PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM
Természettudományi Kar

DR. KOTEK LÁSZLÓ
DR. SZŰCS JÓZSEF

ELEMI FIZIKA

PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

Dr. Kotek László – Dr. Szűcs József

ELEMI FIZIKA

PÉCS, 2000

Lektorálta:	Dr. Berkes József	egyetemi adjunktus
	Dr. Molnár Miklós	egyetemi docens

TARTALOM

Előszó

A főiskolai, egyetemi szintű fizikaoktatásban az elméleti tárgyalás mellett fontos szerepet tölt be az illető témakörhöz tartozó fizikai problémák megoldása. A megfelelő szintű, jól megválasztott feladatok elemzése, disszkussziója hozzásegít az elméleti anyag mélyebb megértéséhez, az apróbb finomságok felismeréséhez, rámutat az alkalmazhatóság korlátaira.

Az itt közreadott feladatgyűjtemény a *Pécsi Tudományegyetem Fizikai Intézetében* az *Elemi fizika* néven oktatott program támogatását szolgálja, melynek célja a *Kísérleti fizika* kurzus lezárása után komlex módon, összefoglaló jelleggel a feladatmegoldó készség szintentartása, javítása. Ezzel hozzájárulva a tanári, kutatói és egyéb pályákra való felkészítéshez.

Az *Elemi fizika* kurzus bizonyos szempontból kapcsolatot létesít az elméleti és módszertani képzés között, ezért anyagában részben igazodik az iskolai gyakorlathoz. Így a fő fejezetek: *mechanika, hőtan, elektromosságtan, fénytan atomfizika.* A mintegy 300 feladatból álló feladatgyűjtemény igazi értéke, hogy nagyon sok eredeti, a szerzők által most publikált feladatot tartalmaz. Az anyag megoldásokat ugyan nem tartalmaz, de a befejező rész ismerteti a feladatok paraméteres és numerikus végeredményeit. A paraméteres alakban megadott végeredmények a megoldást és az ellenőrzést is nagyban elősegítik.

Az anyag kiemelt része a Magyarországon rendezett fontosabb fizikaversenyekkel kapcsolatos rész. A következő versenyek feladatlapjai olvashatók: *6. osztályos tanulók fizikaversenye* (Mohács), *Öveges József fizikaverseny* (Pécs) körzeti és megyei fordulója, *Párkányi László fizikaverseny* (Pécs), *Mikola Sándor fizikaverseny* második fordulója és döntője, *OKTV* első és második fordulója. A versenyeken kitűzött feladatok és megoldásainak áttanulmányozása hozzásegíti az olvasót a versenyek színvonalának megismeréséhez, illetve módszertani útmutatót jelent a feladat- kitűzés problémakörében.

A feladatgyűjtemény főiskolai, egyetemi hallgatók számára készült, de az akár szakköri feladatgyűjteményként is szolgálhat tanári munkájuk során, igen eredményesen felhasználható a tehetséggondozásban is. Emiatt hasznosan forgathatják úgy a gyakorló tanárok, mint a fizika iránt komolyobban érdeklődő középiskolai tanulók.

Eredményes munkát kívánnak:

Pécs, 2000. október

A szerzők

1. Mechanika

1.1. Kinematikai feladatok

1. Két függőleges fal között, a falakat összekötő vízszintes szakasz harmadoló pontjaiban áll két gyertya. Magasságuk kezdetben $h = 20$ cm. Egyszerre meggyújtjuk őket. Az egyik gyertya $t_1 = 20$ perc, a másik pedig $t_2 = 40$ perc alatt ég le. A falakra rávetődik a gyertyák egymás adta árnyéka.

Mekkora sebességgel mozognak az árnyékok végei?

2. A folyón a víz folyási irányába haladó motorcsónak utolér egy, a folyón úszó mentőövet. Az állandó teljesítményt kifejtő motorcsónak a mentőövvel való találkozás után $t_1 = 20$ perc múlva visszafordul, és az első találkozási helytől $s = 3$ km távolságban ismét találkozik a mentőövvel.

Határozzuk meg a folyó sebességét!

3. Két úszó a folyó egyik partján lévő A pontból a másik parton szemben lévő B pontba szeretne eljutni azonos idő alatt. Az első úszó olyan irányba úszik, hogy állandóan az AB egyenes mentén haladjon, a másik úszó pedig a folyás irányra merőlegesen úszik és így nem a B pontba jut. A parton v_0 sebességgel futva jut el a B pontba. A folyó sebessége $u = 2$ km/h, az úszók vízhez viszonyított sebessége $v = 2{,}5$ km/h.

Mekkora legyen v_0 értéke, hogy az úszók azonos idő alatt jussanak az A pontból a B pontba?

4. Adott d szélességű folyó parthoz viszonyított állandó sebessége c nagyságú. A folyón egy jármű vízhez viszonyított állandó sebességének nagysága u. Legyen az **u** sebességvektor iránya mozgás során állandó!

a) Milyen irányú legyen az **u** sebességvektor, hogy a jármű leghamarabb érjen át a folyón?

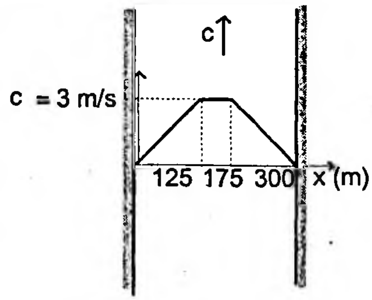
b) Milyen legyen az **u** sebességvektor iránya,hogy a parthoz képest a legrövidebb úton keljen át a jármű a folyón? (Külön vizsgáljuk meg az $u<c$ és az $u>c$ eseteket!) Mekkora ez a legkisebb távolság?

c) Az $u>c$ esetben adjuk meg az **u** sebességvektor irányát úgy, hogy a túlsó part tetszőleges P pontjában kössön ki a jármű! (Legyen a P pont távolsága a kiindulási A ponttal átellenes B ponttól x nagyságú!)

d) Az $u<c$ esetben adjuk meg a folyó túlsó partjának azon részét, ahova a jármű átjuthat!

e) Mennyi idő alatt ér célba a jármű, ha az **u** sebességvektor iránya mindig a célpontba mutat? (Milyen feltétel mellett ér így célba a jármű?)

5. Egy d = 300 m széles folyón csónakkal akarunk átkelni. A csónak sebessége a vízhez képest u = 2 m/s. A víz sebessége a parthoz képest – a partra merőleges irányba haladva s = 125 métert – egyenletesen nő c = 3 m/s érték-re re, majd egy l = 50 m hosszúságú szakaszon állandó, ezután ismét egyenletesen zérusra csökken a túlsó partig (lásd ábra).



a) Milyen irányba kell evezni a vízhez képest, hogy a legrövidebb idő alatt jussunk a túlsó partra? Így mennyi idő alatt érünk át, és hol köt ki ekkor a csónak?

b) Milyen állandó irányba kell evezni a folyó sebességének irányához képest, hogy a csónak kiindulási P pontjával átellenben (az R pontban) kössön ki? Mennyi ideig tart ebben az esetben az átkelés?
(A folyó sebességének iránya mindenhol párhuzamos a parttal.)

6. Két egymást derékszögben keresztező egyenes úton egy - egy jármű halad az útkereszteződés felé állandó v_1 és v_2 nagyságú sebességekkel. Egy adott pillanatban a kereszteződéstől való távolságuk x_1 és x_2.

a) Mi a feltétele annak, hogy ne következzen be karambol? (Tekintsük a járműveket pontszerűeknek!)

b) Általában mikor lesznek egymáshoz legközelebb a járművek és mekkora ez a legkisebb távolság?

7. Egy a oldalhosszúságú egyenlő oldalú háromszög csúcsaiban 3 bogár található. Egy adott pillanatban a bogarak v_0 sebességgel közeledni kezdenek egymáshoz úgy, hogy az első bogár sebességvektora mindig a második bogár irányába mutat, a második sebességvektora harmadik felé, harmadik sebességvektora pedig az első felé mutat.

Mennyi idő múlva találkoznak a bogarak?

8. Kezdősebesség nélkül induló autó a = 5 m/s^2 gyorsulással haladva egy bizonyos idő eltelte után állandó sebességgel mozog, majd a lassulással mozogva megáll. A mozgás teljes időtartama t = 25 s, az átlagsebesség pedig $v_{á}$ = 72 km/h.

Mennyi ideig mozgott az autó állandó sebességgel?

9. Egy jármű v_0 = 8 m/s sebességgel halad, majd t_1 = 6 s-on keresztül egyenletesen gyorsulva halad egyenvonalú pályán. A gyorsítás ideje alatt megtett út s_1 = 60 m.

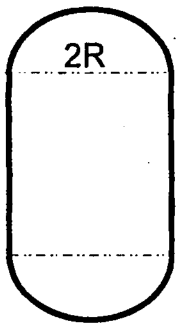
a) Mekkora a gyorsítás végén a jármű sebessége?

b) Mekkora a jármű gyorsulása?

10. Egy versenypálya két félkör alakú kanyarból és két párhuzamos egyenes szakaszból áll. Egy versenyautó a pályán úgy halad, hogy gyorsulásvektorának nagysága mindig állandó: $a = 4$ m/s^2. A legnagyobb sebessége $v_{max} = 180$ km/h.

a) Mekkora a pálya hossza, ha $R = 500$ m?

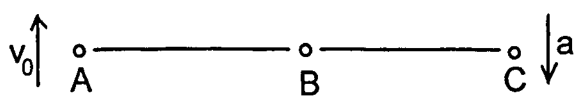
b) Mekkora a köröző versenyautó T pályaideje?



11. Három, nyugalomban lévő pont (A, B, C) egy adott vízszintes egyenesen úgy helyezkedik el, hogy az AB = BC. Egy adott pillanatban mindhárom pont függőleges irányban mozogni kezd, az A pont állandó $v_0 = 10$ m/s sebességgel függőlegesen felfelé, a C pont kezdősebesség nélkül $a = 2$ m/s^2 gyorsulással függőlegesen lefelé, a B pont pedig úgy, hogy a három pont minden időpillanatban továbbra is egy egyenesbe esik.

a) Milyen maximális magasságig emelkedik fel a B pont?

b) Mennyi a B pont sebessége a $t_1 = 20$ s időpillanatban?



12. Vízszintes pályán kezdősebesség nélkül induló vonat a_0 gyorsulással mozog, majd egy adott időpillanatban a gyorsulás iránya ellentétesre változik. Az indulástól számított t_0 idő múlva a vonat visszaérkezik a kiindulási helyzetbe.

Határozzuk meg a vonat maximális eltávolodását az állomástól!

13. Egyenes mentén mozgó tömegpont gyorsulása az $a = -b\sqrt{v}$ összefüggés szerint függ a sebességtől, ahol b pozitív állandó. A tömegpont sebessége a $t = 0$ időpontban v_0.

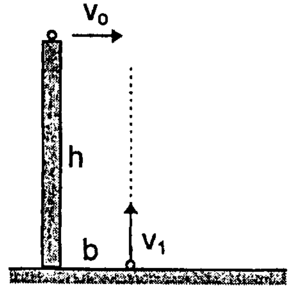
a) Mennyi ideig mozog a tömegpont?

b) Mekkora úton áll meg?

14. Egy vízszintes felülethez az ábrán látható módon egy kis hajlásszögű lejtő csatlakozik, amelynek jobb oldali része szintén vízszintes. A két vízszintes felület közti szintkülönbség h. A mélyebben fekvő vízszintes felületen elindítunk egy testet $v_0 = 10$ m/s kezdősebességgel. A súrlódás elhanyagolható, a test nem emelkedik fel a lejtőről.

Mekkora h távolság esetén repül legmesszebbre a test és mekkora ez a távolság?

15. Függőleges, $h = 120$ m magas toronyból $v_0 = 20$ m/s kezdősebességgel elindítunk egy pontszerű céltárgyat vízszintes irányba. Ugyanebben a pillanatban a toronytól $b = 40$ m távolságra lévő, elhanyagolható magasságú puskából függőleges irányba kilövünk egy lövedéket.

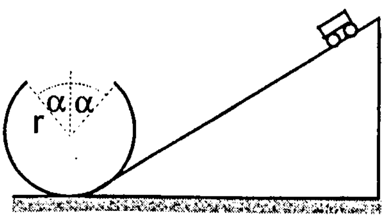


a) Mekkora v_1 sebességgel kell kilőni a lövedéket, hogy a testek a lövedék felfelé irányuló mozgása során ütközzenek?

b) Adjuk meg a céltárgy és a lövedék tömegeinek arányát, ha ismert, hogy rugalmatlan ütközésük után vízszintes irányba repülnek tovább!

c) Indításuktól számítva mennyi idő múlva érkeznek le együtt a testek a vízszintes talajra?

16. Egy lejtő függőleges síkban fekvő, $r = 0{,}5$ m sugarú körpályában végződik, de a körpálya egyrésze az ábra szerint hiányzik, ahol $\alpha = 30^{\circ}$. A súrlódástól és légellenállástól eltekintünk.



a) Milyen magasról kell kezdősebesség nélkül indítani egy kiskocsit, hogy a körpályán végig haladjon?

b) Mekkora α szög esetén legkisebb ez a magasság?

17. Vízszintes felületen α szögben elhajított test L távolságban éri el a talajt. Határozzuk meg a repülés idejét!

18. Egy követ v_0 kezdősebességgel hajítunk el, milyen szögben hajítsuk el a testet, hogy legmesszebb érjen földet?

a) Ha a hajítás a föld felszinéről történik?

b) Ha β hajlásszögű lejtőn lefelé hajítunk?

c) Ha β hajlásszögű lejtőn felfelé hajítunk?

d) Ha h magasságról indítjuk a testet?

19. A vizszintes talaj P pontjából akarunk áthajítani egy testet a ponttól d távolságra lévő, h magasságú függőleges falon.

a) Mutassuk meg, hogy az a legkisebb v_0 sebesség, amellyel át lehet hajítani a falat $v_0 = \sqrt{g(L+h)}$, ahol az L a kiindulási P pont és a fal teteje közötti távolság!

b) Mutassuk meg, hogy az elhajítás α szögére fennáll az $\alpha = 45° + \frac{\beta}{2}$, ahol β a P kezdőpontból vett látószöge a falnak!

20. A kilövés helyétől vízszintesen mért a = 240 m távolságra h = 70 m magasan levő céltárgyat a földről v_0 = 60 m/s kezdősebességgel kilőtt golyóval akarjuk eltalálni.

a) Milyen α szögben lőhetünk?

b) Mekkora legkisebb v_{min} kezdősebességgel található el a céltárgy?

21. A földön levő fegyvert és a céltárgyat h magasságú akadály (fal) választja el, amely a fegyvertől a, a céltárgytól b távolságra van.

Határozzuk meg a lövedék minimális kezdősebességét és az ehhez tartozó kilövési irányt!

22. A földfelszin egy adott A pontjából, adott v_0 kezdősebességgel hajítunk el különböző irányokba testeket.

a) Bizonyítsuk be, hogy akkor a testek pályáinak tetőpontjai egy olyan forgási ellipszoidon helyezkednek el, amelynek centruma a kezdőpont fölött van $\frac{v_0^2}{4g}$ távolságra, nagytengelye $\frac{v_0^2}{2g}$, kistengelye pedig $\frac{v_0^2}{4g}$!

b) Milyen irányban történjék az A pontból való hajítás, hogy a kiindulási A ponttól a tetőpont a lehető legmesszebb legyen?

23. Különböző szög alatt azonos kezdősebességgel hajítunk el egy testet.

a) Mekkora legyen a kezdősebesség vízszintes síkkal bezárt szöge, hogy az elhajított test a kiindulási ponttól mindig távolodjék?

b) Ha a kezdősebesség a vízszintessel 80°-os szöget zár be, akkor a pálya mely részén távolodik, illetve közeledik a test a kiindulási ponthoz? (A pályaszakaszokat jellemezhetjük a helyzetvektor vízszintessel bezárt szögével.)

24. Egy követ hajítunk el v_0 kezdősebességgel. Amikor a kő pályájának tetőpontján van, akkor utána hajítunk egy másik követ ugyancsak v_0 kezdősebességgel.

