, illetve összetett, felesleges adatot tartalmazó feladatok ebben a részben nem szerepelnek. (12. táblázat)

12. táblázat  
A szövegesfeladat-típusok, 3. osztály, 5. korszak

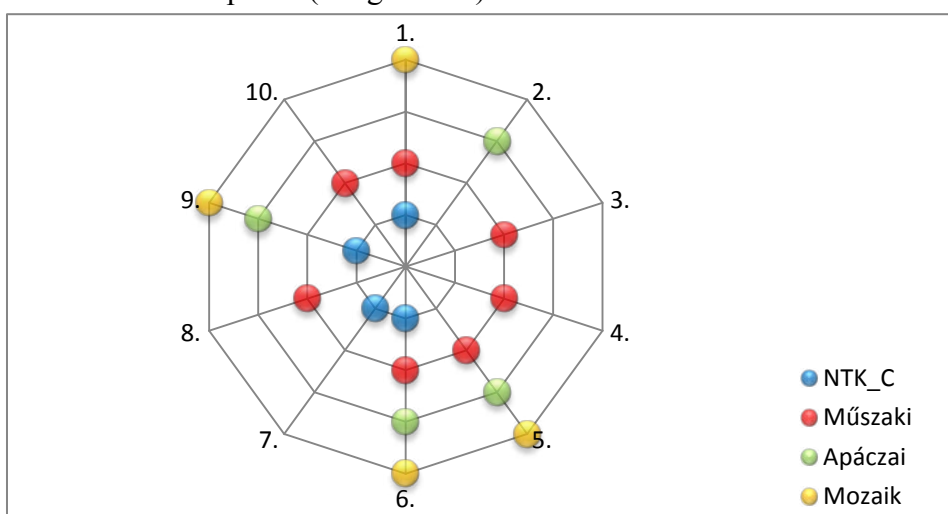
Összeadás írásban (%)	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
Egyszerű, direkt	60	31	100	100
Több tag összege	40	23		
Egyszerű, indirekt		46		
Összetett, több művelet				
Összetett, felesleges adat				

A feladatokhoz kapcsolódó egyéb matematikai témakörök megjelenése:

Összesen tíz területet különítettem el.

- Mindegyik tankönyvben szerepel rejtvény típusú feladat.
- Pontosán három tankönyvben megjelenő téma az egyenlet, egyenlőtlenség témaköre, a pénzhasználat, a táblázat használata.
- Nincs olyan témakör, amelyik pontosan két tankönyvben jelenne meg.
- Csak egyetlen tankönyvben megjelenő témakör: 1. függvény, reláció, 2. kombinatorika, 3. mérések, mértékegység, 4. statisztika, 5. számelmélet, 6. tájékozódás a síkban.

A tankönyvek szerint a Műszakiban 7, a többi tankönyvben 4-4 témakör jelenik meg az írásbeli összeadás tanítása kapcsán (11. grafikon).



11. grafikon

Feladatok tartalma, 3. osztály, 5. korszak

1. egyenlet, egyenlőtlenség, 2. függvény, reláció, 3. kombinatorika, 4. mértékegység, 5. pénz, 6. rejtvény, 7. statisztika, 8. számelmélet, 9. táblázat, 10. tájékozódás síkban

4. osztály:

A törtek tanítása témakörben a számfeladatok arányát figyelve azt tapasztaltam, hogy az NTK\_C tankönyvben mindössze 1 számfeladat található, a Műszaki tankönyvben egy sem. Az Apáczaik (14%) és a Mozaik (20%) tankönyvekben is kevesebb, mint más témakörök esetében. Ez azért van, mert ezen a szinten főleg a fogalmak előkészítése, szemléleti alapozása a cél, a tapasztalatgyűjtés igényével. Ezért a feladatok túlnyomó része valamilyen tárgyi tevékenységhez kapcsolódik, például színezés, hajtogatás, kimérés, kirakás, rajzolás, illetve mértékegységváltás.

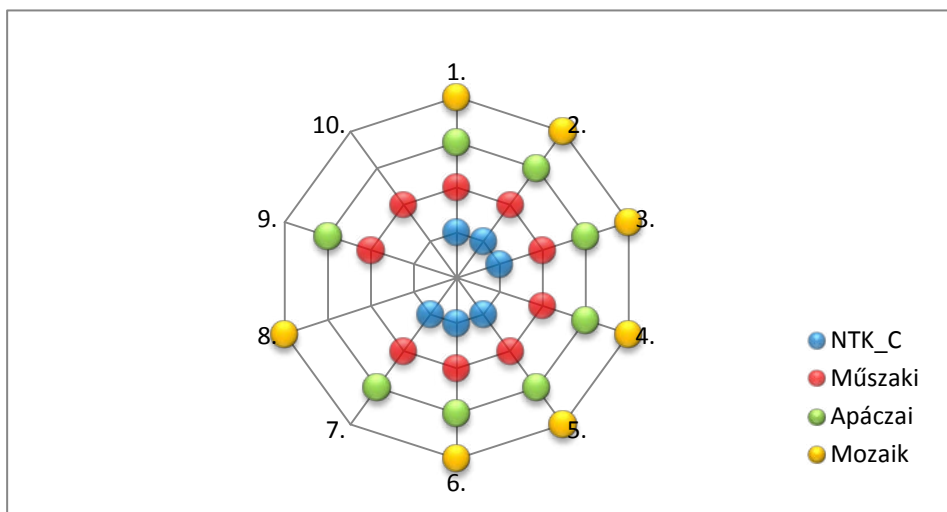
A törtek tananyagot tíz résztémára bontottam. Ezek közül a tört értelmezése, a törtrész előállítás, meghatározása, a különböző nevezőjű törtrészek összehasonlítása tevékenységgel, az egy egésznél kisebb tört kiegészítése egy egészszé mindegyik tankönyvben szerepel. (12. grafikon)

Az azonos nevezőjű törtrészek összehasonlítása tevékenységgel csak az NTK\_C tankönyvben, az egy egésznél nagyobb törtek a Mozaik tankönyvben nem szerepel. Tört bővítése csak a Mozaik, az azonos nevezőjű törtek összeadása, kivonása csak a Műszaki tankönyvben szerepel.

A nem számfeladatok típusainak körét kibővítettem egy új kategóriával, amelybe azokat a feladatokat soroltam, amelyeknek a megoldása tárgyi manipulációhoz kötött. Az összes tankönyv feladatainak átlagát figyelve a legnagyobb arányban ilyen feladatok szerepelnek: a Mozaikban (67%), majd az Apáczaikban (65%), az NTK\_C-ben (55%) és a Műszakiban (41%).

A tankönyvek vizsgált fejezeteiben a mértékegység-átváltással kapcsolatos feladatok aránya: az Apáczaik tankönyvben 33%, a Műszakiban 27%, az NTK\_C-ben 24%. A Mozaik tankönyv nem tartalmaz ilyen feladatot.





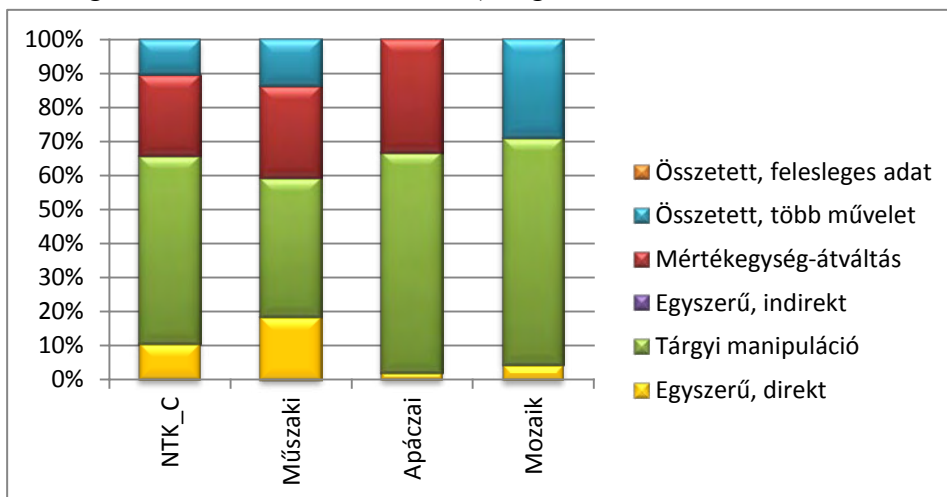
12. grafikon

Törtek témakörhöz kapcsolódó feladattípusok megjelenése ( $R^+$ ), 4. osztály, 5. korszak

1. a tört értelmezése, 2. törtrész előállítás tevékenységgel, 3. törtrész meghatározása tevékenységgel, 4. azonos nevezőjű törtrészek összehasonlítása tevékenységgel, 5. különböző nevezőjű törtrészek összehasonlítása tevékenységgel
6. Egy egésznél kisebb pozitív tört kiegészítése egy egészszé, 7. Egy egésznél nagyobb tört, 8. tört bővítése, 9. azonos nevezőjű törtek összeadása, 10. azonos nevezőjű törtek kivonása

Az összes tankönyv feladatainak átlagában a harmadik az összetett, több művelettel megoldható feladatok. Ez a típus a Mozaik tankönyvben 29%-ban, a Műszakiban 14%-ban, az NTK\_C-ben 11%-ban fordul elő, az Apáczai tankönyvben nincs ilyen feladat.

A legkisebb arányban az egyszerű, direkt szövegezésű feladatok szerepelnek. A Műszaki tankönyvben 18%, az NTK\_C-ben 11%, a Mozaikban 4% és az Apáczai tankönyvben mindössze 2%-ban. Ebben a témakörben egyik tankönyvben sem szerepel egyszerű, indirekt, továbbá összetett, felesleges adatot tartalmazó feladat. (13. grafikon)



13. grafikon

A nem számfeladat típusainak százalékos előfordulása, 4. osztály, 5. korszak

### 3. A szakszavak előfordulásának vizsgálata

1. osztály:

Arányaiban oldalanként az Apáczai és a Mozaik tankönyvek tartalmazzák a legtöbb szakszót, majd a Műszaki és az NTK\_C (13. táblázat).

13. táblázat  
Szakszavak száma, 1. osztály, 5. korszak

Tízestlépés	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
Oldalak száma	21	7	2	4
Szakszavak száma	16	12	4	8
Egy oldalra jutó szakszavak száma	0,8	1,7	2,0	2,0

A különböző szakszavak megjelenését vizsgálva változik a sorrend. A legtöbbféle szakszó az NTK\_C (16) tankönyvben van, majd a Műszakiban (12), a Mozaikban (8) és az Apáczaiában (4). Átlagosan az egy oldalra jutó különböző szakszavak száma 1,6. Ettől legnagyobb mértékben az NTK\_C tankönyv tér el.

Nincs olyan szakszó, amelyik mindegyik tankönyvben megjelenne a vizsgált fejezetben. Három tankönyvben fordul elő a *kivonás*, a *pótol* és a *számegyenés* szó.

2. osztály:

A 4-es szorzótábla fejezetében arányaiban a Mozaik tankönyv tartalmazza a legtöbb szakszót, oldalanként majdnem kettőt; a Műszaki és az NTK\_C úgy, mint első osztályban, közel azonos számút; az Apáczai pedig a legkevesebbet (14. táblázat). Átlagosan az egy oldalra jutó különböző szakszavak száma 0,9. Ettől legnagyobb mértékben a Mozaik tankönyv tér el.

14. táblázat  
Szakszavak száma, 2. osztály, 5. korszak

Szorzás, osztás 4-gyel	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
Oldalak száma	7,0	8,0	6,0	4,0
Szakszavak száma	5	6	3	7
Egy oldalra jutó szakszavak száma	0,7	0,8	0,5	1,8

A különböző szakszavak megjelenését illetően sem változik a sorrend. A legtöbb különböző szakszó a Mozaik (7) tankönyvben szerepel, majd a Műszakiban (6), az NTK\_C-ben (5) és az Apáczaiában (4). Itt sincs olyan szakszó, amelyik mind a négy tankönyvben szerepelne. Három tankönyvben is csak kettő-kettő fordul elő: a *negyed*, *negyed része* és az *osztás*.

3. osztály:

A írásbeli összeadás fejezetekben arányaiban a Mozaik tankönyv tartalmazza a legtöbb szakszót, oldalanként több mint kettőt; a Műszaki és az NTK\_C ugyanúgy, mint első és második osztályban, azonos számút; az Apáczai a legkevesebbet (15. táblázat). Átlagosan az egy oldalra jutó különböző szakszavak száma 1,7. Ettől legnagyobb mértékben, negatív irányban, az Apáczai tankönyv tér el.

15. táblázat  
Szakszavak száma, 3. osztály, 5. korszak

Összeadás írásban	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
Oldalak száma	6,0	10,0	12	8
Szakszavak száma	11	18	11	18
Egy oldalra jutó szakszavak száma	1,8	1,8	0,9	2,3

Mind a négy tankönyvben hat szakszó szerepel: a *becslés*, *becsült érték*, az *írásbeli összeadás*, az *összeg*, a *száz*, *tíz* szavak. Három tankönyvben hat szakszó fordul elő: ezek

az egyes, a háromjegyű szám, a helyiérték, a nyitott mondat, a szószavakra, tízesekre kerekített érték.

4. osztály:

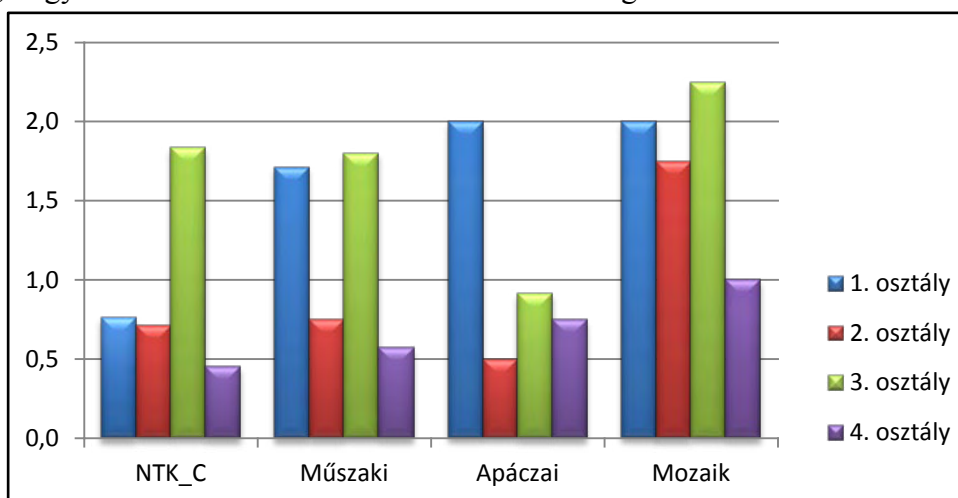
A törtekkel foglalkozó fejezetekben is arányaiban oldalanként a Mozaik tankönyv tartalmazza a legtöbb szakszót, átlagosan minden oldalon egyet-egyét. A további sorrend az Apáczai, Műszaki és az NTK\_C. Ez utóbbi kettő e tekintetben ugyanúgy, mint eddig, alig tér el egymástól. (16. táblázat) Átlagosan az egy oldalra jutó különböző szakszavak száma ~0,7. Ettől legnagyobb mértékben a Mozaik tankönyv tér el.

16. táblázat  
Szakszavak száma, 4. osztály, 5. korszak

Törtek	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
Oldalak száma	11,0	7,0	8	6
Szakszavak száma	5	4	6	6
Egy oldalra jutó szakszavak száma	0,5	0,6	0,75	1

Mind a négy tankönyvben egyetlen egy szakszó fordul elő, ez a *valahányad (rész)*. Három tankönyvben négy szakszó szerepel: ezek az *egész*, a *nevező*, a *számláló* és a *törtvonal*.

A 14. grafikonon jól látható, hogy egy-egy tankönyvcsaládon belül is mennyire nincs törekvés arra, hogy az egyes évfolyamokon megjelenő szakszavak oldalankénti aránya az életkor növekedésével vagy stagnáljon, vagy csak kismértékben növekedjen. Ugyanakkor az is látszik, hogy nem a matematikai tartalom határozza meg a szakszavak oldalankénti arányát.



14. grafikon  
Egy oldalra jutó szakszavak száma, 5. korszak

#### 4. Az illusztrációk jellemzői (könyvészeti szempontok)

A tankönyvek az előző korszak tankönyveihez képest, köszönhetően a nyomdatechnika fejlődésének, szebbek, színesebbek lettek. Mindegyik tankönyvcsalád egységes tipográfiával, négyszínynyomással, sok-sok illusztrációval készült.

1. osztály:

A vizsgált fejezetben átlagosan 3,5 illusztráció jut egy oldalra. Tulajdonképpen minden feladathoz tartozik illusztráció. Oldalanként a legtöbb illusztrációt a Mozaik tankönyv tartalmazza. Az illusztrációk zöme csak képi, nem tartalmaz szöveget, irányítja a

megfigyelést, és aktív tevékenységhez kapcsolódik. A csak motiváló és a matematikai tartalomtól független illusztrációk száma visszaszorult, de még így is az Apáczaik tankönyvben az összes illusztráció harmad részét, a Műszakiban az ötödrészét teszi ki. (17. táblázat)

17. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 1. osztály, 5. korszak

Helyiérték-átlépés	NTK_C	Műszaki	Apáczaik	Mozaik
Oldalszám	21	7	2	4
Illusztráció száma (db)	43	27	6	21
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	2,0	3,9	3,0	5,3
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)	30	48	83	14
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)	21	22	17	24
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)	30	26		57
Szöveges illusztráció (%)	19	4		5
Irányított megfigyelés (%)	33	81	67	76
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)	37			24
Szemléleti igazolás (%)	25			
Motiváló illusztráció (%)	5	19	33	
Aktív tevékenységhez kapcsolódik (%)	74	81	50	100
Passzív ismeret felelevenítése (%)	5			
Irányítja a tanulási folyamatot (%)	19		17	
Független a matematikai tartalomtól (%)	2	19	33	

2. osztály:

A vizsgált fejezetben átlagosan 3,2 illusztráció jut egy oldalra. Ettől a legnagyobb mértékben negatív irányban az NTK\_C, pozitív irányban az Apáczaik tankönyv tér el. Az illusztrációk túlnyomó többsége ezen az évfolyamon a vizsgált témakörben főleg képi, kevés szöveget tartalmaz, általában irányítja a megfigyelést, és aktív tevékenységhez kapcsolódik. A csak motiváló és a matematikai tartalomtól független illusztrációk száma az Apáczaik tankönyvben az első osztályos tankönyvhöz képest megnőtt, majdnem eléri az összes illusztráció felét. (18. táblázat)

18. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 2. osztály, 5. korszak

Szorzás, osztás 4-gyel	NTK_C	Műszaki	Apáczaik	Mozaik
Oldalszám	7,0	8,0	6,0	4,0
Illusztráció száma (db)	10	29	25	15
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	1,4	3,6	4,2	3,8
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)	60	31	92	47
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)	20	41	4	
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)	20	28		53
Szöveges illusztráció (%)			4	
Irányított megfigyelés (%)	70	69	36	73
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)	10	7		7
Szemléleti igazolás (%)		7	16	13
Motiváló illusztráció (%)	20	17	48	7
Aktív tevékenységhez kapcsolódik (%)	60	76	48	73
Passzív ismeret felelevenítése (%)	10			13
Irányítja a tanulási folyamatot (%)	20	7	4	7
Független a matematikai tartalomtól (%)	10	17	48	7

### 3. osztály:

A tankönyveket összehasonlítva a vizsgálati anyagban az egy oldalra jutó illusztrációk száma közeledik egymáshoz. Átlagosan 2,9 illusztráció jut egy oldalra. Az illusztrációkban megnő a szöveges elem aránya. Az illusztrációk kevésbé irányítják a megfigyelést, mint az előző évfolyamokon. A Műszaki és az Apáczei tankönyvek illusztrációinak csaknem a fele a passzív ismeret felelevenítése. Ezzel szemben az NTK\_C-tankönyv illusztrációi főleg aktív tevékenységhez kapcsolódnak, és irányítják a tanulási folyamatot. A csak motiváló illusztrációk száma Műszaki és Apáczei tankönyvekben magas, a matematikai tartalomtól független illusztrációk száma viszont visszaszorult, csak az Apáczei és a Mozaik tankönyvben jelennek meg ilyen típusúak. (19. táblázat)

19. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 3. osztály, 5. korszak

Összeadás írásban	NTK_C	Műszaki	Apáczei	Mozaik
Oldalszám	6,0	10,0	12,0	8,0
Illusztráció száma (db)	18	22	40	25
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	3,0	2,2	3,3	3,1
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)		50	25	4
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)		14	13	24
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)	11	27	38	32
Szöveges illusztráció (%)	89	9	25	40
Irányított megfigyelés (%)	83	32	42	36
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)	11	27	18	44
Szemléleti igazolás (%)	6		8	
Motiváló illusztráció (%)		41	32	20
Aktív tevékenységhez kapcsolódik (%)	72	32	32	32
Passzív ismeret felelevenítése (%)	6	41	47	24
Irányítja a tanulási folyamatot (%)	22	27	13	40
Független a matematikai tartalomtól (%)			8	4

### 4. osztály:

A törtek fejezeteiben az egy oldalra jutó illusztrációk átlagos száma eléri az első osztályos tankönyvét (3,5). Az NTK\_C tankönyv messze lemarad ettől az átlagtól. A maradék három tankönyvben az egy oldalra jutó illusztrációk átlagos száma 4,2. Ezt a jelenséget a témakör (törtek) indikálja: a törtfogalom kialakításához a szemléleti alapozás elengedhetetlen. Az illusztrációk többségében nincs vagy kevés a szöveges elem. Az illusztrációk túlnyomó többsége irányítja a megfigyelést, és aktív tevékenységhez kapcsolódik. Ezen az évfolyamon is az Apáczei tankönyvekben a legmagasabb a csak motiváló és a matematikai tartalomtól független illusztrációk aránya. (20. táblázat)

20. táblázat  
Az illusztrációk jellemzői, 4. osztály, 5. korszak

<b>Törték</b>	<b>NTK_C</b>	<b>Műszaki</b>	<b>Apácjai</b>	<b>Mozaik</b>
Oldalszám	11,0	7,0	8,0	6,0
Illusztráció száma (db)	19	28	33	26
Egy oldalra jutó illusztrációk száma	1,7	4,0	4,1	4,3
Az illusztrációban nincs szöveges elem (%)	58	57	40	27
50%-nál kevesebb a szöveges elem (%)	21	14	33	62
50%-nál nem kevesebb a szöveges elem (%)	16	21	18	4
Szöveges illusztráció (%)	5	8	9	8
Irányított megfigyelés (%)	79	61	76	92
Szemléltetésre támaszkodó magyarázat (%)	16	32	6	8
Szemléleti igazolás (%)	0	0	0	0
Motiváló illusztráció (%)	5	7	18	0
Aktív tevékenységhez kapcsolódik (%)	63	39	64	88
Passzív ismeret felelevenítése (%)	11	18	24	12
Irányítja a tanulási folyamatot (%)	26	43	0	0
Független a matematikai tartalomtól (%)	0	0	12	0

## **2. 10. A matematika-tankönyvek tananyagának változásai**

Ebben a fejezetben meghatározott korszakokra vonatkozóan (a mechanikus bevésés időszakában, a XVI–XVII. században, a matematika oktatásának kötelezővé tételének, a két Ratio Educationisnak az időszakában, majd az 1883-tól 2010-ig terjedő időintervallumban) feltártam, elemeztem korszakonként az elmúlt több száz év alapozó szintű számtan-, számтан-mértan, illetve matematika-tankönyvei tananyagának változását, tartalmi összefüggéseit.

Az utóbbi egy és negyed századot további öt korszakra bontva, korszakonként feltártam a módszertani tendenciákat négy kategóriában:

- a tematikában, a tananyagszerkesztésében,
- a kérdések és feladatok szerkesztésében, a feladatválasztásban
- a szakszavak fontosságának megítélésében, használatában,
- az illusztrációk funkciójában.

Az öt korszak a következő: az első a XIX-XX. század fordulójának időszaka, a második a két világháború közötti időszak, a harmadik az iskolarendszer átforgálásának időszaka, a negyedik az egytankönyvűséggel jellemezhető időszak, s végül az ötödik a XX-XXI. század fordulójának időszaka.

Első osztályos tankönyvektől negyedik osztályosokig válogattam a tankönyvek közül, ügyelve arra, hogy azok egy-egy tankönyvcsaládhoz tartozzanak. Egy-egy korszakban mindegyik évfolyamon maximum öt tankönyvcsaládot választottam a vizsgálathoz. Összesen 72 tankönyvet elemeztem. A következőkben ezen elemzéseknek a tanulságait összegezem a fenti négy szempont szerint.

### **2. 10. 1. A tematikában bekövetkezett változások**

Az említett egy és negyed században az elemi szintű matematika tanítása egységes abban, hogy az első négy évben a lehangsúlyosabban a számfogalmat kívánja kialakítani, a számkör

fokozatos bővítésével, a fejszámolás és az írásbeli számolás megtanításával a természetes számok halmazán.

#### *A számkör fokozatos bővítése*

Az első magyar nyelvű számtankönyvek mindjárt a könyvek elején egy lépésben bevezették a tanítani kívánt számkört (N-ben) általában 1-től  $10^8$ -ig (százmillió nagyságrend). Ebben az időszakban a szám- és műveletfogalom alakítását még teljes egészében különválasztották. A tankötelezettség bevezetésével már a két Ratio Educationis korában a tankönyvek meghatározott korosztály számára készültek, ami indítéka lehetett a számkör fokozatos bevezetésének, amely magával hozta a műveletek fokozatos bevezetését is.

A XIX-XX. század fordulójának időszakától a század közepéig a vizsgált tankönyvcsaládokhoz nem tartozott első osztályos tankönyv, de a tantervekből és a tankönyvcsaládokhoz tartozó vezérkönyvekből tudni lehet, hogy első osztályban 20-ig vagy 30-ig bővítették a számkört. E tekintetben változást hozott az iskolarendszer átformálásának időszaka (1947–), amikor már az első osztályban 100-as számkörben számoltak. A tanult számkört két részre tagolták, tízes- és száz-as számkörre. Az első általános iskolai tankönyvben és attól kezdve fokozatosan a mai tankönyvekig a számkörbővítésre szánt terjedelem aránya növekszik, a száz-as számkörre fordított terjedelem aránya csökken. A 4. korszakbeli első tankönyvek (a Csáki0,1) már csak kitekintenek 100-ig, a korszak második felében a Csáki–Géczy1 tankönyvből teljesen kimarad ez a témakör, majd a Csáki–Géczy2 visszaveszi, de már csak feleakkora terjedelemarányban, mint a Csáki0. A mai tankönyvek közül az NTK\_C tankönyv kivételével, kis terjedelemben mindegyik kitekint a 100-as számkörre. (1. táblázat)

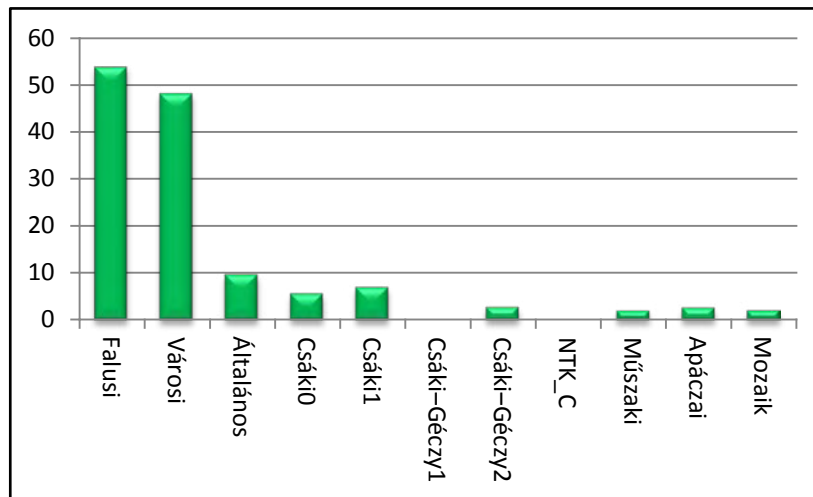
1. táblázat

A számkörbővítés témakör százalékos előfordulása, 1. osztály, 1947–2010

Számkörök (N-ben)%	Falusi	Városi	Általános	Csáki0	Csáki1	Csáki–Géczy1	Csáki–Géczy2	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
10-es számkör	23	22	49	46	47	51	68	83	50	52	46
20-as számkör	54	48	23	40	40	16	13	13	40	34	32
100-as számkör			10	6	7		3		2	3	2
<b>Számkörbővítés</b>	<b>77</b>	<b>70</b>	<b>82</b>	<b>92</b>	<b>94</b>	<b>67</b>	<b>84</b>	<b>96</b>	<b>92</b>	<b>89</b>	<b>80</b>
Számkörbővítés átlaga	76		84				90				

A száz-as számkörre (N-ben) fordított terjedelem aránya fokozatosan csökken. Amíg a Falusi tankönyv a teljes terjedelemnek több mint a felében foglalkozik a témakörrel, addig a mai tankönyvek átlagosan csak 2%-ban. (1. grafikon)





1. grafikon

A százas számkör (N-ben) tanításának tankönyvi terjedelme %-ban, 1. osztály, 1947–2010

A 2. osztályban is mindegyik tankönyvben a számkör bővítésére – ezzel együtt a négy alpművelet begyakoroltatására, a műveletfogalom alakítására – fektetik a legnagyobb hangsúlyt a szerzők, de más-más módszertannal. Az első két korszakban a szám- és műveletfogalom alakítását párhuzamosan végezték, de a számkörbővítés lépéseiben voltak különbségek. Császár, Szirmai, Schultz és Beke tankönyveiben látszik, hogy igyekeztek megtalálni az optimális utat a számkör fokozatos bővítésére. Szirmai és Schultz egyenlő lépésközökkel, 10-esével, illetve 20-asával bővítik a számkört. Császár és Beke váltakozó, egyre nagyobb lépésekben. Császár tízesével bővíti a számkört 50-ig, majd onnan egy nagy lépéssel 100-ig. Beke fokozatosan növekvő lépésekben bővíti a számkört, az első időszakban ötösével, majd tízesével, majd 20-szal, végül 30-cal (20→25→30→40→50→70→100). A fogalomalkotás szempontjából igen hatékonynak tartom ezt a módszert, mert kis számkörben begyakorolják az analóg műveleteket, így később nagyobb lépésekben tudnak haladni.

A 2. korszakban a Szirmai tankönyv számkörbővítésének didaktikai megfontolásait követik. Mindegyik tankönyv tízesével bővíti a számkört, és mindegyik számkörben begyakorolják a négy alpműveletet.

A 3. korszakban az 1. osztályos Falusi és Városi kötetben bővül a tananyag 100-as számkörre, de mintha nem ismerték volna a 2. osztályos tankönyvek szerzői az 1. osztályos tankönyveket, ugyanis 2. osztályban tízes lépésenként, fokozatosan újra kezdik 100-ra bővíteni a számkört. A Budapesti tankönyv egy lépésben 100-ig bővíti a számkört, ezután 20-as számkörben összead, kivon, majd 100-as számkörben, az 1. osztályos tananyagszerkesztéssel ellentétesen, élesen elkülöníti az összeadást és a kivonást, amivel részben visszatért a XVIII. századi tananyagszerkesztés hagyományaihoz. A tankönyvből nem derül ki egyértelműen, hogy a 100-as számkör ismertetését új tananyagnak vagy ismétlésnek szánja.

A 4. korszak elején a Nagy0,1 tankönyvek törekednek visszaállítani a XX. század elején bevett gyakorlatot. Visszatérnek a szám- és műveletfogalom párhuzamos alakításának hagyományához, és tízesével fokozatosan bővítik a számkört, ezzel együtt természetesen mindegyik számkörben a négy alpműveletet gyakoroltatják. A korszak második felében ezzel ellentétesen a Csáki–Géczy1,2 tankönyvek, az 1947-es Budapesti tankönyv módszertani felépítését követve, rögtön 100-ra bővítik a számkört. Látszólag ez egyszerű másolás vagy visszalépés, de ha figyelembe vesszük a második tanév elejei előismereteket, mai szemmel inkább a módszertani tévedés látszik jobb kifejezésnek. A Budapesti tankönyv előzménye a 100-as számkörben biztos tájékozottság. A 4. korszak időszakában az első osztályban csak

20-as számkörben számoltak, nem jutottak el a 100-as számkörig. Az első osztályos Csáki-Géczy1 tankönyvben csak a 20-as számkör szerepel, a Csáki-Géczy2 a tankönyv 3%-nyi terjedelmében ugyan kitekint a 100-as számkörre, de a műveleteket nem gyakoroltatja be.

A Csáki-Géczy1,2 tankönyv módszertani gyakorlatát követi a kiválasztott mai tankönyvek közül az Apáczai és a Mozaik tankönyv. Az NTK\_C tankönyv a számkört 20→30→100 lépésekben, a Műszaki tankönyv 20→30→40→100→200 lépésekben bővíti. A vizsgált tankönyvekben csak ez utóbbiban fordul elő, hogy 2. osztályban 200-as számkörben dolgoznak a tanulók. (2. táblázat)

2. táblázat  
A számkör 100-ra bővítésének lépései (N-ben), 2. osztály, 1883–2010

Számkör	1. korszak					2. korszak					3. korszak			4. korszak		5. korszak						
	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító1	Ambros	Földes	Ligárh	Sziklás	Több tanító2	Falusi	Városi	Bp.	Nagy0	Nagy1	Csáki-Géczy1	Csáki-Géczy2	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik	
	1883	1893	1899	1903	1893	1921	1921	1930	1925	1933	1948	1948	1951	1954	1962	1963	1976	2010	2010	2010	2010	
0-20											0-100											
20-30																						
30-40																						
40-50																						
50-60																						
60-70																						
70-80																						
80-90																						
90-100																						

A harmadik osztályos tananyag nagy részét is a számkörbővítés és a négy alapművelet ezres számkörben teszi ki. Kivéve a Műszaki tankönyvet, mert ezres számkör helyett, hasonlóan a 2. osztályos tankönyvhöz, kétezerig bővíti a számkört azért, hogy nagyobb tere legyen a műveletek elvégzésére. A számkörbővítésre két metodikai irány mutatkozik. Az egyik egy lépésben bővíti a számkört, ez jellemző az 1., 4., 5. korszak könyveire, valamint Ambros és a Több tanító2 tankönyvekre. A másik fokozatosan bővíti a számkört, ez esetben a lépések között mutatkozik eltérés. (3. táblázat)

4. osztályban a számkört 1947-ig (1-2. korszak) egy lépésben egymillióig bővítették (N-ben), építve a helyiérték-táblázatra és a tanulók analóg gondolkodására. Baranyai (1947) mereven, a 2., 3. osztályhoz hasonlóan, lépésekben bővíti a számkört egymillió felett is. A Gaál és a Gaál-Váli tankönyv százezerig egy lépésben bővíti a számkört, majd százezertől egymillióig egy másik lépésben. Tantárgy-pedagógiai szempontból ez a tagolás nehezen magyarázható, hiszen ha a tanuló már megértette a számkörbővítéshez kapcsolódó analógiákat százezres számkörben, akkor a nagyobb számkörökben a kisebb tagolás már értelmét veszti. Mindegyik tankönyvben természetesen a helyiértékekre építve bővítik a számkört, de külön fejezetként csak a Baranyai tankönyvben jelenik meg a számkörbővítés összefoglalásaként.

A mai tankönyvek csak százezerig bővítik a számkört, az Apáczai egy lépésben, a többi tankönyv két lépésben, az NTK\_C és a Mozaik szinte azonosan. (4. táblázat)

3. táblázat

A számkörbővítés lépései (N-ben) és százalékos aránya (a tankönyv terjedelméhez képest), 3. oszt., 1883–2010

Témakör	1. korszak					2. korszak					3. korszak	4. korszak		5. korszak				
	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító1	Ambros	Földes	Ligárth	Szikiás	Több tanító2	Falusi	Városi	Váli	Gaal-Váli	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
	1883	1893	1899	1897	1905	1924	1924	1929	1923	1933	1947	1948	1951	1974	2010	2010	2010	2010
Év eleji ismétlés 1-100		6	9	8	12		16	9	8		10	14	13	12	37	23	12	14
A számkör bővítése	100-200						5	8	6		7	14						
	200-300						9	4			6	12						
	300-400						10	5	3		10	37						
	400-500																	
	500-600	8	9	17	13	5		5	2	12		5	11	15	4	8	7	9
	600-700																	
	700-800						9				18							
	800-900							4	4			19						
	900-10 <sup>3</sup>																	

4. táblázat

A számkörbővítés lépései (N-ben) és százalékos aránya (a tankönyv terjedelméhez képest), 4. osztály, 1883–2010

Témakör	1. korszak					2. korszak					3.	4. korszak		5. korszak			
	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító1	Ambros	Földes	Ligárth	Kiss	Több tanító2	Baranyai	Gaal	Gaal-Váli	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
	1883	1893	1899	1898	1906	1921	1924	1930	1923	1933	1947	1959, 1962	1964, 1979	2010	2010	2010	2010
Számkörbővítés 10 <sup>3</sup> felül											4						
Számkörbővítés 1000-2000											4						
Számkörbővítés 2000-5000	9	5	3	15	5	10	48	22	21	7	4	12	12	8	9*	3	8
Számkörbővítés 5000-10 <sup>4</sup>											3						
Számkörbővítés 10 <sup>4</sup> -10 <sup>5</sup>											13			6	7		4
Számkörbővítés 10 <sup>5</sup> -10 <sup>6</sup>												3	9				
Számkörbővítés 10 <sup>6</sup> felett											9						

#### *A négy alapművelet tanítása, a műveletfogalom alakítása*

Az első magyar nyelvű számtankönyvek csak az írásbeli számolás megtanítását tartották feladatuknak, a fejszámolás oktatása még nem került be a könyvekbe. Ebben az időszakban élesen szétválasztották a számok értelmezését és a műveletek tanítását. Amint fokozottabban törekedni kezdtek az érthetőségre, a szemléltetésre, valamint a fejszámolás tanítására, terjedni kezdett Busse módszere.

Busse (1756–1835) számképeiben – ő szemléltet először számképekkel – már megjelenik egy-egy szám tárgyalásakor a számhoz kapcsolható összeadás, szorzás. Az 5-ös szám képénél megjelenik az 5 bontása, az összeadás kommutativitása, a 6-os szám képénél megjelenik az 6

bontása két szám összegére és szorzatára is, valamint a szorzás kommutativitása (Busse 1786). Busse tehát összekapcsolta a számfogalom és a műveletfogalom fejlesztését (Köves 2009).

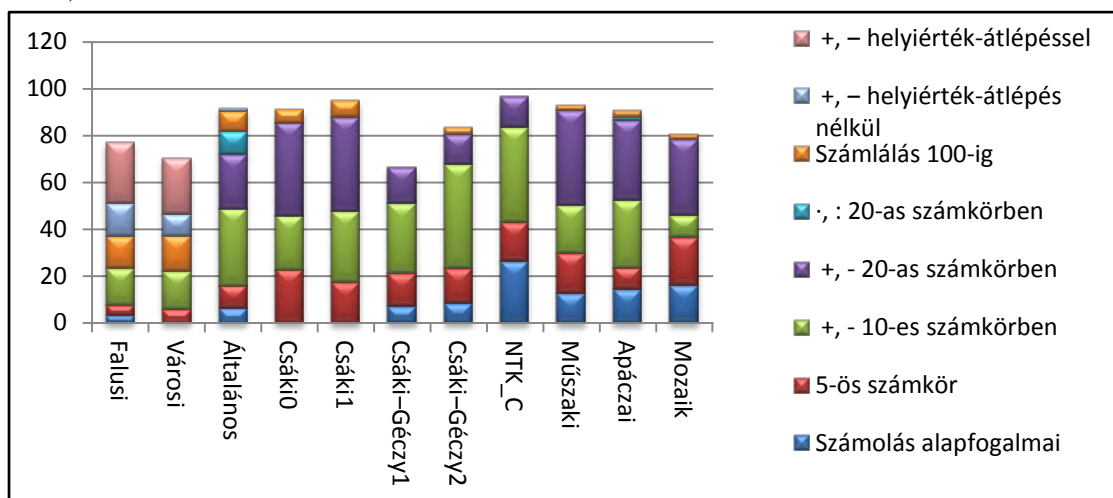
Ebben az időszakban az első osztály követelménye a II. Ratio Educationis (1806) alapján az, hogy a tanulók az első osztályban legyenek tisztában a számvetés elemeivel. A század közepén, a németesítési törekvések idején, a követelmények jellemzően a 100-ig számlálást foglalmazták meg. A XIX. század végére Busse hatására Magyarországon is elterjedt a szám- és műveletfogalom összekapcsolása. 1869-től megváltozott a követelmény, az első osztályban 20-as vagy 30-as számkörben a négy alpműveletet kellett ismerni szóban, 1895-től a református iskolákban és 1905-től az államiakban is csökkent a követelmény, már csak 20-as számkörben kellett a négy alpműveletet ismerni.

Az első osztályos tankönyveket a 3–5. korszakokban vizsgáltam. Mindegyik tankönyv az összeadást és kivonást először az 5-ös, majd a 10-es számkörben vezeti be. A Falusi és Városi tankönyvek a 100-ra bővített számkörben az összeadást és kivonást gyakoroltatják helyiérték-átlépés nélkül, majd helyiérték-átlépéssel. Ugyanebben a korszakban, három évvel később az Általános tankönyvben már csak helyiérték-átlépés nélkül végzik az összeadást és a kivonást 100-as számkörben, de a 20-as számkörben elvégezhető szorzást, osztást is bevezeti az Általános tankönyvben Varga Tamás.

Ebben az időszakban Varga próbálja visszahozni a XIX-XX. század fordulóján már bevett gyakorlatot, a szám- és műveletfogalom együttes fejlesztését, de sokáig nem talál követésre. A korszak többi tankönyvéhez képest az Általános tankönyvben tapasztalható tananyagcsökkenés a 100-as számkörbeli műveleteket illetően, ugyanakkor tananyagbővülés a 20-as számkörben újra bevezetett két művelet, a szorzás és az osztás révén.

A 4. korszakbeli Csáki0,1 tankönyvekben a 20-as számkörben csak az összeadás és kivonás marad meg, a szorzás-osztás kikerül a tananyagból, ami már valóságos tananyagcsökkenést jelent. A későbbi tankönyvek teljesen átvették Csáki koncepcióját.

Az 1–3. korszakbeli tankönyveket kiadási időrendben tekintve a tízes számkörben az összeadás és kivonás gyakorlására szánt terjedelem fokozatosan nő; az NTK\_C tankönyvben éri el csúcspontját, a teljes terjedelem 83%-ával. Ez összefügg azzal a szemlélettel, hogy a 10-es számkörben kellően begyakorolt műveletek segítik majd a nagyobb számkörben a műveletvégzést. Valószínűnek tartom, hogy az NTK\_C után megjelent tankönyvek ezt a 10-es számkörre szánt magas arányt túlzásnak tekintették. A Műszaki tankönyvben már 40%, az Apáczaiban 34%, a Mozaikban 32% a 20-as számkör tanítására szánt átlagos terjedelem. (2. grafikon)



2. grafikon

A műveletek elsajátítására 10-es, 20-as, 100-as számkörben szánt terjedelem arányai, 1. osztály, 1883–2010

A 20-as és 10-es számkörre fordított terjedelem arányának alakulását figyelve a Falusi és a Városi kötetek kiesnek a vizsgálatból, mert 10-ről rögtön 100-ra bővítik a számkört. A Csáki0 tankönyvben kicsivel kevesebb a 20-as számkörre fordított terjedelem, mint a 10-esre, de innen kezdve fokozatosan csökken az arány, mélypontját az NTK\_C tankönyvben éri el. A következő kiadású tankönyv, a Műszaki nagyfokú korrekciót végez, majdnem eléri a Csáki könyvek arányát. Az ezt követő kiadású tankönyvekben valamelyest csökken ez az arány. (2. grafikon) Úgy tűnik, egyértelműen elfogadottá vált az a felfogás, hogy a 10-es számkörben kellően begyakorolt műveletvégzés nem helyettesítheti a 20-as számkörbelit.

Amint a számkörbővítés alcím alatt már megállapítottam, a második osztályban is mindegyik tankönyvben a négy alpművelet begyakoroltatására, a szám- és műveletfogalom alakítására fektetik a legnagyobb hangsúlyt a tankönyvszerzők, de más-más módszertannal. Az egyes korszakokban arányaiban átlagosan közel azonos terjedelmet szánnak a témakörre (rendre 78%, 73%, 82%, 78%, 75%).

Az első két korszakban a szám- és műveletfogalom alakítását párhuzamosan végezték. Egy-egy számkör feldolgozásának menete egy tankönyvön belül megegyezik. Így a Császártankönyvben számfeladatokon a négy alpművelet begyakoroltatása szóban, az írásbeli összeadás, szöveges feladatok követik egymást. A Szirmai tankönyv az összeadást és a kivonást gyakoroltatja szám-, majd szöveges feladatokon keresztül, ezután jön az írásbeli összeadás, a szorzótábla az adott számkörhöz kapcsolva, egy-, valamint többműveletes számfeladatok, szöveges feladatok, bennfoglalás-osztás és végül a törtrészekkel kapcsolatos feladatok. A Több tanítól tankönyv mindig a gyakorlatból indul ki, minden számkört szöveges feladatokkal vezet be, majd ezután végezteti el a kapcsolódó számfeladatokat. A Schultz tankönyv először a négy alpműveletet számfeladatokon és szöveges feladatokon gyakoroltatja, majd kiemel néhány számot, s külön elvégezteti velük a számhoz kapcsolt összeadást, minden szorzást, osztást (a természetes számok halmazán). A Beke tankönyvben sorozatalkotás, számfeladatok, szöveges feladatok a sorrend.

A 2. korszakban egy-egy számkör felépítése egységesedett, mindegyik számkörben a négy alpműveletet gyakoroltatják fejszámolással, majd szöveges és számfeladatokon keresztül az írásbeli műveleteket. Látszik, hogy a XIX-XX. század fordulójának útkeresése után a 30-as évekre konszenzus alakult ki e tekintetben.