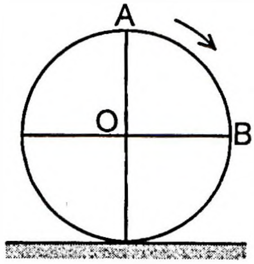
a) Mekkorák legyenek az elhajítási szögek, hogy a két test egy pontban, egyidejűleg érkezzen a vízszintes talajra?

b) Találkozáskor mekkora és milyen irányú a két test sebessége?

25. Az R = 10 cm sugarú abroncs tisztán gördül a vízszintes síkon úgy, hogy tömegközéppontja állandó, a = 2,5 cm/s^2 gyorsulással mozog. Az ábra a mozgás megkezdése utáni t = 2 s időpillanatot ábrázolja. Határozzuk meg:

a) az A, B, O pontok sebességét!

b) az A, B, O pontok gyorsulását!



26. Rögzített tengely körül forgó kerék úgy forog, hogy a szögelfordulás idő összefüggését a $\varphi = bt^2$ összefüggés írja le, ahol b = 0,2 1/s^2

Határozzuk meg a gyűrű A pontjának gyorsulását a t = 2,5 s időpillanatban, ha ebben a pillanatban az A pont sebessége v = 0,65 m/s!

1.2. Dinamikai feladatok

27. Vízszintes talajon egy m = 0,4 kg tömegű testet F = 2 N nagyságú, vízszintes irányú erővel t = 2 s ideig húzunk, majd magára hagyjuk. A talaj és hasáb közötti csúszási súrlódási együttható értéke μ = 0,3.

a) Összesen mekkora utat tesz meg a hasáb a megállásig?

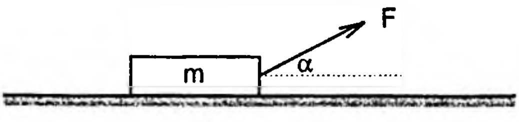
b) Mekkora a hasáb átlagsebessége?

28. Vízszintes felületen lévő, m tömegű testet az ábrán látható módon, F állandó erővel húzunk. A test és felület közötti csúszási súrlódási együttható μ = 0,8.

a) Milyen α szög esetén lesz a test vízszintes irányú gyorsulása a legnagyobb?

b) Mekkora ez a legnagyobb gyorsulás?

c) Ábrázoljuk a súrlódási erőt az α szög függvényében!

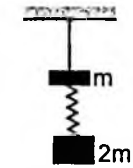


29. Egy h = 1 m magas, 30°-os hajlásszögű lejtő tetjéről egy m tömegű hasáb, zérus kezdősebességgel indulva, t_1 = 1 s alatt csúszik le a lejtő aljára. Egy másik 3m tömegű hasáb pedig t_2 = 2 s alatt csúszik le.

Mennyi idő alatt csúsznak le együtt a testek, ha azokat nyújhatatlan fonállal összekötjük?

(A hasábok méretét a lejtő méretéhez képest hanyagoljuk el!)

30. Az ábrán látható nyújthatalan fonál felső végét a mennyezethez rögzítjük, az alsó végére pedig egy m tömegű testet kötünk. A test alsó részéhez egy rugót erősítünk, amelyen $2m$ tömegű test lóg. A rendszer egyensúlyban van. A rugó megnyúlása Δl = 30 cm. Égessük el a fonalat!

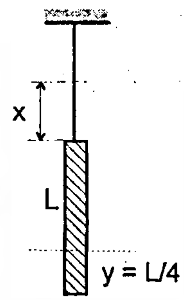


a) Az elégetés pillanatában mekkora az m és a $2m$ tömegű test gyorsulása?

b) Az elégetés pillanatától számítva mennyi idő múlva lesz a rugó először nyújtatlan állapotban? (Ekkor még az alsó test sem érte el a talajt.)

c) A rugó nyújtatlan állapotában mekkora a testek mennyezethez viszonyított sebessége?

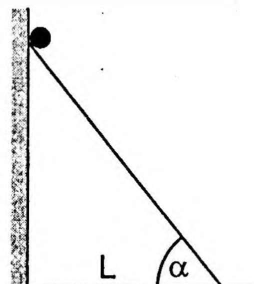
31. Egy rugalmas gumiszál felső végét a mennyezethez rögzítjük, az alsó végére pedig egy L hosszúságú súlyos kötelet kötünk. Ekkor, egyensúlyi helyzetben a gumiszál megnyúlása x = 40 cm. Egy hirtelen mozdulattal (kardvágással) a kötélből egy darabot lemetszünk.



a) Ha a levágott darab $y = L/4$, akkor mekkora a létrejövő rezgőmozgás amplitúdója és rezgésideje?

b) Mekkora y_{max} darabot vághatunk le a kötélből, hogy a rezgésbe jövő maradék mozgása során a gumi- szál ne lazuljon meg?

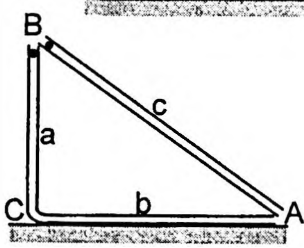
32. Változtatható hajlásszögű és hosszúságú, de állandó L = 2,1 m alaphosszúsúgú lejtőről egy pontszerű test csúszik le kezdősebesség nélkül. A test és a lejtő közti csúszási súrlódási együttható μ = 0,14.



a) Mekkora α hajlásszög esetén csúszik le a test a legrövidebb idő alatt?

b) Mekkora ez a legrövidebb idő?

33. Egy hosszú csövet derékszögben, a C pontban ívben, meghajlítunk. Függőleges síkban a cső felső B végénél egy golyót ejtünk a csőbe, ugyanakkor engedünk el egy másik golyót is az ábrán látható c hosszúságú cső felső végénél. A súrlódástól tekintsünk el.



Az a és b csőszakaszok milyen arányánál érhető el, hogy az L alakú csőben érjen az A pontba előbb a golyó, mint a ferde csőben elengedett?

34. Elég nagy méretű, α hajlásszögű lejtőre egy kis testet helyezünk. Ha lefelé indítjuk a testet v_0 kezdősebességgel, akkor ezt a sebességet megtartva lecsúszik.

Mekkora sebességgel mozog a test elég hosszú idő múlva, ha vízszintesen indítjuk el a lejtőn v_0 kezdősebességgel?

35. Egy gépjármű $R = 40$ m sugarú körpályán kezdősebesség nélkül $a_t = 0{,}62\ \mathrm{m/s^2}$ tangenciális gyorsulással kezd mozogni. A kerék és az úttest közötti tapadási súrlódási együttható $\mu_0 = 0{,}2$.

Mekkora utat tehet meg a jármű megcsúszás nélkül?

36. A mennyezethez fonállal felfüggesztett golyót a függőlegestől bizonyos szögben kitérítjük és magára hagyjuk. A közegellenállás elhanyagolható.

Milyen szögben térítettük ki a fonalat, ha az elengedés pillanatában és a pálya legalsó pontjában a gyorsulások számértékileg megegyeznek?

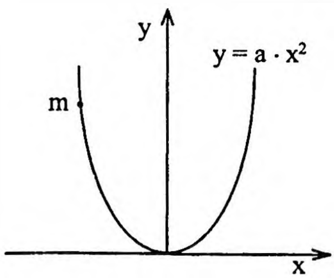
37. Kerékpáros egy O középpontú, R sugarú vízszintes pályán halad különböző, de O középpontú körök mentén. A tapadási súrlódási együttható az O ponttól mért távolság függvényében a $\mu = \mu_0\left(1 - \frac{r}{R}\right)$ összefüggés szerint változik.

a) Határozzuk meg azon körpálya sugarát, amely mentén haladva a kerékpáros sebessége a legnagyobb lehet!

b) Mekkora ez a legnagyobb sebesség?

38. Vízszintes síkban fekvő, parabola alakú drótpályán, a drótra fűzve egy pontszerű, m tömegű test csúszik v_0 állandó sebességgel. A parabola egyenlete a hozzárögzített koordináta-rendszerben $y = a \cdot x^2$.

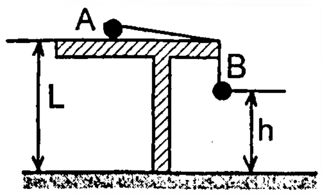
Mekkora erővel nyomja a test a drótot a parabola csúcsában?



39. A Föld felszínén lévő, a felszínnel párhuzamos tengelyű, R sugarú, henger alakú tartályt a Föld felszínéről indított lövedékkel akarjuk átívelni.

Határozzuk meg azt a legkisebb sebességet, amivel megtehetjük ezt!

40. Két azonos tömegű testet L hosszúságú, súlytalan fonállal összekapcsolunk és egy L magasságú vízszintes asztalra helyezzük oly módon, hogy az alsó test a padlótól $h = 2\,L/3$ távolságra van (l. ábra). A felhelyezés után a rendszert magára hagyjuk, a súrlódástól eltekintünk. A B test elérve a padlót a padlóhoz tapad.



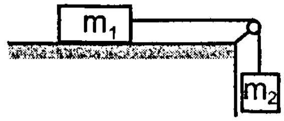
Milyen magasan lesz az A test a padló fölött, amikor a fonál újra megfeszül?

41. Vízszintes felületről v_0 kezdősebességgel, α szögben elhajított kő parabolapályán repül. Ugyanezen a pályán repül bizonyos idő múlva egy madár állandó, v_0 sebességgel. Mekkora a madár gyorsulása:

a) a pálya legfelső pontjában?

b) abban a pillanatban, amikor a vízszintes felülettől mért távolsága a maximális emelkedési magasság fele?

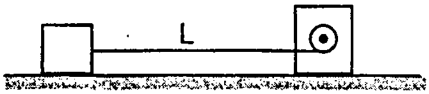
42. Két testet, amelyek tömege $m_1 = 5$ kg, illetve $m_2 = 3$ kg, az ábrán látható módon helyeztünk el. Álló helyzetből indítva a testeket, megmértük a gyorsulásukat. Ezután felcseréltük a testeket és azt tapasztaltuk, hogy a gyorsulásuk 120%-kal növekedett. A testeket összekötő fonal nyújthatatlan, elhanyagolható tömegű, a csiga súrlódásmentes és tömege jelentéktelen.



Mekkora a testek és az asztallap közötti csúszási súrlódási együttható értéke?

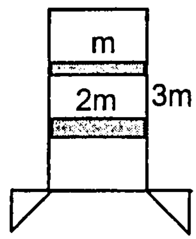
43. Vízszintes felületen egymástól L távolságra két test található, melyek egyikébe egy távirányítóval bekapcsolható elektromotor van beépítve. Az elektromotort tartalmazó test tömege kétszerese a másiknak. Az elektromotor tengelyéhez rögzített és az arra felcsavart fonál másik vége a kisebb tömegű testhez van rögzítve. A fonál vízszintes, a testek és talaj között a súrlódási együttható μ.. Az elektromotor bekapcsolása után a motort tartalmazó test a gyorsulással kezd mozogni.

Mennyi idő múlva találkoznak a testek?



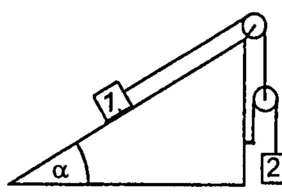
44. Függőleges, mindkét végén zárt, $3m$ tömegű hengerben lévő, elhanyagolható tömegű gázt az ábrán látható módon m és $2m$ tömegű dugattyúk osztanak három részre. A rendszer egyensúlyban van, a henger és a dugattyúk közötti súrlódás elhanyagolható. Egy adott pillanatban a hengert elejtjük.

Mekkora gyorsulással kezd el mozogni a henger?



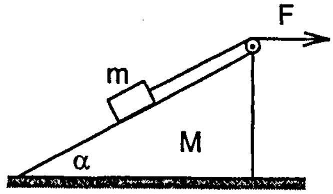
45. Az ábrán látható elrendezésben a 2. számú test tömege n-szerese az 1. számú test tömegének. A csigák tömege és a súrlódás elhanyagolható.

Határozzuk meg a 2. számú test gyorsulását!



46. Vízszintes felületen lévő, elhanyagolható tömegű csigával ellátott, lejtőalakú, $M = 5$ kg tömegű hasábra egy $m = 1$ kg tömegű testet helyezünk, melyet a csigán átvetett fonállal vízszintes irányba $F = 20$ N erővel húzunk. A lejtő hajlásszöge $\alpha = 30°$, a súrlódás elhanyagolható.

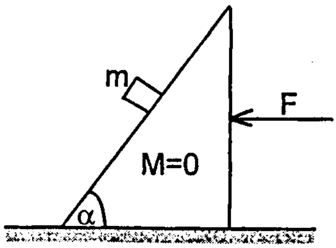
Határozzuk meg a testek gyorsulását!



47. Egy m = 1 kg tömegű testet L = 0,4 m hosszúságú, α = 60° hajlásszögű, elhanyagolható tömegű lejtő közepére helyezünk. Ugyanekkor a lejtőre vízszintes irányú, F = 25 N nagyságú erővel hatunk. A súrlódást mindenhol elhanyagolhatjuk!

a) Mekkora az m tömegű test és a lejtő talajhoz viszonyított gyorsulása?

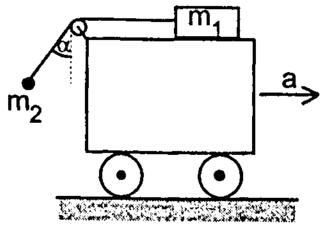
b) A lejtőhöz képest mekkora relatív sebességgel hagyja el a test a lejtőt?



48. Vízszintesen a = 5 m/s² gyorsulással mozgó kocsin m_1 = 5 kg tömegű test van, ehhez az ábrán látható módon, csigán átvetett nyújthatatlan fonálon függő, m_2 = 0,5 kg tömegű test csatlakozik. A rendszert úgy indítottuk, hogy a mozgás során az α szög állandó.

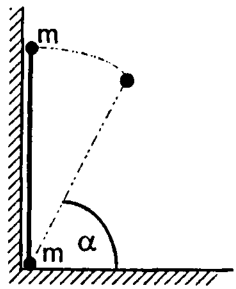
Mi annak a feltétele, hogy az m_1 tömegű test ne csússzék meg a kocsin? Mekkora a fonalat feszítő erő, ha az m_1 tömegű test és a kocsi közti súrlódási tényező

a) $\mu = 0{,}9$; *b)* $\mu = 0{,}5$?

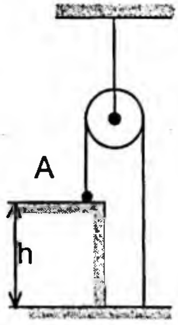


49. Két pontszerű, m = 1 kg tömegű testet súlytalan rúd köt össze. Ez a rendszer kezdetben egy függőleges fal mellett áll. A felső testet a falra merőleges síkban egyensúlyi helyzetéből kezdősebesség nélkül kimozdítjuk. A súrlódás elhanyagolható, $g = 10$ m/s².

Mekkora erővel nyomja az alsó test a függőleges falat, amikor a rúd a vízszintessel $\alpha = 60°$-os szöget zár be?

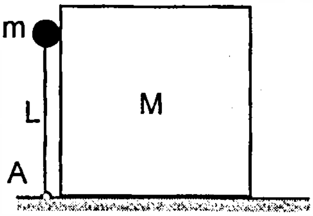


50. Egy $h = 0{,}8$ m magasságú asztal fölé az ábra szerint egy elhanyagolható tömegű, rögzített, súrlódásmentesen forgó csigát helyeztünk el. A csigára egy nagyon vékony, kis szemekből álló láncot helyeztünk, ami az asztalra és a talajra lóg le. A lánc asztalon lévő része nagyon hosszú és az A pontban egy kis kiterjedésdű kupacban helyezkedik el. A csiga rögzítését megszüntetjük, ezért forogni kezd. A lánc a csigán nem csúszik meg, a közegellenállás elhanyagolható, $g = 10$ m/s^2.



Mit állapíthatunk meg a lánc sebességéről, ha elegendő ideig várunk?

51. Egy L hosszúságú, súlytalan rúd végén, amely a rögzített A pont körül foroghat, m tömegű, kis méretű golyó található. A rúd kezdetben függőleges helyzetű és az ábra szerint egy M tömegű test mellett áll. Ha az az m tömegű test jobbra (az M tömegű testet elmozdítva) kimozdul bizonytalan egyensúlyi helyzetéből, a rendszer mozgásba jön. A súrlódás elhanyagolható.



a) Mekkora a M/m tömegarány, ha az m tömegű test akkor válik el az M tömegű testtől, amikor a rúd a vízszintessel 30°-os szöget zár be?

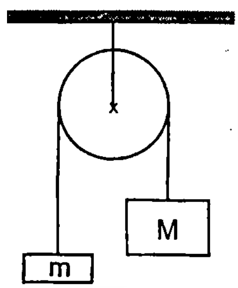
b) Mekkora ekkor az M tömegű test sebessége?

52. Vízszintes felületen lévő, m_1 és m_2 tömegű pontszerű testeket L hosszúságú, elhanyagolható tömegű, nyújthatatlan fonál köt össze.

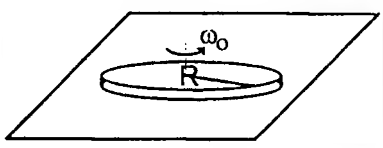
Mekkora erő feszíti a fonalat az adott pillanatban, amikor az m_1 tömegű test sebessége nulla, az m_2 tömegű test sebessége pedig v_0 és a sebesség iránya merőleges a fonálra?

53. Egy súrlódásmentesen forgó, m tömegű állócsigán átvetett, elhanyagolható tömegű kötél végeihez testeket rögzítünk, majd a rendszert magára hagyjuk. A kötél egyik végén állandóan egy $m = 5$ kg tömegű test található, a másik végére tetszés szerint bármilyen M tömegű test felhelyezhető.

Minimálisan milyen szakítóerőre kell méretezni a kötelet, hogy az bármilyen M tömegű test felhelyezése esetén se szakadjon el? A kötél a csigán nem csúszik meg.



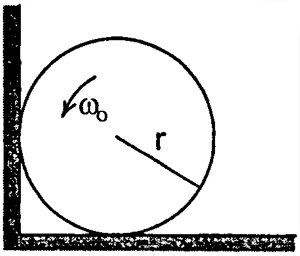
54. Egy homogén, R sugarú korongot tengelye mentén ω_0 szögsebességgel megforgatunk és a vízszintes felületre helyezzük. A korong és a felület között a súrlódási tényező μ.



Mennyi ideig forog a korong?

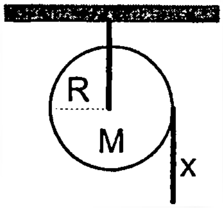
55. Egy r sugarú, homogén hengert tengelye körül ω_0 szögsebességgel megforgatunk és az ábrán látható módon a szögletbe helyezzük. A falak és a henger közötti súrlódási tényező μ.

Hány fordulatot tesz meg a henger a megállásig?



56. M tömegű, R sugarú állócsigára egy vékony, L hosszúságú, m tömegű fonalat csavarunk. A fonál egyik végét a hengerhez rögzítettük, a másik vége pedig lelóg a hengerről. A hengerről lelógó rész hossza x, a hengeren lévő fonál tömegközéppontja pedig a csiga tömegközéppontjában van, a súrlódás elhanyagolható.

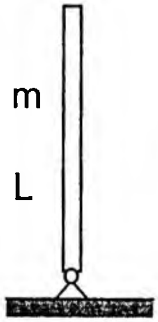
Mekkora a henger alakú csiga szöggyorsulása ?



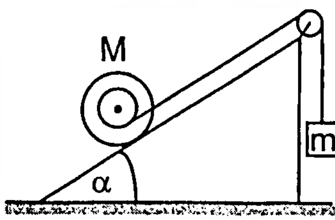
57. Nyugalomban lévő, függőleges, m tömegű, L hosszúságú rúd az alsó végpontján átmenő, vízszintes tengely körül foroghat. A rudat kezdőszögsebesség nélkül elengedjük. A súrlódás, közegellenállás elhanyagolható.

a) Határozzuk meg a rúd szögsebességét és szöggyorsulását a rúd vízszintes helyzetében?

b) Mekkora erőt fejt ki a rúd a tengelyre a rúd vízszintes helyzetében?

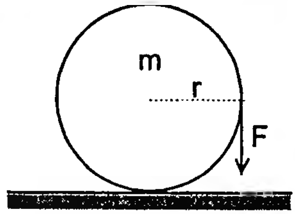


58. Írógépszalag M tömegű, R sugarú orsójának r sugarú, elhanyagolható tömegű hengerére fonalat csavarunk és azt egy α hajlásszögű lejtőre helyezzük. A fonal másik végéhez egy m tömegű testet rögzítünk és a fonalat egy elhanyagolható tömegű csigára helyezzük. A súrlódás elhanyagolható, a megfeszített fonál párhuzamos a lejtő síkjával. Adatok: $M = 2m$, $R = 3r$.



Mekkorának kell a lejtő hajlásszögét választani, hogy a rendszer magára hagyása után az orsó tengelye nyugalomban legyen?

59. Vízszintes felületen lévő, m tömegű homogén hengerre függőleges irányú, állandó nagyságú F erőt fejtünk ki, aminek következtében a henger a felületen tisztán gördül. A henger és a felület közötti tapadási súrlódási együttható μ_0.

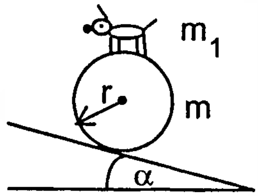


a) Mekkora maximális erőt fejthetünk ki a hengerre, hogy tisztán gördüljön?

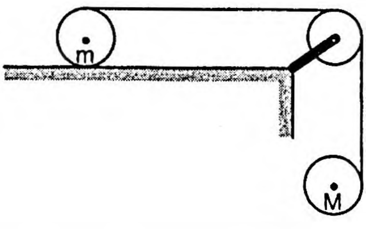
b) Mekkora a henger tömegközéppontjának maximális gyorsulása?

60. Egy α hajlásszögű lejtőről m tömegű, r sugarú tömör henger gördül csúszásmentesen lefelé. A henger palástján m_1 tömegű kutya fut oly módon, hogy minden időpillanatban a henger legfelső pontján foglal helyet.

Határozzuk meg a henger gyorsulását!



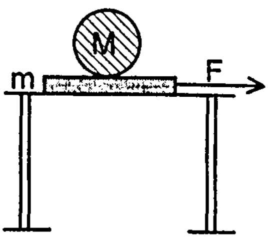
61. Egy m = 1 kg tömegű, r sugarú, homogén tömegeloszlású korong egy vízszintes felületen nyugszik. A kerületére egy elhanyagolható tömegű, nyújthatatlan fonalat tekerünk, majd a fonalat átvetjük egy elhanyagolható tömegű és csapágysúrlódású állócsigán. A fonál szabad végét egy M = 2 kg tömegű, de ugyancsak r sugarú, homogén tömegeloszlású korongra csévéljük az ábra szerint. A kezdeti időpillanatban mindkét korong nyugalomban van, majd az utóbbi korongot elengedjük. A fonál a korongok felületén nem csúszik meg.



a) Számítsuk ki, hogy legalább mekkora tapadási súrlódási együtthatóra van szükség az m tömegű korong és az alátámasztási felület között, hogy a korong csúszásmentesen gördüljön?

b) Mekkora a tapadási súrlódási együttható értéke, ha az m tömegű korong a korongok tetszőleges tömegarányánál sem csúszik meg?

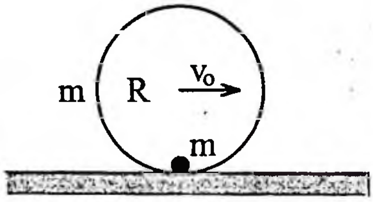
62. Az ábrán látható vízszintes asztallapon egy m = 0,5 kg tömegű vékony deszka fekszik, azon pedig egy M = 1,5 kg tömegű fahenger. Az érintkező felületek között mindenhol a súrlódási együttható μ = 0,3, a tapadási pedig μ_0 = 0,4.



a) Ha F = 10 N vízszintes erővel hatunk a deszkára, akkor mekkora a deszka a_D és a henger tömegközéppontjának a_H gyorsulása?

b) Legfeljebb mekkora F_{max} erővel húzhatjuk a deszkát, hogy a henger ne csússzon meg a deszka tetején?

63. Függőleges síkban lévő, $m = 1{,}6$ kg tömegű, $R = 0{,}2$ m sugarú abroncs kerületére szintén m tömegű, pontszerű nehezéket erősítettünk. A kezdőpillanatban a nehezék legalul van. Ebben a helyzetben az abroncsot vízszintes síkon adott kezdősebességgel elgurítjuk. Az abroncs mozgása során tisztán gördül.



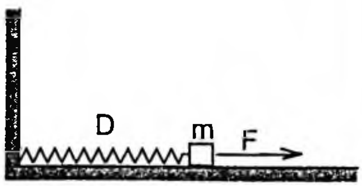
a) Maximálisan mekkora v_0 sebességgel mozoghat indításkor az abroncs középpontja, hogy az abroncs a nehezék legfelső helyzetében se távolodjon el a vízszintes talajtól?

b) A v_0 sebességgel indított abroncs mekkora erővel nyomja a talajt akkor, amikor a nehezék R távolságra van a talajtól?

1.3. Munka, energia, megmaradási tételek

64. D_1 és D_2 rugóállandójú rugókat összekapcsolunk és az így kialakított rugó egyik végét rögzítjük. Mennyi munkát kell végeznünk, ha a rugó másik végét lassan L-lel elmozdítjuk?

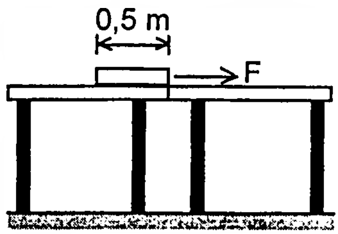
65. Vízszintes felületen lévő m tömegű testet a függőleges fallal D rugóállandójú, elhanyagolható tömegű, nyújtatlan rugó köt össze. Egy adott időpillanatban a testre egy F nagyságú, állandó, vízszintes irányú erő kezd hatni. A test és talaj közötti súrlódási tényező μ.



a) Határozzuk meg a test maximális elmozdulását!

b) Mekkora a test maximális sebessége a mozgás során?

66. Az ábrán látható módon két asztal áll szorosan egymás mellett. A bal oldali asztalon egy m = 20 kg tömegű, L = 0,5 m hosszúságú csomag fekszik. A súrlódási együttható értéke a bal oldali asztalon μ_1 = 0,1, a jobb oldalin pedig μ_2 = 0,5.



a) Mekkora legkisebb, állandó, az asztal síkjával párhuzamos F erővel húzható át a csomag a jobb oldali asztalra?

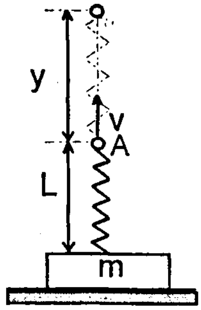
b) A mozgás során hol maximális a csomag gyorsulása és sebessége, mekkorák a maximum értékek?

c) Mennyi ideig tart a csomag áthúzása a legkisebb állandó erővel?

67. Vízszintes felületen nyugvó $m = 5$ kg tömegű testhez egy függőleges helyzetű, $D = 5$ N/cm rugóállandójú, $L = 50$ cm hosszú, nyújtatlan rugót erősítünk. A rugó felső végét állandó $v = 2$ m/s húzzuk felfelé.

a) Mekkora a test sebessége, gyorsulása és a talajtól mért távolsága abban a pillanatban, amikor az A pont elmozdulása $y = 50$ cm lesz?

b) Az A pont $y = 50$ cm elmozdulásakor mennyi munkát végzett a rugó felső végére ható erő?



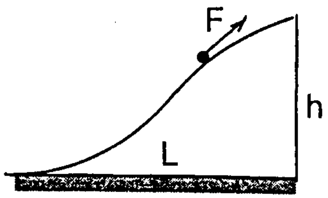
68. Egy $m = 300$ kg tömegű, légcsavarral hajtott motoros szán $v_1 = 21{,}6$ km/h sebességgel halad vízszintes havas talajon. Ekkor a motor hasznos teljesítménye $P_1 = 2$ kW. Ha pedig a szán $v_2 = 36$ km/h sebességgel siklik, akkor a motor teljesítménye $P_2 = 4{,}3$ kW lesz. (A közegellenállási erőt a sebesség négyzetével vegyük arányosnak!)

a) Mekkora a súrlódási együttható a szánkótalp és a talaj között?

b) Mekkora v_3 sebességre gyorsulna fel a szán az $\alpha = 20°$-os hajlásszögű havas lejtőn kikapcsolt motor esetén?

69. Egy m tömegű pontszerű testet olyan F erővel húzunk fel egy h magasságú, L alapú dombra, amely állandóan a nem egyenes alakú pálya érintőjének irányába mutat. A test állandó sebességgel mozog a dombon, a test a talaj közötti súrlódási tényező μ.

Mennyi munkát végeztünk a test felhúzása során?

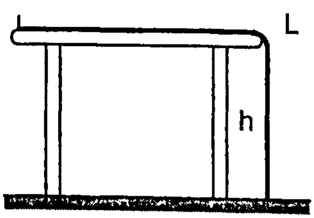


70. Az m tömegű vonat úgy kezd mozogni, hogy a sebessége a $v = b\sqrt{s}$ összefüggés szerint változik, ahol b ismert állandó, s pedig a megtett út.

Határozzuk meg a vonatra ható erők eredőjének munkáját a mozgás megkezdése utáni t idő alatt!

71. A bal oldali végén rögzített L hosszúságú vékony lánc egy h magasságú asztalon helyezkedik el úgy, hogy a másik vége éppen a talajra ér. A súrlódás elhanyagolható.

Milyen sebességgel hagyja el a lánc az asztalt, ha a bal oldali vég rögzítését megszüntetjük?



72. Pontszerű, m tömegű testet vízszintes síkon vízszintes irányú v_0 kezdősebességgel elindítunk.

a) Határozzuk meg a súrlódási erő átlagos teljesítményét a mozgás időtartamára, ha $m = 1$ kg, $v_0 = 1{,}5$ m/s, $\mu = 0{,}27$!

b) Mekkora a súrlódási erő teljesítményének maximuma, ha a súrlódási együttható a $\mu = bx$ törvény szerint változik, ahol x a megtett út, b pedig pozitív állandó.

73. A K koordináta-rendszer x tengelye mentén egy m_1 tömegű test v_1, egy másik, m_2 tömegű test v_2 sebességgel mozog azonos irányba.

a) Milyen v sebességgel mozogjon a K-val párhuzamos K* koordinátarendszer, hogy ebben a rendszerben a testek kinetikus energiája a legkisebb legyen?

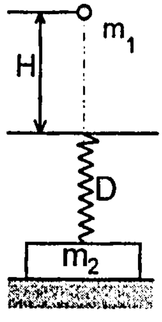
b) Mekkora ez a legkisebb kinetikus energia?

74. A mohácsi komphajó a partról nézve merőleges irányban kel át a Dunán $t = 3$ perc alatt. Az üzemanyag-szennyeződésből adódó üzemzavar miatt az átkelési idő – továbbra is merőleges irányban – duplájára nőtt meg. A folyó állandó sebessége $c = 5{,}4$ km/h, szélessége $d = 540$ m.

a) Mekkora komphajó vízhez viszonyított sebességeinek q aránya?

b) Mekkora a hajtómotor lecsökkent teljesítményének p aránya a normál üzemi teljesítményhez képest? Tételezzük fel, hogy a víz közegellenállási ereje a relatív sebesség négyzetével arányos!