A 3. korszakban a Városi kötet egy lépésben bővíti a számkört, gyakoroltatja az összeadást-kivonást a helyiérték átlépésével, majd ez után a szorzást-osztást. Ebben a tankönyvben az inverz műveletek még nem válnak szét. A Falusi és a Budapesti kötetekben már mind a négy alpműveletet szétválasztják. Külön-külön fejezetben taglalják az összeadást, a kivonást, a pótlást, a szorzást, az osztást és a bennfoglalást is. A tananyag illetően strukturálásával visszatérnek a XV–XVIII. században bevett tananyag-feldolgozáshoz. Szinte új műveletként vezetik be a pótlást a kivonás után és nem a kivonás előkészítésénél, mint ahogy az várható lenne, valamint külön műveletként definiálják az osztást és a bennfoglalást.

A 4. korszakban a Nagy0,1 tankönyvek visszatérnek a szám- és műveletfogalom párhuzamos alakításának hagyományához a számkör bővítésével és a műveletek tanításával is. Az egytankönyvűség időszakának következő tankönyvei, a Csáki–Géczy1,2 a Nagy0,1 tankönyvekkel ellentétesen az 1947-es Budapesti tankönyv módszertani felépítését veszik alapul. Egy lépésben bővítik a számkört, és különválasztják az összeadás-kivonástól a szorzás-osztást. A Csáki–Géczy1 tankönyvben sorrendben, míg a Csáki–Géczy2-ben már csoportosítva tanítják a szorzótáblákat.

A szorzótáblák csoportosítása új metodikai eljárás, az előzőekben vizsgált tankönyvekben nem jelenik meg. Azért lehetséges a szorzótáblák nem sorrend szerinti, hanem csoportosítva tanítása, mert teljesen szétválasztja a számkörbővítést a szorzótáblák tanításától, ami azt

eredményezi, hogy a műveleti tulajdonságok megismertetésére külön ki kell térni. A szorzótáblák csoportosítása részben ezt a problémát hivatott áthidalni. A csoportosítással ugyanis adódik az egy-egy csoportba tartozó szorzótáblák közötti összefüggés megláttatása.

A Csáki–Géczy2 gyakorlatát követi a kiválasztott mai tankönyvek közül az Apáczai- és a Mozaik tankönyv. Az Apáczai a műveleteket egymástól elkülönítve begyakoroltatja, majd a egyes feladatok részben megpróbálja értelmezni a műveletek közötti kapcsolatokat. A Mozaik az év első félévében az összeadást, kivonást, majd a második félévben a szorzást, osztást gyakoroltatja. Az NTK\_C is szétválasztja a két félévre az összeadást-kivonást, illetve a szorzás-osztást, de a számkört 20→30→100 lépésekben bővíti. A Műszaki tankönyve részben visszatér a XIX-XX. század fordulójának módszertanához: 20→30→40→100 lépésekben bővítve a számkört minden lépésnél begyakoroltatja a számkörhöz kapcsolható alpműveleteket. A négy mai tankönyv három különböző módszertannal végzi a szám- és a műveletfogalom fejlesztését (6. táblázat).

6. táblázat  
A szám- és műveletfogalom alakítása napjaink tankönyveiben.

	Szétválasztja a szám- és műveletfogalom alakítását	Összekapcsolja a szám- és műveletfogalom alakítását
Egy lépésben bővíti a számkört	Apáczai Mozaik	
Több lépésben bővíti a számkört	NTK_C	Műszaki

A harmadik osztályos tananyag nagy részét az ezres számkörben a négy alpművelet elsajátíttatása teszi ki. Korszakonként a négy alpművelettel a tankönyvek terjedelmének átlagosan rendre 97%-, 81%-, 98%-, 82%-, 59%-a foglalkozik. Az 1. korszakban az alpműveletekhez számítottam a mértékekkel végzett műveleteket is, amely a tizedestörteket készíti elő. Az 5. korszakban a témakörre fordított terjedelem csökkenését az új matematika által bevezetett témakörök megjelenése okozza. Az átlagosan fennmaradt 41%-ban is előfordulnak a vizsgált témakörhöz kapcsolható feladatok, de itt ezeket nem vettem számításba.

A négy alpműveletet és a számkörbővítést háromféleképpen tárgyalják a tankönyvek.

1. Teljesen külön kezeli(k) a szerző(k) a számkörbővítést és a műveletek tanítását. Ebben az esetben a szóbeli és az írásbeli összeadást és a kivonást egy egységnek tekinti Császár és Ambrus. A többiek különválasztva tanítják: Szirmai, Schultz, Több tanító1, Több tanító2.
2. A szóbeli műveletek vagy közülük az összeadás és a kivonás beépülnek a számkörbővítésbe. Ezért válik szét a szóbeli összeadás az írásbelitől először Bekénél. A Földes, a Falusi, a Váli és a Gaál–Váli tankönyvben a szóbeli összeadás mellé kapcsolódik a többi szóbeli művelet.
3. Minden művelet beépül a számkörbővítésbe a Városi tankönyvben.

Az írásbeli műveletek a XX. század elejétől fokozatosan bekerülnek a harmadik osztályos tananyagba, majd a század végére fokozatosan kezdenek kimaradni. Az írásbeli műveletek közül a Császár tankönyvben még nem szerepel a szorzás és az osztás. Az 1-2. korszak harmadikos tankönyveiben szerepel (a Sziklás tankönyv kivételével) az írásbeli szorzás egyjegyű és többjegyű szorzóval, valamint az írásbeli osztás egyjegyű és többjegyű osztóval. A vizsgált tankönyvek között a Beke tankönyv az első, amely külön témaként kezeli az egyjegyű és többjegyű számokkal végzett szorzást, osztást. Meglepő módon a Sziklás tankönyv nem tanítja a szorzást többjegyű szorzóval, de az osztást többjegyű osztóval igen, ami aligha magyarázható.

A Falusi és a Városi tankönyvek tananyagszerkesztése hasonló a XIX. század végihez. Ugyanúgy, mint a Császár tankönyvből, ezekből is teljesen kimaradt az írásbeli szorzás, osztás, ami hatalmas tananyagcsökkenést jelent.

A 4. korszakban a Váli és a Gaál–Váli tankönyvek visszaveszik az írásbeli szorzást egy- és többjegyű szorzóval, valamint az írásbeli osztást egyjegyű osztóval. A mai tankönyvek tananyag-elrendezésében az írásbeli szorzás többjegyű szorzóval és az írásbeli osztás többjegyű osztóval teljes egészében átkerült a következő évfolyamokra. A Műszaki és a Mozaik tankönyvek megtartották ezen az évfolyamon az írásbeli osztást egyjegyű osztóval.

A 3., 4. korszak tananyagcsökkentésére nem találtam metodikai magyarázatot. Az 5. korszakban két ok indokolhatja a tananyagcsökkentést: az egyik a tananyagban a témakörök kiszélesedése, a másik a heti óraszám csökkentése. (7. táblázat)

7. táblázat

A négy alapl művelet (N-ben) tanításának százalékos aránya (a tankönyv terjedelméhez képest), 3. osztály, 1–5. korszak. A szürke téglalapok jelzik a nem tanított műveleteket.

Témakör	1. korszak					2. korszak					3. korszak	4. korszak	5. korszak					
	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanítói	Ambros	Földes	Ligárh	Sziklás	Több tanítói2	Falusi	Városi	Váli	Gaál–Váli	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
	1883	1893	1899	1897	1905	1924	1924	1929	1923	1933	1947	1948	1951	1974	2010	2010	2010	2010
Szóbeli összeadás	12	6	7		7	21		3	9	15					10		4	7
Írásbeli összeadás		6	4	10	7		9	6	3	7	13		9	11	3	5	7	7
Szóbeli kivonás	15	6	7	3	8	9		3	9	12		19					4	2
Írásbeli kivonás		5	2	13	7	5	9	5	5	11	13		13	22	3	4	8	7
Szóbeli szorzás	15	9	14	8	6	16		4	9	10	10					2	6	5
Írásbeli szorzás egyjegyű szorzóval				6				4	8				6	10	4	3	5	6
Írásbeli szorzás többjegyű szorzóval		6	7		7	5	9	3		11			14	3				
Szóbeli osztás	15	11	12	12	6	16		5	9	8	10					3	6	
Írásbeli osztás egyjegyű osztóval				4									11	13		3		6
Írásbeli osztás többjegyű osztóval		6	6		7	7	9	2	3	11								

A negyedik osztályban a természetes számok halmazán a négy alapl műveletet gyakorolják az új számkörben. A fejszámolást és az írásbeli műveletvégzést a XIX-XX. század fordulóján a Schultz és a Több tanítói tankönyvek kivételével párhuzamosan kezelik, később határozottan elkülönül a kétféle számolás. A század közepétől a számkörbővítés összekapcsolódik az írásbeli összeadás és kivonás gyakorlásával. Az írásbeli szorzás és osztás mindvégig külön fejezet marad.

A Csáki tankönyv kivételével az 1. és 2. korszakban egy-egy tankönyv közel azonos arányú terjedelmet szán egy-egy művelet megtanulására. A 3. korszakban a Baranyai tankönyvben az összeadás-kivonás magas arányát még az sem indokolja, hogy összekapcsolja az említett két műveletet a számkörbővítéssel. A 4. korszakban az osztásra fordított terjedelem aránya a kiemelkedő. A mai tankönyvekben (az 5. korszak) az összeadás-kivonásra fordított terjedelem aránya minden megelőzőnél alacsonyabb, a szorzás-osztás aránya kicsit magasabb, mint az 1., 2. korszakban, de a tananyag tartalma a szorzás-osztás tekintetében

kevesebb. Mindegyik vizsgált mai tankönyvben megjelenik a többjegyű számok szorzása és az osztás egyjegyű osztóval. Az írásbeli osztás többjegyű osztóval már kimarad az Apáczai tankönyvből. A NAT szerint is ez a tananyag átkerül az ötödik osztályba. (8. táblázat)

8. táblázat

Az írásbeli műveletek tanítása (N-ben) a tankönyv terjedelméhez mért százalékos arányban, 4. osztály, 1883–2010

Témakör	1. korszak					2. korszak					3.	4. korszak		5. korszak			
	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító1	Ambros	Földes	Ligárth	Kiss	Több tanító2	Baranyai	Gaál	Gaál-Váli	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
	1883	1893	1899	1898	1906	1921	1924	1930	1923	1933	1947	1959, 1962	1964, 1979	2010	2010	2010	2010
Összeadás	10	9	11	6	5	5	6	3	6	8	40	32	21	3	2	2	4
Kivonás	6	6	8	5	5	4	5	5	6	7		9	12	7	9	3	6
Szorzás	13	6	8	9	5	5	3	3	10	6	7	9	12	7	9	3	6
Osztás	22	8	9	7	5	6	4	3	8	6	12	13	36	8	7	5	7

#### *A közönséges és tizedestörtek tanítása (R<sup>+</sup>-ban)<sup>1</sup>*

A Dunamelléki Református Egyházkerület népiskoláinak 1871-es és 1880-as tanterve szerint a negyedik osztály tananyaga a törtek, valamint műveletek a közönséges törtekkel. Az 1895-ös Deső Lajos-féle – a Tiszáninneni Református Egyházkerület népiskolái számára írt – tanterv szerint az első, második osztályban a törtek származtatása, a harmadik osztályban a műveletek a törtekkel, negyedikben a tizedestörtek a tananyag. Ez meg is jelenik Schultz 1899-es tankönyveiben. Ebben a korszakban a többi tankönyvben nem szerepelnek a közönséges törtek. A tizedestörtekkel negyedik osztályban Szirmai és a Több tanító1 elég nagy terjedelemben (10%, 8%) foglalkozik. Mind a két tankönyv összead, kivon tizedestörteket, szoroz és oszt is tizedestörteket pozitív egészszel és pozitív tizedestörtekkel.

Az 1905-ös tanterv szerint (Tanterv és utasítás az elemi népiskola számára) a törtek származtatása negyedik osztályos tananyag.

A 2. korszaktól a második osztályban nem jelennek meg a törtek, de az osztás tanításával elkezdik előkészíteni a törtfogalmat. Ez alól csak az NTK\_C tankönyv a kivétel. A harmadik osztályos vizsgált tankönyvekben az új matematika bevezetéséig csak a Schultz tankönyv foglalkozik a témával. A mai tankönyvekben is csak a törtfogalom alakítása jelenik meg. A tizedestörtekkel harmadik osztályban csak az Ambros tankönyv foglalkozik.

Negyedik osztályban az 1. korszakban a tankönyvek átlagosan a negyed részükben foglalkoztak a közönséges törtekkel. A következő időszakokban ez az arány minimálisra csökken. A 4. korszakban a Gaál tankönyv újra (7%) foglalkozik a közönséges törtekkel, de ugyanebben a korszakban a Gaál-Váli tankönyvből már kimarad ez az anyagrész. A mai negyedik osztályos tankönyvek folytatják a harmadikban elkezdett törtek tanítását, arányaiban nagyobb terjedelemben, mint a 2-4. korszakban, de az 1. korszak terjedelmarányának a felét sem érik el. (9. táblázat)

<sup>1</sup> Mindegyik tankönyv csak a pozitív törtekkel foglalkozik a törtek és a tizedestörtek fejezeteiben.



9. táblázat

A törtek tanításának a tankönyv terjedelméhez képest %-os aránya, 3–4. osztály, 1883–2010

Témakör	1. korszak					2. korszak					3.	4. korszak		5. korszak			
	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító1	Ambros	Földes	Ligárth	Kiss	Több tanító2	Baranyai	Gaal	Gaal-Váli	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
	1883	1893	1899	1898	1906	1921	1924	1930	1923	1933	1947	1959, 1962	1964, 1979	2010	2010	2010	2010
3. osztály																	
Közönséges törtek			11											4	5	5	2
Tizedestörtek						13											
4. osztály																	
Közönséges törtek	40	19	11	20	17	27	9		4	5	3	7		11	7	9	6
Tizedestörtek		10			8			11									

### A geometriai ismeretek tanítása

Maróthi írja *Arithmetica*-jának előszavában, hogy „igen hasznos a’ gyermeki elmének élesztésére az Aritmetica és ha lehet a’ Geometria...” (Maróthi 1743:7). Már Maróthi idejében is a mértékek, mértékváltás témakört a számtanoktatás részének tekintették. Az I. és a II. Ratio Educationis idejében a városi iskolákban nem kötelező tárgy lett a geometria. Ekkor geometriából csak azokat az ismereteket tanítják, melyeknek „alkalmazása ... a közéletben előfordul”. (I. Ratio Educationis 1777).

A mértékek, mértékváltás témakör a vizsgált első osztályos tankönyvek közül a Csáki0,1-ből és az NTK\_C-ből maradt ki. A mértani alapfogalmak első osztályban először a Varga által írt Általános tankönyvben jelenik meg, majd legközelebb a 1978-as tantervben – a Varga irányította kísérlet alapján –, és ennek következtében – az Apáczai tankönyv kivételével – a mai tankönyvekben is. (10. táblázat)

Második osztálytól mindegyik vizsgált korszakban a mértékek megismerése, a mértékváltás része a matematika-tananyagoknak.

10. táblázat

Geometria témakörök százalékos előfordulása, 1. osztály, 1947–2010

Témakör (%)	3. korszak			4. korszak				5. korszak			
	Falusi	Városi	Általános	Csáki0	Csáki1	Csáki-Géczy1	Csáki-Géczy2	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
	1948	1948	1951	1954	1962	1963	1975	2110	2010	2010	2010
Mértékek, mértékváltás	10	24	7			4	6		4	7	9
Geometria			1					4	3		7

A második osztályban geometriai ismeretek fejezetszinten először Sziklás tankönyvében: a négyzet területe, valamint Ligárthéban: a téglalapok területe és az ún. kisebbített mértékek (kicsinyítés) formájában jelennek meg. Az 1962-es tantervtől a geometria tanítása kicsi terjedelemarányban, de általánossá válik. A tananyag azonban lényegesen különböző. A 4.

korszakban a kisebbített mértékek köré, az 5. korszakban a testek, síkidomok, illetve a transzformációk köré csoportosulnak a geometria feladatok. (11. táblázat)

11. táblázat  
Geometria témakör százalékos előfordulása, 2. osztály, 1883–2010

Témakör (%)	1. korszak					2. korszak					3. korszak			4. korszak		5. korszak					
	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító1	Ambros	Földes	Ligárh	Sziklás	Több tanító2	Falusi	Városi	Bp.	Nagy0	Nagy1	Csáki–Géczy1	Csáki–Géczy2	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
	1883	1893	1899	1903	1893	1921	1921	1930	1925	1933	1948	1948	1951	1954	1962	1963	1976	2010	2010	2010	2010
Geometria							11	1						5	4	6	8	8	4	3	

A harmadik osztályban ugyancsak Sziklás, Ligárh foglalkozik geometriával. Ligárh a téglalap területével, Sziklás a kerületével. A 4. korszakban a Váli és a Gaál–Váli tankönyvek tanítják a téglalapokkal kapcsolatos ismereteket. Az 5. korszakban a Mozaik tankönyv kivételével a többi tankönyv 13-14%-ban foglalkoznak geometriával. A témák kibővültek: a téglalapok mellett megjelennek a térbeli építések, kirakások, a testek, a szögek értelmezése, merőleges, párhuzamos egyenesek, a síkidomok, a geometriai transzformációk közül a tükrözés, a forgatás a kicsinyítés-nagyítás, az alaprajz, a térkép. (12. táblázat)

12. táblázat  
Geometria témakörök százalékos előfordulása, 3. osztály, 1883–2010

Témakör (%)	1. korszak					2. korszak					3. korszak	4. korszak	5. korszak					
	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanító1	Ambros	Földes	Ligárh	Sziklás	Több tanító2	Falusi	Városi	Váli	Gaal–Váli	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
	1883	1893	1899	1897	1905	1924	1924	1929	1923	1933	1947	1948	1951	1974	2010	2010	2010	2010
Mértékek, mértékegységek	35	23	2	3	35	?	?	9	7	3	?	?	5	3	5	7	8	9
A téglalap								2					5	4				
Terület mértékegység								2										
A négyzet területe								3										
A téglalap területe								3	1							2	1	
A négyzet kerülete																	2	2
A téglalap kerülete																1	2	2
Építések, kirakások															1	3	2	
Testek, síkidomok															7	2	6	2
Kicsinyítés, nagyítás															2	2	1	1
Tükrözés, forgatás															3	2	2	
Szögek, merőleges, párhuzamos															1	1	1	
Alaprajz, térkép								2								1	1	

A negyedik osztályban ugyanaz a tendencia mutatkozik, mint harmadikban, de nő a geometriára fordított terjedelem aránya. Az 1-2. korszakban külön fejezetként 1-1

tankönyvben jelenik meg a geometria, a harmadik korszakban Baranyai törekvése – a geometria tananyag kibővítésére – a 4. korszakban nem folytatódik, majd az 5. korszakban már az új matematika hatására több geometriai téma bekerül a tananyagba. (13. táblázat)

13. táblázat

Geometria témakörök százalékos előfordulása, 4. osztály, 1883–2010

Témakör	1. korszak					2. korszak					3.	4. korszak			5. korszak		
	Császár	Szirmai	Schultz	Beke	Több tanítói	Ambros	Földes	Ligárh	Kiss	Több tanító2	Baranyai	Gaál	Gaál-Váli	NTK_C	Műszaki	Apáczai	Mozaik
	1883	1893	1899	1898	1906	1921	1924	1930	1923	1933	1947	1959, 1962	1965, 1979	2010	2010	2010	2010
Alaprajz, térkép												1					
Geometriai játékok												1					
Háromszög, négyzet, téglalap			5				5								1	2	2
Hasonlóság											3	4	3		3	2	1
Kerület											3						
Kocka											4						
Kör							8										
Merőleges, párhuzamos, szög, derékszög																1	1
Négyzetes oszlop															2	1	2
Síkidomok														4	2	2	1
Szögek														3	4	6	2
Téglatest felszíne															3		
Terület															1	1	
Testek															3	6	
Transzformációk														5		2	2

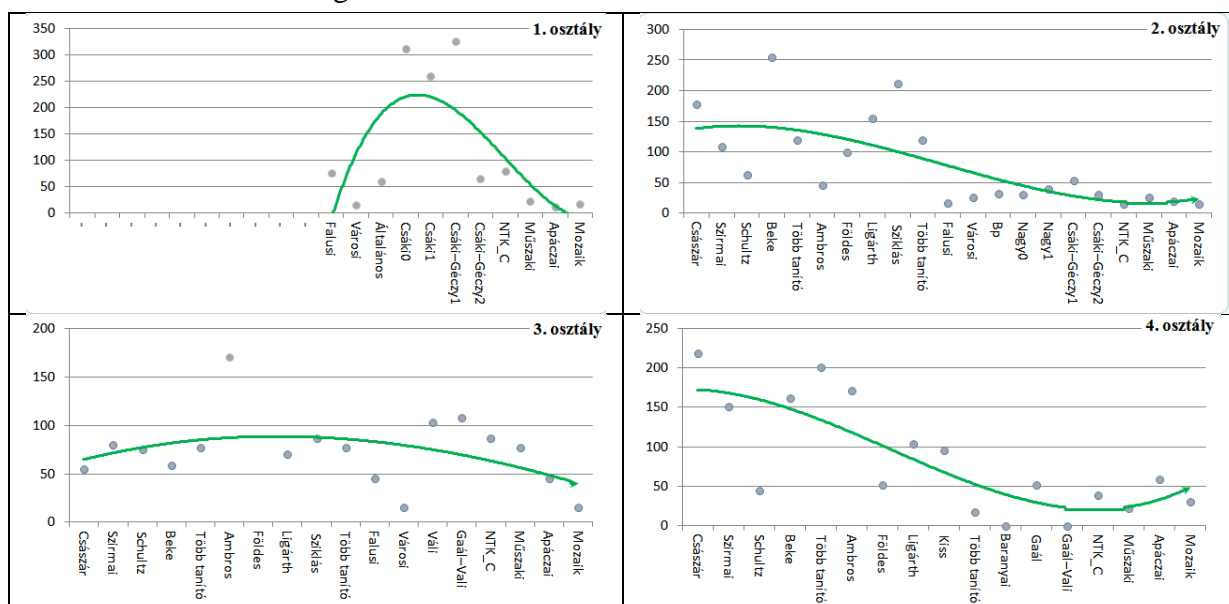
## 2. 10. 2. A kérdésekben és a feladatokban bekövetkezett változások

A kérdések és feladatok vizsgálatát az egy-egy évfolyamon kiválasztott témakörök feladatszámának meghatározásával kezdtem. A mai tankönyvekben a feladatok száma az első osztálytól a negyedikig a XIX-XX. század fordulójához képest mindenhol csökkenést mutat.

Csupán a feladatok számából nem lehet messzemenő következtetéseket levonni, mert a különböző tankönyvekben egy-egy feladatszámhoz nem azonos mennyiségű feladat (item) tartozik. Az 1. korszakban szinte minden kérdés egy-egy feladatnak számított, majd a feladatok kezdtek komplex alakot öltetni, egy-egy feladathoz több kérdés is kapcsolódott, megjelentek a feladat-itelek. A század elején nem volt általános, de a mai tankönyvek feladatait kiegészítik a tankönyvhöz szorosan kapcsolt munkafüzetek és/vagy gyakorló füzetek és/vagy feladatgyűjtemények. Amennyiben a tankönyvek szerzői felismerik a differenciálás fontosságát, a szükségesnek ítélt feladatszámuknak növekednie kell, mert nem várják el mindegyik gyermektől az összes feladat megoldását.

Az öt korszakban a heti matematika-tanórák száma is változott. Az 1. korszakban mindegyik évfolyamon minden nap, azaz egy héten hat óra volt. Ma bizonyos határok között az iskolák döntenek el, hogy pontosan heti hány órát fordítanak a matematika tanítására, de a maximális is kevesebb, mint az előző korszakokban.

A 3. grafikon a feladatszámok alakulását mutatja 1883-tól 2010-ig mind a négy évfolyamon. A grafikonokon a szürke pontjaival adott görbe az egy-egy tankönyv vizsgált fejezeteiben a feladatok számát jelöli. Majd felrajzoltam ennek a görbének a polinomiális trendvonalát – ez a zöld görbe.



3. grafikon  
A feladatok számának trendvonala, 1–4. osztály, 1883–2010

Részletgazdagabb képet kapok, ha a szám- és szövegesfeladat-típusokat külön-külön vizsgálom a kiválasztott témakörökben.

### Számfeladatok

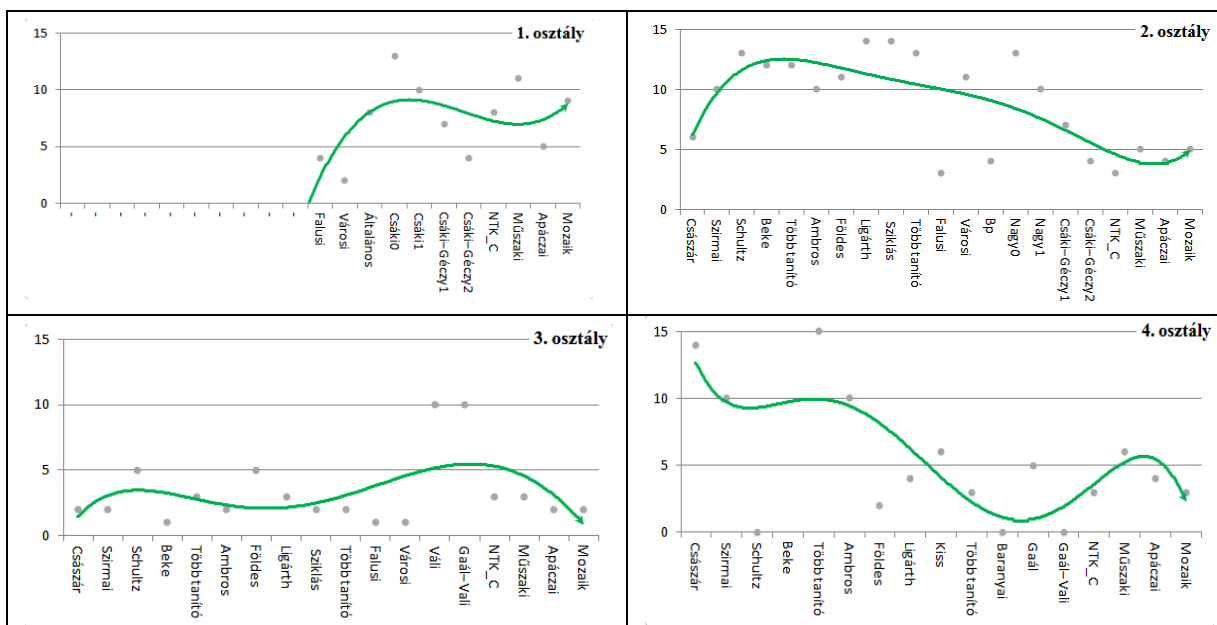
Az első osztályban az idő múlásával a feladatok száma erősen csökken, de a számfeladatok típuszámának trendvonala kicsiny mozgást mutat. A legtöbbféle feladatot a Csáki0 és a Műszaki tankönyv, a legkevesebbfélét a Városi tankönyv tartalmazza.

A második osztályban a 40-es számkörben, illetve a 4-es szorzótáblához kapcsolódó feladatok körében csökken a feladatok száma is és a variabilitása is. Nagy különbség mutatkozik az 1–2. és a 3–5. korszakbeli tankönyvek számfeladat típusai között.

Ennek legszembeűnőbb oka a számkörbővítés stratégiájának megváltozása, azaz akkor voltak a legváltozatosabbak a vizsgált fejezetekben a számfeladatok, amikor a számfogalom és a műveletfogalom alakítása nem vált szét élesen, azaz egy-egy új számkör bevezetésével az adott számkörben mind a négy alapműveletet begyakorolták.

A harmadik osztályban vizsgált témakörben a feladatok számának trendvonala kicsiny csökkenést mutat. A számfeladatok típusai a Váli és a Gaál–Váli tankönyvek kiugróan magas értékeitől eltekintve viszonylag egyenletes képet mutatnak.

A negyedik osztályban a törtek és a tizedestörtek tanításához kapcsolódó feladatok száma mutatja a legnagyobb csökkenést. A nem szöveges feladatok trendvonala a minimumát az egytankönyvűség időszakában veszi fel, de napjainkban sem éri el az 1. korszak szintjét. A feladattípuszám csökkenésének az egyik oka a tananyag tartalmi csökkenése, ami a számkörbővítés metodikájának szemléletváltásából adódik. A törtek tanítását illetően az első két korszakban a súlypontot a törtekkal végzett műveletekre helyezték, míg napjainkban inkább a fogalom alakítására. (4. grafikon)

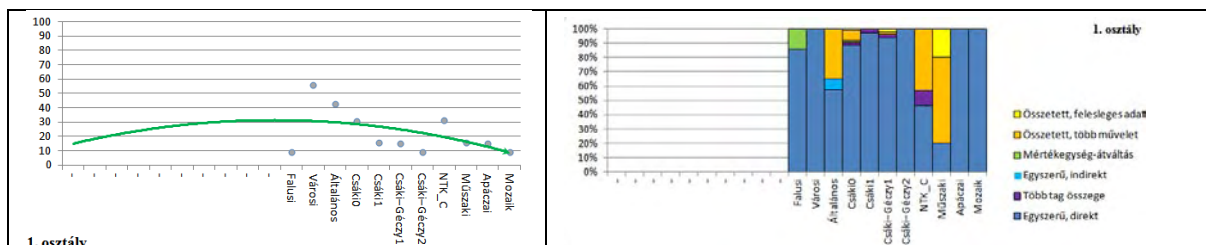


4. grafikon  
A számfeladatok típuszámának trendvonala, 1–4. osztály, 1883–2010

### Szöveges feladatok

A szöveges feladatok százalékos arányának trendvonalát és a szöveges feladatok típusának százalékos előfordulását első osztálytól negyedikig 1883–2010 között mutatja a következő négy grafikon. (5–8. grafikon)

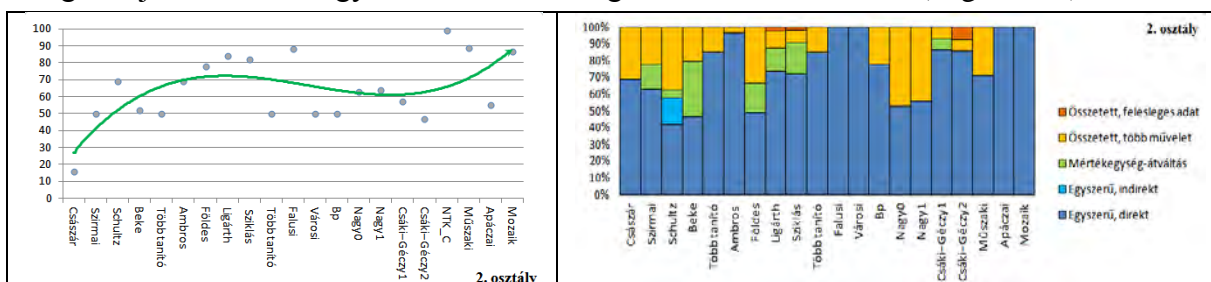
Az első osztályos tankönyvek vizsgált fejezeteiben a 3., 4. korszakban a Városi tankönyvtől a Csáki–Géczy2 tankönyvig egyre kisebb arányban fordulnak elő szöveges feladatok. Az új matematika hatására az NTK\_C tankönyvben nagyobb arányban szerepelnek szöveges feladatok, de a többi mai tankönyvre ez nem jellemző. A szöveges feladatok számának minimuma a mai Mozaik tankönyvben mutatható ki. A szöveges feladatok típusát figyelve megállapítható, hogy az idő múlásával a vizsgált feladatoknak nem csak csökken az aránya, hanem a feladatok szövegei is egyszerűsödnek. Egyre több az egyszerű, direkt szövegezésű feladat, a Csáki–Géczy2, az Apáczai és a Mozaik tankönyvek vizsgált fejezeteiben már csak ilyen típusú található. A mai tankönyvek közül kivételt képez az NTK\_C és a Műszaki tankönyv, amelyekben nagy arányban szerepel összetett feladat, valamint a Műszaki tankönyvben felesleges adatot tartalmazó feladat is van. (5. grafikon)



5. grafikon  
A szöveges feladatok arányának trendvonala, valamint típusainak aránya, 1. osztály, 1883–2010

Második osztályban az 1–2. korszakban egyre nagyobb arányban kerülnek szöveges feladatok a feladatok közé. A 3–4. korszakban a Falusi tankönyv kivételével csökken a szöveges feladatok aránya. Az 5. korszakban az NTK\_C és a Műszaki tankönyvek meghaladják, a Mozaik tankönyv eléri a 2. korszak arányát. A mai tankönyvek vizsgált

fejzetei közül az Apáczai tankönyvben a legkisebb a szöveges feladatok aránya, de kevéssel több a szöveges feladat, mint a számfeladat. Ugyanakkor az összetett, több művelettel megoldható feladatok aránya egyre kisebb. Az összetett mértékegységváltást megkövetelő feladatok fokozatosan eltűnnek; ennek egyik oka, hogy a mérések külön fejezetbe kerülnek. Összetett, fölösleges adatot tartalmazó feladat három tankönyvben jelenik meg, egyszerű, indirekt szövegezésű feladat pedig csak a Schultz tankönyvben, tehát egyik típus sem mondható általánosnak a vizsgált témakörben. A szöveges feladatok típusát tekintve a Falusi és Városi tankönyvek elgondolását követik az Apáczai és a Mozaik tankönyvek, azaz a vizsgált fejezetben csak egyszerű, direkt szövegezésű feladatot találni. (6. grafikon)

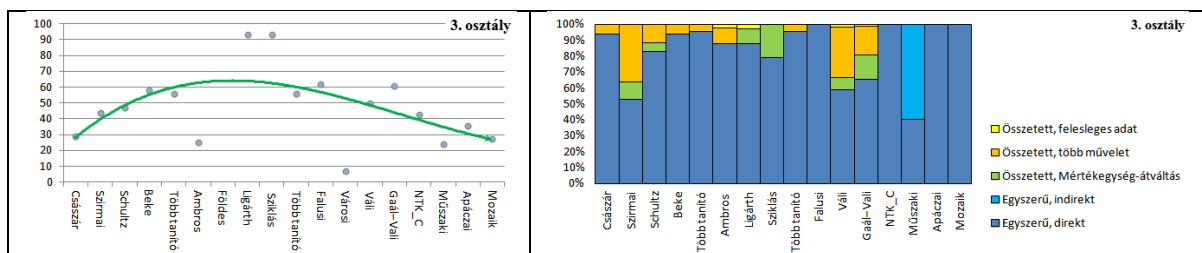


6. grafikon  
A szöveges feladatok arányának trendvonala, valamint típusainak aránya, 2. osztály, 1883–2010

A harmadik osztályban a Városi tankönyvben a fejezethez szorosan nem kapcsolódtak szöveges feladatok. A Földes tankönyvben a szóbeli és írásbeli összeadás témakörében a tankönyv struktúrája miatt eltekintettem a szám- és szöveges feladatok vizsgálatától.

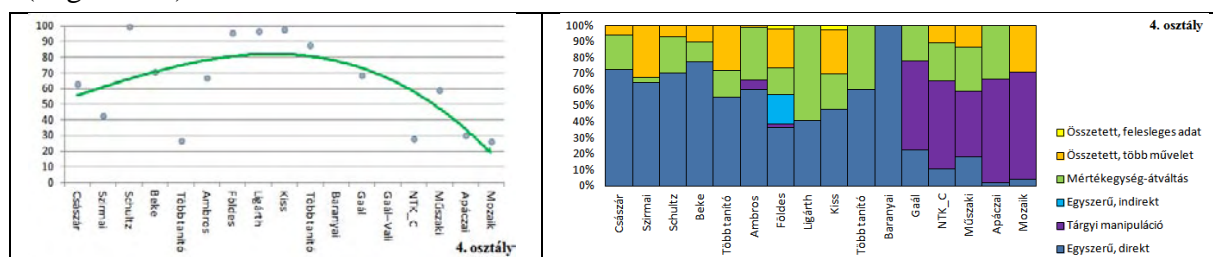
A szöveges feladatok aránya az 1. korszakban határozottan emelkedik. Az egyszerű, direkt szövegezésű feladatok mellett megjelennek az összetett, több művelettel és a mértékváltással megoldható feladatok. A 2. korszakbeli Ligárth és Sziklás tankönyvnek köszönhetően a trendvonal itt éri el maximumát, a feladatok variabilitása is nő, két tankönyvben is megjelenik felesleges adatot tartalmazó összetett feladat, de az egyszerű, direkt szövegezésű feladatok aránya is növekszik. A 3–5. korszakban a szöveges feladatok aránya egyre csökken. Négy tankönyvben csak egyszerű, direkt szövegezésű feladatok vannak. A grafikonból jól látható, hogy az 1962–1978 között használt Váli, Gaál–Váli tankönyvek szöveges feladatainak típuszáma kiemelkedik az időben körülötte lévő tankönyvek közül, mert ebben a két tankönyvben 4 típus található. A nem egyszerű direkt szövegezésű feladatok aránya pedig már majdnem eléri az 1839-es kiadású Szirmai tankönyv feladatainak arányát. A mai tankönyvek körében szembetűnő, hogy egyszerű indirekt szövegezésű feladatokat csak a Műszaki tankönyv tartalmaz.

Az indirekt szövegezésű feladatok jelentőségét abban látom, hogy nagyobb hangsúlyt kap a feladatok szövegének értelmezése, az adatok közötti összefüggések meghatározása, mivel az összefüggések felismerését nem segítik a műveletre közvetlenül utaló szavak. (7. grafikon)



7. grafikon  
A szöveges feladatok arányának trendvonala, valamint típusainak aránya, 3. osztály, 1883–2010

A 4. osztályos törtek témakörben a szöveges feladatok trendvonala mutatja a legnagyobb csökkenést. Napjaink tankönyveiben a szöveges feladatok aránya jóval alatta marad a XX. század eleji tankönyvekének. A feladatok a Földes tankönyvben a legváltozatosabbak. A legegységibb a Baranyai tankönyvben lévő, ugyanis ott csak példák vannak, feladatok nincsenek. A törtrészek előállítására először az Ambros és a Földes tankönyvekben találni példát. (Az 1–2. korszak könyvei közül több az előző évfolyamokon már foglalkozott a tört fogalmának alakításával.) A témakör tanítása kapcsán a tárgyi manipuláció a Gaál tankönyvtől (1959) kezdve válik általánossá. Ez szemléletváltást is mutat. Az alsó tagozatban a törtekkel végzett műveletek helyett a törtfogalom alakítására tevődik át a hangsúly. A mai tankönyvek közül az NTK\_C és a Műszaki tankönyvben négy-négy típusú, míg a Mozaik tankönyvben három-, az Apáczaiban már csak kéttípusú szöveges feladat fordul elő. (8. grafikon).



8. grafikon

A szöveges feladatok arányának trendvonala, valamint típusainak aránya, 4. osztály, 1883–2010

### 2. 10. 3. A szakszavak használatában bekövetkezett változások

Czékmán doktori értekezésében kifejti a következőket. A szaknyelv fogalmának definícióiban (Cabré (1998), De Beaugrande (1987), Hoffmann (1979), Rey (1976) és Sager (et al.) (1980), Kocourek (1982), Lothar Hoffmann (1985)) közös megállapítás, hogy a szaknyelv létrejöttének célja az egzakt szakmai kommunikáció. Ezekben a definíciókban nem sikerült elkülöníteni a szaknyelvet a köznyelvtől. A magyar nyelvészeknek sem sikerült egyértelműen eldönteniük, hogy a szaknyelvet melyik nyelvváltozathoz sorolják: például Szathmári (1961) stílusrétegnek, Kiss (1995), Sebestyén (1988), Ablonczyné (2006) társadalmi nyelvváltozatnak tartja.

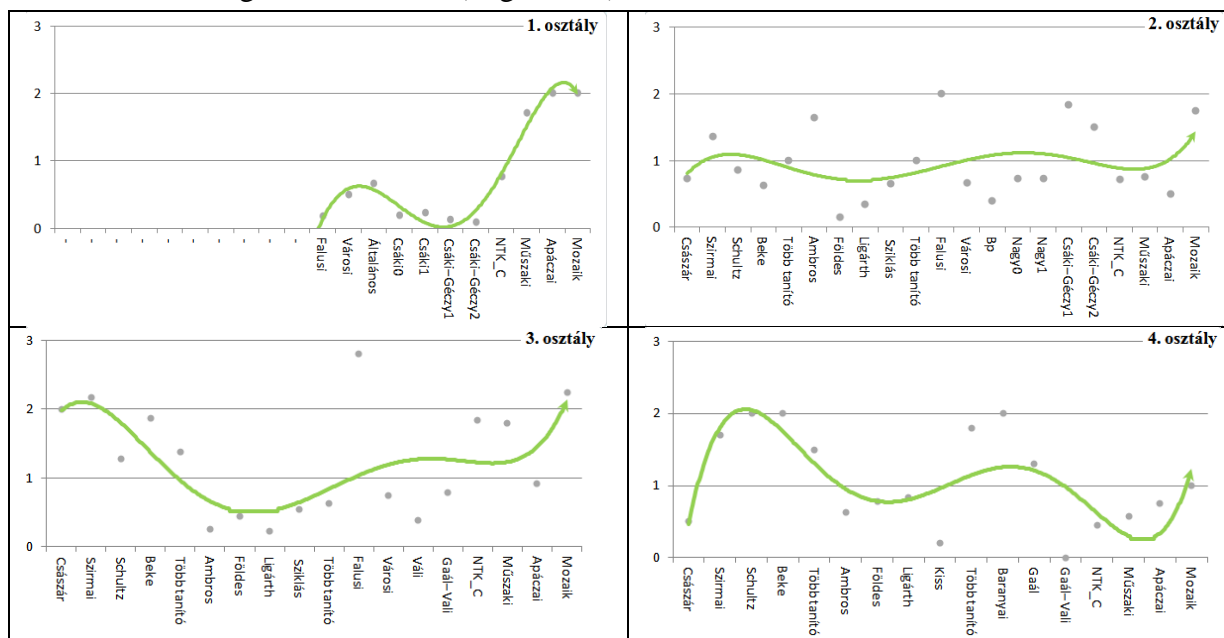
A matematikai szaknyelv több szempontból is speciális a többi szaknyelvhez képest. Használata szélesebb körű, mint a legtöbb szaknyelvé, ugyanis több-kevesebb elemét más tudományterületek is átveszik, de a hétköznapi élet számos területén is szükséges a matematikai tartalmú kommunikáció. Ezért szervesen be kell épülnie az iskolai tananyagba is. Használatát és jellemzőit még a későbbiekben részletesebben is tárgyalom.

A matematikai szaknyelv sok szimbólumot, matematikai jelet tartalmaz, melyek részben kódok, részben fogalmak közötti relációt fejeznek ki. Ezek használatával egyszerűsödik a kommunikáció. A vizsgálat ezen részében csak a betűvel leírt szavakat vettem számba, kihagytam pl. a számjegyeket és az egyéb jeleket, mint például a műveleti jeleket, az egyenlőség jelét stb. Ebben a fejezetben csak a szakszó megjelenését vizsgáltam, az előfordulás gyakoriságát nem.

Az első osztályban a 4. korszakra szinte eltűnnek a vizsgált fejezetből az új szakszavak, az 5. korszakban fokozatosan egyre nagyobb arányban jelennek meg. A második osztályban a kiválasztott témában az egyes korszakokon belül sokkal nagyobb eltérések mutatkoznak, de a trendvonal kis hullámmzással az oldalankénti 1 új szakszó körül mozog. A harmadik osztályban a 2–4. korszakban a Falusi tankönyv kivételével nem jut minden oldalra szakszó. Ugyanakkor az 1. és az 5. korszakban az egy oldalra jutó szakszavak átlaga megegyezik (oldalanként 1,7



szakszó). A negyedik osztályban a szakszavak használata egyre kevésbé jellemző: az 1. korszakban 1,54, a 2.-ban 0,96 oldalanként. A 3. korszak tankönyvei a törtek fejezeit tekintve megegyeztek, a 4. korszakban csak a Gaál tankönyv foglalkozott a törtekkel. Ebben a két korszakban a témakör kisebb fontosságot kapott, mint a korábbi években. Napjaink tankönyveiben egyre több az egy oldalra jutó szakszavak száma, de átlaguk (0,69) nem éri el az 1. korszak átlagának felét sem. (9. grafikon)



9. grafikon

Egy oldalra jutó szakszavak száma és trendvonala, 1–4. osztály, 1883–2010

#### 2. 10. 4. Az illusztrációk megjelenésében, funkciójában bekövetkezett változások

Az illusztrációk fontos szerepet játszanak a tanultak megértésében és megjegyzésében. Paivio (1971) kettős vagy duális kódolási elmélete szerint két információkódoló rendszerünk működik az információfeldolgozás során. Az egyikkel a vizuális, a konkrét képszerű információkat, a másikkal a verbális, az absztrakt információkat dolgozzuk fel. A különböző kódolásokat egy-egy agyféltekénk segítségével végezzük, melyek összeköttetését egy „információs híd”, a kérgestest (corpus callosum) biztosítja.

Wachsmuth szerint a matematikai gondolkodásban a bal agyféltekét működtetjük (L-mód), amikor a részletekre koncentrálunk, amikor a szisztematikus megoldásra, oksági gondolkodásra, helyes következtetésekre, a gondolatmenetek sorba rendezésére törekszünk. A jobb agyféltekét működtetjük (R-mód), amikor a részleteket kapcsoljuk össze, amikor asszociációt végzünk, vagy térben gondolkodunk. Ezt az agyféltekénket működtetjük akkor is, mikor párhuzamos gondolatmeneteket vetünk össze, szemléleteket, elveket alakítunk ki. A jobb agyféltekés gondolkodásunkat kevésbé tudjuk tudatosan irányítani, mint a bal agyféltekést.

Az információk megszerzése sokkal hatékonyabb, ha egyszerre több kommunikációs csatornát használunk. A hatékonyság növelhető, ha a verbális és vizuális információkhoz tevékenység is kapcsolódik.

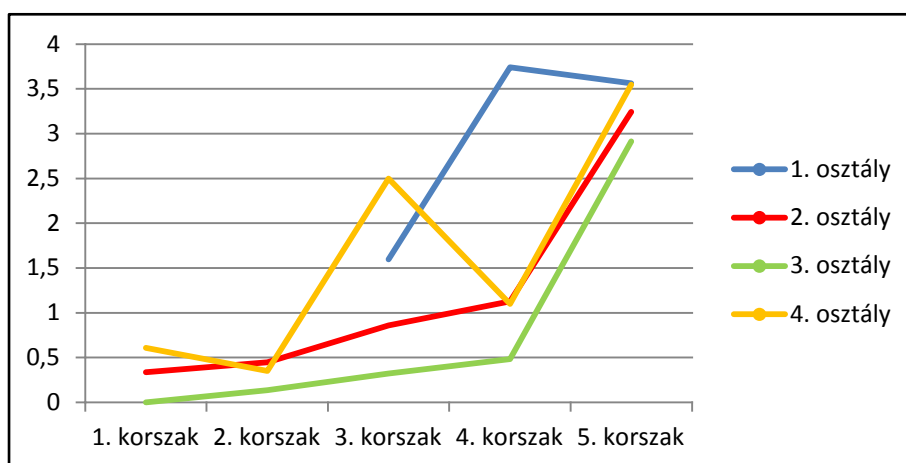
Napjainkban nem elhanyagolható tényező az sem, hogy a tankönyv tetszésének megítélésekor a tankönyvi tipográfia, a tankönyvi illusztráció a diákok és a tanárok számára is fontos szempont.



## Az illusztrációk előfordulásának vizsgálata

Az egyes korszakokban vizsgált tankönyvek illusztrációinak évfolyamonkénti előfordulás-átlagát szemlélteti a 10. grafikon. A tankönyvi illusztrációk oldalankénti átlaga látványosan emelkedett az 5. korszakra, és a nyomdatechnika fejlődésével a minősége is javult.

Évfolyamonként vizsgálva az illusztrációk átlagos megjelenését, megállapítható, hogy első osztályban a 4. korszakban fordul elő legnagyobb arányban illusztráció, de általában ezek az illusztrációk nem kapcsolódnak a matematikai tartalomhoz, nem segítik a matematikai gondolkozást. Talán a legjellemzőbb megnevezésük a figyelemelterelő képecske lehetne, bár a cél vélhetőleg a motiválás. Ebben az időszakban a nyomdatechnika lehetővé tette a négy színnyomott tankönyvek megjelenését. Annak ellenére, hogy volt már rá példa, a tankönyvszerzők nem gondolták, hogy ezt a technikai lehetőséget a gondolkodásfejlesztés érdekében használják. A második, harmadik osztályos tankönyvek vizsgált fejezeteiben az illusztrációk számát tekintve folyamatos növekedés mutatkozik. A negyedik osztályban a törtek témakör fejezeteit vizsgálva elmondható, hogy ahol a közönséges törtek megjelentek, a hozzájuk kapcsolódó illusztrációk aránya általában magasabb, mint ugyanebben a korszakban a többi évfolyam illusztrációinak aránya. Az illusztrációk megjelenése tekintetében a törtek tanítása kiemelkedik.



10. grafikon

Az egy oldalra jutó illusztrációk korszakonkénti átlaga, 1883–2010

## A matematikai tartalom és az illusztráció viszonya

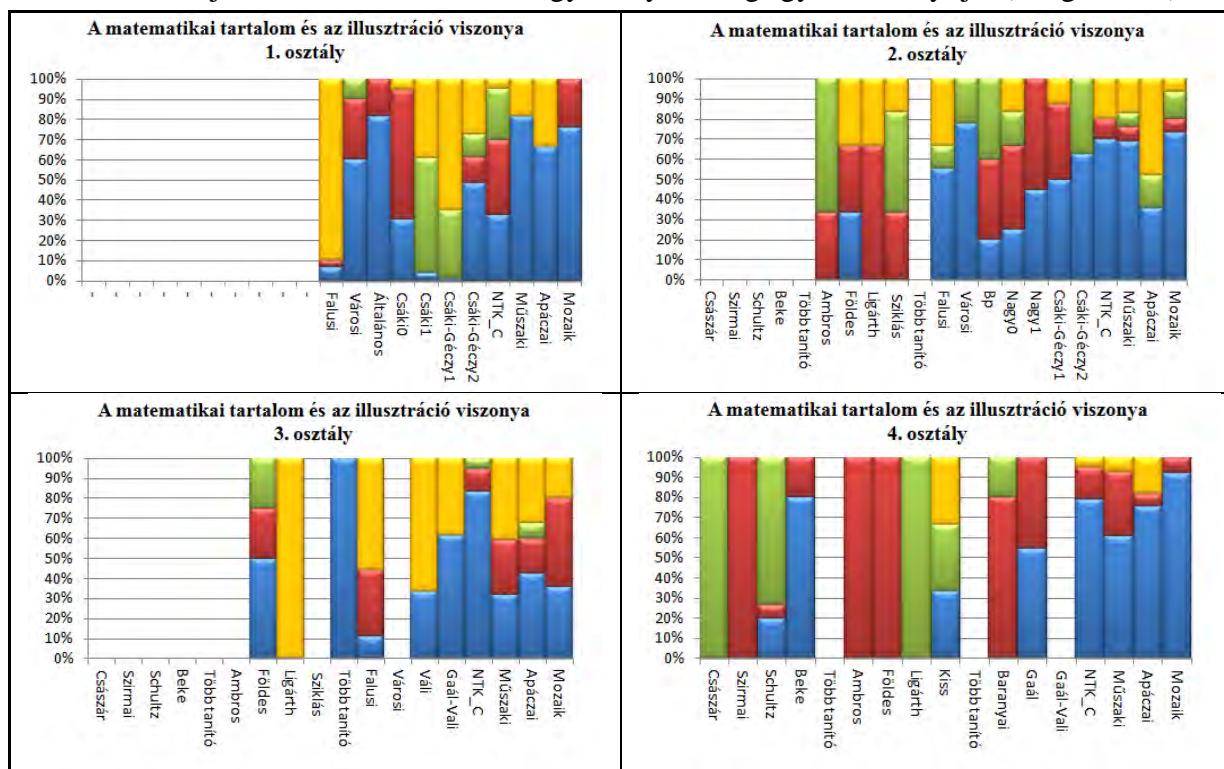
Első osztályban a vizsgált fejezetekben a Falusi, a Csáki1 és a Csáki–Géczy1 tankönyvek kivételével az illusztrációk legnagyobb arányban a megfigyelést irányítják. A Falusi tankönyvben az illusztrációnak kevés kivétellel csupán motiváló szerepe van. Csáki1 és a Csáki–Géczy1 tankönyvek illusztrációinak a többsége is motiváló, vagy a szemlélet igazolását szolgálja. A későbbi tankönyvekben az illusztrációknak ez utóbbi formája az NTK\_C kivételével kikerül a tankönyvekből.

A második osztályban már a 2. korszakban a Földes tankönyv ábrái között megjelenik olyan, amely a figyelmet irányítja. A 3. korszakban az irányított megfigyelést célzó ábrák a legkisebb arányban a Budapesti tankönyvben jelennek meg, de ettől az időszaktól kezdve egyre nagyobb arányban fordulnak elő. Az Apáczai tankönyv kivétel, ugyanis ebben a legnagyobb arányban a motiváló illusztráció fordul elő, a mai tankönyvekben eléri a 70%-ot. Úgy látszik, hogy a szorzótábla tanításához kapcsolódó ábrák tekintetében fokozatos szemléletváltás zajlott le.

A második osztályos tendencia nem jellemző a harmadik osztályos írásbeli összeadás témakörre. A 2., 3. korszakban még kevés illusztráció kapcsolódik a témakörhöz. A 4., 5.

korszakban meglepő a motiváló illusztrációk magas aránya, valamint az 5. korszakban a szemléltetésre támaszkodó magyarázat. A szemléleti igazolást célzó ábrák aránya nem jellemző.

Negyedik osztályban a törtek tanításában tapasztalt szemléletváltás az illusztrációkban is megmutatkozik. Míg a XIX-XX. század fordulóján a szemléltetésre támaszkodó magyarázat és a szemléleti igazolás – kivéve a Beke tankönyvet – volt a legjellemzőbb, addig a XX-XXI. század fordulóján már az illusztrációk nagy aránya a megfigyelést irányítja. (11. grafikon)



11. grafikon

A matematikai tartalom és az illusztráció viszonya, 1–4. osztály, 1883–2010

Kék: Irányított megfigyelés

Zöld: Szemléleti igazolás

Piros: Szemléltetésre támaszkodó magyarázat

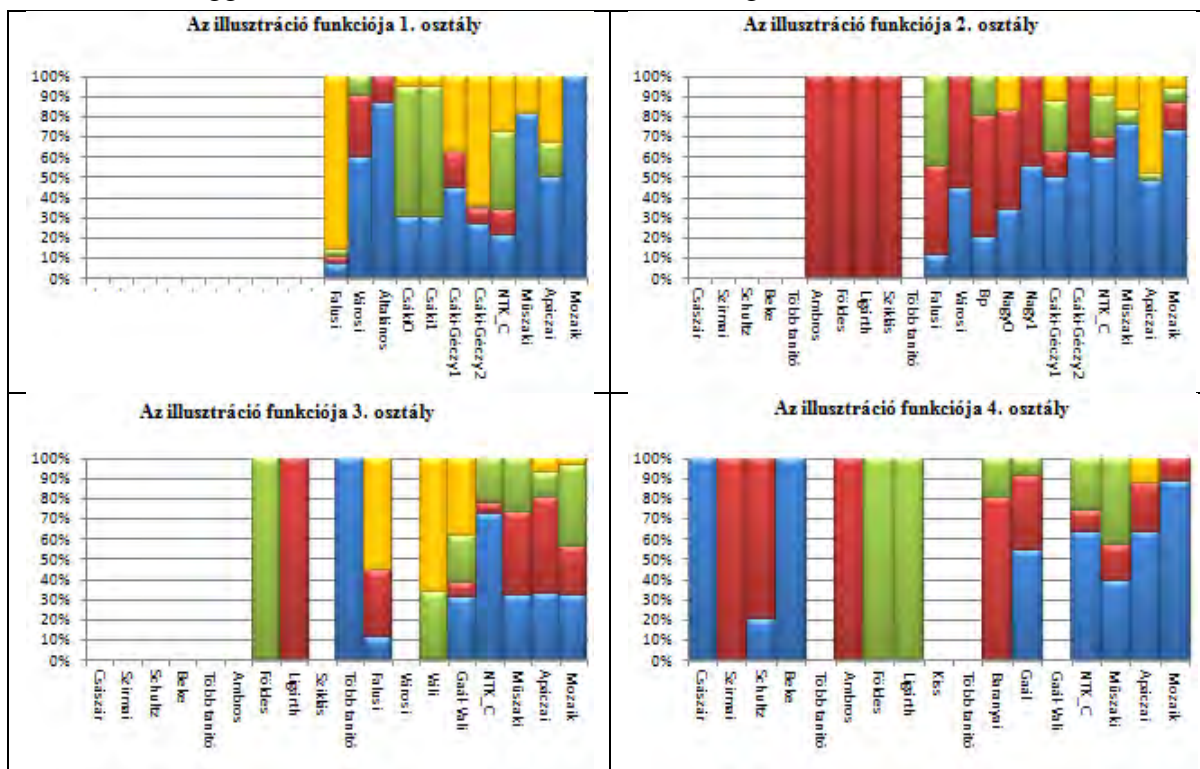
Sárga: Motiváló illusztráció

Az első osztályban a 3. és az 5. korszakban a legtöbb tankönyvben az illusztrációk funkciójukat tekintve a legnagyobb arányban valamilyen aktív tevékenységhez kapcsolódnak. A Falusi tankönyvben az illusztrációk nagy része független a matematikai tartalomtól. Nem ilyen nagy arányban, de a mai tankönyvekben is találni a matematikai tartalomtól független illusztrációkat.

Második osztályban a század elején az illusztrációk jellemzően a passzív ismeret-felelevenítést szolgálták, majd ezt fokozatosan az aktív tevékenységhez kapcsolódó illusztrációk váltják fel. A matematikai tartalomtól független illusztrációk, amelyek nem segítik a fogalom alakítását, a Nagy0 tankönyvben jelennek meg először; a mai tankönyvek közül a legnagyobb arányban az Apáczai tankönyvben szerepelnek: az illusztrációk fele ilyen jellegű.

A harmadik osztályban a 2. korszak tankönyveiben a vizsgált fejezetekben legfeljebb csak egy-egy illusztráció található. A 3. és a 4. korszakban az illusztrációk nagy többsége még független a matematikai tartalomtól. Napjainkra az aktív tevékenységhez kapcsolódó, a passzív ismeret-felelevenítést szolgáló és a tanulási folyamatot irányító illusztrációk aránya kiegyenlítődik.

Negyedik osztályban az 1. és a 2. korszakban ugyan kevés még az illusztráció, de azok többnyire ugyanazt a funkciót töltik be. A 3. és a 4. korszakban – részben a kis terjedelem következtében – szintén kevés az illusztráció. Az 5. korszakban az illusztrációk többsége aktív tevékenységhez kapcsolódik, bár megjelenik az ismeret passzív felelevenítése is az illusztráció kapcsán. A mai vizsgált tankönyvek között csak két olyan van, amelynek az illusztrációi irányítják is a tanulási folyamatot. A negyedik osztályban a törtek tanításánál a 128 évet átölelő időszakban csupán egy olyan tankönyv van, az Apáczai, amelynek illusztrációi függetlenek a matematikai tartalomtól. (12. grafikon)



12. grafikon

Az illusztrációk funkciója, 1–4. osztály, 1883–2010

Kék: aktív tevékenységhez kapcsolódik

Zöld: irányítja a tanulási folyamatot

Piros: passzív ismeret felelevenítése

Sárga: független a matematikai tartalomtól

### 3. A szorzótábla tanításának vizsgálata

Annak érdekében, hogy megtudjam, hogy a 2009-10-es tankönyvlistán szereplő alsó tagozatos tankönyvcsaládok második osztályos tankönyveinek 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetei mutatnak-e lényegi különbségeket a szorzótábla tanításában, illetve a változatoknak vannak-e előzményeik a korábban megjelent tankönyvekben, és ha igen, akkor honnan eredeztethetők, az előzőekben (2. 3. 1. fejezetben) bemutatott kategóriarendszert vettem alapul.

A *tematika összehasonlítása* kategóriában az első alkategória, a témakör már adott. A témaköri tartalmakkal foglalkozó részben, ugyanúgy, mint eddig, feltárni kívántam a szorzótábla módszertani felépítését. Ennek érdekében vizsgáltam a szorzótáblák tanításának elhelyezkedését az éves tananyagban; a kapcsolódó fogalmak: a szorzás, a bennfoglalás, a részekre osztás, az osztás és a maradékos osztás bevezetését, a szorzás értelmezését, a szorzásban használt fogalmak megnevezését.

A *kérdések és feladatok* kategóriában a számfeladatok és szöveges feladatok előfordulási aránya és típusaik változása mellett vizsgáltam a feladatokban a szorzáshoz szorosan kapcsolódó, valamint a tantárgyi koncentrációban megjelenő matematikai fogalmakat.

A *pedagógiai szövegek tanulhatósága* kategóriát kibővítettem. A 2009-10-es tankönyvlista 2. osztályos tankönyveinek nyelvi vizsgálatát négy kiemelt területen végeztem.

1. A mondatok felépítése, terjedelme, illetve szerkezete.
2. A matematikai tartalom megfogalmazásának pontossága, megfelelősége.
3. Három szócsoporthoz kiterjedő lexikai vizsgálat, a szóanyag és a szakszavak megjelenésének tekintetében.
4. Helyesírás és nyelvhelyesség vizsgálata. (Köves–Szegefű 2011)

A vizsgálat fontosságát megerősíti, hogy az alsó tagozatos matematika tanításában is mind a kognitív, mind a kommunikációs képességek fejlesztése alapvető feladat, amint azt a 2012-es NAT és a kerettantervek is kifejtik. Az anyanyelvi és a matematikai kompetenciákban közös elemként jelenik meg az utalás a nyelv és a gondolkodás kölcsönhatására, fontosságára, az ok-okozati viszonyok felismerésére, a lényegkiemelés szükségességére, valamint a hallott és olvasott szöveg értésére, a szövegalkotás fejlesztésére, az érvelés jelentőségére, a szókinccs bővítésére, a szaknyelv elsajátítására stb. A tankönyv nyelvhasználata egyaránt mintául szolgál a tanítónak, tanulónak, ezért is tartom lényegesnek a matematikai tartalom, a kérdések és válaszok egyértelmű, érthető, egzakt, ugyanakkor választékos megfogalmazását a művelt köznyelv és a szaknyelv elvárásainak érvényesítésével.

Ugyanúgy, mint az előző fejezetekben, itt is vizsgáltam a feladatokban megjelenő látens tartalmat is.

A *könyvészeti szempontok* alkategóriában itt is csak az illusztrációkkal foglalkoztam. Az áttekintett száz év során a tankönyvekbe egyre több illusztráció került. A mai vizsgált tankönyvekben az illusztrációk átlagosan a felét teszik ki a tankönyveknek, és szorosan kapcsolódnak egy-egy feladathoz. Ezért az ábrákat a matematika tartalomhoz kapcsolódásuk szempontjából vizsgáltam. Az ábrákat a feladathoz kapcsolódásuk jellege szerint csoportosítottam. Öt szinten több kategóriát (s ezeken belül további alkategóriákat) határoztam meg.

1. A feladat megoldásához kapcsolódik az ábra.
2. A feladat értelmezéséhez kapcsolódik az ábra.
3. Az ábra hívókép.
4. Nincs kapcsolat az illusztráció és a feladat értelmezése, megoldása között.
5. Nem tartozik ábra a feladathoz.

A tankönyvvizsgálatot, az adatok megjelenítését ugyanazzal a módszerrel végeztem, mint az előző (2.) fejezetben.

A vizsgálatához a 2009-2010. évi tankönyvlistán szereplő tankönyvcsaládok második osztályos tankönyveiből a 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezeteket választottam. Nyolc tankönyvcsalád szerepel a tankönyvlistán, ami kilenc másodikos tankönyvet jelent, mert az Apáczai Kiadó a sorozatához két második osztályos tankönyvet jelentetett meg.

A szorzótáblát mindannyian egyféleképpen ismerjük; szoktuk mondani, hogy a  $2 \times 2$  mindig 4. A kérdés, amire a választ keresem, hogyan juthatunk el ehhez a 4-hez, pontosabban:

- a mai tankönyvek mutatnak-e lényegi különbségeket a szorzótábla tanításában,
- a változatoknak vannak-e előzményeik a korábban megjelent tankönyvekben, és ha igen, akkor honnan eredeztethetők.

Annak érdekében, hogy a kérdéseket meg tudjam válaszolni, áttekintem a kilenc második osztályos tankönyv tanításfelfogását a szorzótáblára vonatkozóan, valamint részletesen összehasonlítom a 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetek (szorzás, bennfoglalás, részekre osztás, maradékos osztás) feladatait ebben a kilenc tankönyvben és a hozzájuk kapcsolódó segédletekben.

### **3. 1. A vizsgálati anyag**

A 2009-2010. tanévre szóló tankönyvjegyzéken hat kiadónak nyolc alsótagozatos matematika-tankönyvcsaládja szerepel. Ezekből emeltem ki a második osztályosok számára készült kiadványokat.

A vizsgált tankönyvekre az első szerzőjük nevével fogok hivatkozni. A tankönyveket az első megjelenésének időpontja szerint rendeztem.

A következőkben 1. C. Neményi<sup>1</sup>, 2. Rakos<sup>2</sup>, 3. Hajdu<sup>3</sup>, 4. Forgács<sup>4</sup>, 5. Török<sup>5</sup>, 6. Esztergályos<sup>6</sup>, 7. Flór<sup>7</sup>, 8. Libor<sup>8</sup>, 9. Educatio<sup>9</sup>.

A rendszerezést, elemzést a tankönyvek és a hozzájuk kapcsolódó kerettantervek, a tanítói kézikönyvek, a tanmenetek alapján végeztem. Az oktatási segédletekből a szubjektív indoklásokat általában nem vettem figyelembe, mint például „... a gyerekek számára ez a lejegyzési mód egyszerűbb” (Murátiné Tkk. 2. o. 2009:38.).

### 3. 2. A szorzótábla tanításának módszertani felépítése a tankönyvekben

A NAT 2007 ajánlása szerint a matematika műveltségi terület százalékos aránya 17–23%. Ezek alapján 2. osztályban a minimális matematika-óraszám heti 4 óra, évi 148 óra. Ezen felül tervezhető 1 óra szabadon, lehetséges a kéthetes ciklusonként 9 matematikaóra, az évi 166 óra, vagy a heti 4 alapóra + 1 szabadon tervezhető óra, azaz évi 185 óra. Például a Hajdu-tankönyvcsalád tanmenetjavaslata megtervezi az oktatást mind a három, a későbbi kiadásban két lehetséges esetre. Esztergályos javaslata a plusz órákra: „... ezeken az órákon gyakorolják a heti tananyagot”. Az összehasonlítás során a heti 4 alapórára tervezett tanmenetjavaslatokat veszem figyelembe, mert ez minden tankönyvhöz rendelkezésre áll.

#### 3. 2. 1. A szorzótáblák tanításának elhelyezkedése az éves tananyagban

Mindegyik tankönyvcsaládhoz tartozik olyan segédlet, amely javaslatot tesz a tananyag beosztására. Ezek alapján készült a 1. táblázat. A színes rész mutatja azokat a heteket, amikor a szorzótábla a fő tananyag.

---

<sup>1</sup> C. Neményi Eszter–Sz. Oravecz Márta (2009): *Matematika. Általános iskola 2. osztály. II. kötet.* Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest. 17–23.

C. Neményi Eszter–Sz. Oravecz Márta (2009): *Matematika munkafüzet. Általános iskola 2. osztály.* Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest. 102–107.

<sup>2</sup> Dr. Rakos Katalin (2009): *A mi matekunk. 2. osztály.* Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest. 91–94.

Dr. Rakos Katalin (2009): *A mi matekunk. Feladatgyűjtemény. 2. osztály.* Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest. 40.

<sup>3</sup> Hajdu Sándor–Novák Lászlóné–Scherlein Márta (2009): *Matematika 2. Első kötet.* Műszaki Könyvkiadó Kft., Budapest. Könyv rész 78–85., Gyakorló rész 78–85.

<sup>4</sup> Forgács Tiborné–Gál Józsefné (2009): *A matematika csodái. Tankönyv. 2. osztály.* Dinasztia Tankönyvkiadó Kft., Budapest. 71–73.

Forgács Tiborné–Gál Józsefné (2009): *A matematika csodái. Munkafüzet. 2. osztály.* Dinasztia Tankönyvkiadó Kft., Budapest. 72–74.

<sup>5</sup> Dr. Török Tamás–Debnárik Gézáne (2009): *Matematika I. Általános iskola 2. osztály,* Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest. 76–77.

<sup>6</sup> Esztergályos Jenő (2009): *Második matematikám. 2. osztály* Apáczai Kiadó és Könyvterjesztő Kft., Celldömölk. 116–121.

<sup>7</sup> Flór Lászlóné–Esztergályos Jenő (2009): *Az én matematikám 2. osztály.* Apáczai Kiadó és Könyvterjesztő Kft., Celldömölk. 116–119.

<sup>8</sup> Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Anikó (2009): *Sokszínű matematika. Munkatankönyv. 2. osztály. II. félév.* Mozaik Kiadó Kft., Szeged. 24–35.

<sup>9</sup> Educatio (2009): *Kompetenciafejlesztő oktatási programcsomag.* Alkotószerkesztő: dr. Fried Katalin. *Matematika – 2. évfolyam "A" programcsomag.* Társadalmi Szolgáltató Nonprofit Kht. 29–30. modul.

1. táblázat  
A szorzás témakör elhelyezkedése az éves tantervben

Hónap	C. Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergyályos	Flór	Libor	Educatio
Okt.									
Nov.									
Dec.									
Jan.									
Febr.									
Márc.									
Ápr.									



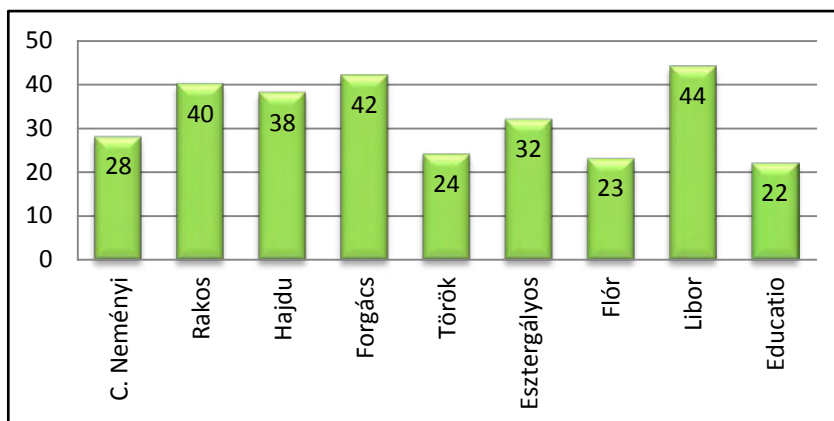
Két alapvetően különböző eljárás figyelhető meg a szorzótáblák tanításában. Az egyik egy tömbben tanítja, itt két módozatot találunk attól függően, hogy az első vagy a második félévben kezdik-e el a témakör tanítását. A másik eljárás a teljes tanév folyamán elosztva tanítja a témakört. Az első félévben kezdi a szorzótáblák tanítását a Forgács és a Török tankönyv. A második félévben kezdi el bevezetni a szorzást a C. Neményi, a Rakos, az Esztergályos, a Libor és az Educatio tankönyv. Elosztva a teljes tanév folyamán a Hajdu tankönyv. (2. táblázat) Az első típusú tananyag-felépítés az előző, 2. fejezetben vizsgált tankönyvek közül először a Budapesti tankönyvben jelenik meg (1951), majd a Csáki–Géczy1,2-ben (1963, 1976), az összes többi, 2. fejezetben vizsgált tankönyvre a 2. koncepció a jellemző.

2. táblázat  
A szorzás témakör tanításának esetei

1. Egy tömbben	a)	Az 1. félévben kezdve	Forgács Török
	b)	A 2. félévben kezdve	C. Neményi Rakos Esztergályos Libor Educatio
2. Elosztva az év folyamán	c)		Hajdu

A tananyag-felépítés indoklása a módszertani segédletek alapján: Az 1. a) csoport szerint a tananyag ilyen elrendezésével egyrészt több idő jut az ismeretek rögzítésére, másrészt a második félév tananyagában már alkalmazás szinten megjelenhet a négy alpműveletről tanult ismeretanyag. Az 1. b) csoport először bővíti a számkört 100-ig, bevezeti, begyakoroltatja ebben a számkörben az összeadást és a kivonást, majd ezek után kezdi el tanítani a szorzótáblákat, alapul véve az 1978-as tanterv előírásait. A 2. csoport „a hosszú érlelés elvét” vallja. A számkörbővítést és a szorzótáblák tanulását összekapcsolja. Úgy véli, így nagyobb hangsúlyt kap a műveleti tulajdonságok felismerése, értelmezése, begyakorlása, alkalmazása.

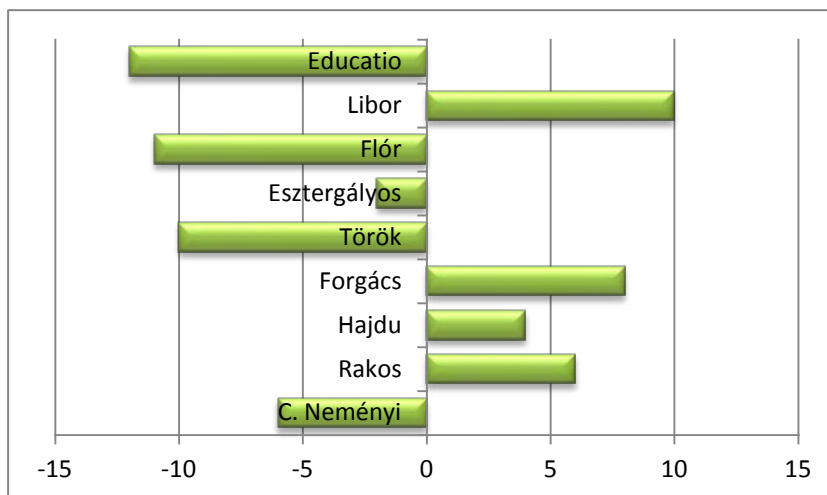
A szorzótáblák témakörre fordított tanórák száma átlagosan  $33,75 \approx 34$  óra. Ez az óraszám kizárólag azokat az órákat tartalmazza, amelyek a tanmenetben szorosan kapcsolódnak az egyes szorzótáblákhoz, például: új szorzótáblák bevezetése, gyakorlása (1. grafikon).



1. grafikon  
A szorzás témakörre fordított tanórák száma



Az átlagtól legkevésbé az Esztergályos és a Flór (-2 óra), illetve a Hajdu (+ 4 óra) tankönyvek, legnagyobb mértékben az Educatio (-12 óra), a Török (-10 óra) és a Libor (+ 10 óra) tankönyvek térnek el (2. grafikon). A két szélső érték közötti eltérés jelentős: a Libor tankönyv kétszer annyi időt (44 óra) szán a szorzótáblák megtanítására, mint az Educatio (22 óra). Ennek oka a tananyag strukturálásában keresendő. Az alacsonyabb óraszámú a 100-as számkör kialakításakor már előkészíthető a szorzásfogalom, a szorzótáblák bevezetésekor már lényegében kész szorzásfogalomra és jól megalapozott bennfoglalásra építhetnek (C. Neményi 1994, Útjelző 2.). A magasabb óraszámú a szorzásfogalom alakítása az először tanított szorzótáblák megismerésével párhuzamosan folyik.



2. grafikon

A szorzótáblák témakörre fordított tanórák számának eltérése az átlagtól

A régebbi tankönyvekben a fokozatos számkörbővítésből adódott a szorzótáblák tanításának sorrendje. Minden számkörhöz a hozzá tartozó szorzótáblát tanították új tananyagként. Például a 40-es számkörben a 4-es szorzótáblát, illetve az összes szorzást gyakoroltatták, ami ebben a számkörben elvégezhető<sup>10</sup>. A szorzótáblák tanításának a számsorrendtől különböző sorrendje akkor merülhet fel, amikor nem kapcsolják össze a szám- és műveletfogalom tanítását. Az öt korszak közül ez a harmadikban, a Budapesti tankönyvben jelenik meg először.

Az első néhány, magyar nyelven megjelent tankönyv is különválasztotta a szám- és műveletfogalmat, de akkor még a szóbeli műveletek fontosságát nem ismerték fel, az elgondolás csupán az írásbeli műveletekre vonatkozott, mint például a Debreceni aritmetikában (1577) vagy Maróthi (1743) tankönyvében.

A mai tankönyvekben a szorzótáblák tanításának sorrendjét illetően három tendencia figyelhető meg.

1. Majdnem számsorrendben veszik a szorzótáblákat a Rakos, a Török és a Libor tankönyvek (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10), csupán az 1 és a 0 kerül a sor elejéről a végére. A választás indoklása: „a számolási nehézségekkel küzdők a kisebb szorzótáblák tanulásánál jobban tudnak figyelni a struktúrára” (Rakos 2000). Feltételezem, hogy a struktúrák alatt itt

<sup>10</sup> Második osztályban a szorzás, osztás tanítását mindegyik tankönyv a természetes számok halmazán értelmezi.

a szorzás értelmezésére kell gondolnunk. Ennél a feldolgozási módnál az összefüggések megláttatása összekapcsolódik a folyamatos ismétléssel: például a 4-es szorzótábla tanulásakor a 4-es és 2-es táblák összehasonlításával.

2. Csoportosítják a szorzótáblákat a C. Neményi, a Forgács, az Esztergályos és az Educatio tankönyvek, de a csoportokban piciny eltérés mutatkozik. A C. Neményi, a Forgács és az Educatio tankönyv 10-5-2, 4-8, 3-6-9, 7; az Esztergályos 10-5, 2-4-8, 3-6-9, 7, 1, 0; csoportosítással dolgozik. Ez utóbbi tankönyv 1-1 tanórában kitér az 1-gyel és a 0-val való szorzásra. E csoport véleménye szerint azért lényeges a nem számsorrendi csoportosítás, mert így nagyobb lehetőség nyílik a szorzótáblakon belüli és közötti összefüggések megláttatására.

3. A 2-5-10 szorzótáblákat csoportosítva, a többit: a 3-ast, a 4-est, a 6-ost, 7-est, 8-ast, 9-est sorrendben, majd az 1-et és a 0-t legutoljára tanítja a Hajdu tankönyv. Ez a tankönyv a következő elvet vallja: „Az összeadásról és a kivonásról tanultak kiterjesztését, illetve a szorzás és az osztás szóbeli számolási eljárásainak megtanítását egymással váltakozva, egymásra épülve, egymást erősítve, hosszú gyakorlási szakaszokat biztosítva dolgozza fel a tankönyv, figyelembe véve a fokozatosság elvét.” (Hajdu Tkk. 2008:26)

A számkörbővítést 100-ig (a Hajdu tankönyv kivételével) a tankönyvek a szorzótáblák tanítása előtt vezeti be, míg a Hajdu tankönyv összekapcsolja a szorzótáblák tanítását a számkörbővítéssel, ami lényeges eltérés a többi tankönyvvel összevetve. A szorzás, osztás fogalmának előkészítése már az év eleji ismétlés keretében megkezdődik. A szorzás, osztás 2-vel a 20-as számkörben, majd a számolás kerek tízesekkel 100-ig téma kapcsán vezeti be a 10 többszöröseit, majd számtani sorozat alkotásával ( $a_1 = 0$ ,  $d = 5$ ; illetve  $a_1 = 50$ ,  $d = -5$ ) készíti elő az egyjegyű számoknak az ötszörösét, ötödét, amely a szorzás, osztás előkészítése. A 4-es szorzótábla tanítása után jut el a 100-as számkörig. Hasonló elvek alapján készítette Busse a Punktbildert (1786). Ő már a kezdeti időszakban, a 6-os szám tanításakor a  $3 + 3 = 6$  és a  $2 + 2 + 2 = 6$  mellett rögtön bevezeti a  $2 \times 3 = 6$ -ot és a  $3 \times 2 = 6$ -ot. Századokon át követték Busse nézetét, amely a XIX. századra teljesen elterjedt.

### **3. 2. 2. A kapcsolódó fogalmak bevezetése – szorzás, bennfoglalás, részekre osztás, osztás, maradékos osztás**

A szorzáshoz kapcsolódó fogalmak előkészítése három különböző módon történik:

1. A C. Neményi tankönyv a 2-es, 5-ös, 10-es szorzótáblánál előkészíti, bevezeti a szorzás, osztás, a 4-es szorzótáblánál bevezeti a részekre osztás fogalmát.

2. A Hajdu tankönyv a 2-es, 10-es szorzótáblánál előkészíti, az 5-ös szorzótáblánál bevezeti a szorzás, osztás, maradékos osztás fogalmát.

3. A Rakos, a Török, a Forgács, a Flór tankönyvekben a szorzás-osztás értelmezése, a műveleti tulajdonságok megsejtetése, a műveletek lejegyzése megelőzi a szorzó- és bennfoglalótáblák tanítását.

Az egy-egy szorzótábla tanításához kapcsolódó fogalom, mint például a szorzás, a bennfoglalás, a részekre osztás, a maradékos osztás sorrendjében, illetve csoportosításában is mutatkoznak különbségek. Külön egységnek tekinti a szorzást, bennfoglalást, részekre osztást a Flór tankönyv. A C. Neményi és az Educatio tankönyv a szorzást, bennfoglalást kapcsolja össze, majd ezt követi a részekre osztás. A Rakos, a Török, az Esztergályos és a Libor tankönyvek a bennfoglalást és a részekre osztást tekintik egy egységnek. Mind a

három részt egy egységnek tekinti a Hajdu és a Forgács tankönyv. A 3. táblázat egy-egy cellájában lévő számok a fogalmak tanításának sorrendjét mutatják.

3. táblázat  
A szorzás, bennfoglalás, részekre osztás, maradékos osztás tanításának kapcsolódási sorrendje

	C. Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergályos	Flór	Libor	Educatio
Szorzás	1.	1.			1.	1.	1.	1.	1.
Bennfoglalás			1.	1.			2.		
Osztás (részekre)	2.	2.			2.	2.	3.	2.	2.
Maradékos osztás	4.	4.	2.	3.	4.	4.	5.	4.	4.
Többi szorzótábla	3.	3.	3.	2.	3.	3.	4.	3.	3.

Az osztásnak többféle értelmezést adhatunk. Értelmezhetjük részekre osztásként, bennfoglalásként, de a szorzás inverz műveleteként is. A különböző értelmezések egymást erősítve alakítják ki magát az osztás fogalmát.

Az osztás fogalmának kialakítására két tendencia alakult ki:

1. Elkülönítve tanítja a különböző értelmezéseket, és feltételezi, hogyha mindegyiket külön-külön gyakoroltatja, végül kialakul a fogalmi rendszer. Nevezhetjük ezt az ismeretrendszer divergens módon való alakításának.
2. Az új ismeretet rögtön bekapcsolja a már meglévő ismeretek rendszerébe, azaz mondhatjuk, hogy konvergenciára törekszik.

Azokban a tankönyvekben, amelyekben a divergens megközelítés az uralkodó, külön fejezetben tárgyalják a bennfoglalást és a részekre osztás, de sehol sem jelenik meg külön fejezetként az osztás mint a szorzás inverz művelete.

A bennfoglalás és a részekre osztás értelmezésére két ellentétes álláspontot találunk. A C. Neményi, a Forgács, a Flór és az Educatio tankönyvek szerint „... lényeges különbség van a bennfoglalás és a részekre osztás között, ezért ezek értelmezésére és tudatos alkalmazására nagy figyelmet fordítunk.” (Educatio 2008:66). A C. Neményi tankönyv szerint a „kétféle osztás megkülönböztetése akkor is fontos kötelessége a 2. osztályos tanítónak, ha a felső tagozat nem épít rá tudatosan. A fogalom kimunkálása idején az a döntő, hogy miféle tevékenységhez kapcsoljuk őket.” (C. Neményi 1994, Útjelző 2.) E szemlélet következményeként a kétféle értelmezést a jelöléssel is megkülönbözteti és bevezeti az „:” és a „/” jeleket.

A Hajdu, a Rakos és a Török tankönyvek csak az „:” jelet használják, és „Csak egyféle osztásról beszélünk, és csak egyféle jelölést alkalmazunk. Természetesen a gyermek sok olyan szöveges feladattal találkozik, amelyben az osztás mint bennfoglalás, illetve mint részekre osztás jelenik meg. Ezekben a feladatokban az osztás különféle értelmezéseiről van szó és nem különféle osztásokról.” (Hajdu 2003, Program 2:31)

Az Esztergályos tankönyv külön fejezetben taglalja, de nem különbözteti meg külön jellel a kétféle osztást.

A maradékos osztás fogalmát a Hajdu tankönyv kivételével mindegyik tankönyv az összes szorzótábla megtanulása után vezeti be. A Hajdu tankönyv minden egyes szorzótábla után gyakoroltatja a maradékos osztást is a következő indoklással:

- Az osztás fogalmának kialakulásához elengedhetetlen, hogy a gyermekek felismerjék, hogy az osztás kivezet a természetes számok halmazából, azaz nem minden esetben végezhető el abban.
- A maradékos osztás elvégzésekor az egyes szorzótáblákat összetett feladathelyzetben alkalmazza, ami hatékonyan fejleszti a számolási rutint és mélyíti a számfogalmat. (Hajdu 2005, Program 2.)

### 3. 2. 3. A szorzás értelmezése a természetes számok halmazán

A szorzás lehetséges értelmezései különböző arányban, de mindegyik tankönyvben megjelennek. A feladatokban megtalálható

- növekvő számtani sorozat alkotása (például:  $a_1 = 0, d = 3$ ), azaz számlálás 0-tól egyenlő lépésekkel, illetve csökkenő (például:  $a_1 = 30, d = -3$ ), azaz számlálás kerek tízestől „visszafelé” 0-ig,
- azonos elemszámú diszjunkt halmazok egyesítése, azaz egyenlő tagok összeadása,
- halmazok Descartes-szorzata, a téglalap modell vagy kombinatorika feladat.

#### A szorzásban használt fogalmak megnevezése

Menyőfi Tolvaj Ferenc (1675) tankönyvében latinul nevezi meg a *szorzandót* (*multiplicandus*), a *szorzót* (*multiplicans*) és a *szorzatot* (*multiplicatus*). Megkülönbözteti a tényezőket aszerint, hogy hol helyezkednek el, ugyanakkor azt is leírja, hogy a tényezők felcserélhetők: „...akár mellyik tétessék fellyül seu multiplicandussá, a' szabad út.” Maróthi (1743) latinul megnevezi a tényezőket: „A' sokszorozásban mindenkor két szám vagon: mert mindenkor így mondom: ennyiszer ennyi. Ezeket nevezik Deákul Faktoroknak.” Ugyanakkor megemlíti a *multiplicandus* szót, és magyarázza is: „sokszorozni való” röviden „felső” „azt pedig a' mellyel a' Felsőt sokszorozzuk, hívjuk Sokszorozónak. ... a' mi a' sokszorozásból ki-jő, hívják Faktumnak, vagy Facitnak”. A matematikai szaknyelvnek megfelelően Beke Manó vezérkönyvében (1900) *tényezőkről* beszél. A *tényezők* szó használata azért szilárdulhatott meg a matematikai szaknyelvben, mert egyrészt alkalmazható több szám szorzatára is, másrészt figyelembe veszi a szorzás kommutativitását, azaz két szám szorzásakor nem tartja lényegesnek a számok sorrendjét:  $4 \times 3 = 3 \times 4$ .

A szorzás eredményét mindegyik mai tankönyv szorzatnak nevezi, de a többi, a szorzásban előforduló megnevezés nem egységes. A Hajdu és a Libor tankönyvek a matematikában megszokott módon a *tényezők* megnevezést használja, de más-más megfontolásból.

- A Hajdu szerint: „A fogalom kialakításának már a kezdeti szakaszában felismertetjük a szorzás tényezőinek felcserélhetőségét. Emiatt nem különböztetjük meg a szorzót és a szorzandót, tényezőkről beszélünk.” (Hajdu 2003, Program 2.)
- A Libor tankönyv szerint: „Második osztályban még nem tananyag a szorzó, szorzandó megkülönböztetése.” Ugyanakkor azt is közli, hogy „az első szám azt jelenti, hány csoport van a képen, a második szám pedig a csoport elemeinek számát jelöli [...] A gyerekek számára ez a lejegyzési mód egyszerűbb.” (Murátiné 2004, Tkk.:38)

Az első megfogalmazás számelméleti, a második didaktikai alapon indokol. A Libor indoklása az egyetlen, amely szerint nem tananyag a tényezők megnevezése. Az Esztergályos tankönyv *szorzótényezőket* használ. Ezen kívül a *szorzótényezők* kifejezést csak megemlíti, de ritkán használja a Forgács és Flór tankönyv. (4. táblázat)

Két tényező esetén a tényezőket külön megnevezik:

- A Forgács, a Flór és az Educatio tankönyvek *szorzandó* × *szorzót* használnak.
- A Török tankönyv pont ellentétesen *szorzó* × *szorzandót*, de ritkábban használja a *tényezők* kifejezést is.

A magyar nyelv rugalmassága megengedi, hogy az  $5 \times 4$  szorzatot többféleképpen is kiolvassuk. Az olvasata lehet „5-ször 4”, ekkor 4 a szorzandó, és 5 a szorzó, de lehet „5-nek a 4-szerese” is, ekkor 5 a szorzandó, és 4 a szorzó. Ellentétben a Libor tankönyv megfogalmazásával, ebben az esetben a két komponens helye attól függ, hogyan olvassuk a szorzatot. Megfelelőbbnek mégis a *tényezők* szóhasználatot tartom, egyrészt azért, mert általánosan elterjedt a matematikai szakszó, másrészt pedig azért, mert a több komponensből álló szorzat komponenseinek a megnevezésére is alkalmas, azaz erre az esetre nem kell új szakszót megtanítani.

Annak a szemléletnek az indoklása, amely a tényezőket megkülönbözteti az elfoglalt helyük alapján, az Educatio Kht. kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve (2008:65) szerint a következő: „A szorzás értelmezésénél fontos megkülönböztetni és következetesen használni a szorzandót és a szorzót, hiszen a művelet tulajdonságainak felismertetése és alkalmazása csak a művelet értelmezése után történhet meg.”

4. táblázat  
A szorzásban használt fogalmak megnevezése

<b>C. Neményi</b>	–
<b>Rakos</b>	szorzás
<b>Hajdu</b>	tényezők
<b>Forgács</b>	szorzandó · szorzó
<b>Török</b>	szorzó · szorzandó, tényezők
<b>Esztergályos</b>	szorzótényezők
<b>Flór</b>	szorzandó · szorzó
<b>Libor</b>	tényezők
<b>Educatio</b>	szorzandó · szorzó

A szorzás elemeinek megnevezése, a szóhasználat a szorzás értelmezéséből következik. Az értelmezésben két szembenálló irány mutatkozik. Az egyiket legmarkánsabban a C. Neményi és az Educatio tankönyvek képviselik, a másikat a Hajdu, és a Libor tankönyvek. A többi tankönyv az egyik és/vagy a másik irányhoz kapcsolódik.

A NAT és a kerettantervek is kívánatosnak tartják a szaknyelv használatát. A matematikában már a múlt század elején sem volt minden tankönyvre jellemző a tényezők elnevezésbeli megkülönböztetése. Érthetetlen módon az elemi szintű matematika-tankönyvek közül többen ragaszkodnak a kéttényezős szorzatok esetén a tényezők helye szerinti egyik megkülönböztetéshez.