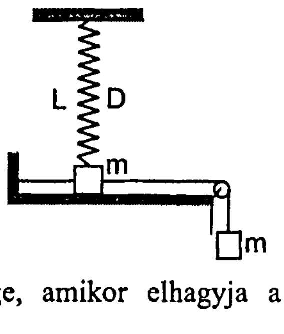
75. Egy függőleges tengelyű, $D = 0{,}5$ N/cm direkciós erejű rugó alsó végét $m_2 = 50$ g tömegű, az asztalon fekvő hasábhoz, a felső végét pedig egy elhanyagolható tömegű, vízszintes helyzetű lemezhez erősítettük. A lemezre H magasságból $m_1 = 200$ g tömegű gyurmagolyót ejtünk, amely a lemezhez ragad. A létrejövő harmonikus rezgés egy adott fázisában a hasáb és az asztal közötti nyomóerő éppen zérus lesz.



a) Mekkora a minimális H magasság?

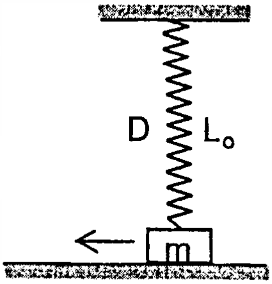
b) Mekkora t idő telik el a golyó elejtésétől a nyomóerő zérussá válásáig?

76. Vízszintes felületen lévő, m tömegű testhez két fonalat rögzítünk. Az egyik fonál másik végét a függőleges falhoz rögzítjük, míg a másik fonalat egy elhanyagolható tömegű csigára helyezzük és a másik végéhez szintén egy m tömegű testet rögzítünk. A vízszintes felületen lévő testet L hosszúságú, nyújtatlan, $D = 5\ mg/L$ rugóállandójú rugó köti össze a mennyezettel, a súrlódás elhanyagolható. Egy adott pillanatban a bal oldali fonalat elégetjük.



Mekkora a vízszintes felületen lévő test sebessége, amikor elhagyja a vízszintes felületet?

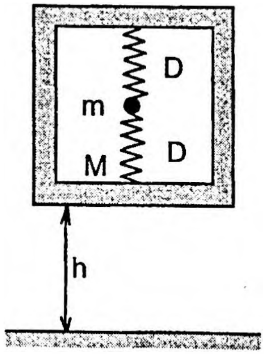
77. Elhanyagolható tömegű, D = 100 N/m rugóállandójú rugó egyik végére vízszintes felületen lévő, m = 4 kg tömegű, pontszerű testet akasztunk, a másik végét úgy rögzítjük, hogy a rugó kezdetben függőleges, nyújtatlan és hosszúsága L_0 = 1,2 m. A súrlódás elhanyagolható!



a) Mekkora az a legkisebb sebesség, amivel az m tömegű testet vízszintes irányba el kell indítanunk, hogy elhagyja a vízszintes felületet?

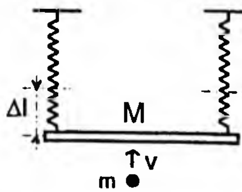
b) Az *a*) pontban meghatározott sebességgel indítva a testet, mely helyzetben csökken a sebesség felére és mekkora erővel nyomja ekkor a test a vízszintes felületet?

78. Egy M = 4 kg tömegű nyitott dobozt az ábrán látható módon, két azonos, D = 200 N/m rugóállandójú függőleges rugóval egy m = 0,25 kg tömegű testtel kapcsoltunk össze. Ezt a rendszert h magasságból úgy ejtjük el, hogy az indulás pillanatában a rugók nyújtatlanok. A doboz a talajjal rugalmatlanul ütközik. A közegellenállás elhanyagolható!



Milyen h magasságba kell felemelni a dobozt, hogy az a talajjal való rugalmatlan ütközés után felemelkedjen a talajról?

79. Két végén rugóval felfüggesztett lécet alulról, középen lövedékkel lövünk át. A lövedék sebessége a léc előtt v = 50 m/s, az átfúródás után pedig u = 40 m/s. A léc tömege M = 200 g, a lövedéké pedig m = 20 g. A rugók megnyúlása a léc nyugalmi állapotában Δl = 10 cm.



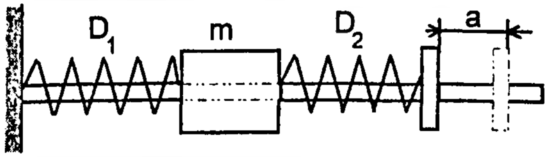
a) Közvetlenül a lövedék átfúródása után mekkora lesz a léc c sebessége?

b) Milyen mozgást végez a léc ezután? Adjuk meg a kitérés - idő függvényt!

c) Mennyi idő múlva tér vissza a léc a kiindulási helyére!

80. Egy m = 0,25 kg tömegű test egy vízszintes rúdon súrlódásmentesen mozoghat. A testet az ábra szerint D_1 = 150 N/m és D_2 = 250 N/m rugóállandójú rugókhoz rögzítjük oly módon, hogy a bal oldali rugó nyújtatlan, a jobb oldalit pedig a = 4 cm-rel összenyomtuk. A test és a rugóknak a testtel nem érintkező végei rögzítettek. A test rögzítését megszüntetjük.

Határozzuk meg a kialakuló rezgőmozgásra vonatkozólag az amplitudót, a maximális sebességet és a rezgésidőt!



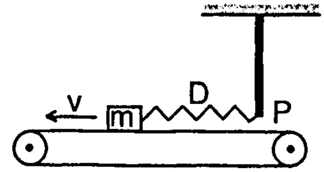
81. Vízszintes síkban fekvő $2a = 20$ cm nagytengelyű, $2b = 12$ cm kistengelyű ellipszispályán egy $m = 0{,}1$ kg tömegű test mozoghat súrlódásmentesen. Az ellipszis gyújtópontjaihoz $L_1 = 8$ cm, illetve $L_2 = 4$ cm hosszúságú, $D_1 = 2$ N/cm, illetve $D_2 = 8$ N/cm rugóállandójú rugalmas gumiszálakat rögzítünk, majd ezek másik végeit az m tömegű testhez kötjük.

a) Hol lehet az m tömegű test egyensúlyban?

b) Helyezzük a testet az ellipszispálya azon pontjára, ahol a D_1 rugóállandójú gumiszál a lehető legjobban meg van nyújtva. Kissé kimozdítva ebből a helyzetből, a pálya mely pontján áll meg először a test?

c) Mozgása során hol lesz a legnagyobb a test sebessége, és mekkora ez a sebesség?

82. A $v = 2$ m/s sebességgel mozgó, vízszintes futószalagra egy $m = 2$ kg, zérus kezdősebességű testet helyezünk, amelyhez egy nyújtatlan, $D = 120$ N/m rugóállandójú rugót erősítettünk. A rugó másik végét egy nyugvó P ponthoz rögzítettük. A test és a szalag közötti súrlódási együttható értéke $\mu = 0{,}6$.



a) Írjuk le a test mozgását nyugvó koordináta-rendszerből!
Mekkora lesz a mozgás folyamán a test maximális sebessége és gyorsulása?

b) Vázoljuk a sebesség - idő, gyorsulás - idő grafikonokat az első másodpercben (0 - 1 s) intervallumban!

c) Mennyivel kell megnövelni a szalagot meghajtó villanymotor teljesítményét, miután a testet a futószalagra helyeztük, hogy a szalag sebessége állandó maradjon?

83. Az M tömegű Nap körül ellipszis alakú pályán m tömegű bolygó kering. A bolygó Naptól mért legkisebb, illetve legnagyobb távolsága r_1, illetve r_2.
Határozzuk meg a bolygó a Nap középpontjára vonatkozó impulzusnyomatékát!

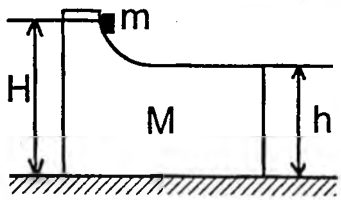
84. Bizonyítsuk be, hogy az M tömegű bolygó körül keringő m tömegű mesterséges hold összenergiája csak az ellipszis nagytengelyének $2a$ hosszától függ!
Határozzuk meg az összenergiát!

85. Az R sugarú, M tömegű Föld körül $r = 2R$ sugarú körpályán mesterséges hold kering. Egy adott pillanatban a Föld középpontja felé irányuló impulzust kap, amelyhez akkora sebesség tartozik, mint amekkora eddig a mesterséges hold sebessége volt.

a) Milyen távolságra közelíti meg a mesterséges hold a Föld középpontját?

b) Mekkora a sebessége a legközelebbi pontban?

86. Az ábrán látható $M = 2$ kg tömegű test szabadon csúszhat a vízszintes asztalon. Görbe kiképzésű lapjának jobb oldali része vízszintes. Egy $m = 1{,}2$ kg tömegű testet helyezünk rá az asztallaptól számított $H = 1{,}3$ m magasságban, a rendszert magára hagyjuk. A súrlódás elhanyagolható, $h = 0{,}5$ m.

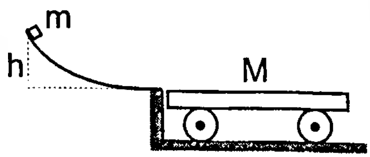


Milyen messze lesz a két test egymástól, amikor az m tömegű test az asztalra esik?

87. Vízszintes síkon egy $m = 20$ kg tömegű kutya elhanyagolható tömegű kötéllel $M = 30$ kg tömegű szánkót akar vontatni. A mozgás során a megfeszített kötél vízszintes, a kutya a szánkó irányába mozog. A kutya és a szánkó távolsága megfeszített kötél esetén $L = 2$ m. A csúszási és a tapadási tényezőt vegyük azonosnak.

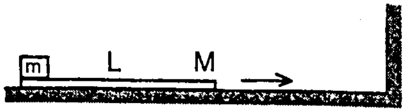
Egyszeri nekirugaszkodásra milyen maximális távolságra tudja a kutya elmozdítani a szánkót, ha a szánkó és a talaj, valamint a kutya lábai és a talaj között a súrlódási tényező megegyezik?

88. Egy m tömegű test h magasságú, vízszintesben végződő dombról csúszik le súrlódásmentesen és rácsúszik egy M tömegű, álló kocsira. A test és a kocsi platója közötti súrlódási együttható μ.



Mekkora utat tesz meg a test a kocsin?

89. Vízszintes felületen lévő, L hosszúságú, M tömegű deszka bal oldalán m tömegű pontszerű test található. A deszka és test közötti csúszási súrlódási együttható μ. Az állandó sebességgel mozgó deszka és a talaj közötti súrlódás elhanyagolható.



Legalább mekkora sebességgel mozogjon a deszka, hogy a függőleges fallal való rugalmas ütközés után az m tömegű test leessen róla?

90. Az ábrán látható, nyugalomban lévő M tömegű testen egy pontszerű, m tömegű test található, amelyet v_0 kezdősebességgel elindítunk. A súrlódás mindenhol elhanyagolható.

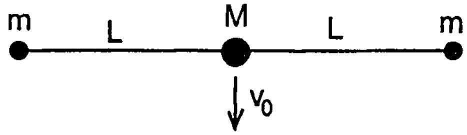
Milyen magasra emelkedik az m tömegű test?

91. Vízszintes, egyenes csatornában három nyugvó, tökéletesen rugalmas golyó helyezkedik el úgy, hogy nem érnek össze. A bal oldali, $m_1 = 0{,}4$ kg tömegű golyónak adott $v_0 = 2{,}5$ m/s kezdősebességet adva a középső, m_2 tömegű golyónak ütközik, majd az m_2 tömegű golyó, a jobb oldali, $m_3 = 0{,}9$ kg tömegű golyót hozza mozgásba. (A közegellenállástól és egyéb veszteségektől tekintsünk el!)

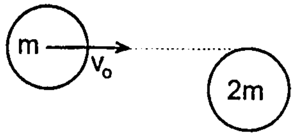
a) Adott m_1 és m_3 esetében mekkorának válasszuk m_2 –t, hogy a jobb oldali golyó a lehető legnagyobb sebességre tegyen szert?
b) Mekkora ez a sebesség?

92. Három rugalmas golyót, melynek tömegei m, M, m, két azonos L hosszúságú, elhanyagolható tömegű fonállal összekapcsolunk és vízszintes asztalra helyezzük úgy, hogy azok egy egyenesben helyezkednek el. Egy adott pillanatban a M tömegű golyót a fonalakra merőleges v_0 sebességgel elindítjuk. A súrlódás elhanyagolgató.

a) Határozzuk meg a golyók sebességét az m tömegű golyók rugalmas ütközése utáni pillanatban!
b) Mekkorák lesznek a golyók sebességei abban a pillanatban, amikor a golyók az m tömegű golyók ütközése után először egy egyenesben lesznek?
c) Határozzuk meg az m tömegű golyó sebességét abban a pillanatban, amikor a golyók első rugalmas ütközése után a M tömegű golyó megáll?
d) Állapítsuk meg ebben a helyzetben a két fonál által bezárt szöget!

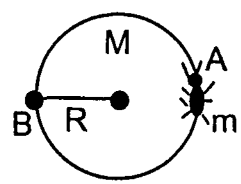


93. Vízszintes felületen lévő azonos nagyságú m és $2m$ tömegő golyók rugalmasan ütköznek. Az ütközés előtt a $2m$ tömegű golyó nyugalomban van, a v_0 sebességű, m tömegű golyó sebességvektorának iránya éppen érinti az eddig álló golyót.



a) Milyen irányba indulnak el a golyók az ütközés után?
b) Mekkora lesz a golyók ütközés utáni sebessége?

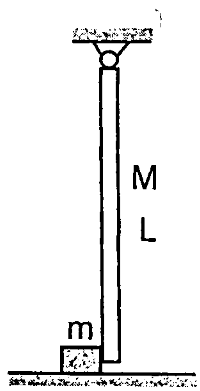
94. M tömegű, R sugarú kis fakorong álló vízben úszik. A korong peremén m tömegű bogár ül.



a) Mekkora szöggel fordul el a korong, ha a bogár állandó sebességgel átmászik a korong kerületén az A pontból a B pontba? A közegellenállástól tekintsünk el!
b) Határozzuk meg a bogár elmozdulását!

95. Egy homogén, $M = 1{,}5$ kg tömegű, $L = 0{,}9$ m hosszúságú rudat felső végével csuklóhoz erősítünk, a rudat vízszintes helyzetbe kitérítjük, majd kezdősebesség nélkül elengedjük. A rúd függőleges helyzetében az ábrán látható módon *a*) rugalmatlanul, *b*) rugalmasan ütközik egy $m = 1$ kg tömegű testtel.

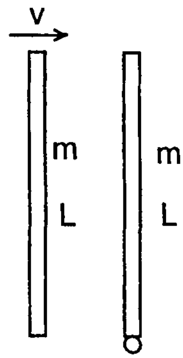
Határozzuk meg, mekkora utat tesz meg az m tömegű test az *a*) és *b*) esetben a vízszintes lapon, ha a súrlódási együttható $\mu = 0{,}2$.



96. Vékony, homogén, egyik végén függőleges tengellyel ellátott, $L = 0{,}36$ m hosszú rúd nyugszik egy vízszintes asztalon. Az asztal és a rúd közötti súrlódási együttható $\mu = 0{,}1$. A nyugalomban lévő rúddal rugalmatlanul ütközik egy vele egyenlő tömegű, L hosszúságú, $v = 6$ m/s sebességű rúd. Az ütközés előtti pillanatban a rudak párhuzamosak, majd összetapadnak.

a) Legalább hány fordulatot tesznek meg a megállásig?

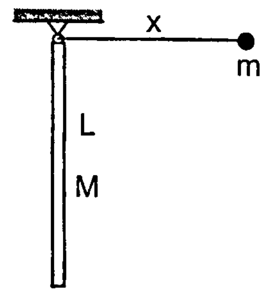
b) Hány fordulatot tesznek meg, ha a nyomóerő a rudak hossza mentén egyenletesen oszlik el?



97. Az ábra szerint a mennyezetre egymás mellé felfüggesztünk egy x hosszúságú fonálingát, amelynek végén egy m tömegű test található, és egy $L = 0{,}6$ m hosszúságú, $M = m/3$ tömegű rudat. A fonálingát vízszintes helyzetbe kitérítjük, majd elengedjük. A rúd és az m tömegű test rugalmasan ütköznek.

a) Milyen x hosszúságúnak válasszuk a fonálingát, hogy a rugalmas ütközés során az m tömegű test az összes energiát átadja a rúdnak?

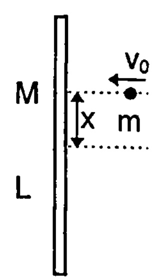
b) Határozzuk meg a rúd tömegközéppontjának a sebességét az ütközés utáni pillanatban!

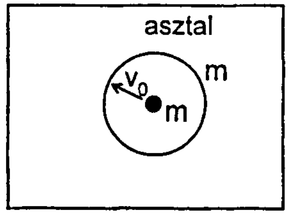


98. Légpárnás asztalon a nyugalomban lévő, $M = 2$ kg tömegű, $L = 0{,}6$ m hosszúságú homogén rúddal rugalmasan ütköztetünk egy $m = 1{,}5$ kg tömegű korongot. A korongot egy bizonyos sebességgel a rúdra merőlegesen indítjuk el.

a) A rúd tömegközéppontjától milyen x távolságban kell indítani a korongot, hogy az rugalmas ütközés során az összes energiáját átadja a rúdnak?

b) Mekkora sebességgel mozognak a rúd végpontjai az ütközés utáni pillanatban, ha a korongot v_0 sebességgel indítottuk?



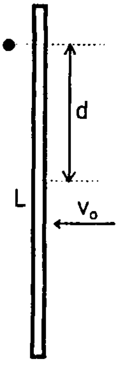


99. Vízszintes, légpárnás asztal közepére m tömegű, r sugarú gyűrűt helyezünk, annak közepébe pedig egy m tömegű kis korongot. A korongnak v_0 kezdősebességet adunk, majd magára hagyjuk a rendszert.

a) Írjuk le, hogyan mozog a gyűrű - korong rendszer!

b) Adjuk meg a korong elmozdulás - idő és sebesség - idő grafikonját! (A gyűrű sugara r = 6 cm és a v_0 = 3 cm/s, az ütközések tökéletesen rugalmasak.)

c) Eljuthat-e a korong az asztal szélére, ha az elég nagy?



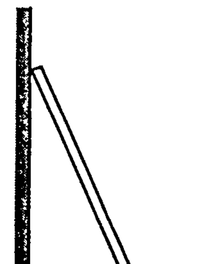
100. Légpárnás asztalon v_0 = 3,7 m/s sebességgel mozgó, L = 0,6 m hosszúságú, vékony, homogén rúd egy, a rúd tömegközéppontjától $d = \frac{5}{12}L$ távolságra lévő rögzített gumidugóval ütközik. A gumidugóból a rúdra állított merőleges egyenes és a $\mathbf{v}_0$ vektor egymással párhuzamosak, az ütközés rugalmas.

a) Határozzuk meg a rúd végpontjainak sebességét az ütközés utáni pillanatban!

b) Mekkorának válasszuk meg d értékét, ha azt akarjuk elérni, hogy a rúd az első ütközés után ne végezzen haladó mozgást?

c) Mennyi idő múlva következik be ekkor a második ütközés?

1.4. Sztatikai és hidrosztatikai problémák



101. Homogén, m = 20 kg tömegű rudat, melynek végei súrlódásmentesen mozoghatnak a vízszintes, illetve függőleges síkon, az ábra szerint rögzítettünk. A rúd és a fonál azonos függőleges síkban helyezkednek el, a rúd α = 60°-os, a fonál β = 20°-os szöget zár be a vízszintes síkkal.

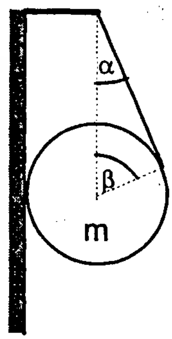
a) Határozzuk meg, hogy a rúd egyensúlya esetén mekkora erő feszíti a fonalat!

b) Rögzített α szög esetén hogyan változtathatjuk a β szög értékét, azaz hova köthetjük a fonalat, hogy a rúd továbbra is egyensúlyi helyzetben legyen?

102. Fonállal felfüggesztett, m tömegű golyó a függőleges falnak támaszkodik. A felfüggesztési pont és a golyó középpontja azonos függőleges síkban vannak, a fonál a függőleges iránnyal α szöget zár be. Ismert továbbá, hogy $\alpha+\beta = 90°$.

a) Mekkorának kell a golyó és a fal közötti tapadási súrlódási együttható értékét választani, hogy a golyó egyensúlyban legyen?

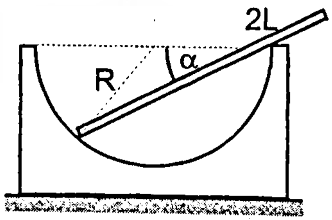
b) Mekkora erő feszíti ekkor a fonalat?



103. Egyenes, homogén, $2L$ hosszúságú, m tömegű rúd az ábra szerint egy R sugarú, félgömb alakú csésze szélére támaszkodik. A súrlódás elhanyagolható.

a) Egyensúlyban mekkora szöget zár be a rúd a vízszintessel?

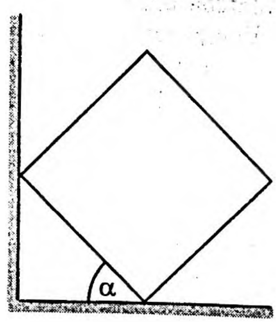
b) Határozzuk meg a rúd lehetséges hosszát!



104. Az ábrán látható homogén kocka egyik élével a padlóra, a másikkal a függőleges falhoz támaszkodik. A kocka és a padló között a súrlódási együttható $\mu_1 = 0,2$, a kocka és a fal között $\mu_2 = 0,1$. A kocka oldaléle $a = 10$ cm hosszúságú, tömege $m = 2,7$ kg.

a) Határozzuk meg, hogy a padló és a kocka lapja által bezárt α szög milyen értékei esetén lehet egyensúly?

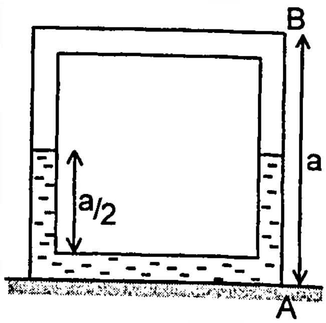
b) Mekkora erők hatnak a kockára, ha a kocka lapja $\alpha = 40°$-os szöget zár be a vízszintessel?



105. Az ábrán látható négyzet alakú zárt csőben félig víz van. A cső síkja függőleges. A cső anyagának és a benne levő víznek a tömege egyaránt 200-200 g.

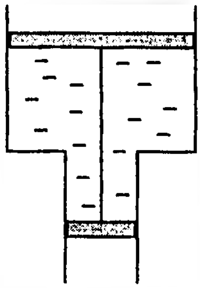
a) Függőleges síkban, a rögzített A pont körül mikor borítható fel könnyebben a rendszer: ha a benne levő víz folyékony állapotban van, vagy pedig ha a vizet megfagyasztjuk?

b) Adjuk meg mindkét esetben a felborításhoz szükséges minimális munka nagyságát, ha a négyzet oldala $a = 50$ cm! (A levegő tömegét hanyagoljuk el!)

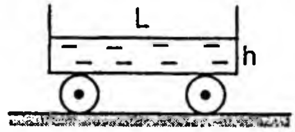


106. Függőleges, mindkét végén nyitott, különböző keresztmetszetű hengerben két, súrlódásmentesen mozgó, elhanyagolható tömegű, A_1, illetve A_2 keresztmetszetű dugattyú helyezkedik el, amelyeket L hosszúságú, nyújhatatlan fonál köt össze. A dugattyúk közötti térben ρ sűrűségű folyadék található, a dugattyúk egyensúlyban vannak.

Határozzuk meg mekkora erő feszíti a fonalat?



107. Egy L = 4 m hosszúságú, b = 2 m szélességű, téglatest alakú tartálykocsiban h = 1,6 m magasságú vízoszlop van.



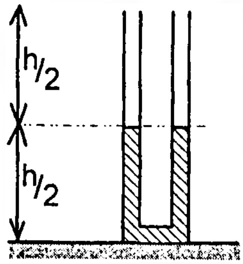
a) Mekkora erő hat a tartálykocsi egyes oldalaira?

b) Mekkora az egyes oldallapokra ható erő, ha a tartálykocsi a = 2 m/s^2 gyorsulással mozog?

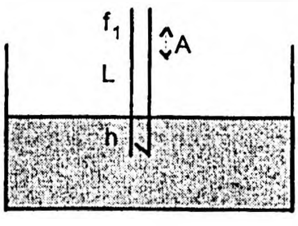
108. Az ábrán látható h magasságú U alakú közlekedőedényben $h/2$ = 10 cm magasan higany van. A cső bal oldali szárába annyi vizet öntünk, hogy az éppen kicsorduljon. A cső vízszintes hossza L = 5 cm.

a) Mekkora a vízoszlop magassága?

b) Mekkora állandó gyorsulással mozgassuk vízszintes irányban az U alakú csövet, hogy mindkét szárban ismét azonos magasságban álljon a higany?



109. Egy kb. L = 1 méter hosszú csövet h = 25 cm mélyen, függőleges helyzetben vízbe helyezünk. A cső alján egy felfelé nyíló szelep van. A felső vége nyitott. Ekkor a csőben hamarosan a vízszint megegyezik a külső víz szintjével /közlekedő edénynek megfelelően/. Ezt követően egy vibrátor segítségével a csövet hosszának irányában A = 1,5 mm amplitudóval, f_1= 10 Hz frekvenciával harmonikus rezgésbe hozzuk.



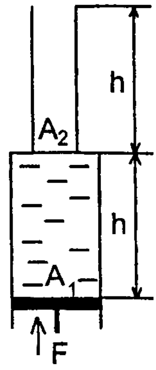
a) Mekkora lesz a víz h_1 magassága a cső belsejében elég hosszú idő után? (g = 10 m/s^2.)

b) Mekkora f_2 frekvencival, változatlan A amplitúdóval kellene rezgetni a csövet, hogy a felső végén kifollyon a víz?

110. Az ábrán látható, egymásba szimmetrikusan csatlakozó függőleges csövek keresztmetszetei $A_1 = 40\ \mathrm{cm}^2$, illetve $A_2 = 10\ \mathrm{cm}^2$ területűek, hosszúságuk pedig $h = 0{,}5$ m. Az alsó, vízzel teljesen megtelt csőből a vizet egy $m = 1$ kg tömegű, súrlódásmentesen mozgó dugattyúval akarjuk kinyomni. A víz sűrűsége $\rho = 1000\ \mathrm{kg/m}^3$, $g = 10\ \mathrm{m/s}^2$.

a) Ábrázoljuk a dugattyú lassú mozgatásához szükséges erőt a dugattyú elmozdulásának függvényében!

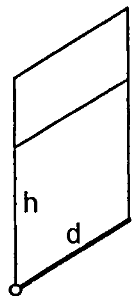
b) Számítsuk ki az F erő által végzett munkát!



111. Egy téglatest alakú zsilipkamrában h magasságú, ρ sűrűségű folyadék található. A lenyitható zsilipkamra-ajtó szélessége d, és a rögzített forgástengelye a zsilipkamra aljánál helyezkedik el.

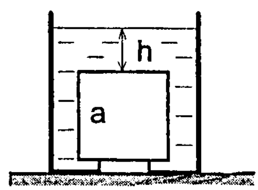
a) Mekkora forgatónyomatékot gyakorol a víz az ajtóra?

b) Határozzuk meg a nyomóerő támadáspontjának helyét!



112. Egy edény alján kis peremmel rendelkező kör alakú nyílás van. Erre a peremre ráállítunk egy $a = 10$ cm élű, $\rho_f = 600\ \mathrm{kg/m}^3$ sűrűségű fakockát, majd annyi vizet öntünk az edénybe, hogy a kocka felső lapját $h = 5$ cm magas vízoszlop borítsa. A víz sűrűsége $\rho_v = 1000\ \mathrm{kg/m}^3$.

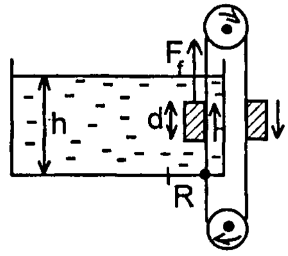
Mennyi az edény alján lévő nyílás sugara, ha a kocka nem emelkedik fel a vízben?



113. Egy $m = 1{,}2$ kg tömegű, kis felületre spirálisan összetekert, vékony, $L = 4$ m hosszúságú, $\rho = 3000\ \mathrm{kg/m}^3$ sűrűségű lánc a $h = 2$ m mélységű tó fenekén nyugszik. A víz sűrűsége $\rho_v = 1000\ \mathrm{kg/m}^3$, $g = 10\ \mathrm{m/s}^2$.

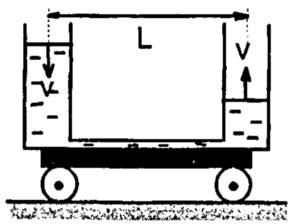
Legalább mekkora mechanikai munkavégzés árán sikerül a láncot, egyik végénél fogva, függőlegesen mozgatva, kihúzni a vízből?

114. Az ábrán látható szerkezet kettő - egymás fölötti - hengerből, az azokat összekötő szíjból, a szíjra erősített azonos méretű és tömegű kis hasábból, és egy vizet tartalmazó edényből áll. Ha valamelyik hasáb a szíj forgásakor az R résen bejut a folyadékba, akkor azon az F_f felhajtóerő munkát végez mindaddig, míg ki nem jut onnan. Ha az R rést a hasáb bejutásakor alkalmas módon sikerül nyitni és zárni, akkor úgy tűnik, hogy a szerkezet örökké mozogni fog, sőt munkát végez energiabefektetés nélkül.



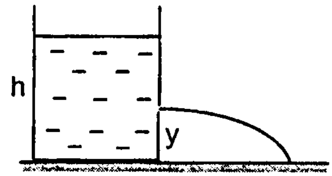
Vajon működik-e az így szerkesztett örökmozgó? A választ részletesen indokoljuk a szükséges számításokkal alátámasztva!

115. Kezdetben nyugalomban lévő kiskocsihoz két függőleges, A keresztmetszetű, hengeres edényt rögzítünk, amelyeket csappal ellátott, vékony cső köt össze. Az edények tengelyeinek távolsága L. A bal oldali edénybe ρ sűrűségű folyadékot öntünk, ekkor a nyugalomban lévő rendszer teljes tömege m.



Mekkora sebességgel mozog a kiskocsi a csap kinyitása után abban a pillanatban, amikor az edényekben a folyadékszintek sebessége v?

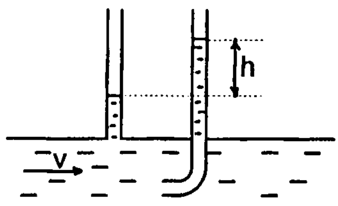
116. Vízszintes talajon álló edény h magasságig vízzel van megtöltve.



a) A talajtól mérve milyen y magasságban készítsünk kis nyílást az edény oldalán, hogy a kiömlő vízsugár a legtávolabb érje a talajt?

b) Mekkora ez a maximális távolság?

117. Vízszintes csőben folyadék áramlik. Az azonos keresztmetszetű, függőleges csövekben a folyadékszintek különbsége $h = 0{,}2$ m.



Milyen v sebességgel áramlik a folyadék a vízszintes csőben?

2. Hőtan

2.1. Gáztörvények, a termodinamika első főtétele

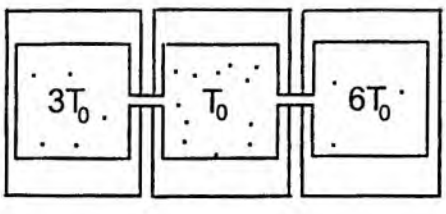
118. Függőleges, mindkét végén zárt, vékony csőben a h = 20 cm hosszúságú higanyoszlop L_1 = 10 cm és L_2 = 40 cm hosszúságú levegőoszlopokat választ el. A csövet 180° -kal elfordítva a higanyoszlop ΔL = 10 cm-rel elmozdul. A higany sűrűsége ρ = 13 600 kg/m³, g = 10 m/s².

a) Határozzuk meg a cső eredeti helyzetében a levegőoszlopok nyomását!

b) Hányszorosára kell növelni a rendszer Kelvin-skálán mért hőmérsékletét, hogy az átfordítás után az alsó levegőoszlop hosszúsága L_3 = 33,2 cm legyen? A higany és az üvegcső hőtágulásától eltekintünk.