### 3. 2. 4. A 4-es szorzótáblához kapcsolódó feladatok vizsgálata

A második fejezetben csak a tankönyveket vizsgáltam, mert az áttekintett időszakra nem volt jellemző a tankönyvön kívüli tanulói segédlet használata. A következőkben a tankönyvet és a szorosan hozzá tartozó tanulói segédleteket, mint munkafüzetet, feladatgyűjteményt vagy gyakorlót egy egységnek tekintettem, és tankönyv néven hivatkozom rájuk. Több esetben ezeket egy kötetbe fűzték, és a tankönyvi részben utalnak a segédletből megoldandó feladatokra.

#### A feladatok száma

A feladatok összeszámlálásakor a szerzők által jelölt egységeket követtem. (azaz nem vettem figyelembe, hogy egy-egy feladat megoldása különböző mennyiségű művelet elvégzését várja a tanulóktól). Vannak feladattípusok, amelyek esetében nem is lehet eldönteni a feladat megoldásához kapcsolódó műveletek számát, ilyen például a „Beszélgetsek, olvassatok a képről” (C. Neményi Tk.:17) vagy a „Számolj négyesével” (Libor Tk.:31).

Nem mutatható ki összefüggés a magas feladatszám és a több részből álló feladatok között. Azaz a kevesebb feladatszámot tartalmazó tankönyvek feladatai nem okvetlen állnak több feladatrészből (5. táblázat).

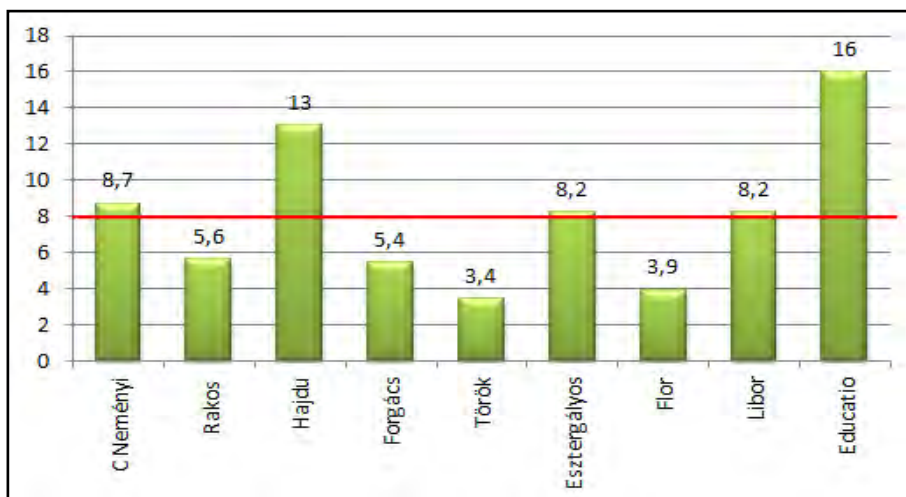
5. táblázat

A feladatok tankönyvenkénti száma a 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetekben

	C. Neményi		Rakos		Hajdu		Forgács	Török		Esztergályos	Flór	Libor		Educatio
	Tk.	Mf.	Tk.	Fgy.	Tk.	Gy.		Mf.	Tk.			Tk.	Tk.	
Feladat	15	12	20	5	26	28	15	10	9	29	14	40	29	11
Összesen	27		25		54		25	9		29	14	40		39

Az átlagos feladatszám 27. Az ettől pozitív irányban lényegesen eltérő tankönyvek a Hajdu, a Libor és az Educatio, negatív irányban a Török és a Flór.

Változik a kép, ha – a tanítói segédletek alapján – az egy órára jutó feladatok számát vizsgáljuk. Egy tanórára átlagosan 8 feladat jut. Az átlagtól pozitív irányban lényegesen eltér, ugyanúgy, mint az előbbi vizsgálatnál, a Hajdu és az Educatio tankönyv. Egy tanórára nem egészen négy feladatot szán a Török és a Flór tankönyv. (3. grafikon)



3. grafikon

Egy órára jutó átlagos feladatszám a 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetekben

A magas feladatszám nem a tanulók ilyen arányú (túl)terhelését jelenti, hanem a tanítóknak adnak nagyobb lehetőséget a tanulók egyéni sajátosságainak figyelembevételére, a differenciálásra. Alacsony feladatszám esetén a tanító vagy elhagyja az egyéni fejlesztést, vagy más (tan)könyvek feladatait kell bevonnia.

#### A feladatok tipizálása

A következő táblázatokban a feladatokat csoportosítom különböző szempontok szerint (6., 7. táblázat). A cellákban levő szám mutatja a szempont százalékos előfordulását. Ebből következtethetünk arra, hogy a tankönyv mekkora súlyt fektet az adott szempont megtanítására. Feltételezésem szerint minél nagyobb a szám, annál fontosabbnak tartják a szerzők a szempont megjelenését. Egy-egy feladat a táblázatban szereplő szempontok közül többnek is megfelelhet például akkor, ha a feladat több különböző részből áll, vagy előfordulhat, hogy egyik szempontnak sem felel meg, ezért az egy tankönyvhöz tartozó cellák számainak összegétől nem várható el, hogy 100 legyen.

A táblázatokban szereplő fogalmak mindegyike kapcsolódik a 4-es szorzótábla tanításához, és megjelenik a tankönyvek valamelyikében. Egy-egy fogalom elsajátítása annál érettebbé, mélyebbé válik, minél többféle kapcsolatban jelenik meg.

Az összegző sor megmutatja, hogy az egyes tankönyv az adott szempontok közül hányat tart fontosnak. Az összegző oszlop pedig azt mutatja, hogy egy-egy szempont hány tankönyvben lelhető fel. Ebből az értékből következtetni lehet arra, hogy általában a tankönyvek mennyire tartják fontosnak az adott szempontot.

A tankönyvszerzők a legfontosabbnak az ismételt összeadás és a szorzás közti kapcsolat megtapasztaltatását, a szorzás-osztás kapcsolatának vizsgálatát, valamint a szorzótábla felépítését tartják. Ehhez a három témakörhöz kapcsolódó feladat nyolc tankönyvben fordul elő. Hét tankönyvben található olyan feladat, amely segíti a szorzás értelmezését matematikai modellel, valamint olyan, amely összehasonlítja a 4-es szorzótáblát egy másikkal. Hat tankönyvben szerepel a sorozat és a szorzás kapcsolatának megtapasztaltatása, a szorzás kommutativitásának és a szorzat változásainak vizsgálata. A szorzótábla memorizálására, a bennfoglalás fogalmának kialakítására – akkor is, ha külön jellel nem különböztetik meg –, valamint az egyenlő részekre osztásra öt tankönyvben

található feladat. A Descartes-szorzat és a szorzás kapcsolatának megtapasztaltására két tankönyvben találni példát, és csak egy tankönyv ad feladatot kétjegyű számok 4-szeresének kiszámítására.

A tankönyvek oldaláról nézve, a legszívesebben, a legtöbb oldalról értelmezi a szorzást rendre a Hajdu (13); majd a C. Neményi és a Libor (10-10); a Rakos, a Forgács és az Esztergályos (9); az Educatio (8); a Flór (7); a Török (5) tankönyv (6. táblázat).

6. táblázat  
A szorzáshoz szorosan kapcsolódó matematikai fogalmak százalékos megjelenése a 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetekben

	C. Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergályos	Flór	Libor	Educatio	Összesen
Ismételt összeadás és szorzás kapcsolata	11	28	6		22	7	7	8	8	8
Szorzótabla felépítése	4	4	4	8	11	3	7		5	8
A szorzás-osztás kapcsolata	22	8	13	12		21	14	15	3	8
A matematikai modell megjelenítése ábrával	26	16	9	4	11	3			3	7
4-es és egy másik szorzótabla összehasonlítása	22	4	9	8		7		8	3	7
Sorozat és szorzás kapcsolata	19		13	12	11			5	3	6
A szorzás kommutativitás	7	4	13	4		7		3		6
Szorzat változásai		12	4	8		7	14	8		6
Hányados változásai		4	2	4			7	3		5
Memorizálás	7		2	8		7		3		5
Bennfoglalás fogalma			4			14	14	3	3	5
Egyenlő részekre osztás fogalma	4		6				7	3	3	5
Descartes-szorzat és szorzás kapcsolata		4			11					2
Kétjegyű számok 4-szerese	4									1
Összesen (főle)	10	9	13	9	5	9	7	10	8	

A 7. táblázatban felsorolt fogalmak a tantárgyon belüli koncentrációt mutatják, azt, hogy a tankönyvben mely más matematikai témakörökhöz kapcsolódik a szorzótabla. Három tankönyvben jelenik meg a törtfogalom; kettőben a függvény fogalma, az egyenlőtlenség, az egyenes arányosság, a fordított arányosság, a hosszúság mérése, továbbá rejtvény formában a szorzótabla gyakorlása. A rejtvény nem matematikai fogalom, de a rugalmas gondolkodás remekül fejleszthető alkalmas rejtvényekkel. Csak egy tankönyvben, a C. Neményiben jelenik meg a területfogalom. A területfogalom szorosan kapcsolódik a szorzótáblához, egyrészt úgy, mint a Descartes-szorzat egyik lehetséges szemléltetése, másrészt úgy, mint a kommutativitás lehetséges szemléltetése. Ugyancsak egy tankönyvben, a Hajduban megjelenő fogalmak a maradékos osztás és a szorzás 0-val. Ennek a magyarázata, hogy a többi tankönyvben ez a két anyagrész az összes szorzótabla megtanítása után kerül elő. A területfogalom szintén csak a Hajdu tankönyvben kapcsolódik a 4-es szorzótáblához.

A tantárgyi koncentráció tekintetében a legtöbb témakör a Hajdu tankönyvben (9) jelenik meg. A sorrendben a következő, kevesebb, mint feleannyi témakörrel (4) a C. Neményi tankönyv, még kevesebb jelenik meg a Libor (3), az Educatio (2)



tankönyvekben A többi tankönyv mintha nem tartaná fontosnak a tantárgyi koncentrációt ebben a témakörben. A Forgács, a Török, az Esztergályos és a Flór tankönyvben egyik témakörhöz sem kapcsolódik feladat a 4-es szorzótábla témakörön belül.

7. táblázat

A 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetek feladattípusai a tantárgyi koncentráció tekintetében

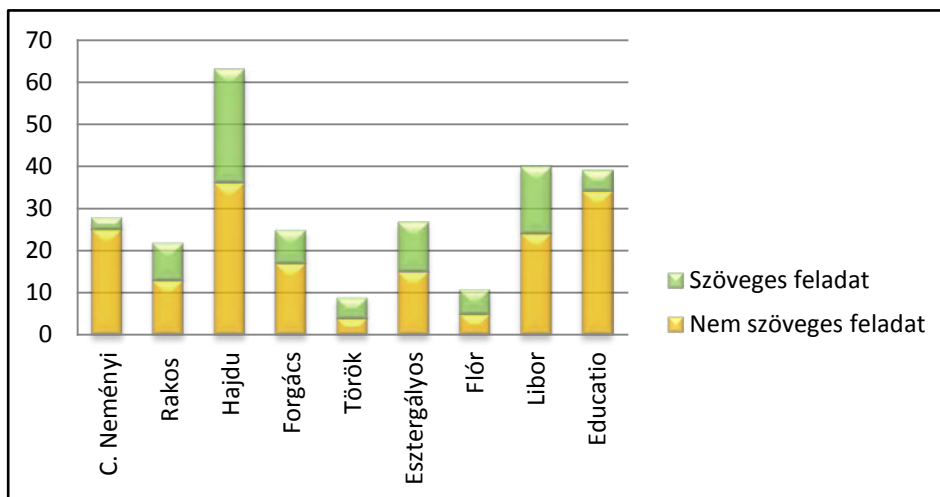
	C. Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergályos	Flór	Libor	Educatio	Összesen
Törtfogalom, negyede			4					18	3	3
Függvényfogalom			6						3	2
Egyenlőtlenség		4						3		2
Egyenes arányosság	4		6							2
Fordított arányosság	4		2							2
Hosszúságmérés	4		7							2
Rejtvény			11					5		2
Maradék osztás			15							1
Szorzás 0-val			2							1
Kerület			2							1
Terület	4									1
<b>Összesen (féle)</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>9</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	

#### Szöveges és nem szöveges feladatok

A négyes szorzótáblához kapcsolódó feladatokat ugyanúgy, mint az előző fejezetben, itt is két csoportra bontottam. Nem szöveges feladatoknak tekintem a tárgyi manipulációra épített feladatokat és a számfeladatokat. A szöveges és nem szöveges feladatokat vizsgálva megállapítható, hogy a szöveges feladatok mindegyik tankönyvben kisebb arányban szerepelnek, mint a többi feladat: átlagosan közel  $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$  az arányuk.

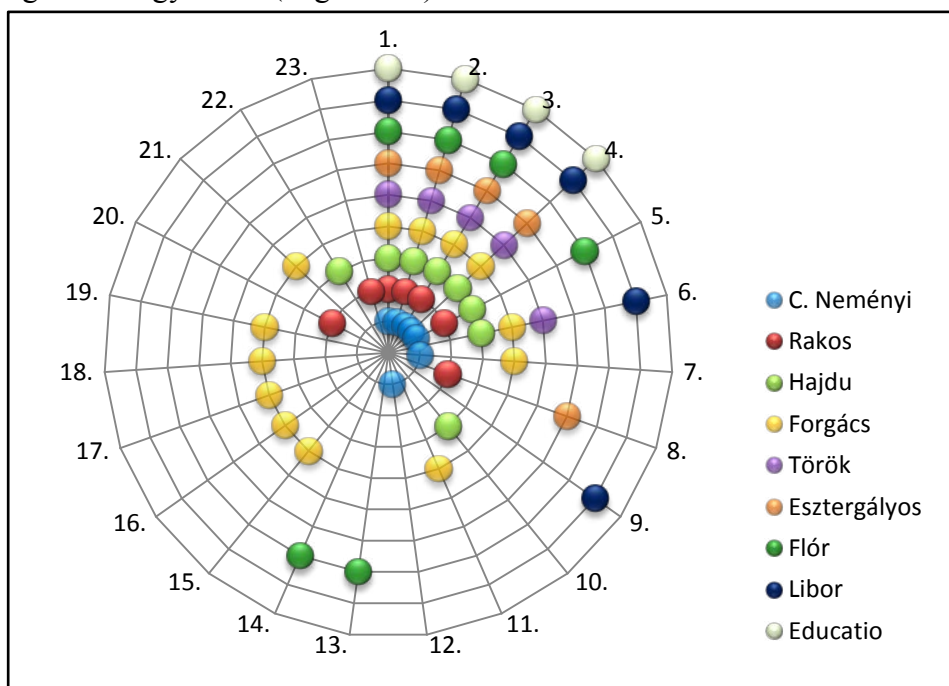
Két tankönyvben: a C. Neményi és az Educatio tankönyvekben jóval kisebb a szöveges feladatok aránya, mint a többiben. Ez a két tankönyv a többinél nagyobb arányban épít a manipulatív tevékenykedetésre. A szöveges feladatok aránya jóval meghaladja az átlagosat a Hajdu és a Török tankönyvben.

Más a kép, ha a feladatokat nem egy tankönyvön belül, hanem tankönyvek között vizsgáljuk, azaz a feladatok számát figyelem. A Hajdu tankönyvben 27, míg a Török tankönyvben 5 a szöveges feladatok száma. A 4. grafikon a szöveges és nem szöveges feladatok megjelenését mutatja.



4. grafikon  
Szöveges és nem szöveges feladatok megjelenése a 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetekben

A számfeladat-típusokat tágran értelmeztem, és minden olyan feladatot (a tankönyvi számozástól eltekintve) ide soroltam, amelyben valamilyen módon adottak a számok, a műveleti jelek, a relációjel ( $=$ ,  $>$ ,  $<$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ), és van ismeretlen, amit ki kell számolni. A különböző számfeladattípusokat az előfordulás alapján határoztam meg, az előfordulás gyakoriságát nem figyeltem. (5. grafikon)



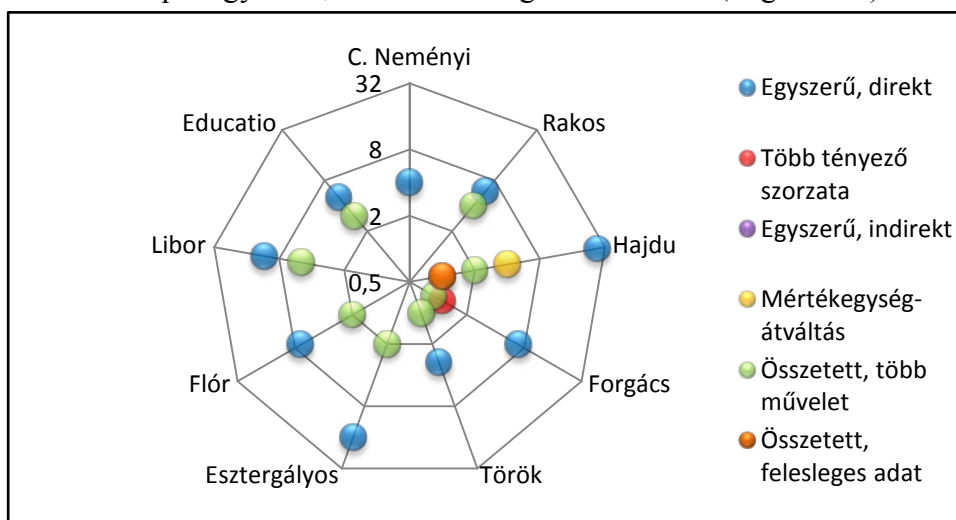
5. grafikon  
Számfeladatok típusainak megjelenése a 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetekben

1.  $a \cdot b = x$ , 2.  $a : b = x$ , 3.  $a + a + a + a = x$ , 4.  $x \cdot a = b$ , 5.  $a \cdot x = b$ , 6.  $x : a = b$ , 7.  $a \cdot b = c \cdot x$ ,
8.  $b - a - a - a - \dots = x$ , 9.  $x \cdot y = a$ , 10.  $a : x = b$ , 11.  $a : b = c : x$ , 12.  $a \cdot x = b \cdot y$ , 13.  $a \cdot b + a \cdot c = x$ ,
14.  $a \cdot b - a \cdot c = x$ , 15.  $a : x = b \cdot c$ , 16.  $x : a = b : c$ , 17.  $a + b = x \cdot c$ , 18.  $a \cdot b + = x$ , 19.  $a \cdot b - c = x$ ,
20.  $a - x > b \cdot c$  ( $>$ ;  $\leq$ ;  $\geq$ ), 21.  $a : b + c = x$ , 22.  $a \cdot b \cdot b = x$ , 23.  $a \cdot x > b$  ( $<$ ;  $\leq$ ;  $\geq$ )

Mind a kilenc tankönyvben megtalálható feladattípusok a következők: két szám szorzata ( $a \cdot b = x$ ), két szám hányadosa ( $a : b = x$ ), azonos tagok összege ( $a + a + a + a = x$ ). Hét tankönyvben szerepel az első tényező kiszámítása ( $x \cdot a = b$ ), négyben a második tényező ( $a \cdot x = b$ ), illetve az osztandó kiszámítása ( $x : a = b$ ). Kettőben található meg az osztás mint ismételt kivonás értelmezése ( $b - a - a - a - \dots = x$ ), és az  $a \cdot b = c \cdot x$  egyenleteknek megfelelő forma. A többi 15 alak csak egy-egy tankönyvben szerepel. A tartalmazott feladattípusok száma szerint a legelső a Forgács tankönyv (12), a következők a Hajdu (8), a C. Neményi és a Rakos (7), a Flór és a Libor (6), a Török és az Esztergályos (5), a legutolsó az Educatio (4).

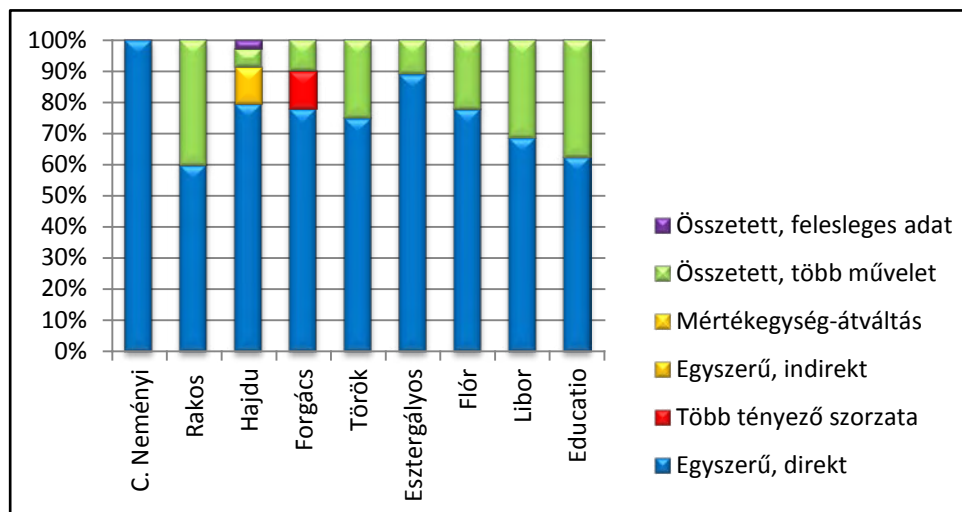
A szöveges feladatokat figyelve megállapítható, hogy mindegyik tankönyvben vagy a hozzá tartozó munkafüzetben szerepel egyszerű, direkt szövegezésű feladat. A C. Neményi tankönyv kivételével mindegyikben van összetett, több művelettel megoldható is. A többi típus egy-egy tankönyvben fordul csak elő. A Forgácsban több tényező szorzatára, a Hajduban mértékegység-átváltásra és összetett, felesleges adatot tartalmazó szöveges feladatra is van példa.

A szöveges feladat típusainak darabszáma jelenik meg a 6. grafikonon. A tankönyvek sorrendje a szöveges feladatok típusa szerint rendezve a következő: a legtöbb típus a Hajdu (4), majd a Forgács (3), a Rakos, a Török, az Esztergályos, a Flór, a Libor, az Educatio (2), a C. Neményi (1) tankönyvben fordul elő. Mindegyik tankönyvben szerepel egyszerű, direkt szövegezésű feladat, a legtöbb a Hajdu tankönyvben, valamint összetett, több művelettel megoldható feladat, a legtöbb a Libor tankönyvben. Egy tankönyvben, a Forgácsban található több tényező szorzatával, a Hajduban pedig mértékegység-átváltással megoldható feladat, valamint összetett, felesleges adatot tartalmazó feladat. A vizsgálati anyagban nem szerepel egyszerű, indirekt szövegezésű feladat. (6. grafikon)



6. grafikon  
Szöveges feladat típusainak darabszáma a 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetekben

Egy-egy szövegesfeladat-típusnak a tankönyvön belüli százalékos előfordulását mutatja a 7. grafikon. Mindegyik tankönyv a legnagyobb hangsúlyt az egyszerű, direkt szövegezésű feladatokra helyezi. Az arányuk mindegyik tankönyvben eléri vagy meghaladja a 60%-ot.



7. grafikon

Szövegesfeladat-típusok százalékos előfordulása a 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezetekben

Az előzőekben vizsgált négy szempont alapján – a szorzáshoz szorosan kapcsolódó matematikai fogalmak, a tantárgyi koncentráció, a számfeladat- és a szövegesfeladat-típusok – a tankönyveket sorba rendeztem. A sorrendet úgy állítottam elő, hogy az egy-egy szempont szerint rendezett tankönyvek sorban elfoglalt helyének számát kivontam 9-ből. Ennek alapján a sor első helyén a C. Neményi és a Hajdu (28) tankönyv áll, amelyeket a Libor (25), a Rakos és a Forgács (23), az Esztergályos és az Educatio (20), a Flór (19), a Török (17) követ. (8. táblázat)

8. táblázat

A tankönyvek sorrendje a matematikai tartalom szerint

	C. Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergályos	Flór	Libor	Educatio
Szorzáshoz szorosan kapcsolódó matematikai fogalmak	7	6	8	6	3	6	4	7	5
Tantárgyi koncentráció	7	4	8	3	3	3	3	6	5
Számfeladattípusok	6	6	7	8	4	4	5	5	3
Szövegesfeladat-típusok	8	7	5	6	7	7	7	7	7
Összesen	28	23	28	23	17	20	19	25	20
<b>Sorrend</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>4</b>

### 3. 3. A tankönyvek néhány nyelvi jellemzője

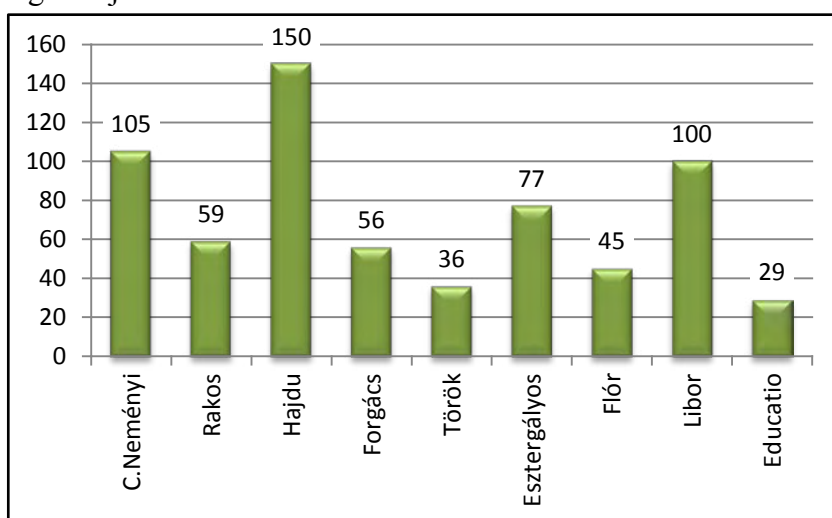
A nyelvi elemzést a mondatok és szavak szintjén az Anyanyelvet a matematikához (is)! (Köves–Szegefű 2010) című tanulmány alapján állítottam össze.

A NAT-ban és a kerettantervekben megfogalmazott anyanyelvi és matematikai kompetenciák kifejtése során – természetesen – megjelennek közös elemek: mindkét

területen megtalálható az utalás a nyelv és a gondolkodás kölcsönhatására (absztrakció, ok-okozati viszonyok, lényegkiemelés), valamint a hallott és olvasott szövegértésre, a szövegalkotás fejlesztésére, az érvelés jelentőségére, a szókincs bővítésére – a matematikában a szaknyelv elsajátítására is. Ugyanakkor a tankönyvjóváahagyás folyamatában érvényesíteni kell a Tankönyvkiadó Intézet által összeállított nyelvi szempontokat – bár ezek kétségkívül túl általánosan fogalmazzák meg a követelményeket.

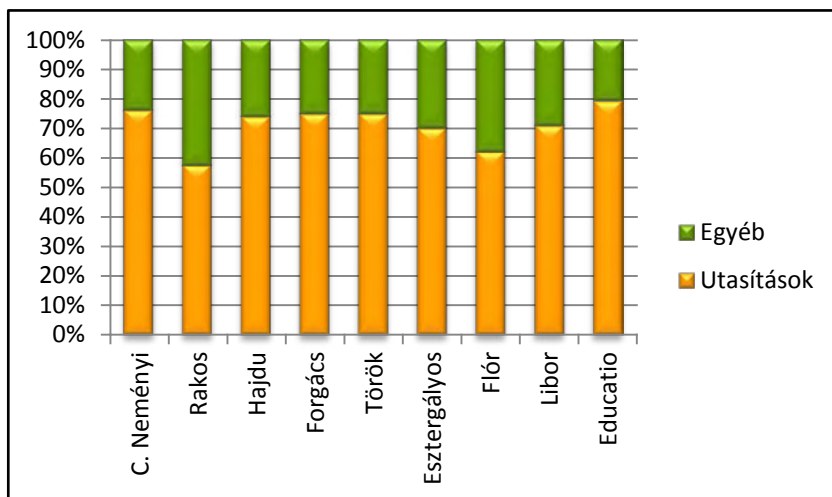
A vizsgálatnak ezen része arra a kérdésre keres választ, hogy mennyiben érvényesülnek a fent közölt célok, illetve követelmények, elvárt kompetenciák a kiválasztott matematika-tankönyvek nyelvezetében.

A vizsgálati anyagot 657 mondat teszi ki. A mondatok számának tankönyvek szerinti előfordulása igen változatos képet mutat: a legtöbb mondat a legkevesebbnek ötszöröse (8. grafikon). Ennek alapján véve nincs kihatása az elemzés során megfogalmazott megállapításokra, de például a százalékos arányok értékelésekor nem lényegtelen a százalékok mögött rejlő elemszám.



8. grafikon  
A mondatok száma

Az összes mondaton belül az utasítások és kérdések együttes aránya – értelemszerűen – 70-80% között van –, csupán két tankönyvben 60% körüli (9. grafikon). Ebből az is következik, hogy a vizsgálat megállapításai elsősorban az utasítások szövegére vonatkoznak, amelyek megértése döntően befolyásolja a tanulási tevékenységet. A mondatok fennmaradó részét szöveges feladatok mondatai, valamint a tananyag értelmezését szolgáló mondatok teszik ki.

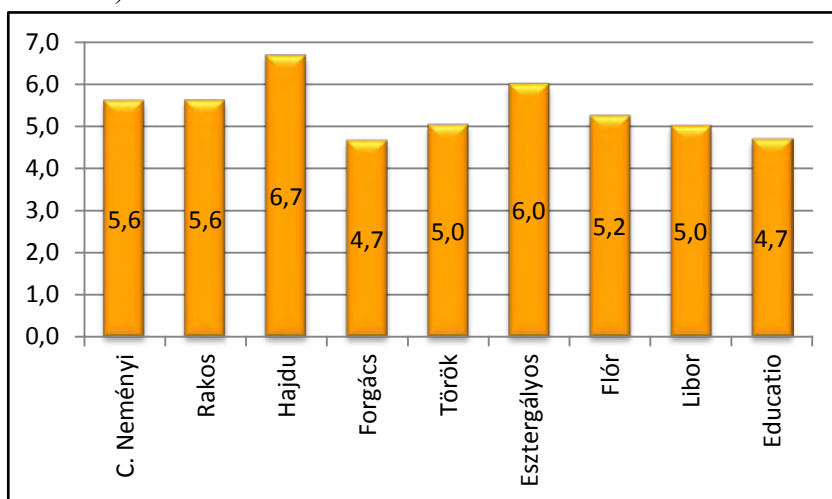


9. grafikon  
Az utasítások aránya a mondatokon belül (%)

### 3. 3. 1. A mondatok felépítésének vizsgálata

#### A mondatok terjedelme

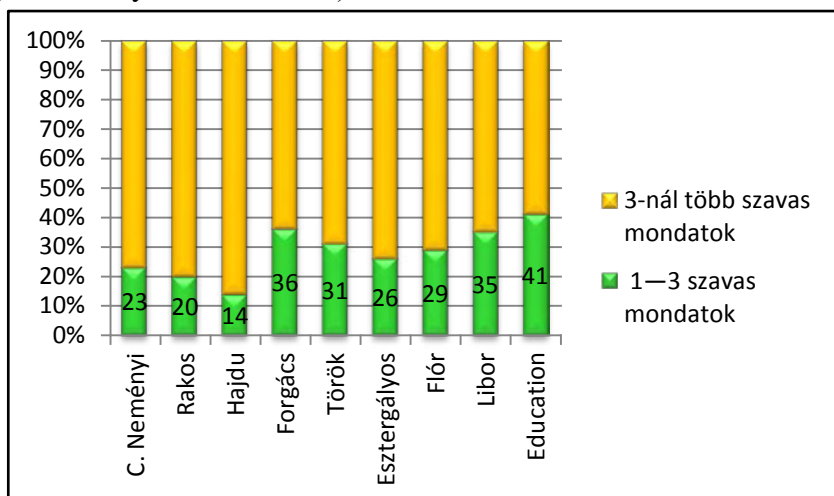
Az egy mondatban előforduló szavak számának átlaga – a mondatok hosszúsága – nem mutat releváns különbséget: az átlagos szószám öt körüli, hat, illetve ennél magasabb átlag mindössze két tankönyvben mutatható ki (10. grafikon). Az átlagos szószám meglehetősen rövid mondatokat takar, mivel minden nem kötött morféma önálló szónak minősül. Az ötszavas mondatok közé tartoznak például az alábbiak: *Írd le összedással és szorzással!* – három fogalomszó – (Rakos Tk. 2009:2), *Írj szöveges feladatot a képhez!* – négy fogalomszó – (Forgács Tk. 2009:73), *Hány db matricája van Katinak?* – öt fogalomszó – (Forgács Tk. 2009:71).



10. grafikon  
Az egy mondatban lévő szavak számának átlaga

A mondatokat alkotó szavak számát részletesebben vizsgálva árnyaltabb a kép: az 1–3 szóból felépülő mondatok aránya a kilenc tankönyvből nyolcban 20% feletti, négyben a 30%-ot, egyben a 40%-ot is meghaladja (11. grafikon). Példák: *Ellenőrizz!* (Libor Tk.

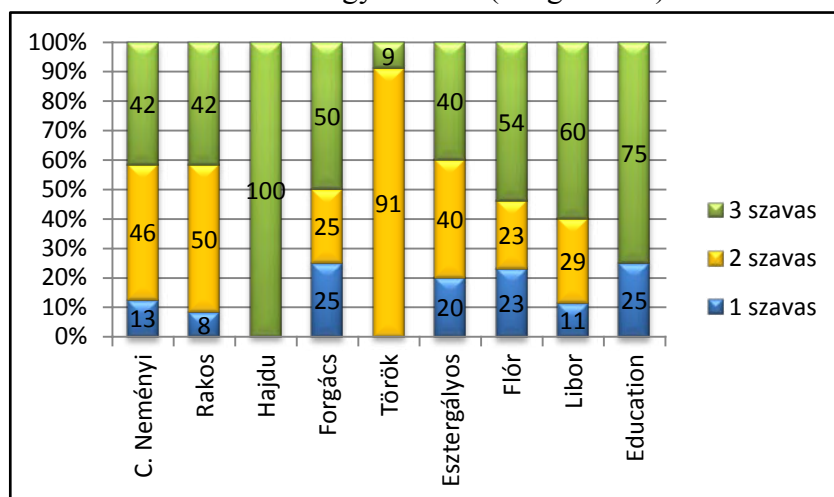
2009:25), *Folytasd!* (C. Neményi Mf. 2009:105); *Írd le!* (Forgács Tk. 2009:71.), *Számítsd ki!* (Esztergályos Tk. 2009:117); *Mit tudsz leolvasni?* (Flór Tk. 2009:118), *Írd le szorzással!* (C. Neményi Tk. 2009:103).



11. grafikon  
A mondatok terjedelme (%)

Mindössze két tankönyvben nem fordul elő egyszavas mondat, a Hajduban és a Törökben, s csupán egyetlen egy van, a Hajdu, amelyben kétszavas sem.

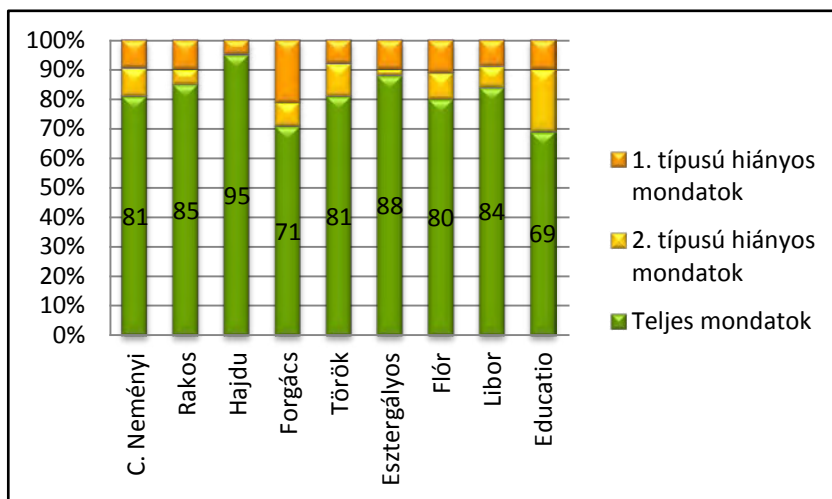
Az 1–3 szóból felépülő mondatok gyakran nem képesek kielégíteni a közérthető, választékos fogalmazás igényét. (Tekintetbe véve, hogy minden nem kötött morféma önálló szó.) Természetesen nem hagyható figyelmen kívül, hogy a tanulók főleg rövid, egyértelmű utasításokat tudnak végrehajtani, de – amint a későbbiekben mutatják is az eredmények – a rövid nem feltétlenül egyértelmű. (12. grafikon)



12. grafikon  
Az 1, 2, 3 szavas mondatok aránya (%)

### A mondatok szerkezete

A fenti megállapítást alátámasztotta a mondatok szerkezetének vizsgálata. Két tankönyvben 70%-nyi a teljes szerkezetű mondatok aránya, háromban 80% körüli, további kettőben 80-90% közötti, s csak kettőben közelíti, illetve haladja meg a 90%-ot. (13. grafikon)



13. grafikon

A teljes és hiányos mondatok előfordulása (%)

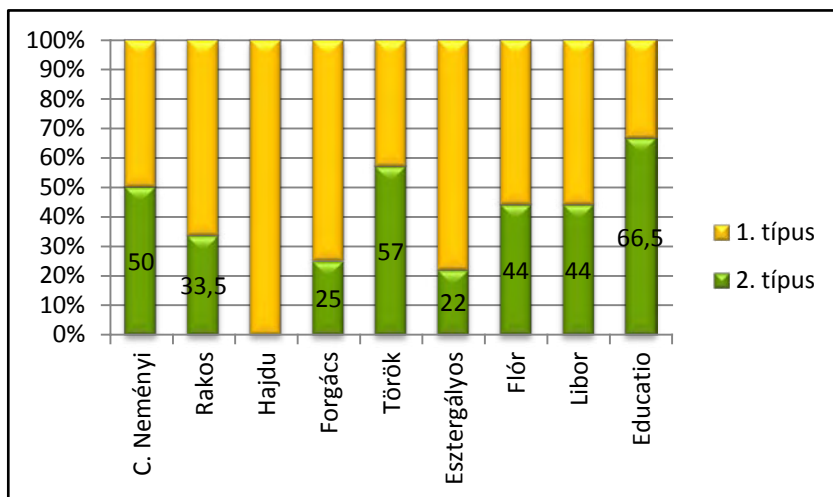
A tankönyvekben előforduló hiányos mondatok körében elkülöníthetők a szöveggörnyezetből kiegészülő hiányos mondatok – a továbbiakban 1. típus –, amelyek megértése vélhetően nem okoz nehézséget a tanulóknak. Például (*Ági négy ládába szeretné rakni a gyümölcsöket*). *Mennyit tegyen egy ládába?* (Hajdu Tk. 2009:81), (*Barbara megszámolta a kártyáit. ...*) *Hány kártyája van?* (Libor Tk. 2009:32).

A hiányos mondatok másik típusában jellemzően a feladathoz tartozó ábra tanulmányozásával egészíthető ki az utasítás szövege teljes mondatná – a továbbiakban 2. típus –, ez az információ tehát nyelvi formában egyáltalán nem jelenik meg a tankönyvekben. Például *Hasonlítsd össze!* (Rakos Fgy. 2009:40), *Tedd egyenlővé!* (Forgács Mf. 2009:73) *Rendezd 4-es sorokba!* (C. Neményi Mf. 2009:104) Az ilyen típusú hiányos mondatokon belül meghatározható egy sajátos csoport: az ide sorolható mondatok semmilyen módon nem jelzik a kapcsolatot a konkrét feladattal, például: *Rajzolj!*, *Színezz!* (Nem lepődhet meg a tanító, ha a tanuló előveszi a rajzfelszerelését, és az utasításnak megfelelően szabadon rajzolni kezd.) Ezekről a mondatokról nem az utasítások értelmezését, legfeljebb a kitalálását várhatjuk.

Az összes mondatot tekintve a 2. típusú hiányos mondat csupán egy tankönyvben nem fordul elő, egyben 2%, kettőben 5%, négyben 10% körüli, egyben pedig 20%-nyi az arányuk. Az 1. és 2. típusú hiányos mondatok egymáshoz viszonyított előfordulását mutatja a 14. grafikon.

A tankönyvi szövegben ilyen mennyiségű hiányos mondat nem indokolható, hiszen a szóbeli és írásbeli kifejezőképesség fejlesztésének meghatározó eleme a mondatalkotás, a mondat megszerkesztésén áll vagy bukik a közlés pontossága. A tankönyvi példák alapján a tanulók elfogadhatónak, sőt követhetőnek tekint(het)ik a gondolatok felületes, kevésbé szabatos megfogalmazását.

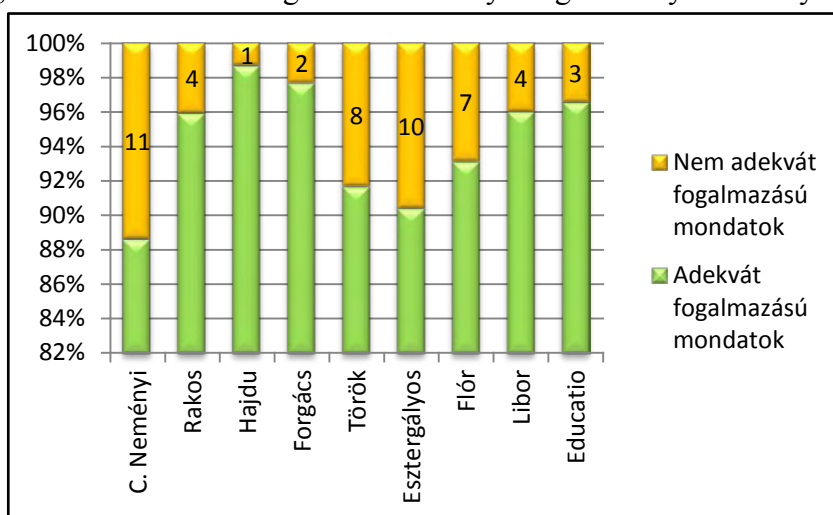




14. grafikon  
Az 1. és 2. típusú hiányos mondatok előfordulása (%)

#### A matematikai tartalom megfogalmazása

a) Joggal merül fel a kérdés, hogy a megismert mondat szerkezeti sajátosságok mennyiben szolgálják a matematikai tartalom szakszerű, ugyanakkor a tanulók számára érthető kifejtését, kifejezését. Számba vettük a mondatokat abból a szempontból, hogy megfogalmazásuk adekvát-e a matematikai tartalommal, illetve az elvárt tevékenységgel. Az elemzés eredményeképpen azt állapítottuk meg, hogy két tankönyvben 10% körüli a nem adekvát megfogalmazású mondatok aránya, további kettőben 5-10% közötti, ötben 5% alatti (15. grafikon). Nem tűnik jelentősnek a számuk, de tankönyvekről lévén szó, fokozott figyelmet érdemel a jelenség, mivel egyrészt a szaktárgyi tartalom pontos értelmezését, másrészt a feladatmegoldás eredményességét befolyásoló tényezőről van szó.



15. grafikon  
A matematikai tartalom megfogalmazása (%)

A pontatlan megfogalmazás döntően a minél rövidebb kifejezésre törekvésből fakad. A mondatok egy részében a szóhasználat nem adekvát, például: *Rendezd sorba a 4-es szorzótáblát!* (Flór Tk. 2009:116) Helyesen: ... a szorzótábla elemeit, vagy *Építsük fel a szorzótáblát!*, *Színezd a képet a műveletek ('a műveletek eredménye') alapján!* (Libor Tk.

2009:26), *Írj a kirakásokról* ('a kirakás eredményéről') összeadást, szorzást, bennfoglalást! (C. Neményi Tk. 2009:18).

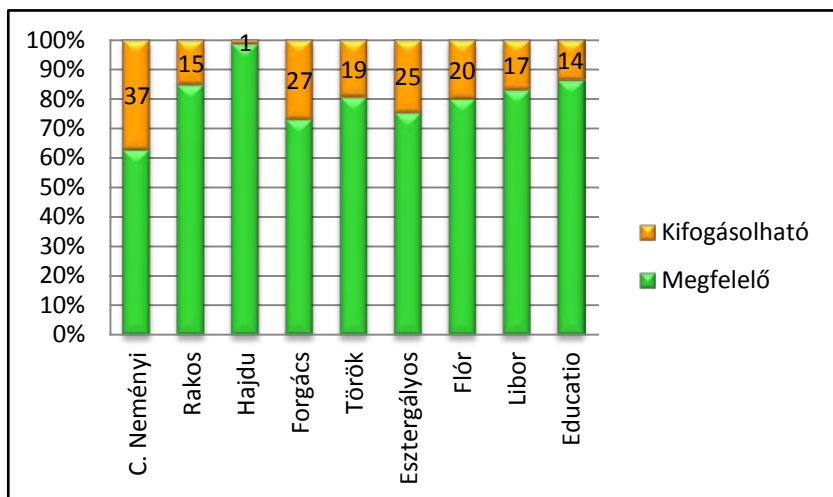
A *Számold meg valahányasával!* (C. Neményi Mf. 2009:107) utasítás *valahányasával* szava hibás választás, ugyanis mint határozatlan névmás azt sugallja, hogy szabadon választhat a tanuló, de a feladatban meg van adva, hogy hányasával kell számolnia. A terjedelmesebb kifejtés (*számold meg a megadott csoportonként*, ti. a golyókat) elkerülése fontosabb volt, mint a pontosság. Nem hagyható szó nélkül az *igazságosan eloszt* mint a felületes szóhasználat példája – 3 tankönyvben is olvasható – az egyenlő részekre osztás (!) témakörében.

b) Tapasztalatunk szerint a szorzásnak, illetve az egyenlő részekre osztásnak mint matematikai tartalomnak a megszővegezése is rejt buktatókat. Bizonyára az egyszerű közlésre törekvés íratta le a szerzővel ezt a mondatot: *Mindegyik gyerek 4 egyforma színes rúdból tornyot épít.* (Hajdu Tk. 2009:79.), ám ez a megfogalmazás nem azt fejezi ki, ami a szerző szándéka volt: egy-egy gyereknél csupa egyforma, de mindegyiküknél különböző színű rúd van. Ezt az értelmet a mondatot követő kérdésből következtethetjük ki: *Kinek milyen magas a tornya?*, valamint a kapcsolódó ábrából. Nem egyértelmű a *Minden állat a 0-ról indulva négy ugyanakkorát ugrik.* (Hajdu Tk. 2009:79.) közlés sem, mivel nyelviileg ez sem jelenti azt, hogy az ugrások hossza állatonként más-más. Szándéka szerint a *Hajtsd ketté!* utasítás a két egyenlő részre hajtást várja el (C. Neményi Tk. 2009:23). Szintén felületes a fogalmazása a következő mondatnak: *Úgy gondolkodott, hogy elővett négy tálkát, és elkezdte egyesével rátenni a málnaszemeket.* (Flór Tk. 2009:119). Az *egyesével rátenni a málnaszemeket* nem fejezi ki, hogy először mindegyikre egyet tett, azután mindegyikre még egyet és így tovább; a kapcsolódó rajz ezt ábrázolja, a tanulók számára ez segítséget ad az értelmezéshez. – Nyilvánvaló, hogy az összetett tartalom leegyszerűsített nyelvi megformálása nem segíti az ismeret elsajátítását.

c) A hiányos mondatok egy csoportjában éppen a feladat matematikai tartalma hiányzik a közlésből/utasításból. *Mesélj a képről!* (Forgács Tk. 2009:71), *Mit veszel észre?* (Esztergályos Tk. 2009:121), *Kösd össze az egyenlőket!* (Rakos Tk. 2009:94). A szempontok ismerete nélkül az elvárt megoldáson kívül el kell fogadni helyesnek a tanuló által kiemelt és helytálló, bármely szemponton (például az egyenlőségre: a tárgyak mérete, a rájuk írt műveletek elemei, a műveletek típusa) alapuló megoldást.

d) Nem egy példa található a szövegbeli kapcsolatok hibás jelzésére. *Melyik számra gondoltam? Írd le művelettel!* (Libor Tk. 2009:34) Ennek értelmében azt a számot kell művelettel leírni, amelyre gondoltam, például a 15-öt, ami lehetséges ugyan, de nem ez a feladat, hanem a megadott matematikai kifejezéseket kell művelettel leírni. Erre utaló információ hiányában viszont az *írd le* a megelőző tartalomra vonatkozik. Hasonló a probléma a *Folytasd a rajzolást! Írj róla szorzást!* (Hajdu Gy. 2009:78.) utasítás értelmezésével is. A *róla* az előző mondat tartalmára utal vissza, de a feladat a rajzolás eredményének a kifejezését kéri szorzással.

A szerkezetüket, illetve a tartalmukat tekintve kifogásolható mondatok együttes aránya egy tankönyvben 37%-ot (!) ér el, kettőben 20-30% körüli, 10-20% között van öt tankönyvben – a vizsgált tankönyveknek több mint a felében! –, s csupán egyben 1%-nyi az arányuk (16. grafikon).



16. grafikon  
A megfelelő és a kifogásolható mondatok aránya (%)

Ez a legmegdöbbentőbb eredménye a nyelvi elemzésnek. Nyilvánvaló, hogy a tankönyvek nyelvezetében indokolatlan mértékű a szerkezeti és tartalmi egyszerűsítés.

### 3.3.2. A szóanyag vizsgálata

A mondatok lexikai feldolgozása négy szempont szerint történt.

Mindenekelőtt a *4 egyenlő részre osztás* kifejezésére használt szóanyag érdemel figyelmet, mivel az elvárások között szerepel a változatos szóhasználat a fogalmak pontos értelmezése, biztos rögzítése érdekében.

Mindössze két tankönyv él mind az ötféle lehetőséggel (*négyesével, négy-négy, négyfelé, egyenlően elosztani, mindenki ugyanannyit kap*), háromban négyféle kifejezés fordul elő, egyben háromféle – a tankönyvek kétharmadában tehát változatosnak mondható a fogalom megközelítése. Viszont három tankönyv csak egyféle kifejezést használ az adott tartalomra (az *igazságosan elosztani* kifejezés, a szerzői szándéknak megfelelően, az *egyenlően elosztani* típushoz került). (9. táblázat)

9. táblázat  
A szóanyag vizsgálata (1)

	C. Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergályos	Flór	Libor	Educatio	Összesen
NÉGYESEVEL	1			1	1	1	1			6
EGYENLŐEN ELOSZTANI	1		1	1		1	1	1	1	7
NÉGY-NÉGY	1		1	1		1				5
NÉGYFELÉ	1		1			1	1	1		5
UGYANANNYI		1	1			1	1	1		5
<b>Összesen</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	

A második szempont a kijelölt műveletekre vonatkozó utasítások vizsgálatára irányul: *kiszámít/kiszámol, elvégez, kiegészít, beír, pótol*; ezek már kapcsolódhatnak más tananyaghoz, tantárgyhoz is.

Az eredmények meglepők. A legtöbb változatot, hármat, csak egy tankönyvben olvashattuk, öt tankönyv anyagában kétféle utasítást találtunk, kettőben pedig csupán egyféléét. A legáltalánosabb a *számítsd ki/számolj* (hat tankönyvben), valamint az *egészítsd ki* (három tankönyvben), a *végezd el*, a *pótold* és az *írd be* két-két tankönyvben jelenik meg. (10. táblázat)

10. táblázat  
A szóanyag vizsgálata (2)

	C.Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergályos	Flór	Libor	Educatio	Összesen
SZÁMOL, SZÁMÍT										6
ELVÉGEZ										2
KIEGÉSZÍT										3
BEÍR										2
PÓTOL										2
<b>Összesen</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	

A harmadik, a szóanyagot érintő vizsgálat a tanulási folyamatban általánosan szükséges szavakra irányult: 10-10 igére és névszóra (főnévre és melléknévre) terjedt ki a gyűjtés (11. táblázat).

11. táblázat  
A szóanyag vizsgálata (3)

	C.Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergályos	Flór	Libor	Educatio	Összesen
írd be										8
ellenőrizd										4
mondj										4
egészítsd ki										3
oldd meg										3
végezd el										3
fogalmazd meg										2
gyakorolj										2
pótold										2
válaszolj										2
<b>Összesen</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	

A 10 kimutatható igéből a legtöbbet, ötöt, mindössze két tankönyvben találtunk, négyben négy-négyféle igével fejeznek ki utasítást, egy tankönyvben hárommal, kettőben

pedig csupán kétfélével. Az *írd be* számos helyzetben felcserélhető lenne az *egészítsd ki, pótold, végezd el* szavakkal; ugyanígy a *mondj* helyett állhatna a *fogalmazz, alkoss, találd ki* (szöveges feladatot) ige.

A 10 kiválasztott névszó közül négy főnév, hat pedig melléknév (az igenevek melléknevesült változatukban szerepelnek). Van olyan tankönyv, amelyben egyik sem bukkan fel, kettőben pedig csak egy-egy, további egy tankönyvben kettő, háromban három-három, egyben négy található, egyben találkozhatunk a 10-ből hét névszóval (12. táblázat).

12. táblázat  
A szóanyag vizsgálata (névszók)

	C.Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergályos	Flór	Libor	Educatio	Összesen
feladat										4
megfelelő										4
eredmény										3
megoldás										3
válasz										3
alábbi										2
hiányzó										2
kapott										1
következő										1
<b>Összesen</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	

Említésre méltó, hogy a hiányos mondatok egy részéből éppen a vizsgált főnevek maradnak ki. *Írd le* (a feladatot) *összeadással és szorzással!* (C. Neményi Tk. 2009:20), *Számítsd ki* (az eredményt)! (Esztergályos Tk. 2009:117), *Játsszátok el* (a feladatot)! *Írd le művelettel* (a feladatot)! *Ellenőrizz!* (Ellenőrizd a megoldást!) (Libor Tk. 2009:25), *Hasonlítsd össze* (az eredményeket)! (Rakos Fgy. 2009:40), *Ellenőrizd* (a megoldást) *a kép alapján!* (Török Tk. 2009:77) Ez viszont azt jelenti, hogy lenne lehetőség gyakoribb használatukra; a teljessé tett mondatok mind a szókincre, mind a mondatalkotásra kedvezően hatnának.

A kiválasztott melléknévek meglehetősen ritka használata azért is figyelmet érdemel, mert ezek fontos szövegbeli kapcsolóelemek, az előre- és visszautalás eszközei, vagyis bármilyen szöveg megértésében és alkotásában szerepet játszanak. A tankönyvek mondatai között számos olyan van, amelyben helye lenne valamelyik szónak az említettek közül. *Tedd ki a* (megfelelő) *jelet!* (Forgács Mf. 2009:72), *Oldd meg a* (következő) *szöveges feladatokat!* (Flór Tk. 2009:117), *Számold össze a* (kapott) *csoportokat!* (Esztergályos Tk. 2009:118), *Rakd ki a* (megadott) *rudakat ...* (C. Neményi Tk. 2009:18)

A negyedik vizsgálat az időbeliséget kifejező szavakra vonatkozik, amelyeket mind az anyanyelv, mind a matematika oktatásában elsősorban fontosnak tartanak/tartunk. Az *előbb, először*, illetve az *az(u)tán, később, majd* szavak közül azonban egyik sem fordul elő a feldolgozott anyagunkban. Ugyanakkor nem egy olyan mondatot tartalmaznak a tankönyvek, amelyekben kézenfekvő lenne valamelyik – néha több – időhatározó-szó

jelenléte. *Mérd meg* (előbb) *az egészet és* (azután) *a negyedét is ...!* (C. Neményi Mf. 2009:105), *Válassz magadnak egy rudat!* (majd) *Rakd ki csupa egyformákkal!* (C. Neményi Tk. 2009:22), *Mérd meg,* (azután) *olvass róla!* (C. Neményi Tk. 2009:23), *Írj szöveges feladatot a képről!* (majd) *Oldd is meg!* (Forgács Tk. 2009:73)

### 3. 3. 3. Szakszavak megjelenése

A vizsgált fejezetekben összesen 35 szakszó szerepel; nincs közöttük olyan, amely mindegyikben megtalálható.

8 tankönyvben szerepel:	a <i>szorzás</i>
6 tankönyvben szerepel:	az <i>osztás</i> ( <i>osztva</i> ), a <i>szorzótábla</i>
5 tankönyvben szerepel:	a <i>bennfoglaló tábla</i> , a <i>táblázat</i>
4 tankönyvben szerepel:	az <i>egyenlő részekre osztás</i> , az <i>ellenőrzés</i> (eredményé), a <i>negyedrészt</i> , az <i>összeadás</i> , a <i>számsorozat</i>
3 tankönyvben szerepel:	a <i>bennfoglalás</i> , az <i>eredmény</i> , a <i>művelet</i> , a <i>növekvő számsorozat</i> ( <i>sorrend</i> ), a <i>szorzat</i>
2 tankönyvben szerepel:	az <i>igaz állítás</i> , a <i>négyszeres</i> , a <i>négyszer annyi</i> , a <i>számsorozat</i> , a <i>számsor</i> <sup>11</sup> , a <i>szöveges feladat</i>
1 tankönyvben szerepel:	a <i>hányados</i> , a <i>kivonás</i> , a <i>műveleti jel</i> , a <i>négyzet</i> , a <i>nyitott mondat</i> , az <i>összeg</i> , a <i>páratlan</i> , a <i>páros</i> , a <i>számjegy</i> , a <i>szorzat</i> , a <i>téglalap</i> , a <i>többszörös</i> , a <i>tömege</i> (valaminek)

Az előzőek alapján a tankönyvek sorrendje a bennük szereplő különböző szakszavak száma szerint: első a Hajdu (15), a következők a Libor (14), a Forgács (13), a C. Neményi (11), a Rakos és a Török (8), az Esztergályos és az Educatio (7), végül a Flór (5).

A tankönyvek sorrendje a csak bennük szereplő szakszavak száma szerint: az első a Hajdu (5), ezt követi a Török (3), a Rakos és a Libor (2), a C. Neményi (1), majd a Forgács, az Esztergályos, a Flór és az Educatio (0). (13. táblázat)

13. táblázat

A tankönyvek sorrendje a nyelvi szempontok alapján

	C. Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergályos	Flór	Libor	Educatio
Mondatokban lévő szavak száma	6	6	8	3	4	7	5	4	3
Teljes mondatok	4	6	8	2	4	7	3	5	1
Matematika tartalom megfogalmazása	1	5	8	7	3	2	4	5	6
Kifogásolható mondatok aránya	0	6	8	1	4	2	3	5	7
Szóanyag 1	5	6	6	7	7	8	7	7	7
Szóanyag 2	5	7	7	7	7	8	6	8	5
Szóanyag 3	3	4	8	6	5	6	5	7	4
Szakszavak száma	5	4	8	6	4	3	2	7	3
<b>Összesen</b>	<b>29</b>	<b>44</b>	<b>61</b>	<b>39</b>	<b>38</b>	<b>43</b>	<b>35</b>	<b>48</b>	<b>36</b>

<sup>11</sup> A C. Neményi és a Libor tankönyv a sorozatra használja a *számsor* kifejezést.

### 3. 3. 4. A helyesírás és a nyelvhelyesség vizsgálata

A kifogástalan nyelvhelyesség és helyesírás elemi feltétele a tankönyvvé nyilvánításnak. Ennek ellenére vannak tipikusnak mondható hibák mindkét területen.

a) A helyesírást illetően világosak a gyenge pontok. Igen tanulságos a tananyag címének helyesírása: a *bennfoglalótábla* 6 esetben fordul elő címben, háromszor egybe-, háromszor különírva, köztük két esetben a tankönyv és a munkafüzet, illetve feladatgyűjtemény címében sem egységes írásmóddal (Forgács 2009, Rakos 2009). Két tankönyvben az *és* előtt tagmondathatáron is hiányzik a vessző: *Tanulmányozd a képet és válaszolj a kérdésekre a kijelölt műveletekkel!* (Török Tk. 2009:76.), *Rajzolj két karikát a füzetbe és oszd kétfelé a gyümölcsöket!* (C. Neményi Tk. 2009:22). Egy további hibaforrás a táblázatok címrendszerét érinti: három tankönyvben kisbetűs írással jelennek meg a címek (Rakos, Flór, Libor), kettőben helyesen (Hajdu, Török). Emellett arra is van példa, hogy mondatértékű kifejezések kezdődnek kisbetűvel: *sünök lába.*; *tyúkok lába.*; *összesen.* (Rakos Fgy. 2009:40).

b) A nyelvhelyesség körében a legtöbb probléma talán az egyeztetést érinti mind mondaton belül, mind mondatok között. *Hány lába van az állatoknak összesen?* (Esztergályos Tk. 2009:116., Rakos Tk. 2009:92., Török Tk. 2009:76.), *Gyakorold a négyes szorzótáblát! Mondj hozzájuk szöveges feladatot!* (Forgács Tk. 2009:73), *Mit jelentenek a nyílak? Írd mellé!* (Rakos Tk. 2009:92) Ábrára vonatkozóan még gyakoribb az egyeztetés hiánya: *Írj a képről szorzásokat, osztásokat!* (két kép van) (Hajdu Tk. 2009:81). *Olvass a képről!* (képekről) (Esztergályos Tk. 2009:116), *Írj szöveges feladatot a képhez!* (két képhez kell) (Forgács Tk. 2009:73).

A matematikai tartalmat befolyásoló pontatlan szóhasználatra korábban közölt példákon kívül, sajnálatos módon, más jellegű nyelvhelyességi hibák is előfordulnak. – Matematikai értelmezési problémát ugyan nem okoz, de nem szakszerű a műveletek eredményét névelős számnévvel említeni: *12-nek a negyedrésze a három.* (C. Neményi Tk. 2009:21), *a négyszerese a 20.* (Libor Tk. 2009:34). – Előfordul, hogy elmaradnak a szükséges igekötők: *Színezd (ki) a képet a műveletek alapján!* (Libor Tk. 2009:26), *Színezd (ki) azokat a számokat...* (C. Neményi, Mf. 2009:103), *Hová jutnak (el) az állatok?* (Hajdu Tk. 2009:79), *Keresd (meg) a párját!* (Rakos Fgy. 2009:40) – Kevésbé választékos nyelvi formák alkalmazására is találtunk példát: *Ki (melyikük) ugrott nagyobb?* (béka, veréb) (Hajdu Tk. 2009:78), *Mondd el többször a 4-es számsorozatot oda-vissza!* (növekvő és csökkenő sorrendben) (C. Neményi Tk. 2009:18), *Milyen érdekességet látsz az alábbi feladatoknál?* (-ban) (Esztergályos Tk. 2009:117)

Az előzőekben vizsgált nyolc nyelvi szempont alapján a tankönyvek pontszáma és sorrend a következő: a legelső a Hajdu (61), majd a következők a Libor (48), a Rakos (44), az Esztergályos (43), a Forgács (39), a Török (38), az Educatio (36), a Flór (35) és a C. Neményi (29).

### 3. 3. 5. Fogalmak a szöveges feladatokban

A XX. század eleji tankönyvekhez hasonlóan a feladatok témái a gyermek környezetével kapcsolatosak. Császár tankönyvéhez hasonlóan a mai tankönyvek vizsgált részeiben is az alma a leggyakrabban előforduló növény. Több tankönyvben előforduló növények a következők: az alma (7), a dió (6), a körte (6), a narancs (4), a cseresznye és a meggy (3), a barack, a levél, a makk, a paprika, a rózsa, a virág (2).

Az állatok, amelyek valamilyen tevékenységet végeznek, nem jelennek meg a század eleji tankönyvekben, a maiakban több szerzőnél előforduló állatok: a kutya (5), a macska, a mókus, a nyúl (3), a béka, az egér, a gólya, a kacska, a kakas, az őzike, a róka, a süni, a szarvas és a tyúk (2).

A mai tankönyvekben előforduló ennivalók főleg édességek: a fagyalt, a csoki, a bonbon, a torta, és a fánk. A sajt egy tankönyv egy feladatában jelenik meg. Az egészséges táplálkozásra nevelésnek a nyoma sem látszik.

A pénz, a pénzhasználat, a vásárlás, a foglalkozások – például a kereskedés, a földművelés, a házépítés, a háztartás – témakörök jellemzően megjelennek az 1-2. korszak tankönyveiben. A mai tankönyvek közül csupán egy tankönyvben – a Hajduban – található a pénzzel, a pénzhasználattal kapcsolatos feladatokat.

A teljes család témája mindössze egy-egy tankönyvben – a C. Neményiben és a Törökben – összesen két feladatban szerepel. A csonka család: az anya és a gyerek, a nagymama és az unoka kapcsolat már valamennyivel többször, például a Hajdu, a Török, az Esztergályos és a Flór tankönyvben. A kortárscsoporthoz tartozó társra, a társsal való bármilyen kapcsolat témájára egyszer sem találtam utalást a tankönyvek vizsgált részében.

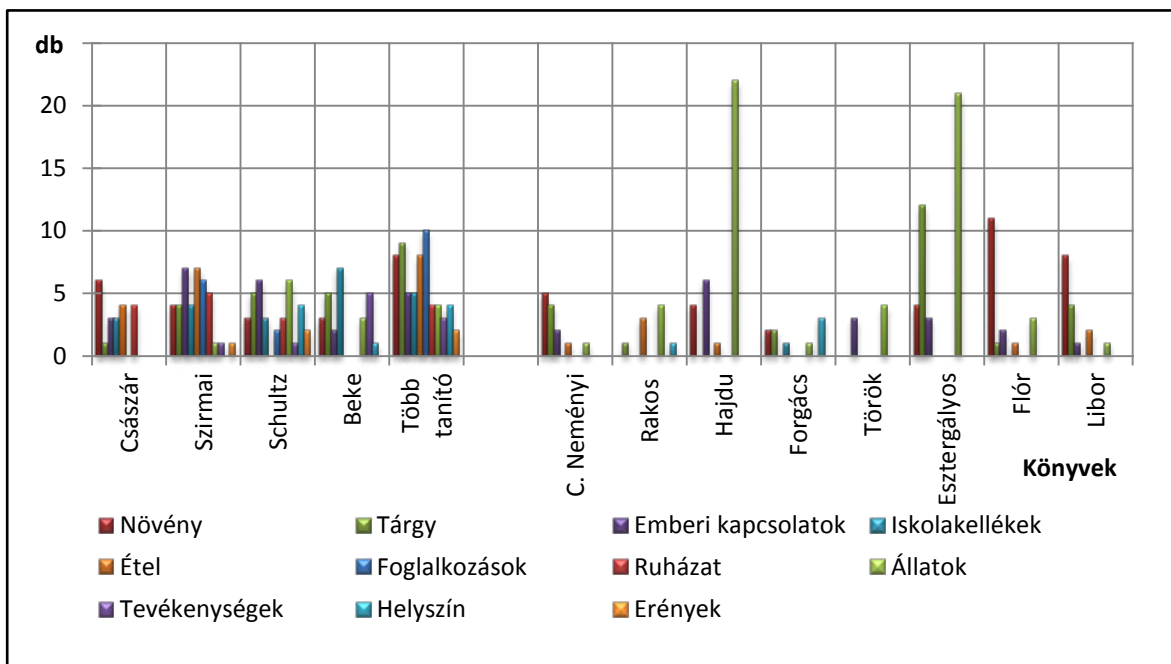
Az 1–2. korszak tankönyveivel ellentétben a maiakban nincs utalás az erkölcsi tulajdonságokra, például a becsületességre, segítőkészségre, hazaszeretetre, a tulajdon tiszteletére, a környezetvédelemre, a higiéniai szabályokra.

Ezek a fogalmak már megjelennek az anyanyelvi tantárgyakban, tehát a korosztályt képesnek tartjuk arra, hogy ismerkedjenek ezekkel a fogalmakkal. A régebbi korok tankönyveiben szintén megtalálhatók ezek a fogalmak.

A XX. század eleji tankönyvekben sokkal több témakörben sokkal többféle fogalom jelenik meg. Például a Több tanító tankönyvben a 8 témakörben összesen 62-féle szó jelenik meg, melyek között 10-féle foglalkozás szerepel. A mai matematika-tankönyvekben a legtöbb (6) témacsoport a Forgács tankönyvben található. Egy témacsoporton belül a Hajdu (22) és az Esztergályos (21) tankönyvben szereplő állatnevek emelkednek ki (17 grafikon). A régebbi korok számtantankönyvei nagyobb gondot fordítottak az anyanyelvi nevelésre, mint a maiak.

A jelen vizsgálat nem terjed ki az okok meghatározására, de fontos lenne, hogy például az erkölcsi neveléssel kapcsolatos fogalmak megerősítést kapjanak ebben a tantárgyban is (Szabó L. Tamás 1985).





17. grafikon

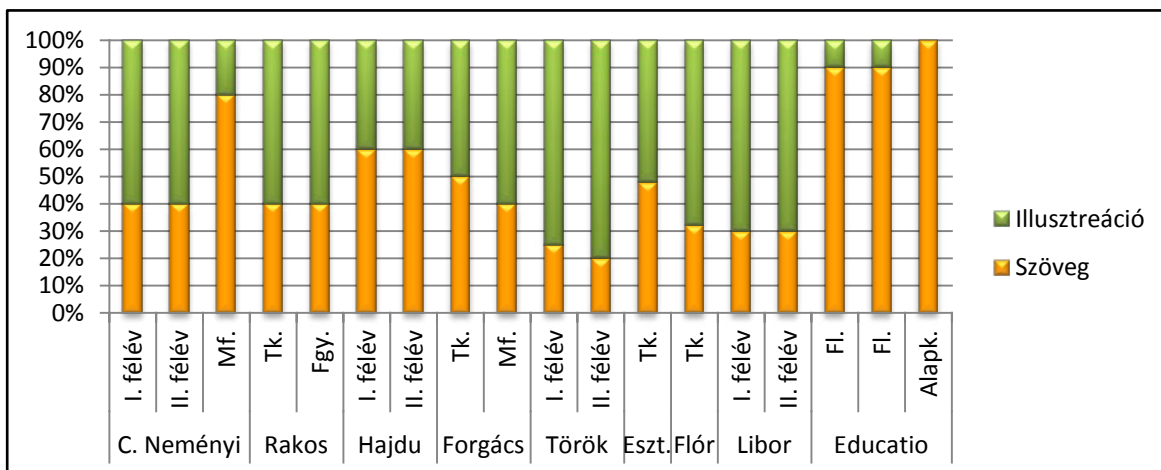
Témakörök és a hozzájuk kapcsolódó szavak száma az 1. és az 5. korszak második osztályos tankönyveinek 4-es szorzótáblához kapcsolódó fejezeteiben

### 3.4. Az illusztrációk

A <http://www.tankonyv.info.hu/> weblapon a Tankönyvi Adatbázis-kezelő Rendszer minden évben közli a tankönyvek részletes adatait. Ezek között szerepel minden tankönyv szöveg-ábra aránya is. Ezt mutatja a következő, 18. grafikon.

A matematika a tudományok azon területe, melynek gyakorlása során egyaránt használjuk a jobb és a bal agyféltekénket, valamint a két agyfélteke közötti átjárást, azaz a vizuális és verbális ingerek is szükségesek az absztrakció kialakításához. Ezt vonatkoztathatjuk az elemi iskolai matematika tanulására is. Például látja a tanuló az ábrát, el tudja mondani az ábra történéseit, fel tudja írni a hozzá kapcsolódó matematikai összefüggést, vagy éppen fordítva, hallja, olvassa a feladat szövegét, modellt, rajtot tud készíteni hozzá, a folyamat során megérti az összefüggéseket, a matematikai kódrendszerben le tudja írni, meg tudja oldani a problémát.

Az áttekintett száz év elteltével a tankönyvekbe egyre több illusztráció került. A mai vizsgált tankönyvekben az illusztrációk átlagosan a felét teszik ki a tankönyvek terjedelmének. Az Educatio kiadványaiban csak azért ilyen magas a szöveg aránya, mert tartalmazza a tanítóknak szóló módszertani ajánlásokat és a tanóra tervezeteket is.



18. grafikon

Egy-egy tankönyvön, oktatási segédleten belül a szöveg és az illusztráció aránya

Az ábrákat a matematikai tartalomhoz kapcsolódásuk szempontjából vizsgáltam. A vizsgálatból kihagytam a tájékoztató feliratot helyettesítő ábrákat – például a feladat nehézségét jelzőket. A többi ábra minden esetben egyértelműen hozzárendelhető egy-egy példához vagy feladathoz. Az ábrákat a feladathoz kapcsolódásuk szintje szerint csoportosítottam. Öt szinten több kategóriát határoztam meg.

A feladat megoldásához kapcsolódik az ábra:

- az ábra a megoldási modell
- az ábra segíti a megoldást
- az ábra segíti a tevékenységet
- az ábra tevékenység helye.

A feladat értelmezéséhez kapcsolódik az ábra:

- a feladat része az ábra, azaz csak együtt értelmezhetők
- az ábra illusztrálja a feladat szövegét.

Hívókép:

- beszélni kell a képről
- írni kell a képről.

Nincs kapcsolat az illusztráció és a feladat megoldása között:

- az ábra tartalmában független a feladattól (dekoráció).

Nem tartozik ábra a feladathoz.

Ha a vizsgált fejezeteket az összes tankönyvben tekintjük, akkor az illusztrációk 49%-a kapcsolódik feladatmegoldásához. Ennek a kapcsolódásnak a tekintetében az egyes tankönyvek között nagy eltérés mutatkozik. Legnagyobb arányban a Flór (90%), legkevésbé a Forgács (24%) illusztrációi kapcsolódnak a feladat megoldásához. Az átlag feletti értéket mutat a Flór (90%), a C. Neményi (66), a Rakos (60), a Török (55%), a Hajdu (50%), átlag alatti az Educatio (36%), a Libor (33%), az Esztergályos (26%) és a Forgács (24%) tankönyv.

A 2. kategóriába került illusztrációk még kapcsolatban vannak a példa vagy a feladat megoldásával vagy értelmezésével, de a kapcsolódás már lazább, mint az 1. csoportba tartozó illusztrációk esetében. Kívánatos lenne, hogy az összes illusztráció kapcsolódjon a példák, feladatok megoldásához vagy értelmezéséhez, mint a Flór (100%) tankönyvben. A

vizsgálati anyagban az illusztráció kapcsolódása a feladatokhoz magasnak tekinthető a Hajdu (98%), a C. Neményi (88%), a Rakos (85%), a Török és még az Educatio (82%) tankönyvben is. Jóval alacsonyabb az Esztergályos (74%), a Libor (67%) és a Forgács (41%) tankönyvben. (14. táblázat)

14. táblázat  
Ábra és szöveg kapcsolata (%)

		C. Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergályos	Flór	Libor	Educatio
1.	a) Az ábra a megoldási modell	7	20	7	6	0	0	20	10	9
	b) Az ábra segíti a megoldást	27	25	16	12	18	12	40	10	0
	c) Az ábra segíti a tevékenységet	10	0	5	6	18	3	20	7	9
	d) Az ábra tevékenység helye	22	15	23	0	18	12	10	7	18
	<b>Összesen</b>	<b>66</b>	<b>60</b>	<b>51</b>	<b>24</b>	<b>54</b>	<b>27</b>	<b>90</b>	<b>34</b>	<b>36</b>
2.	a) A feladat része az ábra	17	20	36	18	18	15	0	30	45
	b) Ábra illusztrálja a feladat szövegét, vagy a szövegéhez kapcsolódó illusztráció	5	3	11	0	9	32	10	3	0
	<b>Összesen</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>47</b>	<b>18</b>	<b>27</b>	<b>47</b>	<b>10</b>	<b>33</b>	<b>45</b>
3.	a) Csak kép (mesélj a képről)	2	0	0	12	0	0	0	3	0
	b) Képhez íj szöveget	0	0	0	6	0	0	0	0	0
	<b>Összesen</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>18</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>0</b>
4.	Az ábra tartalmában független a feladattól	0	5	2	6	18	21	0	10	0
5.	Nem tartozik ábra a feladathoz	10	10	0	35	0	6	0	20	18

Az illusztrációk 1-2. kategóriája alapján a tankönyvek sorrendje a következő: a Hajdu (12), a C. Neményi, a Rakos, a Török, az Educatio (9), az Esztergályos, a Flór (8), a Libor (7), a Forgács (1) (15. táblázat).

15. táblázat  
A tankönyvek sorrendje az illusztrációk alapján

Sorrend (ábra)	C. Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergályos	Flór	Libor	Educatio
A feladat megoldásához kapcsolódik az ábra	7	6	4	0	5	1	8	2	3
A feladat értelmezéséhez kapcsolódik az ábra	2	3	8	1	4	7	0	5	6
<b>Összesen</b>	<b>9</b>	<b>9</b>	<b>12</b>	<b>1</b>	<b>9</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	<b>9</b>

A három terület – a matematikai tartalom, a nyelvi jellemzők, az illusztrációk jellemzői – alapján a tankönyvek sorrendje a következő: 1. a Hajdu, a 2. a Rakos és a Libor, a 3. a C. Neményi, a Forgács, az Esztergályos és az Educatio, a 4. a Török és a Flór tankönyv (16. táblázat).

16. táblázat  
A tankönyvek sorrendje a három jellemző alapján

Sorrend	C. Neményi	Rakos	Hajdu	Forgács	Török	Esztergályos	Flór	Libor	Educatio
Matematikai tartalom alapján	1	3	1	3	6	4	5	2	4
Nyelvi jellemzők alapján	9	3	1	5	6	4	8	2	7
Illusztrációk jellemzői alapján	2	2	1	5	2	3	3	4	2
<b>Összesen</b>	<b>3.</b>	<b>2.</b>	<b>1.</b>	<b>3.</b>	<b>4.</b>	<b>3.</b>	<b>4.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>

### 3. 5. Az eredmények összefoglalása

A 3. fejezetben a 2009-ben a tankönyvlistán szereplő 9 matematika-tankönyvcsalád 2. osztályos kötetében a szorzótábla tanítását vizsgáltam a matematikai, matematika-módszertani tartalom, a nyelvi jellemzők és az illusztrációk jellemzői alapján.

A szorzótáblák tanításának elhelyezkedése az éves tananyagban három különféle tendenciát mutat. A szorzótáblák tanítási sorrendjében is három variáció különíthető el.

A szorzótábla tanításához kapcsolódó fogalmakat a mai tankönyvek igen változatos formában közelítik meg, de mindegyik megközelítésnek megtalálható az eredete a XX. századi számtantankönyvek valamelyikében. A 2. osztályos tankönyvek közel azonos 1. osztályos matematikai tartalomra építhetnek, a kerettantervekben meghatározott kimeneti követelmények azonban lényeges különbségeket mutatnak. A műveletfogalmak területén a szorzás és az osztás értelmezését mindenki megköveteli, de ezeken a fogalmakon nem ugyanazt értik. Nem egységes sem a műveletekben szereplő elemeknek a megnevezése, sem a szorzás kiolvasása, sem az osztás értelmezése és jelölése sem. A szorzás, a bennfoglalás, a részekre osztás és a maradékos osztás tanításának kapcsolódási sorrendjére a kilenc tankönyvben ötféle lehetőség mutatkozik.

A témakörben a megoldandó feladatok száma, valamint az átlagosan egy tanóra jutó feladatok száma lényegesen eltér. Kiválasztható úgy két tankönyv, hogy átlagosan az egy tanóra jutó megoldandó feladatok száma négyszerese az egyik tankönyvben a másikhoz képest. Ez az arány azt mutatja, hogy a tankönyvszerzők mennyire adnak lehetőséget a tanítóknak a differenciálásra.

A tantárgyon belüli koncentrációt – amely az új matematika megjelenésével vált igazán hangsúlyossá – négy tankönyv a vizsgált fejezetében egyáltalán nem alkalmazza.

A szöveges feladatok száma és aránya is nagy különbségeket mutat. Kiválasztható két tankönyv úgy, hogy az egyik tankönyvben kilencszer annyi szöveges feladat van, mint a másikban. A számfeladatok típusainak megjelenésében is nagy eltérések mutatkoznak.

A mondatok szintjén a nagy mennyiségű hiányos mondat nem indokolható. Az indokolatlan mértékű szerkezeti és tartalmi egyszerűsítés következtében a mondatok gyakran nem képesek kielégíteni sem a közérthető, választékos fogalmazás, sem a precíz matematikai fogalmazás igényét.

A XX. század elején megjelent számtantankönyvek nagyobb gondot fordítottak az anyanyelvi nevelésre, mint a maiak. A szavak szintjén lényegesen több témakörben többféle szó jelent meg.

Az illusztrációknak nagyobb része már kapcsolódik a példák, feladatok megoldásához, értelmezéséhez.

A tananyagfelfogásbeli, -feldolgozásbeli különbségek nem teszik lehetővé a különböző tankönyvekből tanító iskolák közötti akadálymentes átjárást. Ugyanakkor a különböző terminológia, a különböző értelmezések segíthetik a tanítót a tananyag eredményesebb elsajátíttatásában.

Felmerül a kérdés, hogy a tanítók ismerik-e a tankönyvek közti különbségeket. Gyanítom, hogy nem. A sok tankönyv, a gyakori tankönyvcseré elsődleges problémája Lénárd szerint az, hogy a pedagógusoknak nincs elég alkalmuk, nincs elég idejük arra, hogy megismerjék az új tankönyvek ismeretanyagával kapcsolatban a tanulók gondolkodását, megértési problémáit, a hibás értelmezéseket, a gyakran előforduló, sztereotip hibákat, a tankönyvnek a tanulókra gyakorolt hatását. Szerinte mindezek megtapasztaltatásához minimálisan tíz év lenne szükséges. (Lénárd, 1986)

## 4. A tankönyvválasztás 2003-ban, 2007-ben és 2009-ben egy kérdőíves vizsgálat tükrében

A tankönyvkiadók a tankönyvi eladásokat üzleti titokként kezelik, ezért erre nézve nem adnak információt. Ugyanakkor számos adatunk van arra, hogy az egyes tankönyvek nem azonos arányban fedik le a tankönyvpiacot. A tankönyvvelemzéskor az eladási adatokból igen értékes szakmai következtetéseket lehet levonni. Ezért egy kérdőíves felmérés keretében választ kívánok kapni arra, hogy a különböző tankönyveket hány százalékban használják az iskolákban, mi motiválja a tankönyvrendelést, illetve a tankönyvváltást. Szándékomban áll továbbá egy későbbi vizsgálatban összefüggést keresni a tankönyvválasztás és a tanulói teljesítmények között. Ennek első lépéseként is szükséges a tankönyvrendelés feltérképezése a 2003-2004-es, a 2007-2008-as és a 2009-2010-es tanévben, így ugyanis majd bevonhatom a vizsgálatba a 2003-2004-es, 2007-2008-as és a 2011-2012-es tanévi TIMSS<sup>1</sup> vizsgálat (Trends In International Mathematics And Science Study) eredményeit, valamint a Kompetencia-mérések eredményeit is.

### 4. 1. A kérdőív sajátosságai

A kérdőívet 2010. 05. 09-10-én elektronikus formában 2000 iskolába küldtem ki. Sok levél nem érkezett meg az iskolákba az iskolai e-mail címek pontatlansága miatt. Több iskola elutasította a kérdőív kitöltését, mert az év végi kötelességek mellett nem kívánta ezzel is tovább terhelni a pedagógusait. Végül a kérdőívet 251 településről küldték be<sup>2</sup>, a kitöltők személyek száma 2010. 06. 22-éig, a vizsgálat lezárásáig 451 fő lett. A kitöltők 97%-a nő, a kitöltők átlagéletkora 44,7 év, átlagosan 21,5 éve tanítanak, tehát többségük sok éves tapasztalattal rendelkező tanítónő.

A kérdőív a személyi adatokon kívül 32 kérdést tartalmaz. Ebből 29 feleletválasztás, 1 rangsorolás, és 2 alkalommal volt lehetőség szöveges véleménynyilvánításra. A válaszadók a kérdőív minden kérdésére válaszoltak, ugyanis csak ebben az esetben vált elmenthetővé és visszaküldhetővé a kérdőív.

A kérdéseket hat téma köré csoportosítottam: a válaszadó pedagógus szakmai érdeklődése (1–2. kérdés); az iskola, osztály típusa, adottsága (3–7. kérdés); a pedagógus osztályára, az ott

<sup>1</sup> „A TIMSS-vizsgálatok (Trends in International Mathematics and Science Study) az IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) szervezésében négyévenként követik egymást, a 2011-es mérés már több mint 60 ország részvételével zajlott. A felmérések egyik célja a 4. és 8. évfolyamos tanulók teljesítményének vizsgálata a matematika és a természettudományok területén. Segítségével nemcsak az országon belüli matematikai és természettudományi teljesítményjellemzők követhetők nyomon, hanem az is, hogy az egyes országok tanulóinak eredményei miben térnek el egymástól. A felmérés fontos részét képezi a különböző háttér adatok gyűjtése – a tantervek tartalmáról és azok megvalósulásáról, a tanárok felkészültségéről, a rendelkezésre álló forrásokról; mindezek értékes információt szolgáltathatnak a pedagógiai döntéshozók számára.” (OH <http://www.oh.gov.hu/orszagos-nemzetkozi/nemzetkozi-meresek/timss/timss> (letöltés 2012))

<sup>2</sup> A válaszadók megoszlása lélekszám szerint: a) főváros 18% (83 db), 40000 főnél nagyobb település 21% (93 db), 40000 főnél nem nagyobb település 61% (274 db). b) régió szerint: Dél-Alföld 14% (63 db), Dél-Dunántúl 13% (58 db), Észak-Alföld 7% (32 db), Észak-Magyarország 12% (54 db), Közép-Dunántúl 14% (63 db), Közép-Magyarország 31% (138 db), Nyugat-Dunántúl 9% (42 db). c) megyék szerint: Bács-Kiskun 6% (28 db), Baranya 7% (31 db), Békés 2% (10 db), Borsod-Abaúj-Zemplén 6% (25 db), Budapest 18% (83 db), Csongrád 5% (23 db), Fejér 6% (26 db), Győr-Moson-Sopron 5% (22 db), Hajdú-Bihar 2% (11 db), Heves 4% (19 db), Jász-Nagykun-Szolnok 3% (12 db), Komárom-Esztergom 2% (9 db), Nógrád 2% (10 db), Pest 12% (55 db), Somogy 5% (22 db), Szabolcs-Szatmár-Bereg 2% (11 db), Tolna 1% (5 db), Vas 3% (13 db), Veszprém 6% (28 db), Zala 2% (7 db).

folyó pedagógiai munkára irányuló kérdések (8–11. kérdés); a tankönyvek megrendelésével, használatával kapcsolatos kérdések (12–21. kérdés); a tankönyvek ismeretére vonatkozó kérdések (22–30. kérdés); a tankönyvek véleményezése (31. kérdés). Az utolsó pontban volt lehetőség egyéb észrevételek megfogalmazására (32. kérdés).

A kérdőív nyomtatott változata:

Nem

Életkor

Melyik főiskolán szerezte a tanítói diplomáját?

Hány éve tanít alsó tagozaton?

Iskolájának irányítószáma

1. Milyen gyakran olvas szakmai folyóiratot?

- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> Hetente | <input type="checkbox"/> Évente          |
| <input type="checkbox"/> Havonta | <input type="checkbox"/> Nem olvas ilyet |

2. Volt-e továbbképzés az elmúlt két évben?

- |                               |                              |
|-------------------------------|------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Igen | <input type="checkbox"/> Nem |
|-------------------------------|------------------------------|

3. Milyen típusú iskolában tanít?

- |                                       |                                |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 8 osztályos  | <input type="checkbox"/> Egyéb |
| <input type="checkbox"/> 12 osztályos |                                |

4. Hány párhuzamos osztály van azon az évfolyamon, ahol ön tanít?

- |  |                                |
|--|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 Csak az enyém | <input type="checkbox"/> Több  |
| <input type="checkbox"/> 2               | <input type="checkbox"/> Egyéb |
| <input type="checkbox"/> 3               |                                |

5. Válassza ki az iskola fenntartójának típusát!

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> Állami szerv         | <input type="checkbox"/> Közalapítvány       |
| <input type="checkbox"/> Alapítvány           | <input type="checkbox"/> Közhasznú egyesület |
| <input type="checkbox"/> Egyesület            | <input type="checkbox"/> Közhasznú társaság  |
| <input type="checkbox"/> Egyházi jogi személy | <input type="checkbox"/> Külföldi állam      |
| <input type="checkbox"/> Kft.                 | <input type="checkbox"/> Önkormányzat        |
| <input type="checkbox"/> Kistérségi társulás  |  |

6. Milyen nyelven folyik az osztályában a matematika oktatása?

- |                                 |                                  |                                  |
|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Magyar | <input type="checkbox"/> Francia | <input type="checkbox"/> Német   |
| <input type="checkbox"/> Angol  | <input type="checkbox"/> Horvát  | <input type="checkbox"/> Szlovák |
| <input type="checkbox"/> Bolgár | <input type="checkbox"/> Lengyel | <input type="checkbox"/> Egyéb   |

7. Van-e kiemelt iskolai feladat az osztályában (tagozat)? (Több válasz lehetséges.)

- |  |                                    |                                |
|--|------------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Nyelvi              | <input type="checkbox"/> Művészeti | <input type="checkbox"/> Nincs |
| <input type="checkbox"/> Természettudományos | <input type="checkbox"/> Sport     | <input type="checkbox"/> Egyéb |



8. Az osztályában tanuló gyermekek matematikaóráin melyik fogalom a legjellemzőbb?  
(Több válasz lehetséges.)

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Tehetség gondozás | <input type="checkbox"/> Differenciálás |
| <input type="checkbox"/> Felzárkóztatás    | <input type="checkbox"/> Egyéb          |

9. Rangsorolja a munkaformákat aszerint, hogy a matematikaóráin melyiket alkalmazza a legtöbbször! (Legtöbb 1, legkevesebb 5.)

	Helyezés
Frontális osztálymunka	<input type="checkbox"/>
Önálló munka	<input type="checkbox"/>
Önálló munka, frontális ellenőrzés	<input type="checkbox"/>
Páros munka	<input type="checkbox"/>
Csoportmunka	<input type="checkbox"/>

10. Milyen rendszerben tanít jelenleg?

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> Nagyfelmenő (1.-től 4. osztályig) | <input type="checkbox"/> Mindig csak 3. osztályban |
| <input type="checkbox"/> Kisfelmenő (1.-től 2. osztályig)  | <input type="checkbox"/> Mindig csak 4. osztályban |
| <input type="checkbox"/> Kisfelmenő (3.-től 4. osztályig)  | <input type="checkbox"/> Több évfolyamon egyszerre |
| <input type="checkbox"/> Mindig csak 1. osztályban         | <input type="checkbox"/> Egyéb                     |
| <input type="checkbox"/> Mindig csak 2. osztályban         |  |

11. Hányadik osztályban tanít matematikát ebben a tanévben?  
(Több válasz lehetséges.)

- |  |                                |
|--|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1. osztályban | <input type="checkbox"/> Egyéb |
| <input type="checkbox"/> 2. osztályban |                                |
| <input type="checkbox"/> 3. osztályban |                                |
| <input type="checkbox"/> 4. osztályban |                                |

12. Melyik matematika-tankönyvcsaládot rendelte meg az osztálya számára a 2009-10-es tanévben?

- Apáczai Kiadó
- Dinasztia Tankönyvkiadó (A matematika csodái)
- Kompetencia Konzorcium (Matematika „A”)
- Mozaik Kiadó (Sokszínű matematika)
- Műszaki Kiadó: (Matematika, Hajdu)
- Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, C. Neményi)
- Nemzeti Tankönyvkiadó (A mi matekunk, Rakos)
- Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, Török)
- Egyéb

13. Ki döntött abban, hogy melyik matematika-tankönyvet rendelik meg?

- Igazgató  Ön  
 Munkaközösség  Egyéb

14. Volt-e beleszólása a tankönyvválasztásba?

- Igen  Nem

15. Használ-e rendszeresen az osztálya számára megrendelt tankönyvcsaládon kívül más irodalmat (tankönyv, feladatgyűjtemény, feladatlap stb.)? (Több válasz lehetséges.)