119. Három, egyenlő térfogatú, hővezető anyagból készült tartályt, amelyekben egyatomos ideális gáz van, vékony csövek kötnek össze. Kezdetben a tartályok T_0, $3T_0$, $6T_0$, hőmérsékletre felfűtött elektromos kemencékben helyezkednek el, ekkor a rendszerben a gáz nyomása p_0. Egy adott pillanatban az összekapcsolt tartályokat kiemeljük és a környezettől azonnal elszigeteljük. A tartályok hőkapacitása elhanyagolható. Adatok: T_0 = 300 K, p_0 = 10⁵ Pa.

Mekkora lesz az egyes tartályokban a gáz nyomása és hőmérséklete, ha elegendő ideig várunk?

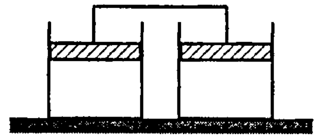


120. Egy függőleges hengerben, amelynek mindkét vége zárt, súrlódásmentesen mozgó dugattyú található. A dugattyú alatt és felett azonos tömegű és minőségű, T_1 = 288 K hőmérsékletű ideális gáz van. A dugattyú súlya miatt a felső rész térfogata háromszorosa az alsó rész térfogatának.

Mennyire kell lehűteni a rendszert, hogy az alsó rész térfogata a felére csökkenjen?

121. Függőleges, alul zárt hengerben igen könnyű, súrlódásmentesen mozgó dugattyú alatt a külső légnyomással megegyező nyomású ideális gáz van. A dugattyút a henger aljával rugó köti össze. Ha a gázt a dugattyú alól kiszivattyúznánk, a dugattyú és a henger aljának távolsága az eredeti távolság felére csökkenne.

Hányszorosára kell növelni a gáz Kelvin-skálán mért hőmérsékletét, hogy a térfogata másfélszeresére növekedjék?



122. Azonos keresztmetszetű, rögzített hengerekben lévő, súrlódásmentesen mozgó, súlytalan dugattyúk azonos tömegű, térfogatú, hőmérsékletű levegőt zárnak el. A dugattyúkat elhanyagolható tömegű, merev rudakkal összekapcsoltuk. A külső légnyomás $p_0 = 10^5$ Pa. A bal oldali hengerben lévő levegő Kelvin-skálán mért hőmérsékletét 3/2-szeresére növeljük, míg a jobb oldali hengerben lévő levegő hőmérsékletét állandó értéken tartjuk.

a) Határozzuk meg a kialakult egyensúlyi állapotban az egyes hengerekben lévő levegő nyomását!

b) Hányszorosára nőtt a gázok térfogata?

123. Vékony, mindkét végén nyitott, A keresztmetszetű, U alakú csőben higany van, amely a csőben súrlódásmentesen mozoghat. A higany szintjét kicsit kitérítve a higanyszál T_1 periódusidejű harmonikus rezgőmozgást végez. Csatlakoztassunk az U alakú cső nyitott végeihez két egyforma, V_0 térfogatú, hőszigetelő üveggömböt, melyekben p_0 nyomású gáz van! Az U alakú csőben lévő gáz térfogata V_0 mellett elhanyagolható. Kis kitérések esetén most T_1 periódusidővel végez harmonikus rezgőmozgást a csőben lévő higany.

Határozzuk meg a gömbökben lévő gáz $\kappa = c_p/c_v$ fajhőhányadosát!

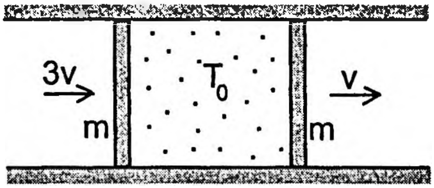
124. Egy zárt, állandó térfogatú tartályban egyatomos és kétatomos ideális gázból álló gázkeverék van. A gázmolelulák száma $N_1 = 10^{23}$. A gázkeverék Kelvin-skálán mért hőmérsékletét 13-szorosára növelve a molekulák egy része atomokra esik szét, aminek következtében a gáz nyomása $\frac{52}{3}$-szorosára, belső energiája 14-szeresére nő.

a) Hány darab egyatomos gázrészecskét tartalmazott az eredeti gázkeverék?

b) A gázmolekulák hányadrésze esett szét atomokra?

125. Vízszintes, hőszigetelt hengerben két $m = 8{,}31$ kg tömegű dugattyú $n = 1$ mol egyatomos, $T_0 = 300$ K hőmérsékletű ideális gázt zár el. Egy adott pillanatban a dugattyúkat egy irányba $v = 9$ m/s, illetve $3v$ sebességgel elindítjuk. A súrlódás, a külső légnyomás és a gáz tömege a dugattyúk tömegéhez képest elhanyagolható. A dugattyúk hőkapacitásától eltekintünk.

Milyen maximális hőmérsékletre melegszik fel a gáz?



126. A világűrben egy V = 20 m^3 térfogatú űrkabinban utazó asztronauták azt tapasztalják, hogy a normál nyomású, T = 300 K hőmérsékletű kabinban az állandó hőmérséklet ellenére a levegő nyomása óránként q = 1%-kal csökken.

a) Becsüljük meg a kabinon keletkezett rés méretét!

b) Mennyi idő áll az űrhajósok rendelkezésére a hiba kijavítására, ha a megengedett maximális nyomáscsökkenés q_1 = 25% lehet?

127. Egy léggömbfújó versenyen az egyik versenyző egy fújással a léggömbjét éppen feszesre fújja (azaz a bent lévő levegő nyomása megegyezik a külső légnyomással). Ekkor a gömb alakú léggömb sugara R_0 = 5 cm. További 9 fújással a léggömb R_1 = 10 cm sugarúra dagad. Tételezzük fel, hogy a léggömb belsejében a túlnyomás a

$$\Delta p = C\frac{R-R_0}{R^2}$$

összefüggés szerint változik, ahol R_0 a kezdeti sugár, C pedig a léggömb anyagára jellemző állandó. A hőmérséklet állandó, és tegyük fel, hogy a versenyző minden fújás alkalmával azonos m_0 tömegű levegőt présel a tüdejével a léggömb belsejébe.

a) A versenyző hány további fújással (N) növelheti meg a léggömb sugarát R_2 = 15 cm nagyságúra?

b) Mekkora sugárnál maximális a léggömbben a túlnyomás? Mekkora a túlnyomás maximumális értéke?

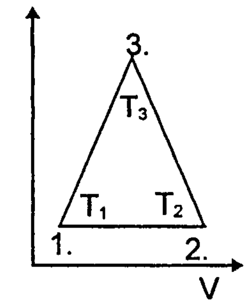
128. Egy léggömbbe m_0 = 8 g héliumgázt töltve T_0 = 27 °C-on a léggömb szétdurran. Szétdurranáskor a léggömb d = 40 cm átmérőjű volt, a külső levegő nyomása pedig p_0 = 10^5 Pa.

Legfeljebb mekkora m tömegű héliumot lehet egy másik, ugyanilyen léggömbbe töltenünk, hogy léggömb ne durranjon szét, ha az olyan magasságba emelkedik, ahol a levegő nyomása a normál nyomás (10^5 Pa) felére , a hőmérséklet pedig T_1 = 7 °C-ra csökken?

129. n mol anyagmennyiségű ideális gáz olyan körfolyamatot végez, amelynek képe p–V diagramon egyenlőszárú háromszög. A háromszög alapja párhuzamos a V-tengelylyel. A gáz Kelvin-skálán mért hőmérsékletei a háromszög csúcspontjaihoz tartozó állapotokban T_1, T_2, T_3.

a) Határozzuk meg a gáz egy ciklus alatt végzett hasznos munkáját!

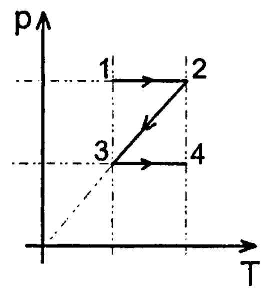
b) Mennyi lenne a gáz hőmérséklete a háromszög súlypontjához tartozó állapotban?



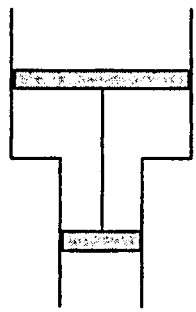
130. Egy mol egyatomos ideális gáz az ábrán látható folyamatokat végzi. A kezdő- és a végállapot közötti hőmérséklet-különbség $\Delta T = 300$ K.

a) Ábrázoljuk a folyamatokat a $p - V$ diagramon!

b) Határozzuk meg a három egymás utáni folyamatban felvett hőt és a gáz által végzett munkát!



131. Függőleges, mindkét végén nyitott, a két végén különböző keresztmetszetű hengerben két súrlódásmentesen mozgó dugattyú helyezkedik el, amelyek nyújthatatlan, megfeszített fonállal vannak összekötve. A dugattyúk között $n = 1$ mol anyagmennyiségű egyatomos gáz van. A felső dugattyú keresztmetszete $\Delta A = 10$ cm^2-rel nagyobb az alsóénál. Mindkét dugattyú tömege $m = 5$ kg, a külső légnyomás $p_0 = 10^5$ Pa.



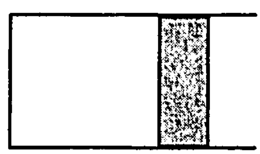
a) Mennyivel a kell megnövelni a dugattyúk közti gáz hőmérsékletét, hogy a dugattyúk $b = 5$ cm-rel elmozduljanak?

b) Mennyi energiát kell ehhez közölni a gázzal termikus módon?

c) Mennyivel nőtt a gáz belső energiája?

d) Mekkora munkát végzett a gáz?

132. Egyik végén zárt, vízszintes, rögzített hengerben súrlódásmentesen mozgó, $m = 20$ kg tömegű dugattyú egyatomos ideális gázt zár el. Kezdetben a dugattyú rögzített, majd a rögzítést feloldjuk, és a bezárt gázt úgy melegítjük, hogy a dugattyú állandó gyorsulással mozogjon. A külső légnyomás elhanyagolható.



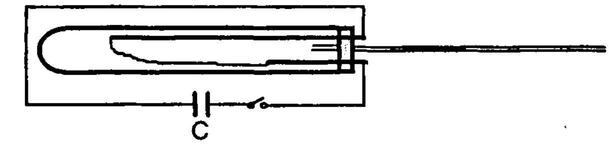
a) Mennyi hőt kell közölni a gázzal, amíg a dugattyú eléri a $v = 0{,}8$ m/s sebességet?

b) Mennyi az energiaközlés hatásfoka, ha a dugattyú felgyorsítása a cél?

133. Egy kémcső jól záró gumidugójába vékony, $d = 1$ mm átmérőjű, vízszintes cső csatalkozik. A vékony csőben lévő, könnyen mozgó alkoholszál bizonyos tömegű, $p_0 = 10^5$ Pa nyomású levegőt zár el. A kémcső belsejében vékony, nagy ellenállású huzal található, amely egy kapcsoló közbeiktatásával egy $U = 9$ V feszültségre feltöltött, $C = 2000$ μF kapacitású kondenzátorhoz csatlakozik. A kapcsoló zárásával a kondenzátort nagy ellenállású huzalon keresztül kisütjük.

a) Mennyi munkát végez a táguló levegő a külső légnyomás ellenében, ha a kondenzátor energiájának 30%-a adódik át a kémcsőben lévő levegőnek?

b) Mennyivel mozdul el az alkoholszál a kondenzátor kisütése után?



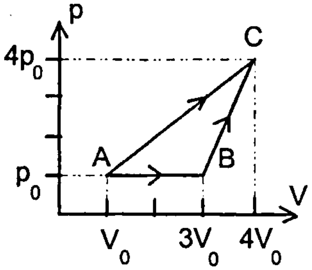
134. Vízszintesen fekvő, $A = 1$ dm^2 alapterületű, egyik végén zárt hengerben súrlódásmentesen mozgó $m = 40$ kg tömegű dugattyú $V_0 = 6$ dm^3 térfogatú ideális gázt zár el. A dugattyút a henger zárt végével rugó köti össze, amely nyújtatlan, a rugóállandó $D = 1000$ N/m. A külső légnyomás $p_0 = 10^5$ Pa. A gázt tartalmazó hengert $a = 25$ m/s^2 gyorsulással elkezdjük vízszintesen mozgatni, miközben a rugó összenyomódik és a gáz hőmérséklete $k = 1{,}2$-szeresére növekszik.

A zárt végtől mekkora távolságra helyezkedik el a dugattyú a gyorsítás közben?

135. Bizonyos mennyiségű ideális gáz az A→B folyamatban $Q_{AB} = 560$ J hőt, az A→C folyamatban $Q_{AC} = 3600$ J hőt vesz fel.

a) Mennyi hőt kell közölni a gázzal a B→C folyamat során?

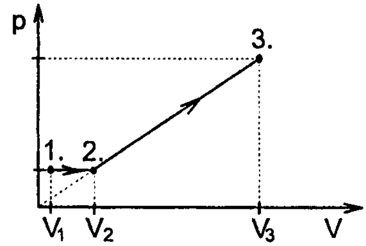
b) Lehet–e ez a gáz hélium?



136. Bizonyos mennyiségű, egyatomos ideális gáz izobár módon kitágul, miközben térfogata 1,5-szörösére növekszik. Ezután a gázt összenyomjuk, aminek következtében a gáz térfogata és nyomása egyaránt harmadrészére csökken, ezt a folyamatot p–V diagramon egyenes szakasz ábrázolja. Az összenyomás során a gáz $Q_0 = 16$ kJ hőt adott le környezetének. Az összenyomás után a gáz izobár módon kitágul és térfogata a kiinduló állapotbeli térfogattal, azaz az első izobár tágulás előtti térfogattal egyezik meg.

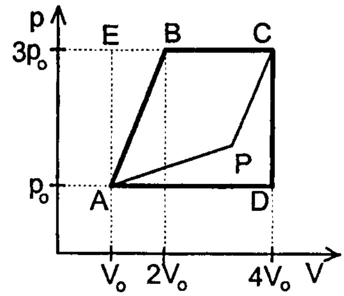
Mennyi hőt kell közölni a gázzal, hogy izochor módon a kiinduló állapotba jusson?

137. Bizonyos mennyiségű, egyatomos ideális gáz a következő folyamatokat végzi: először izobár módon kitágul, majd úgy tágul tovább, hogy a folyamatot $p-V$ diagramon ábrázoló egyenes szakasz meghosszabbítása átmegy az origón. Ismert, hogy $V_2/V_1 = V_3/V_2$, továbbá tudjuk, hogy a gáz által az 1.–2. szakaszon felvett hő 4-szer kisebb a gáz által a 2.–3. szakaszon végzett munkánál.



Határozzuk meg a $\dfrac{V_2}{V_1}$ arányt!

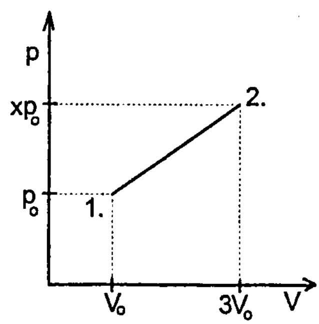
138. Bizonyos mennyiségű, egyatomos ideális gáz, az ábrán látható módon, kétféleképpen jut el a két egyenes szakaszból álló folyamatokkal az A állapotból a C állapotba. Az ADC úton felvett hő $Q_{ADC} = 7800$ J.



a) Mennyi hőt vesz fel a gáz másik, ABC úton?

b) Jusson a gáz a tetszőleges APC úton A-ból C-be! Mekkora a gáz által maximálisan felvett hő, ha a P pont az AECD téglalap oldalain vagy annak belsejében helyezkedhet el?