- Nem.  
 Más tankönyvcsalád tankönyvét is használja.  
 Más feladatgyűjteményt is használ.  
 Más tanári kézikönyvet is használ.  
 Egyéb

16. Ha használja a matematikaóráin más matematika-tankönyvcsalád könyveit, akkor melyek azok? (több válasz lehetséges)

- Apáczai Kiadó  
 Dinasztia Tankönyvkiadó (A matematika csodái)  
 Kompetencia Konzorcium (Matematika „A”)  
 Mozaik Kiadó (Sokszínű matematika)  
 Műszaki Kiadó: (Matematika, Hajdu)  
 Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, C. Neményi)  
 Nemzeti Tankönyvkiadó (A mi matekunk, Rakos)  
 Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, Török)  
 Egyéb

17. Melyik matematika-tankönyv feladatainak a használata a legjellemzőbb az óráin (2009-2010)?

- Apáczai Kiadó  Egyéb  
 Dinasztia Tankönyvkiadó (A matematika csodái)  
 Kompetencia Konzorcium (Matematika „A”)  
 Mozaik Kiadó (Sokszínű matematika)  
 Műszaki Kiadó: (Matematika, Hajdu)  
 Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, C. Neményi)  
 Nemzeti Tankönyvkiadó (A mi matekunk, Rakos)  
 Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, Török)

18. Hányadik tanéve használja azt a tankönyvet, amelyet az előbb bejelölt?

- |                                 |                                    |
|---------------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1. éve | <input type="checkbox"/> 5—8. éve  |
| <input type="checkbox"/> 2. éve | <input type="checkbox"/> 8—12. éve |
| <input type="checkbox"/> 3. éve | <input type="checkbox"/> Több      |
| <input type="checkbox"/> 4. éve |                                    |

19. Melyik tankönyvet használta (jellemzően) két éve (2007-08-ban)?

- Apáczai Kiadó
- Dinasztia Tankönyvkiadó (A matematika csodái)
- Kompetencia Konzorcium (Matematika „A”)
- Mozaik Kiadó (Sokszínű matematika)
- Műszaki Kiadó: (Matematika, Hajdu)
- Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, C. Neményi)
- Nemzeti Tankönyvkiadó (A mi matekunk, Rakos)
- Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, Török)
- Nem tanítottam abban az időben.
- Egyéb

20. Melyik tankönyvet használta (jellemzően) hat éve (2003-04-ben)?

- Apáczai Kiadó
- Dinasztia Tankönyvkiadó (A matematika csodái)
- Kompetencia Konzorcium (Matematika „A”)
- Mozaik Kiadó (Sokszínű matematika)
- Műszaki Kiadó: (Matematika, Hajdu)
- Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, C. Neményi)
- Nemzeti Tankönyvkiadó (A mi matekunk, Rakos)
- Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, Török)
- Egyéb

21. Ha váltott tankönyvet, annak mi volt az oka?

22. Jelölje meg, melyik tankönyvcsaládot mennyire ismeri!

	Nem ismerem	Hallottam róla	Ismerem	Tanítottam belőle
Apáczai Kiadó	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dinasztia Tankönyvkiadó (A matematika csodái)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kompetencia Konzorcium (Matematika „A”)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mozaik Kiadó (Sokszínű matematika)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Műszaki Kiadó: (Matematika, Hajdu)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, C. Neményi)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Nemzeti Tankönyvkiadó (A mi matekunk, Rakos)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, Török)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

23. Mely évfolyamokon tanított az Apáczai Kiadó matematikakönyveiből?  
(Több válasz lehetséges.)

1. osztály                       3. osztály                       Nem tanítottam belőle.  
 2. osztály                       4. osztály

24. Mely évfolyamokon tanított az Dinasztia Tankönyvkiadó (A matematika csodái) könyveiből? (Több válasz lehetséges.)

1. osztály                       3. osztály                       Nem tanítottam belőle.  
 2. osztály                       4. osztály

25. Mely évfolyamokon tanított a Kompetencia Konzorcium (Matematika „A”) tananyagából? (Több válasz lehetséges.)

1. osztály                       3. osztály                       Nem tanítottam belőle.  
 2. osztály                       4. osztály

26. Mely évfolyamokon tanított a Mozaik Kiadó (Sokszínű matematika) könyveiből?  
(Több válasz lehetséges.)

1. osztály                       3. osztály                       Nem tanítottam belőle.  
 2. osztály                       4. osztály

27. Mely évfolyamokon tanított a Műszaki Kiadó (Matematika, Hajdu) könyveiből?  
(Több válasz lehetséges.)

1. osztály                       3. osztály                       Nem tanítottam belőle.  
 2. osztály                       4. osztály

28. Mely évfolyamokon tanított a Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, C. Neményi) könyveiből? (Több válasz lehetséges.)

1. osztály                       3. osztály                       Nem tanítottam belőle.  
 2. osztály                       4. osztály

29. Mely évfolyamokon tanított a Nemzeti Tankönyvkiadó (A mi matekunk, Rakos) könyveiből? (Több válasz lehetséges.)

1. osztály                       3. osztály                       Nem tanítottam belőle.  
 2. osztály                       4. osztály

30. Mely évfolyamokon tanított a Nemzeti Tankönyvkiadó (Matematika, Török) könyveiből? (Több válasz lehetséges.)

1. osztály                       3. osztály                       Nem tanítottam belőle.  
 2. osztály                       4. osztály

31. Jelölje, melyik tankönyvesaládra jellemzők a megállapítások! (Tipográfia: nyomdai megjelenítés.) (Egy állításhoz egy tankönyvesalád rendelhető.)

	Apáczai	Dinasztia	Kompetencia	Mozaik	Műszaki	Nemzeti C. Neményi	Nemzeti Rakos	Nemzeti Török
Ezt rendeltem meg az osztályom számára az idén.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ezt használom a legtöbbit.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ebből tanítok a legkönnyebben.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ebből tanulnak a diákjaim a legkönnyebben.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ez a legalkalmasabb a differenciálásra.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ebben a legvilágosabbak a matematikai fogalmak.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ennek a legerthetőbb a szövegezése.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ennek tetszik legjobban a tipográfiája.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

32. Ha a témával kapcsolatban szeretne még közölni valamit, kérem, írja le! (Opcionális kérdés.)

Köszönöm, hogy kitöltötte a kérdőívet.

A kérdőívben a tankönyvekre a kiadó szerint hivatkoztam, mert tapasztalatom szerint a tanítók leggyakrabban a kiadók szerint azonosítják a tankönyveket. A táblázatokban az előző fejezetben használt hivatkozásokat is jelöltem.

## 4. 2. Az adatok elemzése

### A válaszadó szakmai érdeklődése

A pedagógus szakmai érdeklődésére a szakirodalmi tájékozódás és a szakmai továbbképzéseken való részvétel alapján kívántam következtetni, bár ez sem vizsgálható csupán a feltett két kérdéssel. A kutatásnak nem is célkitűzése, csupán „felvezetése” a kérdőív kérdéssorának. A kapott adatokból látható, hogy differenciáltabb megközelítés lenne szükséges, ezért az elemzésben és értelmezésben ezeket nem is használtam fel.

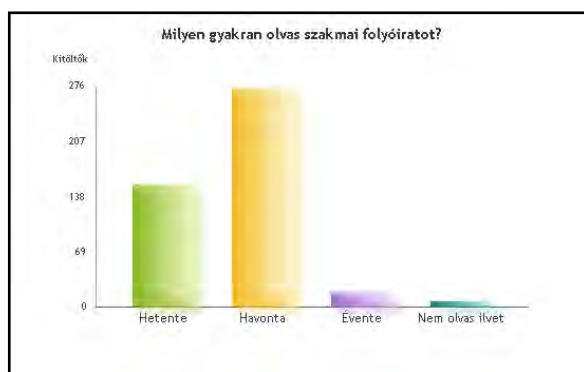
1. kérdés: Milyen gyakran olvas szakmai folyóiratot?

A 451 kitöltő közül a legtöbben a „Havonta”, a legkevesebben a „Nem olvas ilyet” választ adták.

A válaszadókat szakmailag igényesnek tekinthetjük, mivel több mint 90%-uk olvas legalább havi rendszerességgel szakirodalmat. (1. táblázat, 1. grafikon)

1. táblázat

	<b>Fő</b>	<b>%</b>
Hetente	153	33,9
Havonta	273	60,5
Évente	18	4,0
Nem olvas ilyet	7	1,6
<b>Összesen</b>	<b>451</b>	<b>100</b>



1. grafikon

2. kérdés: Volt-e továbbképzésen az elmúlt két évben?

A 451 kitöltő közül 402-en (89,1%) az „Igen” választ adták, míg 49 kitöltő (10,9%) a „Nem”-et.

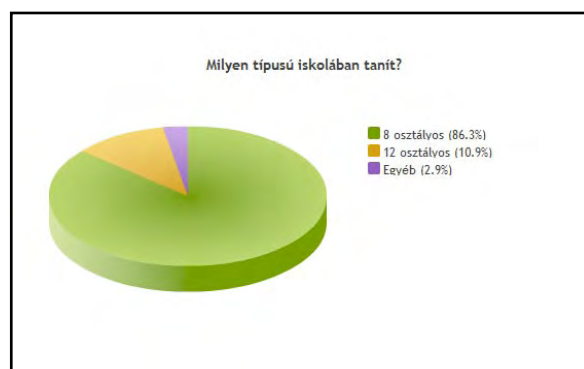
### Az iskola, az osztály típusa, sajátosságai

3. kérdés: Milyen típusú iskolában tanít?

A válaszadók túlnyomó többsége 8 osztályos iskola alsó tagozatos osztályaiban tanít. (2. táblázat, 2. grafikon)

2. táblázat

	Fő	%
8 osztályos	389	86,3
12 osztályos	49	10,9
Egyéb	13	2,9
Összesen	451	100



2. grafikon

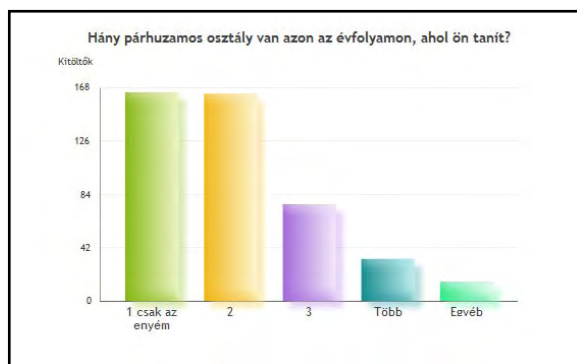
Az egyéb kategória elenyésző, itt megjelent az általános iskola és óvoda, a csak alsó tagozat, a 6, a 10, a 12, a 8+5, a 8+4 évfolyamos struktúra, a művészeti alapiskola és 4 esetben gyógypedagógiai iskola.

4. kérdés: Hány párhuzamos osztály van azon az évfolyamon, ahol ön tanít?

Többségében kis iskolából érkeztek a válaszok. Az 1,1%-nyi „Egyéb” részt az összevont alsó tagozat, illetve fejlesztő osztályok teszik ki. (3. táblázat, 3. grafikon)

3. táblázat

Párhuzamos osztályok az iskolában	Fő	%
1 (csak az én osztályom)	174	38,6
2 párhuzamos osztály van	163	36,1
3 párhuzamos osztály van	76	16,9
Több párhuzamos osztály van	33	7,3
Egyéb	5	1,1
Összesen	451	100



3. grafikon

5. kérdés: Válassza ki az iskola fenntartójának típusát!

A válaszadók zöme önkormányzati iskolában tanít. Nem volt válaszadó egyesületi, közalapítványi, külföldi állami tulajdonban lévő iskolából. (4. táblázat).

4. táblázat

Az iskola fenntartója	Fő	%
Önkormányzat	323	71,6
Állami szerv	51	11,3
Egyházi jogi személy	38	8,4
Kistérségi társulás	26	5,8
Alapítvány	9	2,0
Közhasznú egyesület	2	0,4
Kft.	1	0,2
Egyéb	1	0,2
Összesen	451	100

6. kérdés: Milyen nyelven folyik az osztályában a matematika oktatása?

Az iskolák többségében, 98,7%-ban magyar nyelven tanítják a matematikát. Egy iskolában német nyelven, ötben két nyelven: horvátul és magyarul.

7. kérdés: Van-e kiemelt iskolai feladat az osztályában (tagozat)?

A válaszok szerint az iskolák közel felében (49%) nincs kiemelt oktatási feladat. Az iskolák csupán 2,9%-ban tartják fontosnak a kiemelt természettudományos feladatot, melynek területei az informatika és a matematika. A kiemelt nyelvi képzés alatt főleg a logopédiai fejlesztést, illetve az angol, a horvát nyelvoktatást értik. A művészeti fejlesztés főleg a kézműves technikák, a néptánc, az ének-zene, a furulya oktatásában nyilvánul meg, a sport a mozgásnevelésben.

Az „Egyéb” kategóriába érkezett válaszok közül sok besorolható valamelyik megadott kategóriába. Sokan jelölték a kompetencia alapú oktatást is, ezt nem tekintettem kiemelt feladatnak. Ilyen módon megmaradt 16, egyéb kategóriába sorolható tevékenység: a fejlesztő-felzárkóztató kis létszámú osztály (8), környezeti nevelési (3), magyarságtudat, hagyományörzés (3), életpálya-építés (1), gyógypedagógiai tevékenység (1). (5. táblázat)

5. táblázat

Kiemelt iskolai feladat az osztályában	Fő	%
Nyelvi + természettudományos + művészeti + sport	4	0,9
Nyelvi + természettudományos + művészeti	0	0,0
Nyelvi + természettudományos + sport	0	0,0
Nyelvi + művészeti + sport	2	0,4
Természettudományos + művészeti + sport	1	0,2
Nyelvi + természettudományos	6	1,3
Nyelvi + művészeti	12	2,7
Nyelvi + sport	8	1,8
Természettudományos + művészeti	0	0,0
Természettudományos + sport	0	0,0
Művészeti + sport	4	0,9
Nyelvi	73	16,2
Természettudományos	5	1,1
Művészeti	34	7,5
Sport	37	8,2
Nincs	221	49,0
Egyéb	44	9,8
Összesen	451	100,0



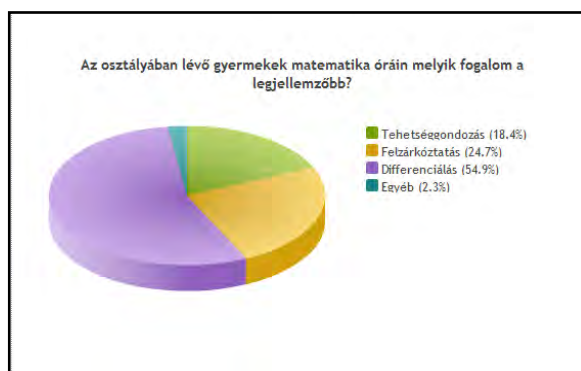
A pedagógus osztálya, az ott folyó pedagógiai munka

8. kérdés: Az osztályában tanuló gyermekek matematikaóráin – a következő fogalmak közül: tehetséggondozás, felzárkóztatás, differenciálás, egyéb – melyik fogalom a legjellemzőbb?

Több válasz is lehetséges volt. Meglepőnek találok, hogy a válaszadók 47%-a a differenciálást nem kapcsolta sem a tehetséggondozáshoz, sem a felzárkóztatáshoz, sem pedig egyéb másához. (6. táblázat, 4. grafikon)

6. táblázat

Legjellemzőbb fogalom a matematikaórán	Fő	%
Tehetséggondozás + differenciálás + felzárkóztatás	75	16,6
Tehetséggondozás + differenciálás	34	7,5
Tehetséggondozás + felzárkóztatás	11	2,4
Differenciálás + felzárkóztatás	68	15,1
Tehetséggondozás	12	2,7
Felzárkóztatás	23	5,1
Differenciálás	212	47,0
Egyéb	16	3,5
Összesen	451	100,0

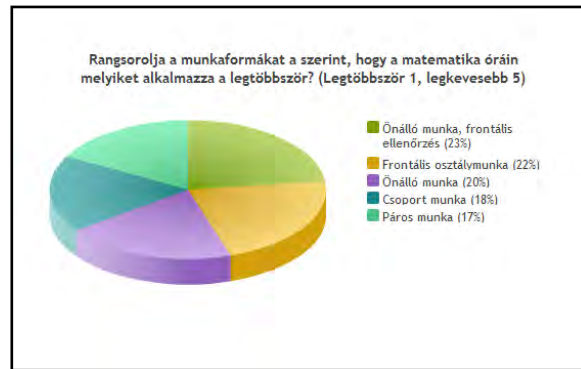


4. grafikon

9. kérdés: Rangsorolja a munkaformákat aszerint, hogy a matematikaóráin melyiket alkalmazza a legtöbbször! (7. táblázat, 5. grafikon)

7. táblázat

A munkaformák rangsora	%
1. Önálló munka, frontális ellenőrzés	23
2. Frontális osztálymunka	33
3. Önálló munka	20
4. Csoportmunka	18
5. Páros munka	17
Összesen	100



5. grafikon

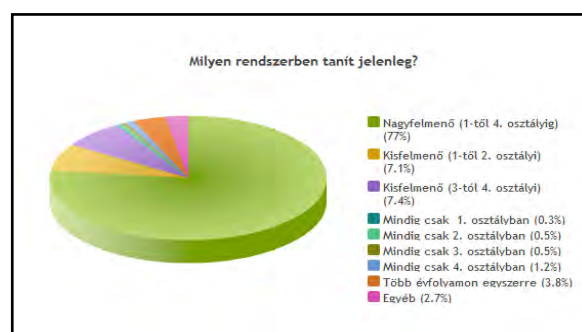
10. kérdés: Milyen rendszerben tanít jelenleg?

A válaszadók közül a legtöbben nagyfelmenő rendszerben tanítanak, a legkevesebben mindig ugyanabban az osztályban, azaz mindig vagy csak 1., vagy csak 2., vagy csak 3., vagy csak 4. osztályban.

Az egyéb válaszok között szerepelnek az alábbi változatok: az 1. osztálytól a 3.-ig vagy 6.-ig vagy 8.-ig felmenő rendszerben tanít. (8. táblázat, 6. grafikon)

8. táblázat

Felmenő rendszer	Fő	%
Nagyfelmenő	347	76,9
Kisfelmenő (1–2. osztály)	32	7,1
Kisfelmenő (3–4. osztály)	33	7,3
Mindig csak 1. osztályban	1	0,2
Mindig csak 2. osztályban	2	0,4
Mindig csak 3. osztályban	2	0,4
Mindig csak 4. osztályban	5	1,1
Több évfolyamon egyszerre	17	3,8
Egyéb	12	2,7
<b>Összesen</b>	<b>451</b>	<b>100,0</b>



6. grafikon

11. kérdés: Hányadik osztályban tanít matematikát ebben a tanévben?

A válaszadás idején a legtöbben 2. osztályban tanítanak, a legkevesebben 1.-ben, de a kettő között csupán 1,8% a különbség, ezért mondhatjuk, hogy a válaszadók szinte egyenlő arányban tanítanak 1., 2., 3., 4. osztályban. Az előző kérdésre 3,8% válaszolta, hogy több évfolyamon tanít egyszerre. Ennek a kérdésnek a válaszaiból viszont az derült ki, hogy 4,7% nem egy évfolyamon tanít matematikát. Az eltérés kicsiny, nem éri el az 1%-ot (9. táblázat).

9. táblázat

Osztály	Fő	%	Osztály	Fő	%
1.-ben és 2.-ban	5	1,1	Csak 1. osztályban	102	22,6
1.-ben és 4.-ben	1	0,2	Csak 2. osztályban	104	23,1
1.-ben és felsőben	2	0,4	Csak 3. osztályban	95	21,1
2.-ban és 4.-ben	2	0,4	Csak 4. osztályban	114	25,3
2.-ban és 3.-ban	1	0,2		415	92,10
2.-ban és 6.-ban	1	0,2			
3.-ban és 4.-ben	6	1,3			
1-4.-ben	1	0,2			
4.-ben és felsőben	3	0,7			
Egyéb	6	1,3			
Jelenleg nem tanít	8	1,8			
Összesen	36	7,8			

## A tankönyvek megrendelése, használata

12. kérdés: Melyik matematika-tankönyvsaládot rendelte meg az osztálya számára a 2009-10-es tanévben?

A tankönyvrendelés tekintetében három tankönyvsalád emelkedik ki – az Esztergályos, a Libor és a Hajdu tankönyvsaládok –, amelyek együttesen a megrendeléseknek 85,0%-át teszik ki. Az „Egyéb” válaszok között szerepel például, hogy nem tankönyvsalád könyvei közül rendelt, vagy egyáltalán nem rendelt tankönyvet. (10. táblázat, 7. grafikon)

10. táblázat

Hivatkozási név	Tankönyvsalád címe	Tankönyvsalád kiadója	Fő	%
Esztergályos	... matematikám	Apáczai Kiadó	156	34,6
Libor	Sokszínű matematika	Mozaik Kiadó	150	33,3
Hajdu	Matematika	Műszaki Kiadó	77	17,1
Forgács	A matematika csodái	Dinasztia Tankönyvkiadó	16	3,5
Török	Matematika	Nemzeti Tankönyvkiadó	14	3,1
Educatio	Matematika „A”	Kompetencia Konzorcium	1	2,7
C. Neményi	Matematika	Nemzeti Tankönyvkiadó	11	2,4
Rakos	A mi matekunk	Nemzeti Tankönyvkiadó	10	2,2
Egyéb			10	3,3
Összesen			445	100



7. grafikon

13. kérdés: Ki döntött abban, hogy melyik matematika-tankönyvet rendelik meg?

14. kérdés: Volt-e beleszólása a tankönyvválasztásba?

Célszerű a 13. és a 14. kérdésre adott válaszokat együtt vizsgálni. A 13. kérdésre adott válaszok alapján a tanító a tankönyvválasztásról 53%-ban döntött, és 6,2%-ban – 2,9% + 3,3% – biztosan nem volt beleszólása a választásba, hiszen az „Egyéb” választ választók esetében sem az osztálytanító hozta meg a döntést. A 14. kérdésre adott válaszok alapján 90,9%-uknak volt beleszólása a tankönyvválasztásba. Ebből következhet, hogy a tanítók 3,1%-ának nem volt beleszólása a munkaközösség tankönyvválasztásába sem. (11. táblázat)

11. táblázat

Döntéshozó a tankönyvválasztásban					
Döntéshozó	Fő	%	Volt a döntésbe beleszólása	Fő	%
Igazgató	15	3,3	Igen	410	90,9
Munkaközösség	184	40,8	Nem	41	9,1
Ön	239	53,0			
Egyéb	13	2,9			
<b>Összes válasz</b>	<b>451</b>	<b>100</b>	<b>Összes válasz</b>	<b>451</b>	<b>100</b>

15. kérdés: Használ-e rendszeresen az osztálya számára megrendelt tankönyvcsaládon kívül más irodalmat (tankönyv, feladatgyűjtemény, feladatlap stb.)? Több válasz is lehetséges volt.

A 451 kitöltő közül 41,9% használ más tankönyvet, 74,1% használ más feladatgyűjteményt a matematika-tanórán, ezen belül 83-an (18,4%) mind a kettőt. Ez azt jelenti, hogy a válaszadók 97,5%-a (41,9 + 74,1 – 18,4) használ más tankönyvcsaládhoz tartozó tankönyvet vagy feladatgyűjteményt. Mivel a válaszok szerint megközelítőleg 90%-ban van a tanítóknak beleszólásuk a tankönyvválasztásba, ez azt is jelenti, hogy minimum 80%-uknak igényeit nem elégítik ki a megvásárolt tankönyvek. Azt, hogy ezek az igények miből eredeztethetők, ebben a tanulmányban nem kívánom vizsgálni. (12. táblázat, 8. grafikon)

12. táblázat

A megrendelt tankönyvcsaládon kívül használt irodalom	Fő	%
Nem	41	9,1
Más tankönyvcsalád tankönyvét is használja.	198	41,9
Más feladatgyűjteményt is használ.	334	74,1
Más tanári kézikönyvet is használ.	127	28,2
Egyéb	56	12,4
Összes válaszadó 451, összes válasz 756		



8. grafikon

16. kérdés: Ha használja a matematikaóráin más matematika-tankönyvcsalád könyveit, akkor melyek azok? Több válasz is lehetséges volt.

Az „Egyéb” válaszok között itt csak 5,4%-ban szerepel, hogy nem használ más tankönyvet, szemben az előző kérdésre adott válaszok 9,1%-os arányával.

Az egyéb kiadványok között szerepel például Demeter Katalin: Intenzív-variációs tanulás, Furfangos fejtörő (Műszaki Könyvkiadó), Gondolkodtató matematikai feladatok (Mozaik Oktatási Stúdió), Kapcsolj ... (Műszaki Könyvkiadó), Ki(s)számoló (Nemzeti Tankönyvkiadó), Kiszámoló (Műszaki Könyvkiadó), Kompetencia szövegértés „B” modul (Kompetencia Konzorcium), Pedellus Tankönyvkiadó Kft. tankönyvei, Számтанító (OKTESZT Kiadó), Tanítói Kincsestár, Töprengő (Mozaik Kiadó). (13. táblázat)

13. táblázat

A megrendelt tankönyvön kívül használt tankönyvcsaládok (Több válasz is lehetséges.)

Hivatkozási név	Tankönyvcsalád cím	Kiadó	Fő	%
Esztergályos	... matematikám.	Apáczai Kiadó	144	31,9
Libor	Sokszínű matematika	Mozaik Kiadó	138	30,6
Hajdu	Matematika	Műszaki Kiadó	105	23,3
C. Neményi	Matematika	Nemzeti Tankönyvkiadó	79	17,5
Forgács	A matematika csodái	Dinasztia Tankönyvkiadó	77	17,1
Educatio	Matematika „A”	Kompetencia Konzorcium	59	13,1
Rakos	A mi matekunk	Nemzeti Tankönyvkiadó	47	10,4
Török	Matematika	Nemzeti Tankönyvkiadó	32	7,1
Egyéb			8	1,8
Összesen			689	

17. kérdés: Melyik matematika-tankönyv feladatainak a használata a legjellemzőbb az óráin (2009-2010)?

A tankönyvek sorrendje aszerint, hogy a tankönyvet megrendelők milyen mértékben használják az általuk megrendelt tankönyveket: a Török (93%), a Hajdu, a Libor és a C. Neményi (91%), az Esztergályos (86%), a Forgács (81%); a Rakos (80%), az Educatio (67%). A Török tankönyvcsaládot a válaszadóknak mindössze 1,1%-a rendelte meg, de az ő megalégedettségük a legnagyobb.

A sorrend azt is mutatja, hogy mennyire vannak megalégedve a megrendelt tankönyvvel a tanítók. A sorrendből következtetni lehet a kiadók üzletpolitikájára is, azaz arra, melyek azok a kiadók, amelyek hatékonyan tudják befolyásolni a tankönyvválasztást.

A 14. táblázat azt mutatja, hogy az egyes tankönyveket megrendelők hány százalékban használják jellemzően a többi tankönyvcsalád tankönyveit. A zöld alapú cellák pedig azt, hogy egy-egy tankönyvet hány százalékban használnak jellemzően az őket megrendelők (14. táblázat).

14. táblázat

A megrendelt és a használt tankönyvek a 2009-10-es tanévben

Használja (%)	Összesen (fő)	Esztergályos	Forgács	Educatio	Libor	Hajdu	C. Neményi	Rakos	Török	Egyéb	Összesen %
Megrendelte (%)											
Esztergályos	156	86	1,9	3,2	2,6	1,9	1,3	1,3	0,6	1,3	100
Forgács	150	13	81	0	0	6,3	0	0	0	0	100
Educatio	12	8,3	0	67	0	0	8,3	17	0	0	100
Libor	150	4	0,7	2	91	1,3	0,7	0	0	0,7	100
Hajdu	77	2,6	0	3,9	1,3	91	0	0	0	1,3	100
C. Neményi	11	0	0	9,1	0	0	91	0	0	0	100
Rakos	10	0	10	0	0	0	10	80	0	0	100
Török	14	0	0	0	0	0	0	7,1	93	0	100

Összehasonlítva a megrendelt és a használt könyvek táblázatát, láthatjuk, hogy 4,4% nem a megrendelt tankönyvet használja. Ezek éppen a legnagyobb százalékban megrendelt tankönyvek: az Apáczai Kiadó (2,4%), valamint a Mozaik Kiadó tankönyvei (2%) (15. táblázat).

15. táblázat

A megrendelt és a használt tankönyvek a 2009-10-es tanévben (2).

Hivatkozási név	Tankönyvcsalád címe	Megrendelt		Használt		Különbség	
		Fő	%	Fő	%	Fő	%
Esztergályos	... matematikám.	156	34,6	145	32,2	-11	-2,4
Libor	Sokszínű matematika	150	33,3	141	31,3	-9	-2,0
Hajdu	Matematika	77	17,1	78	17,3	1	0,2
Forgács	A matematika csodái	14	3,1	14	3,1	0	0,0
Török	Matematika	11	2,4	15	3,3	4	0,9
Educatio	Matematika „A”	16	3,5	18	4,0	2	0,5
C. Neményi	Matematika	12	2,7	12	2,7	0	0,0
Rakos	A mi matekunk	10	2,2	13	2,9	3	0,7
Egyéb		5	1,1	6	1,3	1	0,2

18. kérdés: Hányadik tanéve használja azt a tankönyvet, amelyet az előbb bejelölt?

A 17. táblázat mutatja, hogy az egyes tankönyveket hány százalékban használják éveken keresztül az azokat választók. Mivel a válaszadók nagy százalékban nagyfelmenő (76,9%) rendszerben tanítanak, ezért a tanítók ragaszkodását egy-egy tankönyvcsaládhoz az mutatja, hogy négy év után hány százalékban maradtak a választott tankönyvcsaládnál. A tankönyvek sorrendje aszerint, hogy a második négyéves ciklusra is választották: a Hajdu (67,9), az Esztergályos (66), a Török (57,1), a C. Neményi (54,5), a Rakos (40), a Forgács (37,5), az Educatio (16,7), a Libor (15,3). Ha nagyobb időtávlatba tekintek vissza, a sorból kimaradnak a Forgács, az Educatio és a Libor tankönyvek, mert nincsenek olyan régen a piacon.

Amint az látható, a tanítók a legnagyobb és a harmadik legnagyobb példányszámban fogyó tankönyvekhez ragaszkodnak leginkább. Az előző fejezetek megállapítása szerint szemléletében ellentétes felfogású a két tankönyvcsalád. (16. táblázat)

16. táblázat

A 2009-10-es tanévben megrendelt tankönyvcsaládot hány éve használják? (%).

	Esztergályos	Forgács	Educatio	Libor	Hajdu	C. Neményi	Rakos	Török	Összesen
1 éve	12,2	6,3	66,7	20,7	9,0	9,1	20,0	14,3	15,9
2 éve	11,5	6,3	0,0	23,3	11,5	0,0	10,0	14,3	14,8
3 éve	5,1	25,0	0,0	22,7	9,0	9,1	10,0	7,1	12,5
4 éve	5,1	25,0	16,7	18,0	2,6	27,3	20,0	7,1	11,0
5–8 éve	19,9	25,0	16,7	11,3	30,8	9,1	20,0	21,4	18,8
8–12 éve	27,6	12,5	0,0	4,0	24,4	9,1	10,0	28,6	17,0
Több	18,6	0,0	0,0	0,0	12,8	36,4	10,0	7,1	10,1
Összesen	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

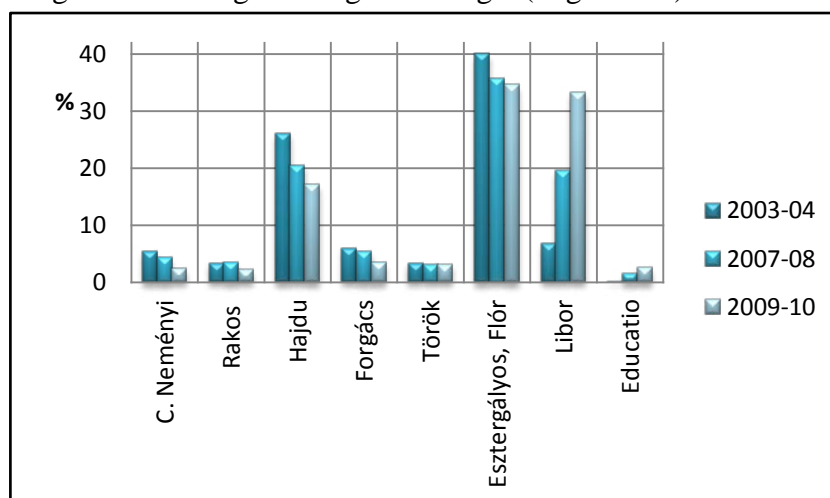
19. kérdés: Melyik matematika-tankönyvcsaládot rendelte meg az osztálya számára a 2007-08-es tanévben?

20. kérdés: Melyik matematika-tankönyvcsaládot rendelte meg az osztálya számára a 2003-04-es tanévben?

Összehasonlítva a 17., a 19. és a 20. kérdésre adott válaszokat, láthatjuk a matematika-tankönyvek megrendelésének hét év alatt bekövetkezett változásait.

Két tankönyv eladása mutat növekedést: a Libor tankönyvcsalád, a Sokszínű matematika, 26,6%-osat és az Educatio Kompetenciafejlesztő oktatási programcsomag (Matematika „A”) 2,5%-osat. Mind a két tankönyvcsalád első megjelenése 2004, tehát a 2003-04-es tanévben csak a kísérleti könyvekből taníthattak.

E két tankönyv megjelenésének a hatására az összes többi megrendelése visszaesést mutat. Feltehető, hogy akik a 2003 előtti könyvekkel valamilyen okból nem voltak megelégedve, azok a két új tankönyv valamelyikét választották. Legnagyobb mértékben a Műszaki Kiadó Hajdu tankönyvcsaládjának a megrendelése csökkentek: 26,2%-ról 17,1%-ra, azaz 9,1%-kal, az „Egyéb” könyvek 7,5%-kal (8,6%-ról 1,1%-ra). A harmadik az Apáczai Kiadó matematika-tankönyvcsaládjá 5,5%-os visszaeséssel (40,1%-ról 34,6%-ra). A legkisebb mértékben az NTK Török Tamás Matematika könyve esett vissza (3,3%-ról 3,1%-ra), igaz, eredetileg sem volt magas a megrendeltsége. (9. grafikon)



9. grafikon

Matematika-tankönyvek megrendelése %-os arányban

21. kérdés: Ha váltott tankönyvet, annak mi volt az oka?

A válaszadók közel harmad része (36,6%) nem váltott tankönyvet, közel kétharmad része (63,4%) váltott. Mind a két esetben lehetséges a szakmai és a gazdasági megfontolás, illetve tanítói vagy rajta kívül álló döntés. A tankönyvet váltók leggyakrabban (29,7%) külső befolyásra váltak meg régebben használt tankönyveiktől. Érdeemes megjegyezni, hogy a 14. kérdésre adott válaszok alapján 9,1% jelölte azt, hogy nem volt-e beleszólása a tankönyvválasztásba, addig a 21. kérdésre adott válaszokból az derül ki, hogy 21,3% azok aránya, akik nem önálló döntés alapján választottak tankönyvet. A tankönyvet váltók másik nagy csoportja (27,9%) szakmai indokok alapján nem volt megelégedve a régebben használt tankönyvvel.

A tankönyvváltás indoklása 324 indoklás alapján:	Fő	%
Nem önálló döntés, például pályázat elnyerése, igazgató döntése, munkaközösség döntése, kolléga döntése alapján, munkahelyváltás okán, felső tagozatos kolléga javaslatára, akciók kiadói javaslatra.	96	29,7
Szakmai indoklás alapján váltott tankönyvet, például a feladatok mennyisége és minősége nem elegendő a differenciáláshoz, nem tetszett a szorzás és az osztás tanítási módszere, nem épített a tanulói tevékenységre.	90	27,9
Nem valódi szakmai indok alapján váltott tankönyvet, például gyermekközelebb, gyermekcentrikusabb, jobbat kerestem.	47	14,6
A tanító személyisége, például érdekelnek az újdonságok, az új tankönyvcsalád kipróbálása, személyes ismeretség a szerzővel.	28	8,7
Az osztály összetétele miatt váltott, például magas osztálylétszám, sok a hátrányos helyzetű tanuló.	17	5,3
Tipográfiai szempontok, például színesebb kivitel, tetszetősebb ábrák, a könyv tartóssága.	25	7,7
Kedvezőbb ár	12	3,7
Kiadói továbbképzés	8	2,5
Összesen	323	100

#### A tankönyvek ismerete

22. kérdés: Jelölje meg, melyik tankönyvcsaládot mennyire ismeri!

Az *ismerem és tanítottam belőle* kategóriákat összevonva a legismertebb tankönyv az Apáczai (97,1%), szinte minden tanító ismeri. A következők: a Műszaki (82,9%), a Mozaik (78,5%), az NTK\_C, (74,3%), a Dinasztia (58,8%), a NTK\_R (53,4%), az NTK\_T (35,5%), végül az Educatio (26,8%). (17. táblázat)



17. táblázat  
Matematika-tankönyvek ismerete (%)

Hivatkozási név	Tankönyvcsalád címe	Nem ismerem	Hallottam róla	Ismerem	Tanítottam belőle
C. Neményi	Matematika	4,0	21,7	49,9	24,4
Rakos	A mi matekunk	18,6	27,9	40,1	13,3
Hajdu	Matematika	3,3	13,7	41,7	41,2
Forgács	A matematika csodái	10,6	30,6	40,6	18,2
Török	Matematika	28,6	35,9	25,7	9,8
Esztergályos	... matematikám	0,9	2,0	24,6	72,5
Libor	Sokszínű matematika	3,5	18,0	41,5	37,0
Educatio	Matematika „A”	48,8	24,4	17,7	9,1

### A tankönyvek véleményezése

Az utolsó, 31. kérdésre az alábbi nyolc szempont alapján feleletválasztással lehetett kiválasztani az állításnak leginkább megfelelő tankönyvet.

1. Ezt rendeltem meg az osztályom számára az idén.
2. Ezt használom a legtöbbit.
3. Ebből tanítok a legkönnyebben.
4. Ebből tanulnak a diákjaim a legkönnyebben.
5. Ez a legalkalmasabb a differenciálásra.
6. Ebben a legvilágosabbak a matematikai fogalmak.
7. Ennek a legérthetőbb a szövegezése.
8. Ennek tetszik legjobban a tipográfiája.

Ezek alapján az Esztergályos tankönyvet rendeltek meg a legtöbben (35,9%) a 2009-10-es tanévben, a válaszadók szerint ezt is használják a legtöbben (34,6%), ebből tanítanak a legkönnyebben (32,2%), és a tanítók szerint a diákok is ebből tanulnak a legkönnyebben (32,4%). Ennél a pontnál változik a megítélés, mert a differenciálásra a legalkalmasabbnak a Hajdu- tankönyvet jelölték meg (25,5%). A válaszadók szerint a Libor tankönyvcsaládnak a legvilágosabbak a matematikai fogalmai (31,3%) és legérthetőbb a szövegezése (33,9%), valamint a legjobb a tipográfiája a megítélés szerint (37,5%).

Mind a nyolc szempontot összevetve a tanítók szerinti tankönyvrangsor: Libor, Esztergályos, Hajdu, Forgács, Educatio, C. Neményi, Török, Rakos (18. táblázat).

18. táblázat  
Matematika-tankönyvek megítélése nyolc szempont alapján (%)

Könyvek	Szempontok								Össz.
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	
C. Neményi	2,4	2,7	4,0	3,3	5,8	5,1	4,4	3,8	31,5
Rakos	2,7	2,7	2,0	2,2	2,0	2,2	2,4	2,4	18,6
Hajdu	18,2	18,4	20,2	18,2	25,5	20,4	17,1	16,9	154,9
Forgács	3,8	3,8	4,9	5,3	5,3	6,2	5,3	5,3	39,9
Török	3,1	3,5	3,5	3,3	3,5	4,4	3,1	2,7	27,1
Esztergályos	35,9	34,6	32,2	32,4	24,2	25,9	29,7	27,7	242,6
Libor	31,5	29,9	29,9	31,0	24,2	31,3	33,9	37,5	249,2
Educatio	2,4	4,4	3,3	4,2	9,5	4,4	4,0	3,8	36,0
Összesen	100	100	100	100	100	100	100	100	



## 5. Összegzés

Dolgozatomban történeti fejlődésében tekintetem át a – legelső magyar nyelvű tankönyvnek tekinthető, 1557-ben megjelent Debreceni aritmetikától napjainkig (2009-2010-es tanév) – a matematika tantárgy alapozó szintjének (1–4. osztály) oktatásához kapcsolódó tankönyveket. A változások nyomon követése érdekében részletesen elemeztem 1883-tól 2010-ig az 1–4. osztályos matematika tankönyvekben megjelenő tanítási tartalmakat. A kutatás a tankönyvek számos problematikus elemére mutat rá, amelyek mint vitatandó kérdések további kutatásokat igényelnek és egyben tesznek lehetővé.

A következőkben a kutatás tapasztalatait fejtem ki a kutatási kérdések alapján.

1. *Fellelhető-e valamilyen különbség vagy megegyezés a kiválasztott, 1557 és 2010 között megjelent tankönyvek tananyagstruktúrájában, didaktikai építkezésében, valamint egy-egy tananyag feldolgozásában azonos időszakban, illetve kronologikusan*
  - a tematikában,
  - a kérdések és feladatok szerkesztésében,
  - a pedagógiai szövegek tanulhatóságára vonatkozóan, különös tekintettel a szakszavak használatában,
  - az illusztrációk funkciójában?

### *A tananyag tematikájában bekövetkezett változások*

A részletesen vizsgált egy és negyed században az elemi szintű matematikatanítás egységes abban, hogy az első négy évben a leghangsúlyosabban a természetes szám fogalmát kívánja kialakítani, a számkör fokozatos bővítésével, a fejszámolás és az írásbeli számolás megtanításával.

### *A számkör fokozatos bővítése a természetes számok halmazán*

Az első magyar nyelvű számtankönyvek mindegyike a könyv elején egy lépésben bevezette a tanítani kívánt számkört általában 1-től százmillióig. Ebben az időszakban, a XVIII. század közepéig, a szám- és műveletfogalom alakítását még teljes egészében különválasztották. A tankötelezettség bevezetésével már a két Ratio Educationis korában a tankönyvek meghatározott korosztály számára készültek, ami indítéka lehetett később a számkör fokozatos bevezetésének, amely a műveletek tanításának fokozatos bevezetését hozta magával.

Az első osztályban a II. Ratio Educationis időszakában 100-ig, majd később, kevés kivétellel, 20-ig vagy 30-ig számoltak, másodikban 100-ig, harmadikban 1000-ig, negyedikben régebben millióig, a mai tankönyvekben százezerig. Mindegyik évfolyamon a számkörbővítésre két metodikai irány mutatkozik. Az egyik egy lépésben bővíti a számkört, és egymástól elkülönítve tanítja a négy alpműveletet. Míg a másik Bussét követve (Busse 1786) fokozatosan bővíti a számkört, ez esetben a szám- és műveletfogalom alakítását párhuzamosan végzi.

A második osztályban az első két korszakban (1883–1947) a számfogalom és műveletfogalom alakítását párhuzamosan végezték, de a számkörbővítés lépéseiben voltak különbségek. A fogalomalkotás szempontjából igen hatékony volt ez a tananyag-építkezés, mert kis számkörben begyakorolták az analóg műveleteket, így később nagyobb lépésekben tudtak haladni. A műveletek közötti kapcsolat megtapasztaltatása, koncentrikusan, minden

számkörben ismétlődött. A tankönyvek szövegében ugyan nem jelenik meg, de a számfeladatokból kitűnik az a törekvés, hogy az absztrakt algebra történeti felépülésével ellentétben, a megtanítandó műveleti tulajdonságokat (a műveletek közötti inverz kapcsolat, a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás stb.) tapasztalati úton sajátítsák el a tanulók. A harmadik korszak három tankönyve közül egy, a Budapesti tankönyv, visszatér a XVIII. századi hagyományhoz. Egy lépésben 20-tól 100-ig bővíti a számkört, és egymástól elkülönítve tanítja a négy alpműveletet. Az ötvenes években a Nagy0,1 tankönyvek törekedtek visszaállítani a XX. század közepéig bevett gyakorlatot, majd az 1962-es tantervhez kapcsolódó Csáki–Géczy1 tankönyv az 1947-es Budapesti tankönyv módszertani felépítését követte, és ezzel szinte a mai napig meghatározta a második osztályos tananyagszerkesztést. Látszólag ez egyszerű másolás vagy visszalépés, de ha figyelembe vesszük a második tanév elejei előismereteket, mai szemmel inkább a módszertani tévedés látszik helytállóbb kifejezésnek. Ugyanis a Budapesti tankönyv előzménye, az első osztályos tankönyv, a 100-as számkörben biztosította a tájékozottságot, míg a Csáki–Géczy1,2 csak a 20-as számkörben. Ez utóbbi módszertani gyakorlatot követi a kiválasztott mai tankönyvek közül az Apáczai és a Mozaik tankönyv.

Európában az ötvenes évek végétől elindult New Math mozgalom a megtanítandó algebrai ismereteket az absztrakt algebra szemléletében dolgozta fel – a halmazelméleti szemlélet mellett. A magyarországi komplex matematikai kísérlet is követni kívánta az európai irányt, de nem nyúlt vissza a több mint fél évszázados tapasztalatokhoz, annak ellenére sem, hogy Varga Tamás, a komplex matematikai kísérlet vezetője az 1950-ben megjelent, első osztályosok számára írt matematika-tankönyvében – a kortársaitól eltérően – 20-as számkörben mind a négy alpműveletet tanítja. A 1978-tól bevezetett matematika-munkalapok második osztályban is szétválasztotta a számkörbővítést az alpműveletektől. Először bővíti a számkört, majd az első félévben összead, kivon, a másodikban szoroz, oszt. A mai tankönyvek közül a Műszaki tér el leginkább ez utóbb említett gyakorlattól, és tér vissza a szám- és műveletfogalom párhuzamos alakításához azzal is, hogy  $20 \rightarrow 30 \rightarrow 40 \rightarrow 100 \rightarrow 200$  lépésben bővíti a számkört.

A harmadik osztályos tananyagban az 1920-as évektől az 1950-es évek elejéig fokozatosan bővítették a számkört, és az aktuális számkörben gyakoroltatták a már megismert műveleteket. A többi időszak vizsgált tankönyveiben egy lépésben bővítik a számkört ezerre, két módszertani megoldással. Az egyik a számkörbővítéshez kapcsolja az összeadást, és a tankönyvek többsége a kivonást is. A másik csupán a helyiérték-táblázatra építve bővít a számkört, és ettől elválasztja a tanítandó műveleteket.

A 4. osztályban 1947-ig egy lépésben bővítik a számkört egymillióig. A 1947-es Baranyai tankönyv mereven, a második osztályhoz hasonlóan, lépésekben bővítette a számkört egymillió felett is. A későbbi tankönyvek általában két lépésben végzik a számkörbővítést, de a maiak csak százezerig.

#### *A négy alpművelet tanítása, a műveletfogalom alakítása*

Az első magyar nyelvű számtankönyvek csak az írásbeli számolás megtanítását tartották feladatuknak. A fejszámolás oktatása még nem került be a könyvekbe. Ebben az időszakban élesen szétválasztották a számok értelmezését és a műveletek tanítását. 1869-től az első osztályban a 20-as vagy 30-as számkörben, 1905-től már csak a 20-as számkörben a négy alpműveletet kell ismerni szóban. A 3–5. korszakban ugyanebben a számkörben már csak a szóbeli összeadást és kivonást. Egy kivétel van, az 1951-es Első könyvünk, amely a 20-as számkörben elvégezhető szorzásokat, osztásokat is bevezeti. A második osztályban egységesen mindegyik tankönyv tanítja a négy alpműveletet szóban. A 20-as évekre egységesedett a módszertan. A tízesével növekvő számkörök mindegyikében a négy alpműveletet gyakoroltatták fejszámolással, majd szöveges és számfeladatokon keresztül

írásbeli műveletekkel. Az 1947-48-as tankönyvek nem építenek az előzők tapasztalataira, az újítás jegyében készültek: a struktúra felépítésében, a szóhasználatban, szinte minden részmozzanatban mutatkoznak különbségek. Majd a Nagy0,1 tankönyvek visszatérnek az 1947 előtti módszertanhoz, de a 1962-es Csáki–Géczy1, majd ennek változata a Csáki–Géczy2 tankönyv az 1947-es Budapesti tankönyvet veszi alapul. Különválasztja mind a négy alpműveletet, csoportosítva tanítja a szorzótáblákat, ami azért lehetséges, mert egy lépésben bővíti a számkört. Ennek eredményeként a műveleti tulajdonságok nem a maguk természetes útján rögzülnek a tanulóknál, hanem megismertetésükre külön ki kell térni. A mai tankönyvek közül az Apáczai és a Mozaik tankönyv a Csáki–Géczy2 gyakorlatát követi. Az Apáczai a műveleteket egymástól elkülönítve begyakoroltatja, majd a vegyes feladatok részben megpróbálja értelmezni a műveletek közötti kapcsolatokat. A Mozaik az év első félévében az összeadást, kivonást, majd a második félévben a szorzást, osztást gyakoroltatja. Az NTK\_C is szétválasztja a két félévre az összeadást-kivonást, illetve a szorzás-osztást, de a számkört 20→30→100 lépésekben bővíti. A Műszaki tankönyve részben visszatér a XIX-XX. század fordulójának módszertanához: 20→30→40→200 lépésekben bővítve a számkört minden lépésnél begyakoroltatja a számkörhöz kapcsolható négy alpműveletet.

A harmadik, negyedik osztályos tananyag nagy részét a tanult számkörben a négy alpművelet elsajátíttatása teszi ki. Az írásbeli műveletek a XX. század elejétől fokozatosan bekerülnek a harmadik osztályos tananyagba, majd a század végére fokozatosan kezdenek kimaradni.

A harmadikos Császár tankönyvben (1883) az írásbeli műveletek közül még nem szerepel a szorzás és az osztás, majd bekerül a tananyagba az osztás egyjegyű és többjegyű számmal is. A Beke tankönyv az első – a vizsgált tankönyvek között –, amelyik külön témaként kezeli az egyjegyű és többjegyű számokkal végzett szorzást, osztást. Az 1947-48-as tankönyvből teljesen kimaradt ez a tananyagrészt, ami hatalmas tananyagcsökkenést jelent; majd a 1950-es években visszaveszik az írásbeli szorzást egy- és többjegyű szorzóval, valamint az írásbeli osztást egyjegyű osztóval. A hatvanas évek komplex matematikatanítási kísérlete a numerikus számolás rutinszerű begyakoroltatását elvetette, ami megjelenik az 1978-as tantervben és a hozzá kapcsolható munkalapokban. A XX. század végére a tankönyvek tanúsága szerint a numerikus számolás részben visszanyerte jelentőségét az igen erőteljes kritikák hatására. Feltehetően a heti tanórák számának csökkenése, az új matematika által bevezetett témakörök, valamint az elektronikus számolóeszközök elterjedésének következtében, de főként a „tanulói túlterhelés csökkentésének” okán a szóbeli és az írásbeli műveletek egy része a század elejéhez képest magasabb osztályokba került. Például az írásbeli szorzás többjegyű szorzóval, az írásbeli osztás egyjegyű és többjegyű osztóval harmadik osztályból átkerül a felsőbb évfolyamokba.

A mai tankönyvek tananyag-elrendezésében a Műszaki és a Mozaik tankönyv megtartotta a harmadik évfolyamon az írásbeli osztást egyjegyű osztóval. Az írásbeli szorzás többjegyű szorzóval és az írásbeli osztás többjegyű osztóval teljes egészében átkerült a következő évfolyamokra. Az 1947-es évektől nem találtam metodikai magyarázatot a tananyag csökkentésére. A mai tankönyvek tananyagcsökkentését részben indokolhatja a tananyagban a témakörök kiszélesedése, illetve a heti óraszám csökkentése.

Véleményem szerint a kezdeti időszakban – első és második osztályban – hatékonyabban fejleszthető a számfogalom és műveletfogalom, amennyiben kis lépésekben koncentrikusan haladunk, és mindegyik számkörben begyakoroltatjuk a négy alpművelet közül a számkörnek megfelelőket, azaz erőszakosan nem választjuk szét a négy alpműveletet – ugyanúgy, mint például Beke tananyagszerkesztésében (Beke 1900). Ez esetben a második év végére a gyermekek szinte automatikusan elsajátítják a műveleti tulajdonságokat, ezért harmadik, negyedik osztályban szükségtelen lenne a fokozatos számkörbővítés, mivel a kis

számkörben kellően megalapozott, begyakorolt fejszámolás előkészíti az írásbeli műveletek sikeres elsajátíttatását, és megalapozza az írásbeli műveletek külön-külön tanítását.

#### *A közönséges és tizedestörtek tanítása<sup>1</sup>*

A Dunamelléki Református Egyházkerület népiskoláinak 1871-es és 1880-as tanterve szerint a negyedik osztály tananyaga a törtek, valamint műveletek a közönséges törtekkel. Az 1895-ös Deső Lajos-féle – a Tiszáninneri Református Egyházkerület népiskolái számára írt – tanterv szerint az első, második osztályban a törtek származtatása, a harmadik osztályban a műveletek a törtekkel, negyedikben a tizedestörtek a tananyag, ami meg is jelenik Schultz 1899-es tankönyveiben. Ebben a korszakban a többi tankönyvben nem szerepelnek a közönséges törtek. A tizedestörtekkel negyedik osztályban két tankönyv foglalkozik, mindkettő összead, kivon tizedestörteket, szoroz és oszt is tizedestörteket pozitív egészszel és pozitív tizedestörtekkel. Az 1905-ös tanterv szerint a törtek származtatása negyedik osztályos tananyag. A XIX-XX. század fordulóján a negyedik osztályos tankönyvek átlagosan a negyedik részükben foglalkoztak a közönséges törtekkel. A következő időszakokban ez az arány csökken, az 1960-as évek elejétől az 1978-as tantervig ki is marad ez a témakör. A mai negyedik tankönyvek folytatják a harmadikban elkezdett törtfogalom alakítását, de az első korszak terjedelemarányának a felét sem érik el.

#### *A geometriai ismeretek tanítása*

Maróthi írja Arithmetica-jának előszavában, hogy „igen hasznos a’ gyermeki elmének élesítésére az Aritmetica és ha lehet a’ Geometria...” (Maróthi 1743). Már Maróthi idejében is a számtanoktatás részének tekintették a mértékek, mértékváltás témakört. Az I–II. Ratio Educationis idejében a városi iskolákban nem kötelező tárgy lett a geometria. Ekkor geometriából csak azt tanítják, aminek alkalmazása és megfejtése a köznapi életben előfordul. (I. Ratio Educationis 1777).

A XIX-XX. század fordulójától csak az 1954–63 közötti időszakban, az első osztályos könyvekből maradt ki a mértékek, mértékváltás témakör. A geometriai ismeretek témája első osztályban először az 1951-es Első könyvünkben szerepel, majd a 1978-as tantervtől folyamatosan valamennyi tankönyvben, kivéve az Apáczai tankönyvet. (A felsőbb évfolyamokon is, kevés kivételtől eltekintve, a 1978-as tantervtől jelennek meg, főleg a testek, a síkidomok, illetve a transzformációk köré csoportosulva a geometria feladatok.)

A NAT és így törvényszerűen a mai tankönyvek – különböző arányban ugyan, de – átvették az új matematika által bevezetett fő tárgyköröket. Fejezetszinten első osztályban átlagosan a tankönyvek 10%-ában, másodikban 12%-ában jelennek meg főleg mérésekhez, geometriai fogalmakhoz kapcsolódó témakörök. Nem fejezetszinten általában kicsiny arányban, egy-egy feladatban tantárgyon belüli koncentráció keretében megjelennek új témaköri tartalmak is. A harmadik és a negyedik osztályban is nagyon különböző a tárgykör kidolgozottsága, például található két olyan tankönyv, amelyek egyikében terjedelmi arányát tekintve a geometria témakör közel háromszorosa a másikénak. (A mérésektől eltekintve a geometriai témák aránya a C. Neményi és a Hajdu tankönyvekben 14-14%, míg a Mozaik tankönyvben 5%.) Negyedik osztályban kicsivel megnő a geometriára fordított átlagos terjedelem aránya, de a különbségek itt is nagyok (például az Apáczai tankönyvben 23%, a Mozaikban 11%).

A harmadik és a negyedik osztályban a geometria témakörök mellett egy-egy tankönyvben fejezetszinten is megjelenik például a relációk, függvények, sorozatok, a törtek, a negatív számok, a kombinatorika és valószínűségszámítás témakör, az összes tankönyv átlagát nézve a tankönyvek hatodrésszében tárgyalják e témákat. A kidolgozottságbeli

---

<sup>1</sup> Mindegyik tankönyv a törtek és a tizedestörtek fejezeteiben csak a pozitív törtekkel foglalkozik.

különbségek itt is jelentősek. Vannak témakörök, amelyek csak egy tankönyvben jelennek meg.

#### *A kérdésekben és a feladatokban bekövetkezett változások*

A kérdések és feladatok vizsgálatát az egy-egy évfolyamon kiválasztott témakörök feladatszámának meghatározásával kezdtem. A mai tankönyvekben a feladatok száma az első osztálytól a negyedikig a XIX-XX. század fordulójához képest mindenhol csökkenést mutat. Azonban csupán a feladatok számából nem lehet messzemenő következtetéseket levonni, mert a különböző tankönyvekben egy-egy feladatszámhoz nem azonos mennyiségű item tartozik.

*Számfeladatok.* Az első osztályban az idő előrehaladtával a feladatok száma erősen csökken, de a számfeladatok típuszámának trendvonala csekély mozgást mutat. A második osztályban a 40-es számkörben, illetve a 4-es szorzótáblához kapcsolódó feladatok körében csökken a feladatok száma és a variabilitása is. Nagy különbség mutatkozik az 1–2. és a 3–5. korszakbeli tankönyvek számfeladattípusai között, aminek legvalószínűbb oka a számkörbővítés stratégiájának megváltozása. A harmadik osztályban vizsgált témakörben a feladatok számának trendvonala kicsiny csökkenést mutat. A negyedik osztályban a törtek és a tizedestörtek tanításához kapcsolódó feladatok típuszáma mutatja a legnagyobb csökkenést: a minimumát az egytankönyvűség időszakában éri el, de napjainkban sem éri utol a XIX-XX. század fordulójának szintjét. A feladattípuszám csökkenésének az egyik oka a tananyag tartalmi csökkenése, ami a számkörbővítés metodikájának szemléletváltásából adódik. A törtek tanítása során az első két korszakban a súlypontot a törtekkel végzett műveletekre helyezték, míg napjainkban inkább a fogalom alakítására.

*A szöveges feladatok* 1883–2010 között a következő változásokat mutatják.

Az első osztályos tankönyvek vizsgált fejezeteiben a 3–4. korszakban egyre kisebb arányban fordulnak elő szöveges feladatok. Az új matematika hatására az NTK\_C tankönyvben nagyobb arányban szerepelnek szöveges feladatok, de a többi mai tankönyv nem követi ezt a tendenciát. A szöveges feladatok számának minimumát a mai Mozaik tankönyv mutatja. A szöveges feladatokról megállapítható, hogy az idő múlásával a vizsgált feladatok szövegei is egyszerűsödnek, egyre több az egyszerű, direkt szövegezésű feladat. A mai Apáczai és a Mozaik tankönyvek vizsgált fejezeteiben már csak ilyen típusúak találhatók, ugyanakkor a NTK\_C és a Műszaki tankönyvben viszonylag nagy arányban szerepel összetett feladat.

Második osztályban az 1–2. korszakban egyre nagyobb arányban kerülnek a feladatok közé szövegesek. A 3–4. korszakban visszaesés tapasztalható, a mai vizsgált tankönyvek közül a NTK\_C és a Műszaki tankönyvek meghaladják, a Mozaik tankönyv eléri a 2. korszak arányát. Az összetett, több művelettel megoldható feladatok aránya is egyre kisebb.

A harmadik osztályban a szóbeli és írásbeli összeadás témakörében 1947-ig a szöveges feladatok aránya emelkedik, az egyszerű, direkt szövegezésű feladatok mellett megjelennek az összetett feladatok. Innen kezdve a szöveges feladatok aránya egyre csökken, ugyanakkor több tankönyvben csak egyszerű, direkt szövegezésű feladatok találhatók.

A negyedik osztályban a törtek témakörben a szöveges feladatok trendvonala mutatja a legnagyobb csökkenést. Napjaink tankönyveiben a szöveges feladatok aránya jóval alatta marad a XIX-XX. század eleji tankönyvének. A témakör tanítása kapcsán a tárgyi manipuláció a Gaál tankönyvtől (1959) kezdve válik fokozatosan általánossá. Ez szemléletváltást is mutat. Az alsó tagozatban a törtekkel végzett műveletek helyett a törtfogalom alakítására tevődik át a hangsúly.

Felvethető az a kérdés, hogy a szöveges feladatok számának és a szövegek összetettségének jelentős csökkenése nem hathatott-e kedvezőtlenül a kognitív képességekre

általában, például az olvasási képességre, a lényegkiemelésre, a rendszerezésre, az összefüggések felismerésére stb.

#### *A szakszavak használatában bekövetkezett változások*

A matematikai szaknyelv több szempontból is speciális a többi szaknyelvhez képest. Használata szélesebb körű, mint a legtöbb szaknyelvé, ugyanis elemeiben vagy teljes egészében más tudományterületek is átveszik, de a hétköznapi élet számos területén is szükségesek a matematikai kifejezések. Ezért szervesen be kell épülniük az iskolai tananyagba is. A matematikai szaknyelv sok szimbólumot, jelet tartalmaz, melyek kódok vagy fogalmak közötti relációt fejeznek ki – ezek használatával egyszerűsödik a kommunikáció. A XX. századra az elemi szinten használt matematikai szimbólumok általánossá váltak. A század vizsgált tankönyveiben alig akad eltérés (de ilyen például a szorzás jelölésére a szorzópont vagy szorzókereszt ( $\cdot$ ,  $\times$ ), vagy az osztás esetében a részekre osztás és a bennfoglalás megkülönböztetése ( $:$ ,  $/$ ) jellel.

A szakszavak megjelenését vizsgálva megállapítható, hogy az első osztályban az 1960-as évektől szinte eltűnnek a vizsgált fejezetből a szakszavak (akkoriban vélhetőleg a „verbalizmus vádjától” menekülve), amelyek a mai tankönyvekben egyre nagyobb arányban jelennek meg. A második osztályban a kiválasztott témában az egyes korszakokon belül is és a korszakok között is nagyobb eltérések mutatkozik, de a trendvonal kis hullámzással az oldalankénti egy új szakszó körül mozog. A harmadik osztályban a XIX-XX. és a XX-XXI. század fordulóján az egy oldalra jutó szakszavak átlaga megegyezik, a század közepén kevesebb szakszó fordul elő. A negyedik osztályban a szakszavak használata a törtek témakörben egyre kevésbé jellemző. Napjainkra növekedés mutatkozik, egyre több az egy oldalra jutó új szakszavak száma, de átlaguk nem éri el a XIX-XX. század fordulója átlagának felét sem.

#### *Az illusztrációk megjelenésében, funkciójában bekövetkezett változások*

*Az illusztrációk előfordulásának vizsgálata.* 1947-ig mindegyik évfolyamon maximum két-három oldalanként jelenik meg egy-egy illusztráció, de az is előfordul, hogy a fejezet nem tartalmaz illusztrációt. A nyomdatechnika fejlődésével a tankönyv mint nyomdatermék minőségének javulásával a tankönyvi illusztrációk oldalankénti átlaga látványosan emelkedett a XX-XXI. század fordulójára.

*A matematikai tartalom és az illusztráció viszonya.* Az első osztályban a negyedik korszakban fordul elő legnagyobb arányban illusztráció, de általában ezek nem kapcsolódnak a matematikai tartalomhoz, nem segítik a matematikai gondolkodást. Ebben az időszakban a nyomdatechnika már lehetővé tette a négy színnyomott tankönyvek megjelenését, ám a tankönyvszerzők általában nem gondolták, hogy ezt a technikai lehetőséget a tanulás érdekében használják. Talán a legtalálhatóbb jelző az illusztrációkra a figyelemelterelő képecske lehetne, ám a cél vélhetőleg a motiválás volt.

A második osztályban a XX. század elején az illusztrációk jellemzően a passzív ismeretfelelevenítést szolgálták, majd ezeket fokozatosan az aktív tevékenységhez kapcsolódó illusztrációk váltják fel. A 20-as években már megjelenik a figyelmet irányító ábra, majd fokozatosan megnő ezek aránya, a mai tankönyvekben átlagosan eléri a 70%-ot.

A XX. század elején a harmadik osztályos írásbeli összeadás fejezetben legfeljebb egy-egy illusztráció található. Az 1960-70-es években a motiváló illusztrációk a jellemzők, ezek helyébe lépnek napjaink tankönyveiben a szemléltetésre támaszkodó magyarázó illusztrációk. Az aktív tevékenységhez kapcsolódó, a passzív ismeretfelelevenítést szolgáló és a tanulási folyamatot irányító illusztrációk aránya kezd kiegyenlítődni.



Negyedik osztályban a törtek tanítását érintő szemléletváltás az illusztrációkban is megmutatkozik. Míg a XIX-XX. század fordulóján a szemléltetésre támaszkodó magyarázat és a szemléleti igazolás volt a legjellemzőbb, addig a XX-XXI. század fordulóján már az illusztrációk nagy aránya a megfigyelést irányítja. Az illusztrációk többsége aktív tevékenységhez kapcsolódik. A negyedik osztályban a törtek tanítását tekintve a 128 évet felölelő vizsgált időszakban csupán egy olyan tankönyv van, a mai Apáczai, amelynek illusztrációi nagyobb mértékben függetlenek a matematikai tartalomtól.

Tehát általában megfigyelhető, hogy az új technikai lehetőségekkel mind kevésbé öncélúan bánnak a szerzők, szándékuk szerint az illusztrációk egyre inkább szolgálják a tanulást.

*2. Napjaink matematika-tankönyvei miben és mennyire építenek a vizsgálatban elemzett matematika-tankönyvek tananyag-szerkesztési, metodikai megfontolásaira, az előző korokban használt matematika-tankönyvek hagyományaira?*

A 3. fejezetben a 2009-10-es tanévben a tankönyvlistán szereplő kilenc matematika-tankönyv második osztályos kötetében a szorzótábla tanítását vizsgáltam a matematikai, matematika-módszertani tartalom, a nyelvi jellemzők és az illusztrációk sajátosságai szempontjából. A választott egy tankönyvi téma feldolgozásának eredményei nem adnak alapot általánosításra, a teljes tankönyvekre vonatkozó részletes megállapításokra, a tananyag-feldolgozás koncepciója, az azonosságok és a különbségek jelzésértékűek lehetnek.

A szorzótábla tanításához kapcsolódó fogalmakat a mai tankönyvek igen változatos formában közelítik meg, de mindegyik megközelítésre található már példa a XVIII–XX. századi számtankönyvek valamelyikében. A 2. osztályos tankönyvek közel azonos 1. osztályos matematikai tartalomra építhetnek, a kerettantervekben meghatározott kimeneti követelmények azonban lényeges különbségeket mutatnak.

A szorzótáblák tanításának elhelyezkedése az éves tananyagban három különféle tendenciát mutat. A szorzótáblák tanítási sorrendjében is három variáció különíthető el. A műveletfogalmak területén a szorzás és az osztás értelmezését mindenki megköveteli, de ezeken a fogalmakon már nem ugyanazt értik. Nem egységes sem a műveletekben szereplő elemeknek a megnevezése, sem a szorzás kiolvasása, sem az osztás értelmezése és még a jelölése sem. A szorzás, a bennfoglalás, a részekre osztás és a maradékos osztás tanításának kapcsolódási sorrendjére a kilenc tankönyvben ötféle lehetőség mutatkozik.

A témakörben a megoldandó feladatok száma, valamint az átlagosan egy tanóra jutó feladatok száma lényegesen eltér. Kiválasztható úgy két tankönyv, hogy az átlagosan egy tanóra jutó megoldható feladatok száma az egyik tankönyvben négyszerese a másikénak. Ez az arány azt mutatja, hogy a tankönyvszerzők igen eltérően látják a kellő gyakorláshoz szükséges feladatszámot (feltehetőleg alapul szolgáló kutatások hiányában). Ugyanakkor a vannak olyan tankönyvek, amelyek tanári kézikönyveiben a szerzők a nagyszámú feladattal a differenciálás lehetőségét kínálják fel a tanítóknak.

A tantárgyon belüli koncentrációt – amely az új matematika megjelenésével vált igazán hangsúlyossá – négy tankönyv a vizsgált fejezetében egyáltalán nem alkalmazza.

A szöveges feladatok száma és aránya is nagy különbségeket mutat. Kiválasztható két tankönyv úgy, hogy az adott témakörben az egyik könyvben kilencszer annyi szöveges feladat van, mint a másikban. A számfeladatok típusainak megjelenésében is nagy eltérések mutatkoznak.

Az anyanyelv használatában az 1978-as matematika-tanterv bevezetése hozott romboló változást. Megnőtt az 1–3 szavas mondatok aránya, a redukált nyelv, a kifejtetlen kód használata (*Kösd össze!, Folytasd!, Javíts! Stb.*), és ezzel sajnos „divatot” teremtett. A mai

vizsgált tankönyvek nyelvi sajátossága a mondatok szintjén szintén a nagy mennyiségű hiányos mondat. A mai matematika-tankönyvek között van olyan, amelyben a hiányos mondatok aránya meghaladja a 60%-ot. Az indokolatlan mértékű szerkezeti és tartalmi egyszerűsítés következtében a mondatok gyakran nem képesek kielégíteni sem a közérthető, választékos fogalmazás, sem a precíz matematikai fogalmazás igényét. A XX. század elején megjelent számtantankönyvek nagyobb gondot fordítottak az anyanyelvi nevelésre, mint a maiak. A megfogalmazás sok esetben nem adekvát a matematika tartalommal vagy az elvárt tevékenységgel. Mindez sem a művelt köznyelv, sem a szaknyelv fejlesztése követelményének nem felel meg: nemcsak nem fejleszti, hanem egyenesen rombolja az anyanyelvhasználatot.

A szókincs bővítése a század elején lényegesen nagyobb hangsúlyt kapott, mint a mai tankönyvekben. A szavak szintjén lényegesen több témacsoportban változatosabb fogalomszókincs jelent meg, mint a maiakban. Összehasonlítva a XIX-XX. és a XX-XXI. század fordulójának tankönyveiben a nem matematikai tartalom megjelenését, egyértelmű a csökkenés: az 1900-as évek tankönyveinek vizsgált fejezeteivel ellentétben a maiakban nincs utalás az erkölcsi tulajdonságokra – becsületesség, segítőkészség hazaszeretet –, a tulajdon tiszteletére, a környezetvédelemre, a higiéniai szabályokra, a munkára, a foglalkozásokra, sem a foglalkozásokhoz kapcsolódó munkatevékenységekkel kapcsolatos fogalmakra. Még olyan elemi témák is, mint az ételek, alig jelennek meg a mai szövegekben; az ennivaló szinte mindegyik mai tankönyvben leszűkül az édességre. Jelenleg a teljes család fogalma mindössze két tankönyvben, összesen két feladatban szerepel. A csonka család: az anya és a gyerek, a nagymama és az unoka kapcsolata már valamennyivel többször. A kortárs csoportbeli társ, a társal való bármilyen kapcsolat témájára egyszer sem találtam utalást a mai tankönyvek vizsgált részleteiben. Elmondható, hogy e tekintetben a tanulási lehetőségek jelentős mértékben kiaknázatlanok maradnak.

Az illusztrációk száma nagymértékben megnövekedett, és nagyobb részük már kapcsolódik a példák, feladatok megoldásához.

A tananyagfelfogásbeli, -feldolgozásbeli különbségek nehezítik a különböző tankönyvekből tanító iskolák közötti átjárást. Ugyanakkor a különböző terminológia, a különböző értelmezések a tanítók módszertani ismereteit bővíthetik, s ez elvben a tananyag eredményesebb elsajátíttatását vonhatja maga után.

Felmerül a kérdés, hogy a tanítók ismerik-e a tankönyvek közti különbségeket. Sok jel mutat arra, hogy nem, de legalábbis nem eléggé. A sok tankönyv, a gyakori tankönyvcseré elsődleges problémája Lénárd szerint az, hogy a pedagógusoknak nincs elég alkalmuk, nincs elég idejük arra, hogy megismerjék az új tankönyvek ismeretanyagával kapcsolatban a tanulók gondolkodását, megértési problémáit, a hibás értelmezéseket, a gyakran előforduló, sztereotip hibákat, a tankönyvnek a tanulóra gyakorolt hatását. Szerinte mindezek megtapasztaltatásához minimálisan tíz év lenne szükséges. (Lénárd, 1986)

- 3. A vizsgált tankönyvek, tankönyvcsaládok valóban különböző koncepciókat képviselnek-e, vagy vannak közöttük irányadók, melyeket más tankönyvek egyéni koncepció nélkül követnek egy-egy tananyag részfeldolgozásában?*

A nyolc matematika-tankönyvcsalád második osztályos köteteinek kiválasztott fejezetében a matematikai tartalmat vizsgálva megállapítható, hogy koncepcionálisan a tananyag szerkesztésében két fő irány különböztethető meg, melyeket legmarkánsabban az NTK\_C és a Műszaki tankönyvek képviselnek a témakörhöz szorosan kapcsolódó matematikai fogalmak, a tantárgyi koncentráció és a szám- és szövegesfeladat-típusok variabilitása tekintetében. Ez a két tankönyv következetesen ragaszkodik az általa képviselt matematikatanítási felfogáshoz.

Nincs alap annak eldöntésére, hogy a két markáns irány közül melyik bizonyul eredményesebbnek, mivel egyik tankönyvhöz sem kapcsolódik bevérvizsgálat, de lehet, hogy nem is szükséges dönteni. A többi hét tankönyv kisebb-nagyobb mértékben hol az egyik, hol a másik koncepcióból vesz át elemeket, aminek a következménye, hogy helyenként ellentmondásba ütköznek saját tananyag-szerkesztési és módszertani stratégiájukkal.

Véleményem szerint az egytankönyvűség kontra többtankönyvűség dilemmájában a többtankönyvűség javára billen a mérleg, létjogosultságuk lehet a valóban különböző tanulási koncepciót megvalósító tankönyveknek. Ez a megállapításom független attól, hogy az egytankönyvűség időszakában az alsó tagozatos matematika-tankönyvek színvonala mélyponton volt.

Nem tartom helyesnek az egytankönyvűség újbóli bevezetését, ugyanakkor egyéni koncepcionális sajátosságokat nem mutató tankönyvek megjelenését sem.

*4. A pedagógusok tankönyvválasztásában megnyilvánul-e a kellő módszertani tudatosság és a fejlett kritikai látásmód, amelyek szükségesek ahhoz, hogy valóban a „megfelelő tankönyvet” válasszák ki a diákok és önmaguk számára?*

A kérdőívek feldolgozásának, valamint a tankönyvek elemzésének eredményeképpen megállapítható, hogy az iskolák, a tanítók tankönyvválasztása, a tankönyvek megítélése nincs összhangban a vizsgálati szempontjaim alapján kialakult sorrenddel. A vizsgálatom alapján legmegfelelőbbnek ítélt tankönyveket a kérdőíves válaszok alapján nem a legnagyobb példányszámban rendelték meg az iskolák, ugyanakkor a legnagyobb példányszámban megrendelt tankönyv a vizsgálati szempontok szerint az utolsók között szerepel. A tankönyvi megrendelések alapján az első három tankönyv – amely a tankönyvrendelések 85%-át adja – sorrendje éppen ellentétes a vizsgálatom eredményeképpen kialakult sorrenddel.

A tanítók elégedettségét a tankönyvekkel mutathatja, hogy használnak-e rendszeresen más, kiegészítő tankönyveket is a tanítási órákon. A tanítók több mint negyedrésze használ a megrendelttől különböző tankönyvcsaládhoz tartozó tankönyvet. A legnagyobb példányszámban megrendelt tankönyvből – Apáczai – tanítók 14%-a jellemzően más tankönyvcsalád könyveit is használja, a Mozaik és a Műszaki tankönyveket megrendelők 9%-a használ jellemzően más tankönyvet is, mint amit megrendelt. A két legnagyobb példányszámban igényelt – Apáczai és a Mozaik – tankönyveket megrendelők közel fele kiegészítésként használ más tankönyvet is. A válaszadók majdnem a fele, 44%-uk használ más tankönyvcsaládhoz tartozó feladatgyűjteményt; hatodrészü pedig más tankönyvhöz tartozó tanári kézikönyvet is használ. Az Apáczai és a Mozaik tankönyveket megrendelők 29-29%-a használ más tankönyvcsaládhoz tartozó tanári kézikönyvet. Ez az adatsor több problémát is jelez: felvethető a pazarlás, a tanításban megvalósuló koncepcionális ellentmondás, a megrendelő és a felhasználó közötti összhang hiánya stb. Ez az adatsor önmagában is érdemes további vizsgálatra.

A tankönyvvel való elégedettségnek mutatója lehet az is, hogy hány éven keresztül használják a választott tankönyvet. A kérdőív alapján a tanítók kétharmad része ún. nagyfelmenő rendszerben tanít. A tankönyv megfelelőségéről visszajelzés lehet az is, ha a következő ciklusban is ugyanazt a tankönyvcsaládot választják. A leggyakrabban használt három tankönyv közül a 2009-10-es tanévben az Apáczait 66%-ban, a Mozaikot 15%-ban és a Műszakit 68%-ban választották újra négyévi használat után is. Vigyázni kell azonban ezzel az adattal, mert a tankönyvváltoztatást nemcsak az elégedetlenség, hanem például a szakmai érdeklődés is motiválhatja, további nehézséget jelent az a tényező, hogy akárcsak két-három tankönyvcsalád kipróbálása is nyolc-tizenkét évet vesz igénybe, s kérdéses, hogy a tankönyv mikor került a piacra. Mindez differenciált problémakezelést és kellő körültekintést igényel.

A kérdőívet kitöltő válaszadóknak csak ötödrésze választotta szakmai megfontolás alapján a tankönyvet. Az adatok azt mutatják, hogy a tankönyvválasztásban s mindenekelőtt a tankönyvkiadásban a szakmai szempontoknak erősödniük kellene (például a piaci szempontokkal szemben). Ez rendkívül összetett szakmai feladat, amely egyaránt igényel tankönyvkutatást, színvonalas tankönyvlektorálást és -kritikát, tanuláspszichológiai ismereteket, tanítás-módszertani „felvilágosító” tevékenységet, az anyanyelvi kultúra iránti igényesség növelését, s a szabad (vagy szabados?) tankönyvpiac kellő szakmai kritikáját.

## Irodalom

- Adamikné Jászó Anna 2000. Az írás és az olvasás története képekben. Országos Pedagógiai Könyvtár és Múzeum, Budapest
- Ambrus András 2002. A problémamegoldás tanításának elméleti alapjai. Új Pedagógiai Szemle 10. URL: <http://www.ofi.hu/tudastar/problemamegoldas> (Letöltés: 2010)
- Ambrus Attiláné Kéri Katalin 1999. Eötvös József üzenete. (Előadás, 1999. január 19. Eötvös József Általános Iskola, Budapest) URL: <http://kerikata.hu/publikaciok/text/eotvos.htm> (Letöltés: 2010)
- Ambrus Attiláné Kéri Katalin 2002. Apáczai Csere János. URL: <http://kerikata.hu/publikaciok/text/apaczahu.htm> (Letöltés: 2010)
- Ambrus Attiláné Kéri Katalin–Varga Attila 2004. A pártideológia tükröződése az 1950–1953 között kiadott alsó tagozatos tankönyvekben. Acta Paedagogica 11–12/1–2, 23–34.
- Barkó Endre (szerk.) 1992. Az ágostai hitvallású evangélikusok iskolaügyének rendszere Magyarországon. OPKM, Budapest
- Ball, W. W. Rouse 1893. A short account of the history of mathematics. Macmillan, London, New York. URL: <http://www.archive.org/details/117770582> (Letöltés: 2009)
- Bandura, A. 1977. Social Learning Theory. General Learning Press, New York
- Baranyi Károly (szerk.) 1993. Ez lett volna a Nemzeti Alaptanterv 1993-ban. Művelődési és Közoktatási Minisztérium Szakmai Irányítási Főosztálya, 1992–1993, Budapest
- Barnard, H. 1857. Reformatory Education. Papers on Preventive Correctional and Reformatory Institutions and Agencies in Different Countries. F. C. Brownell, Hartford. URL: <http://books.google.hu/books?id=4WfGyEwUbgAC&printsec=frontcover&dq=Reformatory+Education&hl=hu&sa=X&ei=LOBAT--CGNDZ4QSX-Li9CA&ved=0CDQQ6AEwAA#v=onepage&q=Reformatory%20Education&f=false> (Letöltés: 2010)
- Bartlett, S. F. C. 1932. Remembering. Cambridge University Press, Cambridge
- Bartlett, S. F. C. 1958. Thinking. Basic Books, New York
- Báthory Zoltán 2001. Maratoni reform. A magyar közoktatás reformjának története, 1972–2000. Önkonet Kft.
- Baumgartner Alajos 1912–1913. Magister Georgius de Hungaria arithmetikája. Középiskolai Matematikai Lapok XX. 1–5, 50–53, 74–78, 121–123, 153–155, 177–180. URL: [http://vmek.oszk.hu/05400/05407/pdf/Baumgartner\\_Mat\\_GeorgiusAritm.pdf](http://vmek.oszk.hu/05400/05407/pdf/Baumgartner_Mat_GeorgiusAritm.pdf) (Letöltés: 2010)
- Beke Manó 1900. Vezérkönyv a számtani tanítás oktatásához. Magyar Királyi Tudományegyetemi Nyomda, Budapest
- Beke Manó 1911. Vezérkönyv a népiskolai számtan oktatáshoz. Magyar Tudomány Egyetem Nyomda, Budapest
- Bogojavlenskij, D. N.–Mencsinszkaja, N. A. 1965. Az iskolai ismeretelsajátítás pszichológiája. Tankönyvkiadó, Budapest
- Borda Lajos 2002. Pádúai Julius Caesar kereskedelmi számtanának ismeretlen kétnyelvű kiadása 1684. Brassó, Magyar Könyvszemle, 118. évf. 2002/1, 46–55.
- Busse, F. G. 1786. Kleine Beyträge zur Mathematik und Physik und deren Lehrmethode Crusius, Lipcse.
- C. Neményi Eszter 2002. A matematika tantárgy helyzete és fejlesztési feladatai. Új Pedagógiai Szemle 12. URL: <http://www.ofi.hu/tudastar/tantargyak-helyzete/matematika-tantargy> (Letöltés: 2010)

- Cowham, J. H. 1894. A new school method For Pupil Teachers and Students Westminster School Book, London. URL: <http://www.ebooksread.com/authors-eng/joseph-h-cowham.shtml> (Letöltés: 2010)
- Czékmán Orsolya 2010. Vizsgálatok a magyar matematikai terminológia tárgykörében. Doktori (PhD) értekezés. Veszprém. URL: [http://konyvtar.uni-pannon.hu/doktori/2010/Czekman\\_Orsolya\\_dissertation.pdf](http://konyvtar.uni-pannon.hu/doktori/2010/Czekman_Orsolya_dissertation.pdf) (Letöltés: 2010)
- CS. Czachesz Erzsébet–Lesznyák Márta–Molnár Edit Katalin 1996. Lányok és nők a kötelező olvasmányokban, tankönyvekben. Kísérlet egy probléma megnevezésére. *Educatio* 417–429.
- Csapó Benő (szócikk) 2008. Piaget kognitív fejlődésemélete. *Pedagógiai Lexikon*, javított változat. URL: [http://www.pedlexikon.hu/index.php?title=Pedag%C3%B3giai\\_Lexikon%2C\\_jav%C3%ADtott\\_v%C3%A1ltozat:Piaget\\_kognit%C3%ADv\\_fejl%C5%91d%C3%A9selm%C3%A9lete](http://www.pedlexikon.hu/index.php?title=Pedag%C3%B3giai_Lexikon%2C_jav%C3%ADtott_v%C3%A1ltozat:Piaget_kognit%C3%ADv_fejl%C5%91d%C3%A9selm%C3%A9lete) (Letöltés: 2011)
- Cser Andor–Lénárd Ferenc 1960. A tanulók aktivizálásának egy módszere a matematika tanításban. *Matematika tanítása 1960.* 161–167.
- Csoma Gyula 2000. Tanuláseméletek és tanítási stratégiák. Felnőttoktatás, élethosszig tartó tanulás. *Esély 2000.* URL: <http://www.ofi.hu/tudastar/esely-2000-konferencia/tanulaselmeletek> (Letöltés: 2010)
- Darázsi Janka 2009. A XIX. század közepétől 1945-ig a 6–10 éves gyermekek számára írt matematikafeladatok szövegeinek alakulása. Szakdolgozat. *Mozgássérültek Pető András Nevelőképző és Nevelőintézete*
- Dárdai Ágnes 2002. A tankönyvkutatás alapjai. *Dialóg Campus*, Pécs
- Dávid Lajos 1979. A két Bolyai élete és munkássága. Gondolat Kiadó, Budapest
- Demeter Katalin 1990. Egy fejlesztő kísérlet összehasonlító adatok tükrében. *Fejlesztő Pedagógia* 1/4, 29–33.
- Dienes Zoltán 1973. Építsük fel a matematikát! 151–156. Gondolat Kiadó, Budapest
- Diesterweg, F. A. W. 1900. Diesterweg Adolf válogatott művei. (Ford. Bányai Jakab, Rédl Ferenc) Pleitz, Nagy-Becskerek
- Dobosné Huba Ágnes (szerk.) 1998. A történelemtanítás eszközei. Az ember és társadalom tanítása. 1998–1999, Eötvös Loránd Tudományegyetem Bölcsészettudományi Kara & Magyar Történelmi Társulat Tanári Tagozata, Budapest
- Ellington, H. (szerk.) 1986. *Dictionary of Instructional Technology.* Kogan Page, London
- Endrei Walter 1963. Számvetés és magyar arithmetica. *Magyar Könyvszemle* 227–237.
- Eszterág Ildikó 2010. Tantervi változások 1989 és 2010 között. *Új Pedagógiai Szemle* 2010. 5. 83–92. URL: [http://epa.oszk.hu/00000/00035/00141/pdf/EPA00035\\_uj\\_pedagogiai\\_szemle\\_2010\\_05.pdf](http://epa.oszk.hu/00000/00035/00141/pdf/EPA00035_uj_pedagogiai_szemle_2010_05.pdf) (Letöltés: 2010)
- Fehér Erzsébet, Szabóné 1989. Az 1777-1848 között megjelent alsó- és középszintű magyar nyelvű tankönyvek összehasonlító-fejlődéstörténeti vizsgálata. Kézirat. Sárospatak
- Fehér Erzsébet 1995. Magyar nyelvű tankönyvek 1777-1848. Országos Pedagógiai Könyvtár és Múzeum, Budapest
- Fináczy Ernő 1902. A magyarországi közoktatás története Mária Terézia korában. Magyar Tudományos Akadémia, Budapest
- Fináczy Ernő–Kornis Gyula–Kemény Ferenc (szerk.) 1934. *Pedagógiai Lexikon.* Révai Irodalmi Intézet Révai, Budapest
- Fink, K., a) 1900. A brief history of mathematics: an authorized translation of Dr. Karl Fink's *Geschichte der elementar-mathematik* by Wooster Woodruff Beman (1850–1922) and David Eugene Smith (1860–1944). Chicago, The Open court publishing company. URL: <http://en.calameo.com/read/0000055827610cc883f9b> (Letöltés: 2010)

- Fink, K. b) 1900. Geschichte der elementar-mathematik. URL.:  
[http://openlibrary.org/works/OL220986W/Geschichte\\_der\\_Elementar-mathematik](http://openlibrary.org/works/OL220986W/Geschichte_der_Elementar-mathematik)  
 (Letöltés: 2010)
- Fischerné Dárdai Ágnes 2000. Az összehasonlító tankönyvkutatás nemzetközi tapasztalatai. *Educatio* 9/3, 498–508.
- Fischerné Dárdai Ágnes–Mészárosné Császár Zsuzsanna 2004. Afrika-kép a magyar történelem- és földrajz tankönyvekben. *Iskolakultúra* 14/11, 69–77.
- Fischerné Dárdai Ágnes 2006. a) Magyar és német történelemtankönyvek kvantitatív tankönyvanalízise. „Ókori Hellász” fejezeteiben. *Iskolakultúra* 2, 26–32.
- Fischerné Dárdai Ágnes–Mészárosné Császár Zsuzsanna 2006. b) Magyar történelem- és földrajz tankönyvek Balkán-képe. *Iskolakultúra* 16, 179–191.
- Fischerné Dárdai Ágnes–Kojanitz László 2006. A tankönyvi tartalmak változásvizsgálata. URL: <http://www.nefmi.gov.hu/kozoktatás/tankönyvkutatasok/dr-fischerne-dr-dardai>  
 (Letöltés: 2010)  
 Matematika  
[http://www.nefmi.gov.hu/letolt/kozokt/tankonyvkutatasok/valtvizsg/08\\_matematika.pdf](http://www.nefmi.gov.hu/letolt/kozokt/tankonyvkutatasok/valtvizsg/08_matematika.pdf)  
 (Letöltés: 2010)
- Fischerné Dárdai Ágnes 2008. Tankönyvelmélet 1. PTE Központi Könyvtár Pedagógia szak. <http://www.lib.pte.hu/konyvtarrol/munkatarsaink/dardai/index.html> (Letöltés: 2008)
- Forrai Tiborné 1972. A matematikaoktatási eljárás ismertetése. Egyéni matematikatanulás osztályközösségben. Feladatgyűjtemény az általános iskola 5. osztálya számára. Tankönyvkiadó, Budapest
- Gardner, H. 1973. *The Quest for Mind: Jean Piaget, Claude Levi-Strauss and the Structuralist Movement*. Knopf, New York
- Gardner, H. 1993. *Frames of Mind*. Fontana Press London, 20–21.
- Gardner, H. 1998. Rendkívüliek. 28–40. Kulturtrade Kiadó, Budapest
- Golnhofér Erzsébet 2004. Hazai pedagógiai nézetek 1945–1949. *Iskolakultúra-könyvek* 23. Iskolakultúra, Pécs
- Grube, A. V. 1852. *Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule* T. C. F. Enslin, Berlin. URL: <http://www.archive.org/details/leitfadenfrdasr00grubgoog> (Letöltés: 2010)
- Háber Judit–H. Sas Judit 1980. Tankönyvszagú világ. Akadémiai Kiadó, Budapest
- Hajdu Sándor–Novák Lászlóné 1985. Az általános iskola felső tagozatában folyó matematikatanításról. *A matematika tanítása* 32/3. 65–67.
- Hajdu Sándor 1989. A Monitor'86 vizsgálat ismertetése. *Pedagógiai Szemle* 39/12. 1142–1152.
- Halász Gábor–Lannert Judit (szerk.) 1998., 2003., 2006. *Jelentés a magyar közoktatásról*. Országos Közoktatási Intézet, Budapest
- Hárs János 1936. Az első magyar nyelvű matematikakönyvünk (1577), A Debreceni Aritmetika. 25–56. URL: [http://mek.oszk.hu/05400/05407/pdf/Hars\\_Mat\\_DebrArith1577.pdf](http://mek.oszk.hu/05400/05407/pdf/Hars_Mat_DebrArith1577.pdf) (Letöltés: 2010)
- Hegedős Mihályné–Tóthpál Józsefné–Kálmán György 1985. *Népiskolai tankönyvek, 1867–1945*. OPKM, Budapest.
- Husen, Torsten–Postlethwaite, T. Neville (szerk.) 1994. *The International Encyclopedia of Education*. 12. Second Edition, Pergamon Press
- Itelson, L. B. 1973. A pszichológiai tanuláselméletek és az oktatási folyamat modelljei. *Szovjetszkaja Pedagogika* 9.
- Jókai Mór 1865. Brassay. Az Üstökös, 5. 20. URL: <http://iraskepkepiras.blogspot.com/2011/10/jokai-mor-brassay.html> (Letöltés: 2011)
- Karácsony Sándor 1939. *A magyar észjárás és közoktatásügyünk reformja*. Exodus, Budapest