139. Bizonyos mennyiségű egyatomos ideális gáz, az ábrán látható, egyenes szakasszal ábrázolt folyamatot végzi, ahol a p_0, V_0, $3V_0$ értékek rögzítettek.

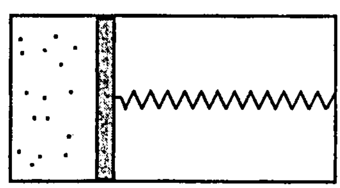


a) Hogyan válasszuk meg x értékét, hogy a folyamat során végzett munka és közölt hő hányadosa 2/7 legyen?

b) Elvileg x mely értéke esetén a legkisebb, illetve legnagyobb a W^*/Q arány, ha az egyenes meredeksége nem lehet negatív?

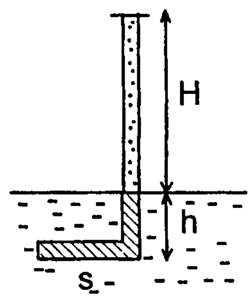
c) Határozzuk meg W^*/Q minimumát, illetve maximumát!

140. Mindkét végén zárt, vízszintes hengerben lévő súrlódásmentesen mozgó dugattyút a henger jobb oldali végével $D = 8{,}314$ N/m rugóállandójú rugó köt össze. A henger bal oldali részében $m = 32$ g tömegű, $T_1 = 400$ K hőmérsékletű oxigén található, a rugó vákuumban van. A rugó nyújtatlan hosszúsága a henger hosszúságával azonos, a gáz állandó térfogaton vett fajhője $c_V = 650$ J/(kg·K).



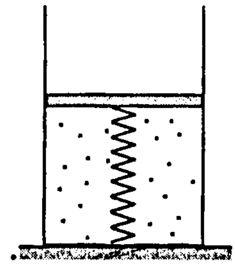
a) Mennyi energiát kell termikus módon közölni a gázzal, hogy a rugó összenyomódása megkétszereződjön?
b) Határozzuk meg az oxigén átlagos fajhőjét erre a folyamatra!

141. Az ábrán látható L alakú cső vízszintes szára $h = 10$ cm mélyen van a higanyszint alatt. A vízszintes rész hossza $s = 20$ cm, a függőleges, felül zárt rész folyadékszint feletti hossza $H = 70$ cm. A cső belsejében a higanyszint azonos a külső szinttel. A külső légnyomás $L = 75$ cm magas higanyoszlop nyomásával egyenlő. A hőmérséklet $T_0 = 300$ K. A cső belső keresztmetszete $A = 2$ cm^2.



a) Mekkora T hőmérsékletre kell felmelegíteni a csőben lévő levegőt, hogy a csőből teljesen kiszoruljon a higany?
b) Mekkora Q hőmennyiséget kell ehhez közölni a levegővel? (Vegyük a levegőt kétatomos ideális gáznak!)
c) Amikor a csőből éppen kiszorult a higany, akkor további $\Delta T = 100$ °C-kal melegítjük a csőben lévő levegőt, majd lehűtjük az eredeti $T_0 = 300$ K-re. Mekkora x hosszúságú ekkor a cső függőleges szárában a higanyoszlop? (A higany sűrűsége $\rho = 13600$ kg/m^3, $g = 10$ m/s^2.)

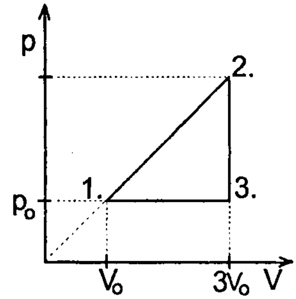
142. Függőleges, alul zárt hengerben lévő súlytalan, súrlódásmentesen mozgó dugattyú alatt a külső légnyomással megegyező nyomású, n mol anyagmennyiségű, T_0 hőmérsékletű egyatomos ideális gáz van. A dugattyút a henger aljával húzó-nyomó rugó köti össze. A rugóban ébredő erő egyenesen arányos a rugó hosszváltozásával. Ha a gázt a dugattyú alól kiszivattyúznánk, akkor a dugattyú és a henger távolsága az eredeti távolság 3/5 részére csökkenne.



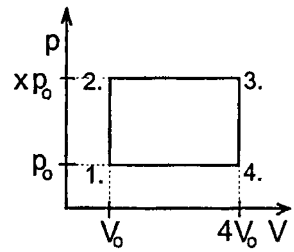
a) Hányszorosára kell a gáz Kelvin-skálán mért hőmérsékletét növelni, hogy térfogata 1,5 -szeresére növekedjen?
b) Mennyi hőt közöltünk a gázzal?

143. Vízszintes, mindkét végén zárt, $L = 80$ cm hosszú hengert súrlódásmentesen mozgó dugattyú oszt ketté. A bal oldali részben egyatomos gáz, a jobb oldali részben pedig vákuum van. A dugattyút a henger jobb oldal végével rugó köti össze. A gáz hőmérséklete kezdetben $T_1 = 300$ K, ekkor a dugattyú távolsága a henger bal oldali végétől $d_1 = 30$ cm. A gáz hőmérsékletét lassan $T_2 = 700$ K–re emeljük. Ekkor a dugattyú $d_2 = 50$ cm távolságra lesz a henger bal oldali végétől.
a) Határozzuk meg a rugó nyújtatlan hosszát!

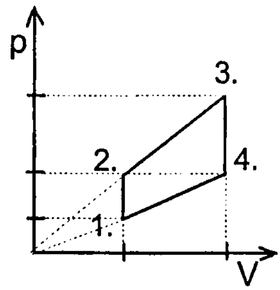
b) Mekkora hőmérsékleten lesz a dugattyú d_3 = 60 cm–re a henger bal oldali végétől?
c) Határozzuk meg a gáz mólhőjét erre a folyamatra!
d) Milyen hosszú rugó esetén lesz a gáz mólhője állandó?



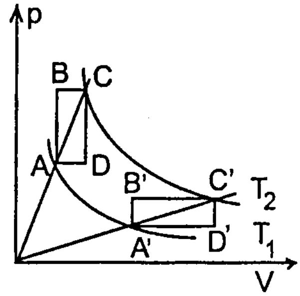
144. Bizonyos mennyiségű egyatomos gáz az ábrán látható körfolyamatot végzi.
Határozzuk meg a körfolyamat hatásfokát!



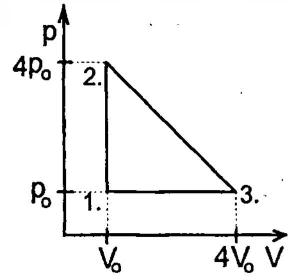
145. Egyatomos ideális gáz az ábrán látható körfolyamatot végzi.
a) Mennyi x értéke, ha a termikus hatásfok 25%?
b) Ábrázoljuk a hatásfokot x függvényében!



146. Bizonyos mennyiségű egyatomos ideális gáz az ábrán látható körfolyamatot végzi. A gáz abszolút hőmérséklete az 1. állapotban T_1, a 2. állapotban $T_2 = 2T_1$.
Határozzuk meg a körfolyamatot végző gép hatásfokát!

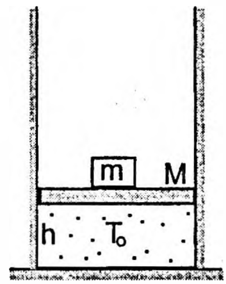


147. A $p - V$ diagramon mólnyi mennyiségű egyatomos ideális gáz T_1 és T_2 hőmérsékletekhez tartozó izotermáit látjuk. Ha az origóból két tetszőleges egyenest húzunk, ezek az A, A′ és C, C′ pontokban metszik az izotermákat. Ezeken a pontokon át a tengelyekkel párhuzamos egyeneseket húztunk.
a) Igazoljuk, hogy az így kialakított téglalapok területe egyenlő! Fejezzük ki a kérdéses területeket T_1 és T_2 segítségével!
b) Mekkora az ABCDA körfolyamatot végző hőerőgép hatásfoka?



148. Bizonyos mennyiségű egyatomos ideális gáz az ábrán látható körfolyamatot végzi.

Határozzuk meg a körfolyamat hatásfokát!



149. Függőleges, magas, hőszigetelt hengerben lévő $M = 1$ kg tömegű dugattyú bizonyos mennyiségű, $T_0 = 245$ K hőmérsékletű kétatomos ideális gázt zár el. A kezdő állapotban a dugattyún egy $m = 4$ kg tömegű nehezék található és ekkor a dugattyú $h = 49$ cm magasságban helyezkedik el az edény alja felett. A rendszer vákuumban van, a dugattyú is hőszigetelő anyagból készült. Egy adott pillanatban a nehezéket a dugattyúról levesszük, és megvárjuk, amíg az egyensúlyi helyzetbe jut, majd a nehezéket óvatosan visszahelyezzük a dugattyúra.

a) Határozzuk meg, hogy a végállapotban milyen magasan helyezkedik el a dugattyú az edény alja felett!

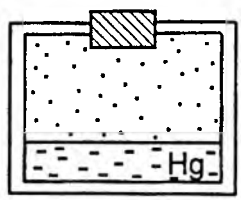
b) Mennyi a gáz hőmérséklete a végállapotban?

2.2. Hőtágulás, kalorimetria, halmazállapot-változások

150. A világűrben egy, a súlytalanság állapotában lévő űrhajóból kihelyezünk egy $R = 1$ m sugarú, $m = 100$ kg tömegű, $n_1 = 3000$ l/min fordulatszámmal forgó vaskorongot. Az űrhajón belül a hőmérséklet $T_1 = 20$ °C, a világűr hőmérséklete $T_2 = 3$ K.

a) Mekkora lesz a korong n_2 fordulatszáma a hőmérsékleti egyensúly beállása után? A súrlódást hanyagoljuk el!

b) A termikus kölcsönhatás során mennyi energiát ad le a korong a környezetének? A Nap sugárzásától tekintsünk el, a kísérlet "éjszaka" történik. Adatok: $c_{vas} = 464$ J/(kg·K) , $\alpha_{vas} = 1{,}1\ 10^{-5}$ 1/K.



151. Vegyünk egy $V = 1000$ cm³ űrtartalmú, zárható üvegedényt. A zárt edény melegítése során nagy pontossággal szeretnénk igazolni az edényben lévő levegő p nyomása és T abszolút hőmérséklete közötti egyenes arányosságot. A levegőt tekintsük ideális gáznak! Az üveg térfogati hőtágulási együtthatója $\beta_ü = 2{,}4 \cdot 10^{-4}$ 1/°C, a higany térfogati hőtágulási együtthatója $\beta_h = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ 1/°C.

a) Mekkora térfogatú higanyt öntsünk az edénybe a melegítés és a lezárás előtt, hogy a mérés pontossága a lehető legnagyobb legyen?
b) Hány százalékkal változik meg a p/T arány akkor, ha nem öntünk higanyt az edénybe, és a rendszert $\Delta T = 150$ °C-kal melegítjük fel?

152. Olvadó jéggel töltött kaloriméterbe behelyezünk egy $m = 0{,}325$ kg tömegű fémgolyót. A fémgolyó térfogata a behelyezés előtti pillanatban $V = 48$ cm^3. A golyó anyagának sűrűsége $T_0 = 0$ °C hőmérsékleten $\rho_0 = 6800$ kg/m^3, fajhője $c = 503$ J/(kg·°C), térfogati hőtágulási együtthatója $\beta = 3{,}3 \cdot 10^{-5}$ 1/K. A jég olvadáshője $L_0 = 333{,}7$ kJ/kg.
Mekkora tömegű jég olvad el a hőmérsékleti egyensúly kialakulása során?

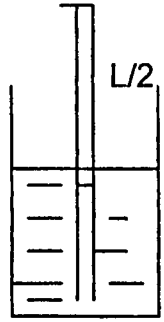
153. Hőszigetelt edényben lévő, $T_1 = 10$ °C hőmérsékletű, $m_1 = 0{,}1$ kg tömegű vízbe $T_2 = -10$ °C hőmérsékletű, $m_2 = 0{,}04$ kg tömegű jeget teszünk. A víz fajhője $c_1 = 4{,}2$ kJ/(kg·°C), a jég fajhője $c_2 = 2{,}1$ kJ/(kg·°C), olvadáshője $L_0 = 333{,}7$ kJ/kg.
Határozzuk meg a kialakuló egyensúlyi állapot jellemzőit!

154. Vízszintes felületen egymással szemben azonos sebességgel haladó, azonos tömegű, $T_1 = -10$ °C hőmérsékletű jégdarabok rugalmatlanul ütköznek. A jég fajhője $c_1 = 2{,}1$ kJ/(kg·°C), olvadáshője $L_0 = 333{,}7$ kJ/kg. A víz fajhője $c = 4{,}2$ kJ/(kg·°C), forráshője $L_f = 2256{,}3$ kJ/kg.
Legalább mekkora v_0 sebességgel kellene haladniuk ahhoz, hogy a rugalmatlan ütközés következtében elpárologjanak?

155. Egy jól hőszigetelt termoszban lévő m_j tömegű, $T_0 = 0$ °C hőmérsékletű jégre m_g tömegű $T_f = 100$ °C hőmérsékletű vízgőzt vezetünk.
Mekkora lehet a jég és a gőz tömegének $k = m_j/m_g$ aránya, hogy a termikus egyensúly kialakulása után a termoszban csak víz legyen található? (A szükséges adatokat táblázatból vegyük!)

156. A bizonyos tömegű és anyagi minőségű $T_1 = 20$ °C hőmérsékletű, $c = 1{,}8$ kJ/(kg·°C) fajhőjű, $L_f = 336$ kJ/kg forráshőjű folyadékot melegíteni kezdtek. A melegítő berendezés $t_1 = 6$ min alatt a forráspontra melegítette a folyadékot, majd a melegítő berendezés teljesítményének megkétszerezése után $t_2 = 4$ min múlva a folyadék teljes egészében elforrt. Az energiaveszteségektől eltekintünk.
Határozzuk meg a folyadék forráspontját!

157. Függőleges hengerben súrlódásmentesen mozgó dugattyú alatt M moláris tömegű, T abszolút hőmérsékletű telített gőz található.
A telített gőzből mekkora tömegű víz csapódik le, ha azt W munka árán izotermikusan összenyomjuk?

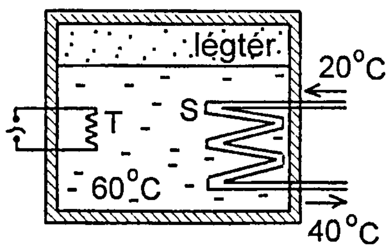


158. Egy $L = 2$ m hosszúságú, felül zárt, függőleges üvegcső félig merül a $T_1 = 40$ °C hőmérsékletű vízbe. A csőben lévő víz szintje megegyezik az edényben lévő víz szintjével. A cső belsejében lévő vízgőz-gázkeverék hőmérséklete megegyezik a víz hőmérsékletével. A külső légnyomás $p = 10^5$ Pa, a telített vízgőz nyomása T_1 hőmérsékleten $p_{t1} = 7375$ Pa.

a) Adjuk meg a csőben lévő levegőrészecskék (oxigén- és nitrogénmolekulák) és a vízmolekulák számának k_1 arányát $T_1 = 40$ °C-on!

b) Mekkora lesz az új k_2 arány a termikus egyensúly beállását követően, ha a rendszert $T_2 = 85$ °C hőmérsékletűre melegítjük fel? ($T_2 = 85$°C hőmérsékleten a telített vízgőz nyomása $p_{t2} = 57\,800$ Pa. Az edényben lévő külső vízszint és a víz sűrűségének változásától eltekintünk.)

c) Melegítés során a levegő mekkora q hányada távozott el a cső alsó végén?



159. Egy vízmelegítő berendezés zárt légteres, jól hőszigetelt tartályból, a tartályban lévő vízfürdőn keresztülhaladó S csőkígyóból és a vízfürdőt melegítő elektromos F fűtőtestből áll. A csőkígyón keresztül vizet áramoltatunk $I = 5$ liter/perc intenzitással. A beáramló víz hőmérséklete $T_1 = 20$ °C, a kiáramlóé pedig $T_2 = 40$ °C. Ekkor a tartályban lévő víz hőmérséklete üzem közben állandóan $T = 60$ °C.

a) Mekkora a tartályba épített T fűtőtest teljesítménye?

b) Milyen változás következne be, ha a belépő víz $T_1 = 10$ °C-os lenne?

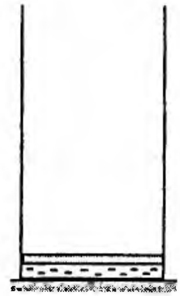
c) Milyen változást okoz a csőkígyó belsejének fokozatos vízkövesedése (a vízkő jó hőszigetelő), és milyen veszéllyel jár ez?

160. A $T = 293$ K hőmérsékletű környezetben lévő Dewar-edényben elhelyezett $V_1 = 2$ dm^3 térfogatú, $T_1 = 78$ K hőmérsékletű folyékony nitrogén fele $t_1 = 24$ h alatt elpárolog. Ugyanebben az edényben elhelyezett $T_0 = 273$ K hőmérsékletű, $m_0 = 40$ g tömegű jég $t_0 = 22{,}5$ h alatt párolog el. Az időegység alatt a párolgásra fordított energiát vegyük arányosnak a Dewar-edény belseje és külseje közti hőmérséklet-különbséggel. A folyékony nitrogén sűrűsége 78 K hőmérsékleten $\rho_1 = 800$ kg/m^3, a jég olvadáshője $L_0 = 333{,}7$ kJ/kg.

Határozzuk meg ezekből a mérési adatokból a folyékony nitrogén párolgáshőjét!

161. A külső felületén hőszigetelt hőcserélő két különböző átmérőjű koaxális csőből áll. A belső csőbe $T_1 = 100$ °C hőmérsékletű vízgőzt vezetünk be, a külső csőben pedig a gőzzel ellentétes irányba víz áramlik. A vízgőz hozama $a_1 = 1$ kg/s, a vízé pedig a_2 = 10 kg/s. A csövekben a nyomás a külső légnyomással azonos, a víz fajhője c = 4,2 kJ/(kg·°C), forráshője L_f =2256,3 kJ/kg.

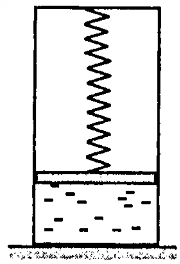
Milyen hőmérsékletű víz lép ki a hőcserélőből, ha oda T_2 = 20 °C hőmérsékleten lépett be?



162. Függőleges alul zárt, hőszigetelt, A = 100 cm^2 keresztmetszetű hengerben lévő, elhanyagolható tömegű, súrlódásmentesen mozgó dugattyú alatt m = 20 g tömegű, T_0= 0 °C hőmérsékletű víz van. A külső légnyomás p_0 = 10^5 Pa, a víz fajhője c = 4,2 kJ/(kg·°C), forráshője L_f = 2256,3 kJ/kg. A víz térfogatváltozásától eltekintünk.

a) Milyen magasra emelkedik a dugattyú, ha a vízzel Q = 20 kJ energiát közlünk?

b) Mennyivel nőtt a rendszer belső energiája?



163. Függőleges, mindkét végén zárt, A = 20 cm^2 keresztmetszetű hengert egy m = 5 kg tömegű, súrlódásmentesen mozgó dugattyú két részre oszt. Az alsó részben T_0 = 0 °C hőmérsékletű víz található, a dugattyú felett pedig vákuum van. A dugattyút a henger felső végével nyújthatatlan, D = 1500 N/m rugóállandójú rugó köti össze. A rendszer hőmérsékletét T_1 = 100 °C–ra emeltük. (A víz térfogatváltozásától eltekinthetünk.)

Hány milligramm vízgőz keletkezett?

3. Elektromosságtan

3.1. Elektrosztatikai problémák

164. Két azonos sugarú, töltéssel ellátott golyó r távolságra van egymástól. Ha a golyókat elengedjük, azok egymáshoz közelednek, összeérnek, majd távolodnak. Amikor egymástól $2r$ távolságra lesznek, akkor a közöttük fellépő erő 12-ed része a kezdő állapotban fellépő erőnek.

Mekkora az első golyó töltése, ha a másodiké $Q_2 = 10^{-5}$ C?

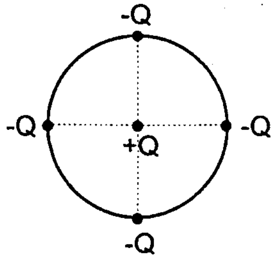
165. $m_1 = 20$ g tömegű és $m_2 = 40$ g tömegű kisméretű, azonos Q töltésű fémgolyókat $L_1 = 0{,}8$ m, illetve $L_2 = 1$ m hosszúságú fonalakkal egy közös pontban felfüggesztünk.

Mekkora a golyók töltése, ha a fonalak α = 60°-os szöget zárnak be egymással?

166. Egy nyugvó, $+Q$ töltésű, pontszerű test körül vízszintes síkban 4 darab m tömegű, $-Q$ töltésű pontszerű test kering. A $-Q$ töltésű testek egy L oldalú négyzet csúcsaiban helyezkednek el, míg a $+Q$ töltésű test a négyzet középpontjában van.

a) Határozzuk meg a körpályán mozgó testek szögsebességét!

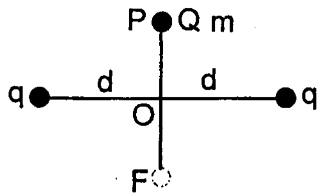
b) Mennyi a rendszer összenergiája?



167. Két, egymástól $2d$ távolságra lévő q pontszerű töltést összekötő vízszintes szakasz függőleges felezőmerőlegesén lévő P pontból elejtünk egy m tömegű, Q töltésű golyót. A golyó egyenes pályán haladva a felezőmerőleges F pontjában éppen megáll.
Adatok: $q = 2\cdot10^{-6}$ C, $Q = -6\cdot10^{-6}$ C, $d = 12$ cm, PO = 5 cm, OF = 10 cm.

a) Mekkora a golyó m tömege?

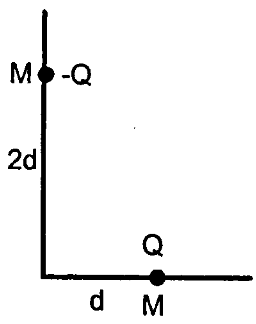
b) Mekkora a golyó gyorsulása az F pontban?



168. Derékszögben meghajlított, rögzített, szigetelő anyagból készült rúdon súrlódásmentesen csúszhat két azonos M tömegű, Q, illetve $-Q$ töltésű átfúrt golyó. Kezdetben a golyók rögzítettek és a derékszög csúcsától d, illetve $2d$ távolságra helyezkednek el. Egy adott pillanatban a golyók rögzítését megszüntetjük.

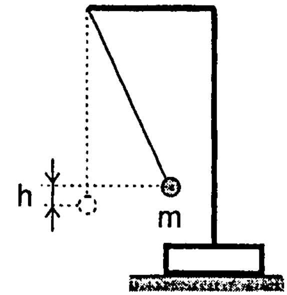
a) Hol helyezkedik el az egyik golyó, amikor a másik a derékszög csúcsához ér?

b) Mekkorák a golyók sebességei, amikor egymástól d távolságra vannak?



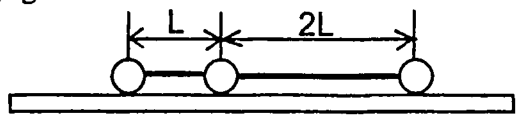
169. Elhanyagolható tömegű szigetelő fonálon $m = 5$ g tömegű, pozitív töltésű kis golyó függ. Egy ugyancsak pozitív töltésű, kicsiny golyót nagyon messziről, lassan mozgatva a másik golyó eredeti helyére viszünk, aminek következtében a fonálon lévő golyó $h = 8$ cm–rel magasabbra kerül.

Mennyi munkát végeztünk?



170. Szigetelő anyagból készült vízszintes felületetn két pontszerű, m tömegű, Q töltésű gömböt szintén szigetelő anyagból készült, elhanyagolható tömegű merev rúd köt össze. A rúdon található egy ugyancsak m tömegű, Q töltésű kis gömb is, amely azonban a rúdon elcsúszhat. Kezdetben a rendszer nyugalomban van, a középső gömböt L, illetve $2L$ távolságra tartjuk a rúd végeitől. Egy adott pillanatban a rendszert magára hagyjuk. Adatok: $m = 0{,}1$ kg, $Q = 10^{-5}$ C, $L = 0{,}5$ m.

Határozzuk meg a középső gömb maximális sebességét, ha a súrlódás mindenhol elhanyagolható!

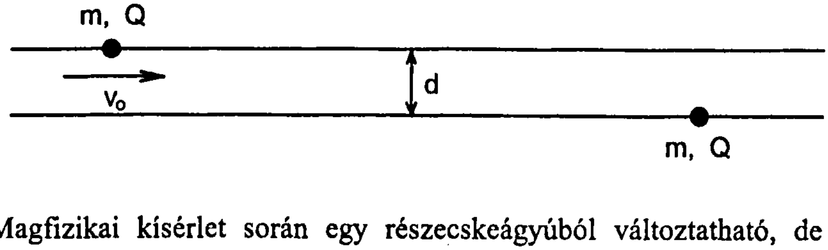


171. Három darab m tömegű, Q töltésű golyót vízszintes síkban három, L hosszúságú, elhanyagolható tömegű fonál köt össze. Egy adott pillanatban az egyik fonalat elégetjük. A súrlódás elhanyagolható!

Határozzuk meg a golyók maximális sebességét!

172. Két, egymással párhuzamos, szigetelő anyagból készült, a vízszintes síkban d távolságra lévő, végtelen hosszú rúdra egy-egy m tömegű, pontszerű, Q töltésű golyót fűzünk fel, amelyek kezdetben végtelen távol vannak egymástól és a rudakon súrlódásmentesen csúszhatnak.

Mekkora v_0 kezdősebességgel kell elindítani az egyik golyót, hogy mozgása során megelőzze a másik golyót?

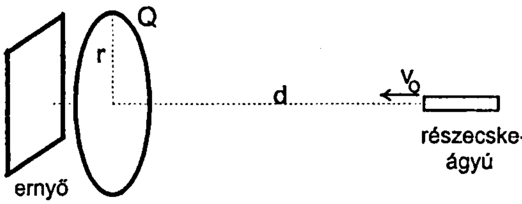


173. Magfizikai kísérlet során egy részecskeágyúból változtatható, de ismert sebességű, $q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C töltésű részecskéket tudunk kilőni. A részecskeágyú egy vékony, vezető anyagból készült, $r = 10$ cm sugarú, $Q = 10^{-6}$ C töltésű, rögzített karika szimmetria tengelyén helyezkedik el, a karika középpontjától

d = 2 m távolságra. A karika mögötti fluoreszkáló felfogóernyő érzékeli a becsapódó részecskéket. A tapasztalat szerint a részecskék csak egy adott sebesség, $v_0 = 2{,}87 \cdot 10^6$ m/s kilövési sebesség felett érik el az ernyőt. Az egész berendezés vákuumban van, a gravitációtól eltekintünk.

a) Mekkora a térerősség és a potenciál a karika középpontjában?

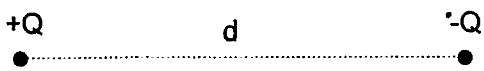
b) A kísérlet során szerzett információ alapján határozzuk meg a kilőtt részecskék tömegét!



174. A $+Q$ és $-Q$ töltésű, rögzített, pontszerű testek egymástól d távolságra helyezkednek el.

a) Határozzuk meg, hogy a tér mely pontjaiban lesz a potenciál zérus!

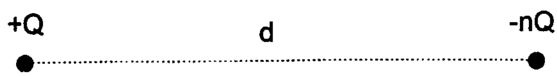
b) Adjuk meg a nullpotenciálú felület pontjaiban a térerősség nagyságát!



175. A $+Q$ és $-nQ$ töltésű, rögzített, pontszerű testek egymástól d távolságra helyezkednek el.

a) Bizonyítsuk be, hogy a tér azon pontjai, ahol a potenciál zérus, egy gömb felszínén helyezkednek el!

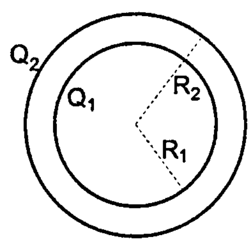
b) Határozzuk meg a gömb sugarát és középpontjának helyzetét!



176. Egy R_1 sugarú, Q_1 pozitív töltésű fémgömböt körbevesszünk egy vele koncentrikus, R_2 sugarú, Q_2 pozitív töltésű, vékony falú fémgömbbel.

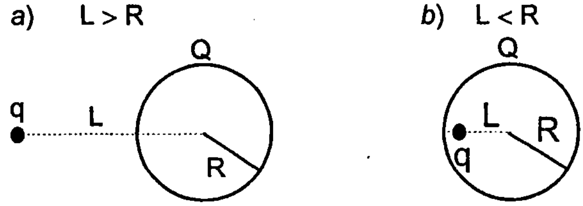
a) Határozzuk meg a térerősséget és a potenciált a tér tetszőleges pontjában!

b) Hogyan változnak a viszonyok, ha a külső gömböt földeljük?



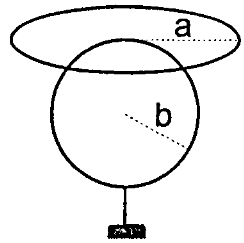
177. Pontszerű q töltés L távolságra helyezkedik el egy R sugarú, Q töltésű fémgömb középpontjától.

Határozzuk meg a potenciált a gömb felszínén!



178. Egy a sugarú, egyenletesen töltött fémgyűrű középpontjában a potenciál U_0. Ezt a gyűrűt egy b sugarú földelt fémgömb fölé helyezzük úgy, hogy a gyűrű középpontja a gömb felszínére esik.

Határozzuk meg a gömbön keletkezett töltést!



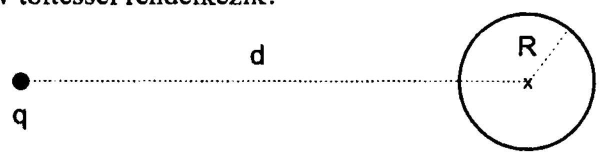
179. Rögzített q pozitív töltésű, pontszerű testtől d távolságra R sugarú rögzített fémgömb található.

Mekkora és milyen irányú erő lép fel a pontszerű test és a gömb között, ha a gömb

a) földelt,

b) földeletlen,

c) Q pozitív töltéssel rendelkezik?



180. Egy A felületű síkkondenzátor lemezeinek töltése $+Q$, illetve $-Q$.

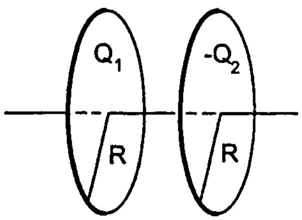
a) Mekkora erővel vonzzák egymást a d_1 távolságra lévő lemezek?

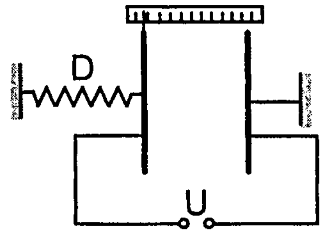
b) Mennyi munkát végzünk, ha a lemezek távolságát lassan d_1-ről d_2-re növeljük?

c) Mennyi a munkavégzés abban az esetben, ha a lemezek távolságát úgy növeljük d_1-ről d_2-re, hogy a kondenzátor lemezeit egy U feszültségű, egyenáramú áramforrásra kapcsoljuk?

181. Két R sugarú, köralakú vezető lemezt, melyek töltése Q_1, illetve $-Q_2$, összeérintünk úgy, hogy középpontjaik egybeesnek. Ezek után az egyik lemezt a két középpontot összekötő, a lemezekre merőleges egyenes mentén mozgatni kezdjük.