- Karácsony Sándor 1939. A magyar nép lelki alkata és a népiskolai reform. 1922. In: Magyar észjárás. Bp., Reprint kiadás, Budapest, 1985. 119–120.
- Karácsony Sándor 1942–1946. A neveléstudomány társas-lélektani alapjai. Exodus, Budapest
- Kardos József – Kelemen Elemér 1996. 1000 éves a magyar iskola. Korona Kiadó, Budapest
- Karlovitz János (szerk.) 1986. Tankönyvelméleti tanulmányok. Tankönyvkiadó, Budapest
- Karlovitz János 1997. Tankönyvelmélet és tankönyvi alapviszonyok. URL:  
<http://www.freeweb.hu/taneszkozfigyelo/tanfigy4/04tan1.html> (Letöltés: 2010)
- Keresztesi Mária 1935. A magyar matematikai műnyelv története. Archimedes kunkorja Apáczai Csere Jánostól Maróthi Györgyig (1653–1743). III. fejezet  
<http://members.iif.hu/visontay/ponticulus/rovatok/hidverok/keresztesi-4-1.html#29>  
(Letöltés: 2010)
- Kéri Katalin 2002. Apáczai Csere János. URL:  
<http://kerikata.hu/publikaciok/text/apaczahu.htm> (Letöltés: 2010)
- Kiss Áron 1881. A magyar népiskolai tanítás története. Franklin társulat, Budapest
- Klein Sándor 1980. A komplex matematikatanítási módszer pszichológiai hatásvizsgálata. Akadémia Kiadó, Budapest
- Kojanitz László 2004. A pedagógiai szövegek analitikus vizsgálata. A szavak szintje. Magyar Pedagógia 4, 429–439. URL:  
[http://www.magyarpedagogia.hu/document/Kojanitz\\_MP1044.pdf](http://www.magyarpedagogia.hu/document/Kojanitz_MP1044.pdf) (Letöltés: 2010)
- Kojanitz László 2008. Tankönyvértékelés, tankönyvanalízis, tankönyvkutatás. Tankönyvdialógusok. Oktatókutató és Fejlesztő Intézet. URL:  
<http://www.ofi.hu/tudastar/tanulas-tanitas/tankonyvdialogusok> (Letöltés: 2010)
- Kollega Tarsoly István (szerk.) 1996–2000. Magyarország a XX. században. V. kötet. Tudomány 2. Társadalomtudományok. Babits Kiadó, Szekszárd. URL:  
<http://mek.niif.hu/02100/02185/html/1362.html#1363> (Letöltés: 2010)
- Koncz Sándor 2007. A matematika tanítása a 20. század első felének tanyai népiskoláiban Hódmezővásárhelyen. Pályamunka az MTA Szegedi Területi Bizottsága Neveléstudományi és Pszichológiai Szakbizottság által kiírt pályázatra. URL:  
<http://mek.oszk.hu/06200/06255/html/index.htm#i>
- Köves Gabriella 2009. Az elemiszám-tan-oktatás metodikájának áttekintése a XV–XVII. század között. ELTE TTK Matematikai Intézet Matematikatanítási és Módszertani Központ. URL: <http://mathdid.elte.hu/pic/vtcikk/koves.pdf> (Letöltés: 2010)
- Köves Gabriella 2010. Mi is az a tankönyv? KRE-TFK Jubileumi Évkönyv. Opál Bt., Budapest
- Köves Gabriella–Szegefű Mária 2010. Anyanyelvet a matematikához (is)! Előadás. Anyanyelvi Kultúrákövetítés Konferencia Kaposvár.
- Lénárd Ferenc 1978. A problémamegoldó gondolkodás. Akadémiai Kiadó, Budapest
- Lénárd Ferenc 1986. A tankönyvcsalád pedagógiai pszichológiai szempontból. Kézirat. Tankönyvesek Országos Szövetsége, dokumentumtár Budapest
- Lengyel Imre–Tóth Béla 1970. Maróthi György nevelési törekvéseinek külföldi gyökerei. Könyv és Könyvtár 72.
- Lesnyánszky András 1832. Didaktika és Methodika, avvagy a' Tanításnak közönséges Tudománya és a' Tanítás Mődgyának Tudománya. Nagy-Váradon, Tichy János Könyvnyomtatóintézetében
- Magyar Közlöny 1998/10. sz. 5/1998. (II. 18.) MKM rendelete a tankönyvvé nyilvánítás, a tankönyvtámogatás, valamint az iskolai tankönyvellátás rendjéről
- Magyar Statisztika Évkönyv 1948. Új folyam 51–54. (1943–46) 253–270. Budapest
- Makó Pál 1780. Bevezetés a számvetésre a magyar s hozzá tartozandó tartományok nemzeti iskoláinak számára. Buda
- Mann Miklós 2005. Magyar oktatási miniszterek 1848–2002. Önkonet, Budapest



- Maróthi György 1743. *Arithmetica* vagy számvetésnek mestersége. Debretzen
- Mazzocco, A.–Peterson, M. 1999. *Mathematics in the Early Italian Renaissance*. URL: <http://www.mtholyoke.edu/courses/rschwartz/mac/Italian/> (Letöltés: 2009)
- Mészáros István 1968. *A magyar nevelés története 1790–1849*. Tankönyvkiadó, Budapest
- Mészáros István (fordítás, jegyzet, mutatók) 1981. *Ratio Educationis*. Az 1777-i és az 1806-i kiadás magyar nyelvű fordítása. Akadémia Kiadó, Budapest
- Mészáros István (fordítás, jegyzet, mutatók) 1983. *Az 1806-i Ratio Educationis* népiskolai tankönyvei. *Magyar Könyvszemle* 2. URL: [http://epa.oszk.hu/00000/00021/00320/pdf/MKSZ\\_EPA00021\\_1983\\_99\\_02\\_129-137.pdf](http://epa.oszk.hu/00000/00021/00320/pdf/MKSZ_EPA00021_1983_99_02_129-137.pdf) (Letöltés: 2010)
- Mészáros István 1989. *A tankönyvkiadás története Magyarországon* Tankönyvkiadó, Budapest
- Mészáros István 1991. *Magyar iskolatípusok 996–1990*. OPKM, Budapest
- Mészáros István 1992. *A Magyar Pedagógiai Társaság évszázada: 1891–1991*. *Neveléstörténeti Füzetek* 10, 3–56. Budapest
- Mészáros István 1993. *Magyar iskolatörténeti kronológia 996–1948*. MPI, Veszprém
- Mihály Ildikó 2000. *Összehasonlító mérés és értékelés a nemzetközi pedagógiai gyakorlatban*. *Új Pedagógiai Szemle* 6, 76–84. URL: <http://www.ofi.hu/tudastar/osszehasonlito-meres> (Letöltés: 2010)
- Jelinek, M. 1965. *Mathematik in der Schule* 1965. 5. Matematika tanításának modernizálása. A matematika tanításának modernizálására irányuló törekvések. *Matematika tanítás* 177–181.
- Nagy László 1921. *Didaktika* gyermekfejlődéstani alapon. A nyolcosztályú egységes népiskola tanterve. II. rész. Magyar Gyermektanulmányi Társaság, Budapest
- Nagy Sándor (főszerk.) 1976–79. *Pedagógiai lexikon I–IV*. Akadémiai Kiadó, Budapest
- Nánási Mária 2000. *A kikérdezés. Bevezetés a pedagógiai kutatás módszertanába*. 171–211. Keraban, Budapest
- Nánási Miklós (szerk.) 1975. *Pedagógia*. Tankönyvkiadó, Budapest
- Németh András 2005. *A modern magyar iskolarendszer kialakulása a nemzetközi intézményfejlődési és recepciós folyamatok tükrében*. *Összehasonlító intézménytörténeti elemzés*. *Iskolakultúra* 9, 50–70. <http://www.iskolakultura.hu/ikultura-folyoirat/index.htm> (Letöltés: 2010)
- Oláhne Erdélyi Mária 1977. *Matematikai tankönyvek a két Ratio idejében*. *Pedagógiai Szemle* 1028–1036.
- Paivio, A. 1971. *Imagery and verbal processes*. New York: Holt, Rinehart, and Winston
- Pála Károly (szerk.) 1991. *Tankönyvháború. Viták a gimnáziumi irodalomoktatás reformjáról a hetvenes-nyolcvanas években*. Magyar Tudományos Akadémia Irodalomtudományi Intézete & Argumentum Könyvkiadó, Budapest
- Pálfalvi Józsefné 1995. *A NAT és Varga Tamás komplex matematikája*. *Matematikatanárképzés – matematikatanár-továbbképzés* 3. Calibra Kiadó, Budapest
- Pálfalvi Józsefné 2000. *Matematika didaktikusan*. Typotex Kiadó, Budapest. URL: <http://www.tankonyvtar.hu/matematika/matematika-didaktikusan-080905-2> (Letöltés: 2010)
- Pálfalvi Józsefné, 2007. *Matematika tanítása* *Matematika tanítása*. 15/3, 9–19.
- Pestalozzi, J. H. 1959. *Pestalozzi válogatott művei I–II. kötet*. Tankönyvkiadó, Budapest
- Piaget, J. 1970. *Válogatott tanulmányok*. Gondolat, Budapest
- Pléh Csaba 1992. *Pszichológiatörténet: A modern pszichológia*. Gondolat, Budapest
- Pólya György 1967. *A problémamegoldás iskolája I-II*. Tankönyvkiadó, Budapest

- Pukánszky Béla–Németh András 1996. Neveléstörténet. Nemzeti Tankönyvkiadó Rt., Budapest. URL: <http://mek.niif.hu/01800/01893/html/07.htm#Heading32> (Letöltés: 2010)
- Pukánszky Béla–Németh András 2001. Neveléstörténet. URL: <http://magyar-irodalom.elte.hu/nevelestortenet/> (Letöltés: 2010)
- Radnainé Szendrei Julianna 2005. Gondolod, hogy egyre megy? Dialógusok a matematikatanításról tanároknak, szülőknek és érdeklődőknek. Typotex Kiadó, Budapest. URL: [http://books.google.hu/books?id=MlyDJX3D9EsC&pg=PA1&lpg=PA1&dq=gondolod+hogy+egyre+megy&source=bl&ots=RVhuyP-Fo&sig=S0Eg5-o7Q7P21772Gp5pHJrdXWY&hl=hu&ei=IwCfTqjLYb54QSKqNDVCQ&sa=X&oi=book\\_result&ct=result&resnum=9&ved=0CF0Q6AEwCA#v=onepage&q=piaget&f=false](http://books.google.hu/books?id=MlyDJX3D9EsC&pg=PA1&lpg=PA1&dq=gondolod+hogy+egyre+megy&source=bl&ots=RVhuyP-Fo&sig=S0Eg5-o7Q7P21772Gp5pHJrdXWY&hl=hu&ei=IwCfTqjLYb54QSKqNDVCQ&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=9&ved=0CF0Q6AEwCA#v=onepage&q=piaget&f=false) (Letöltés: 2010)
- Radó Péter 2010. Tankönyvpiac és tankönyvpolitika Magyarországon. Expanzió Humán Tanácsadó, Budapest. URL: <http://tamop311.ofi.hu/7-1-8/tankonyvpiac> (Letöltés: 2010)
- Sinka Sándor 1981. A gimnáziumi oktatásügy története 1848-ig. Millenniumi Értesítő, 69/10. Debrecen története 1693-1849. Debrecen
- Skemp, R. R. 1975. A matematikatanulás pszichológiája. Gondolat Kiadó, Budapest
- Smith, D. E. 1903. The teaching of elementary mathematics. Macmillan & Co., ltd. London. URL: <http://www.archive.org/stream/teachingofelemen00smitrich#page/n5/mode/2up> (Letöltés: 2010)
- Somfai Zsuzsa (Én.) A matematika tantárgyi helyzete a kérdőíves felmérés alapján. URL: <http://www.oki.hu/oldal.php?tipus=cikk&kod=kerdoives-Somfai-Matematika>
- Szabolcs Ottó (szerk.) 1998. Történelempedagógiai Füzetek 3. Magyar Történelmi Társulat Tanári Tagozata & Eötvös Loránd Tudományegyetem Bölcsészettudományi Kara, Budapest
- Szabolcs Ottó 1990. Külföldi tankönyvek magyarságképe. Tankönyvkiadó, Budapest
- Szalontai Tibor 1988. Pszichológiai tanulásméletek és a matematika tanításának kapcsolatáról. Acta Academiae Paedagogicae Nyíregyháziensis 11/C, 115–126. Bessenyei Kiadó, Nyíregyháza
- Szebenyi Péter. 1994. Fejezetek a tankönyvjóváahagyás történetéből. Tankönyv Educatio 4. 599–622. URL: [http://www.hier.iif.hu/hu/educatio\\_reszletes.php?id=39](http://www.hier.iif.hu/hu/educatio_reszletes.php?id=39)
- Szebenyi Péter 2001. A történelemtankönyvekre ható tényezők történeti változásai. Iskolakultúra 9, 13–21.
- Szénássy Barna 1970. A magyarországi matematika története. Akadémiai Kiadó, Budapest
- Szily Kálmán 1876. A legrégebb magyar aritmetika. Műegyetemi Lapok 277.
- Szinnyei József 1878. Magyarország természettudományi és matematikai könyvészete, 1472–1875. Athenaeum R. T. Könyvnyomdája, Budapest. URL: <http://www.archive.org/stream/magyarorszgter00szinuoft#page/n3/mode/2up> (Letöltés: 2010)
- Szinnyei József 1891. Magyar írók élete és munkái. Magyar Elektronikus Könyvtár. URL: <http://mek.oszk.hu/03600/03630/html/index.htm> (Letöltés: 2010)
- Thorne, B. M–Henley, T. B. 2000. A pszichológia története. Kapcsolatok és összefüggések. Glória kiadó, Budapest
- Varga Tamás 1967. Komplex módszer a 6 éves kortól kezdődő matematikatanításban. Országos Pedagógiai Intézet
- Varga Tamás 1969. Mi a komplex módszer? (Előadás)
- Varga Tamás 1975. Komplex matematikatanítás. Kandidátusi alkotás ismertetésének összefoglalása. Budapest.
- Vári Péter 1989. A Monitor'86 vizsgálat ismertetése. Pedagógiai Szemle 39/12, 1123–1130.

- Vass Vilmos 2003. A Nemzeti alaptanterv felülvizsgálata. Új Pedagógiai Szemle 6, 40–44.  
URL: <http://www.ofi.hu/tudastar/nemzeti-alaptanterv-090617-2>
- Vigotszkij, L. S. 1971. a) Gondolkodás és beszéd. Akadémia Kiadó, Budapest
- Vigotszkij, L. S. 1971. b) A magasabb pszichikus funkciók fejlődése. Gondolat Könyvkiadó, Budapest
- Visontay György 1997–2011. Ponticulus Hungaricus. URL:  
<http://members.iif.hu/visontay/ponticulus/index.html> (Letöltés: 2010)
- VKM 1849. okt. 9. I sz. rendelete: A magyarhoni koronaországban az oktatásügy ideiglenes létszeresítésének alapjai
- VKM 1921. A magyar királyi vallás és közoktatásügyi miniszterek 12.714/1926 III. sz. rendelete az elemi népiskolai új tanterv értelmében használható tankönyvek tárgyában
- VKM 1925. A magyar királyi vallás és közoktatásügyi miniszterek 1925. évi 434. eln. sz. rendelete a Tankönyvügyi Bizottság szervezeti szabályzata tárgyában
- VKM 1926. A magyar királyi vallás és közoktatásügyi miniszterek 12.714/1926 III. sz. rendelete az elemi népiskolai új tanterv értelmében használható tankönyvek tárgyában
- VKM 1932. A magyar királyi vallás és közoktatásügyi miniszterek 11.801/1932 VIII. sz. rendelete az iskolai tankönyvváltoztatások korlátozása és a tankönyvek árának leszállítása tárgyában
- VKM 1947. Vallás- és közoktatási miniszter 4.340/1947. VKM Sz. rendelete az iskolai tankönyvek használatáról
- Wirth Lajos 1997. Makó Pál élete és életműve. Jászberényi Tanítóképző Főiskola, Jászberény, 7–26.
- Zrinszky László, 2003. Megismerés és szemléltetés. Vizuális kultúra. Látás és szemléltetés 4. Balassi Kiadó, Budapest, 126–136.

### **Tankönyvek**

- Ambros József–Kopeczky Ferenc 1921. Számítási példatár az elemi népiskolák számára. II. füzet II. iskolaév hasonczímű műve után átdolgozta a csáktornyai községi elemi népiskolák tanítóttestülete. 12. átdolgozott kiadás. Fischel, Nagykanizsa
- Ambros József–Kopeczky Ferenc 1924. Számítási példatár az elemi népiskolák számára. III. füzet 3. iskolaév hasonczímű műve után átdolgozta a csáktornyai községi elemi népiskolák tanítóttestülete. 12. átdolgozott kiadás. Fischel, Nagykanizsa
- Ambros József–Kopeczky Ferenc 1921. Számítási példatár az elemi népiskolák számára: IV. füzet 4. iskolaév hasonczímű műve után átdolgozta a csáktornyai községi elemi népiskolák tanítóttestülete. Fischel, Nagykanizsa
- Apáczai Csere János 1653. Magyar Encyclopaedia, azaz minden igaz és hasznos bölcsességnek szép rendbe foglalása és magyar nyelven világra bocsátása. Utrecht
- Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Anikó 2009. Sokszínű matematika. Matematika 1. Munkatankönyv. Mozaik Kiadó, Szeged
- Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Ildikó 2009. Sokszínű matematika. Matematika 2. Munkatankönyv I. félév. Mozaik Kiadó, Szeged
- Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Ildikó 2009. Sokszínű matematika. Matematika 2. Munkatankönyv II. félév. Mozaik Kiadó, Szeged
- Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Ildikó 2009. Sokszínű matematika. Matematika 3. Munkatankönyv I. félév. Mozaik Kiadó, Szeged
- Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Ildikó 2009. Sokszínű matematika. Matematika 3. Munkatankönyv II. félév. Mozaik Kiadó, Szeged
- Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Anikó 2009. Sokszínű matematika. Matematika 4. Munkatankönyv I. félév. Mozaik Kiadó, Szeged

- Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Anikó 2009. Sokszínű matematika. Matematika 4. Munkatankönyv II. félév. Mozaik Kiadó, Szeged
- Balassa Lászlóné–Csekné Szabó Katalin–Szilas Ádámné 2009. Harmadik matematikakönyvem. 3. osztály. Apáczai Kiadó, Celldömölk
- Balassa Lászlóné–Csekné Szabó Katalin–Szilas Ádámné 2009. Negyedik matematikakönyvem. 4. osztály I. kötet. Apáczai Kiadó, Celldömölk
- Balassa Lászlóné–Csekné Szabó Katalin–Szilas Ádámné 2009. Negyedik matematikakönyvem. 4. osztály II. kötet. Apáczai Kiadó, Celldömölk
- Baranyai Erzsébet [metsai] 1947. Negyedik könyvünk. Olvasmányok, nyelvi ismeretek, számolás és mérés. Nagy-budapesti kötet. VKM, Budapest. 370–437.
- Barta Ferencz (Barts Ferenc) 1842. Elemi számtan. I. rész. Az egész és tört mennyiségekről. Buda
- Barta Ferencz (Barts Ferenc) 1845. Elemi számtan. II. rész. Az arányok által megfejthető számozás nemeiről. Buda
- Barta Ferencz (Barts Ferenc) 1845. Elemi számtan. III. rész. A mértékekről. Buda
- Beke Manó 1903. Számtan a népiskolák II. osztályának. 3. kiadás. Magyar Királyi Tudomány-egyetemi Könyvnyomda, Budapest
- Beke Manó 1897. Számtan a népiskolák III. osztályának. 2. kiadás. Magyar Királyi Tudomány-egyetemi Könyvnyomda. Budapest
- Beke Manó 1898. Számtan a népiskolák IV. osztályának. Magyar Királyi Tudomány-egyetemi Könyvnyomda. Budapest
- Bertalan Ferenc 1947. Második könyvünk. Folyóírás, olvasmányok, nyelvi ismeretek, számolás és mérés. A városi iskolák számára. VKM, Budapest. 279–360.
- Bertalan Ferenc 1947. Második könyvünk. Folyóírás, olvasmányok, nyelvi ismeretek, számolás és mérés. Nagy-budapesti kötet. VKM, Budapest. 1–98.
- Bors Szilveszter 1948. Első könyvünk. Alapírás, olvasmányok, számolás és mérés. A falusi iskolák számára. VKM, Budapest. 166–229.
- Brassai Sámuel 1842. A kisdetek számvetése angol mintára. Kolozsvár
- Brassai Sámuel 1843. Számító Sokrates. Fejbeli számolás kérdésekben. Angol mintára hazai viszonyokhoz alkalmazva. Három képtáblával alkalmazva. Kolozsvár
- C. Neményi Eszter–Sz. Oravecz Márta 2009. Matematika 1. osztály. I., II. kötet. Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest
- Csáki Imre 1954. Számtan az általános iskolák I. osztálya számára. Kísérleti tankönyv. Tankönyvkiadó, Budapest
- Csáki Imre 1962. Számtan az általános iskolák I. osztálya számára. 7. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest
- Csáki Imre–Géczy Etelka 1963. Számolás-mérés az általános iskolák I. osztálya számára. 14. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest
- Csáki Imre–Géczy Etelka 1963. Számolás-mérés az általános iskolák második osztálya számára. Tankönyvkiadó, Budapest
- Csáki Imre–Géczy Etelka 1975. Számolás-mérés az általános iskolák 1. osztálya számára. Tankönyvkiadó, Budapest
- Csáki Imre–Géczy Etelka 1976. Számolás-mérés az általános iskola 2. osztálya számára. 14. átdolgozott kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest
- Császár Károly 1883. Számvetés. A népiskolák 2., 3., 4. osztályában. Eggenberger-Fell Könyvkereskedés, Budapest
- Csejtey József 1842. Számtan. Igen könnyű és minden számra használható fejből számolás gyermekek számára kérdésekbe és feleletekbe alkalmazva. Buda
- Csider Pál 1751. Magyar Arithmetika. Buda

- (Ismeretlen szerző) 1577. Aritmetika azaz a számvetés tudománya, mell' magyar nyelure (ez tudományban gyönyörködne, hasznokra és hamarabb való értelmekre is móddal) fordítatott. Azt akarom, hogy az io és hasznos dolgokban eszesek legyetek, az gonosz és ártalmas dolgokban pedig egiugiuek. Debreczen
- Edvi Illés Pál 1844. Népszerű számvetéstan és időszámítás tudománya. Buda
- Esztergályos Jenő, 2009. Második matematikám. Az általános iskola 2. osztálya számára. Apáczai Kiadó, Celldömölk
- Esztergályos Jenő– Kuruczné Borbély Márta 2009. Az én matematikám. Az általános iskola 1. osztálya számára. Apáczai Kiadó, Celldömölk
- Fekete János 1843. Gyors számító. A szóval számítás tanításának módja gyermeki értelemhez alkalmazott egyszerű példákban és szabályok szerint. Bécs
- Fekete János 1845. Törtek. Iskolák és a törtekbeli számításban kevésbé járatások számára. Bécs
- Fonóné Ozorai Gizella 1947. Harmadik könyvünk. Olvasmányok, nyelvi ismeretek, számolás és mérés. A falusi iskolák számára. VKM, Budapest. 219–262.
- Fonóné Ozorai Gizella 1947. Harmadik könyvünk. Olvasmányok, nyelvi ismeretek, számolás és mérés. A városi iskolák számára VKM, Budapest. 219–262.
- Földes Károly 1921. A számolás gyakorlókönyve. Az elemi népiskolák II. osztálya számára. Átdolgozta Bartha Pál. 3. kiadás. Lampel R. R.T., Budapest
- Földes Károly 1924. A számolás gyakorlókönyve. Az elemi népiskolák 3. osztálya számára. Átdolgozta Bartha Pál. Az új miniszteri tanterv alapján. 3. kiadás. Lampel R. R.T., Budapest
- Földes Károly 1924. A számolás gyakorlókönyve. Az elemi népiskolák IV. osztálya számára. Átdolgozta Bartha Pál. Az új miniszteri tanterv alapján. 3. kiadás. Lampel R. R.T., Budapest
- Gaál Géza 1959. Számítan az általános iskolák IV. osztálya számára. 4. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest
- Gaál Géza 1962. Számítan az általános iskolák IV. osztálya számára. 8. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest
- Gaál Géza–Váli Dezsőné 1964. Számítan az általános iskolák III. osztálya számára. Tankönyvkiadó, Budapest
- Gaál Géza–Váli Dezsőné 1978. Számítan az általános iskolák III. osztálya számára. Tankönyvkiadó, Budapest
- Gaál Géza–Váli Dezsőné 1965. Számolás-mérés az általános iskolák 4. osztálya számára. 2. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest
- Gaál Géza–Váli Dezsőné 1964. Számítan az általános iskolák III. osztálya számára. Tankönyvkiadó, Budapest
- Gaál Géza–Váli Dezsőné 1978. Számítan az általános iskolák III. osztálya számára. Tankönyvkiadó, Budapest
- Gaál Géza–Váli Dezsőné 1979. Számolás-mérés az általános iskolák 4. osztálya számára. 16. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest
- Gondol Dániel (foeditotta) 1844. Elemi számítan kezdő gyermekek számára. Emerson amerikai tudós munkája szerint, mely Észak-amerikai Egyesült Államokban iskolai kézi könyvül fogadtatott el. Pest
- Hajdu Sándor–Novák Lászlóné–Scherlein Márta 2009. Matematika 1. I–II. kötet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Hajdu Sándor–Novák Lászlóné–Scherlein Márta, 2009. Matematika 2. I–II. kötet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Hajdu Sándor–Novák Lászlóné–Scherlein Márta–Czakó Anita 2009. Matematika 3. I–II. kötet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest

- Hajdu Sándor–Novák Lászlóné–Scherlein Márta–Czakó Anita 2009. Matematika 4. I–II. kötet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Kiss József–Walter Károly, 1926. Számítási és mértani példatár. Az elemi népiskolák IV. osztálya számára. Lampel R., Budapest
- Ligárth Mihály 1930(?). Számítási és mértani példák gyűjteménye. Az elemi iskolák II. osztálya számára. Városi nyomda, Debrecen
- Ligárth Mihály 1929(?). Számítási és mértani példák gyűjteménye. Az osztatlan elemi iskolák III. osztálya számára. Városi nyomda, Debrecen
- Ligárt Mihály 1930(?). Számítási és mértani példák gyűjteménye. Az osztatlan elemi iskolák IV. osztálya számára. Városi nyomda, Debrecen
- Lukács János 1823. Számvető mesterség, mellyet készített a falusi gyermekeknek hasznokra. Pest
- Lutter Ferdinánd (Nándor) 1845. 1. Elemi számtan. Két rész. (4. jav. és bővített kiadás.) Pest
- Makó Pál 1780. Bevezetés a számvetésre a magyar s hozzá tartozandó tartományok nemzeti iskoláinak számára. Buda
- Maróthi György 1734. Arithmetica vagy számvetésnek mestersége Mellyet írta és Közönséges Haszonra, főképpen a Magyar országon elő fordulható Dolgokra, alkalmaztatván kiadott 1743-ik Esztendőben, Maróthi György, Debretzeni professor. Debretzen
- Maróthi György 1782. Arithmetica vagy számvetésnek mestersége Debretzen
- Menyőei Tolvaj Ferenc 1735. Az arithmetikanak, avagy az számlálásnak oet speciesinek rövid magyar regulakban foglaltatott mestersege. Brassó. URL: <http://www.arcanum.hu/oszk/> (Letöltés 2009)
- Nagy Károly 1837. A kis számító. Magyar gyermekek kézikönyve. Hohrmann–Schweigerd, Bécs
- Nagy László 1954. Számtan az általános iskolák II. osztálya számára. Kísérleti könyv. Tankönyvkiadó, Budapest
- Nagy László 1962. Számtan az általános iskolák II. osztálya számára. 7. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest
- Neményi Eszter, C.–Káldi Éva 2009. Matematika tankönyv. Általános iskola 4. osztály. Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest
- Neményi Eszter, C.–Sz. Oravecz Márta Sz., 2009. Matematika általános iskola 2. osztály. I–II. kötet Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest
- Neményi Eszter, C.–Wéber Anikó–Pákozdy Katalin 2009. Matematika tankönyv 3. osztály. Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest
- Nyíry István 1822. A számvetés tudományának kezdete. A köznép és az Alsóbb Oskolák számára. Sárospatak
- Oldal Anna 1948. Első könyvünk. Alapírás, olvasmányok, számolás és mérés. A városi iskolák számára. VKM, Budapest. 175–231.
- Oldal Anna–Makoldi Mihályné–Varga Tamás 1951. Első könyvünk. Az általános iskolák számára. Tankönyvkiadó, Budapest. 181–264.
- Onadi János 1693. Practici Algorithmi Erotemata Methodica. Kassa
- P. Csorja Ferenc 1832. A számvetés tudománya. Röviden a falusi iskolák számára. Marosvásárhely
- Povázsai László–Szondy György–Vasi Kálmán Viktor 1947. Harmadik könyvünk. Olvasmányok, nyelvi ismeretek, számolás és mérés. A falusi iskolák számára. VKM, Budapest. 243–364.
- Schultz Imre 1899. Leányiskolai számológönyv 4 részben. 1. rész. A második osztály számára. Stampfel Károly, Pozsony
- Schultz Imre 1899. Leányiskolai számológönyv 4 részben. 2. rész. A harmadik osztály számára. Stampfel Károly, Pozsony.

- Schultz Imre 1899. Leányiskolai számolókönyv 4 részben. 3. rész. A negyedik osztály számára. Stampfel Károly, Pozsony
- Sziklás Adolf–Walter Károly 1925(?). Számítási példatár. Az elemi népiskolák II. osztálya számára. Lampel R. R. T., Budapest
- Sziklás Adolf–Walter Károly 1923. Számítási példatár. Az elemi népiskolák III. osztálya számára. Lampel R. R. T., Budapest
- Szirmai József 1893. Népiskolai számoló-könyv Koronaérték szerint, 1. füzet: A második osztály számára. Franklin-Társulat, Budapest
- Szirmai József 1893. Népiskolai számoló-könyv Koronaérték szerint, 2. füzet: A harmadik osztály számára. Franklin-Társulat, Budapest
- Szirmai József 1893. Népiskolai számoló-könyv Koronaérték szerint, 3. füzet: A negyedik osztály számára. Franklin-Társulat, Budapest
- Tarczy Lajos 1839. Elemi számtudomány az alsóbb iskolák számára. Pápa
- Tóth Mihály 1948. Második könyvünk, Folyóírás, olvasmányok, nyelvi ismeretek, számolás és mérés. A falusi iskolák számára. VKM, Budapest. 247–351.
- Több fő- és székvárosi tanító 1904. Számolókönyv. Az elemi népiskolák 2. osztálya számára. Franklin Társulat, Budapest
- Több fő- és székvárosi tanító 1905. Számolókönyv. Az elemi népiskolák 3. osztálya számára. Franklin Társulat, Budapest
- Több fő- és székvárosi tanító 1906. Számolókönyv. Az elemi népiskolák II. osztálya számára. Franklin Társulat, Budapest
- Több fő- és székvárosi tanító 1933. Számolókönyv. Az elemi népiskolák IV. osztálya számára. 5. átdolgozott kiadás. Franklin Társulat, Budapest
- Több fő- és székvárosi tanító 1933. Számolókönyv. Az elemi népiskolák 3. osztálya számára. 6. átdolgozott kiadás. Franklin Társulat, Budapest
- Több székesfővárosi tanító 1906. Számolókönyv. Az elemi népiskolák 4. osztálya számára. Franklin Társulat, Budapest
- Váli Dezsőné 1954. Számítási az általános iskolák III. osztálya számára. Tankönyvkiadó, Budapest
- Váli Dezsőné 1962. Számítási az általános iskolák III. osztálya számára. Tankönyvkiadó, Budapest
- Warga János (Szigethi) 1842. Számítási Mértan tanmódszerűleg előadva. I. füzet. Elemi számítási. Pest

### **Tantervek**

- Törvény a népiskolai közoktatás tárgyában és a népiskolák életbe léptetése, felügyelete, igazgatása és kezelése iránt kiadott miniszteri rendeletek. 1869. Gresser, Pest.
- Tanterv a népiskolák számára. 1869. Magyar Királyi Egyetemi Könyvnyomda, Budapest
- A Dunamelléki református egyházkerület népiskoláinak tanterve. A használandó tantervek s taneszközökre vonatkozó utasításokkal. 1871. Franklin, Budapest
- Tanterv a népiskolák számára. 1877. Magyar Királyi Egyetemi Könyvnyomda, Budapest
- A dunamelléki református egyházkerület népiskoláinak tanterve. A használandó tantervek s taneszközökre vonatkozó utasításokkal és általános óratervvvel. 1880. Öttinger Ede Könyvnyomdája, Nagy-Kőrös
- Deső Lajos: Tanterv a Tiszáninneni református egyházkerület népiskolái számára. 1895. Steinfeld, Sáropatak
- Az elemi népiskolai oktatás terve Budapest székesfőváros elemi iskolái számára. (Tervezet) 1904. Székesfővárosi házi nyomda, Budapest
- Tanterv és utasítás az elemi népiskola számára. 1905. Magyar Királyi Egyetemi Könyvnyomda, Budapest

- Tanterv és utasítás az elemi népiskola számára. 1909. Magyar Királyi Egyetemi Könyvnyomda, Budapest
- Tanterv és utasítások a katolikus elemi népiskolák számára. 1926. Szent István-Társulat, Budapest
- Tanterv és utasítások a katolikus elemi népiskolák számára. 1936. Szent István-Társulat, Budapest
- Tanterv az általános iskolák számára. 1946. Országos Köznevelési Tanács, Budapest
- Tanterv az általános iskolák számára. 1950. VKM, Budapest
- Tanterv az általános iskolák I–IV. osztály számára. 1956. Tankönyvkiadó, Budapest
- Tanterv és utasítás az általános iskolák számára. 1962. Tankönyvkiadó, Budapest
- Tanterv az általános iskolák számára. Számтан-mértan 1–4. osztály. 1974. Tankönyvkiadó, Budapest
- Az általános iskolai nevelés és oktatás terve. 1978. Országos Pedagógiai Intézet, Budapest
- NAT Nemzeti alaptanterv 1995. Művelődési és Közoktatási Minisztérium 130/1995. (X.26.) Korm. rendelethe
- NAT Nemzeti alaptanterv 2003, 2004. Oktatási Minisztérium
- NAT A Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról 243/2003. (XII. 17.) Korm. rendelet. URL: [http://www.nefmi.gov.hu/letolt/kozokt/nat\\_070926.pdf](http://www.nefmi.gov.hu/letolt/kozokt/nat_070926.pdf) (Letöltés: 2011)
- NAT Kerettanterv az alapfokú nevelés-oktatás bevezető és kezdő szakaszára. URL: <http://www.nefmi.gov.hu/kozoktatasi/tantervek/oktatasi-kulturalis> (Letöltés: 2011)

### **Tanári kézikönyvek, útmutatók, programok, kerettantervek, tanmenetek**

Apáczai Kiadó tanári kézikönyvei

URL: <http://www.apaczai.hu/start.php#> (Letöltés: 2009)

- Balassa Lászlóné 2009. Matematika kézikönyv 4. osztály. I. kötet. Apáczai Kiadó, Celldömölk
- Balassa Lászlóné–Csekné Szabó Katalin–Szilas Ádámné 2009. Matematika kézikönyv 3. osztály. I–II. kötet. Apáczai Kiadó, Celldömölk
- Balassa Lászlóné–Csekné Szabó Katalin–Szilas Ádámné 2009. Matematika kézikönyv 4. osztály. II. kötet Apáczai Kiadó, Celldömölk
- Kurucz Istvánné–Varga Lívía 2009. Tantárgyi program. Matematika 1. Apáczai Kiadó, Celldömölk
- Tóth Ferencné–Flór Lászlóné 2009. Kézikönyv Az én matematikám 2. osztályos matematika-tankönyvhöz. Apáczai Kiadó, Celldömölk
- Varga Lívía–Kurucz Lászlóné Borbély Márta 2009. Tantárgyi program. Matematika 1. Apáczai Kiadó, Celldömölk

Dinasztia Kiadó tanári kézikönyvei

URL: <http://www.dinasztia.hu/webset32.cgi?Dinasztia@@HU@@26@@GOOGLEBOT> (Letöltés: 2009)

- Forgács Tiborné–Gál Józsefné (É.n.) A matematika csodái 1. osztály. Tanítói kézikönyv [http://www.dinasztia.hu/WEBSET\\_DOWNLOADS/520/matek1tanitoi.pdf](http://www.dinasztia.hu/WEBSET_DOWNLOADS/520/matek1tanitoi.pdf) (Letöltés: 2009)
- Gál Józsefné 2002. Tanmenetjavaslat 2. osztály a Matematika csodái 2. osztályos tankönyvhöz és munkafüzetéhez. Dinasztia Tankönyvkiadó, Budapest. [http://www.webset.hu/WEBSET\\_DOWNLOADS/520/Matek2tanmenet.pdf](http://www.webset.hu/WEBSET_DOWNLOADS/520/Matek2tanmenet.pdf) (Letöltés: 2009)



#### Műszaki Könyvkiadó tanári kézikönyvei

URL: <http://www.muszakikiado.hu/letoltesek/tanmenetek/matematika/> (Letöltés: 2009)

- Hajdu Sándor–Köves Gabriella–Novák Lászlóné–Scherlein Márta 2003. Program 2. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Hajdu Sándor–Köves Gabriella–Novák Lászlóné–Scherlein Márta 2005. Program 2. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Scherlein Márta–Hajdu Sándor–Köves Gabriella–Novák Lászlóné 2008. Matematika 1. Módszertani ajánlások. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Scherlein Márta–Hajdu Sándor–Köves Gabriella–Novák Lászlóné 2008. Matematika 2. Módszertani ajánlások. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Scherlein Márta–Hajdu Sándor–Köves Gabriella–Novák Lászlóné 2008. Matematika 3. Módszertani ajánlások. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Scherlein Márta–Hajdu Sándor–Köves Gabriella–Novák Lászlóné 2008. Matematika 4. Módszertani ajánlások. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Scherlein Márta 2008. Matematika 1. Tananyagbeosztás, követelmények. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Scherlein Márta–Hajdu Sándor–Köves Gabriella–Novák Lászlóné 2008. Matematika 2. Tananyagbeosztás, követelmények. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Scherlein Márta–Hajdu Sándor–Köves Gabriella–Novák Lászlóné 2008. Matematika 3. Tananyagbeosztás, követelmények. Műszaki Könyvkiadó, Budapest
- Scherlein Márta–Hajdu Sándor–Köves Gabriella–Novák Lászlóné 2008. Matematika 4. Tananyagbeosztás, követelmények. Műszaki Könyvkiadó, Budapest

#### Mozaik Kiadó tanári kézikönyvei

<http://www.mozaik.info.hu/homepage/Mozaportal/MPtmttsa.php?type=TM> (Letöltés: 2009)

- Árvainé Libor Ildikó–Murátiné Szél Edit 2004. Tanmenet. Sokszínű matematika 2., 3., 4. osztály Mozaik Kiadó, Szeged
- Árvainé Libor Ildikó–Murátiné Szél Edit 2009. Tanítói kézikönyv tanmenetjavaslattal. Sokszínű matematika 2., 3., 4. Mozaik Kiadó, Szeged
- Murátiné Szél Edit 2004. Tanítói kézikönyv tanmenetjavaslattal. Sokszínű matematika 2. Mozaik Kiadó, Szeged. URL: <http://www.mozaik.info.hu/homepage/ftp/MS-1726.pdf> (Letöltés: 2009)
- Murátiné Szél Edit 2005. Sokszínű matematika 1. osztály. Mozaik Kiadó, Szeged
- Murátiné Szél Edit 2009. Tanítói kézikönyv tanmenetjavaslattal. Sokszínű matematika 1. Mozaik Kiadó, Szeged. URL: [www.mozaik.info.hu/homepage/Mozaportal/MPgetfile.php?fid=161](http://www.mozaik.info.hu/homepage/Mozaportal/MPgetfile.php?fid=161) (Letöltés: 2009)
- Murátiné Szél Edit 2009. Tanítói kézikönyv tanmenetjavaslattal. Sokszínű matematika 2. Mozaik Kiadó, Szeged. URL: <http://www.mozaik.info.hu/homepage/Mozaportal/MPgetfile.php?fid=162> (Letöltés: 2009)

#### Nemzeti Tankönyvkiadó kerettanterve, tanári kézikönyvei

- A Nemzeti Tankönyvkiadó Műhelyének kerettanterve az alapfokú nevelés-oktatás számára. URL: [https://www.okm.gov.hu/letolt/kozokt/kerettanterv/mk68/MK68\\_2\\_02-2.mell-p1489-2140-nemzeti-tk.pdf](https://www.okm.gov.hu/letolt/kozokt/kerettanterv/mk68/MK68_2_02-2.mell-p1489-2140-nemzeti-tk.pdf) (Letöltés: 2009)
- A NTK tanári kézikönyvei. URL: [http://www.ntk.hu/also/utmutatok\\_tanmenetjavaslatok#Matek](http://www.ntk.hu/also/utmutatok_tanmenetjavaslatok#Matek) (Letöltés: 2009)
- Neményi Eszter, C.–Oravecz Márta Sz. 1993. Útjelző az 1. osztályos matematika tanításához. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest

- Neményi Eszter, C.–Oravecz Márta Sz. 1994. Útjelző a 2. osztályos matematika tanításához. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest. URL: <http://www.tofk.elte.hu/matek/utjelzo2/album/utjelzo2.html> (Letöltés: 2009)
- Neményi Eszter C.–Oravecz Márta Sz. 2009. Matematika tankönyv általános iskola 1. osztály. Tanmenetjavaslat. Matematika általános iskola 1. osztály I–II. kötet. URL: <http://www.ntk.hu/cikk/ntkshop/R245#> (Letöltés: 2009)
- Neményi Eszter C.–Wéber Anikó 2009. Matematika tankönyv általános iskola 3. osztály című tankönyvhöz tanmenetjavaslat. URL: <http://www.ntk.hu/cikk/ntkshop/R013> (Letöltés: 2009)
- Neményi Eszter C.–Káldi Éva 2009. Matematika tankönyv általános iskola 4. osztály című tankönyvhöz tanmenetjavaslat. URL: <http://www.ntk.hu/cikk/ntkshop/R058> (Letöltés: 2009)
- Rakos Katalin 2009. A mi matekunk 2. osztály című tankönyvhöz tanmenetjavaslat. URL: <http://www.ntk.hu/cikk/ntkshop/R246> (Letöltés: 2009)

#### Educatio kerettanterve, programterve

- Matematikai kompetenciaterület. Kerettanterv 1–4. évfolyam. 2008. Tanórai, tanórán kívüli és – a bevezető-kezdő szakaszban, más műveltségterületek által támogatott – matematikai kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve. Educatio Kht., Budapest. URL: [http://www.sulinet.hu/tanar/kompetenciateruletek/2\\_matematika/2\\_tantervek/kerettantervek/kerettanterv\\_alsotagozat.pdf](http://www.sulinet.hu/tanar/kompetenciateruletek/2_matematika/2_tantervek/kerettantervek/kerettanterv_alsotagozat.pdf) (Letöltés: 2009)
- Matematikai kompetenciaterület. Programterv 2. évfolyam. 2008. Educatio Társadalmi Szolgáltató Közhasznú Társaság, Budapest. URL: [http://www.sulinet.hu/tanar/kompetenciateruletek/2\\_matematika/2\\_tantervek/programtantervek/programtanterv\\_mata2.pdf](http://www.sulinet.hu/tanar/kompetenciateruletek/2_matematika/2_tantervek/programtantervek/programtanterv_mata2.pdf) (Letöltés: 2009)

2009-2010-es tanév tankönyvjegyzékén szereplő 2. osztályos matematika-tankönyvek

- Árvainé Libor Ildikó–Lángné Juhász Szilvia–Szabados Anikó 2009. Sokszínű matematika. Munkatankönyv 2. osztály. I., II. félév. Mozaik Kiadó Kft., Szeged  
Educatio Kht. Kompetenciafejlesztő oktatási programcsomag Matematika. 2. évfolyam. „A”. Educatio Társadalmi Szolgáltató Közhasznú Társaság, Budapest
- Esztergályos Jenő 2009. Második matematikám. 2. o. Apáczai Kiadó és Könyvterjesztő Kft., Celldömölk
- Esztergályos Jenő–Flór Lászlóné 2009. Az én matematikám. 2. o. (mutáció) Apáczai Kiadó és Könyvterjesztő Kft., Celldömölk
- Forgács Tiborné–Gál Józsefné 2009. A matematika csodái. Tankönyv 2. osztály. Dinasztia Tankönyvkiadó Kft., Budapest
- Hajdu Sándor–Novák Lászlóné–Scherlein Márta 2009. Matematika 2. I., II. kötet. Műszaki Könyvkiadó Kft., Budapest
- Neményi Eszter, C.–Oravecz Márta Sz. 2009. Matematika általános iskola 2. osztály. I., II. kötet. Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest
- Rakos Katalin 2009. A mi matekunk 2. osztály. Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest
- Török Tamás–Debnárik Gézőné 2009. Matematika I., II. Általános iskola 2. osztály. Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest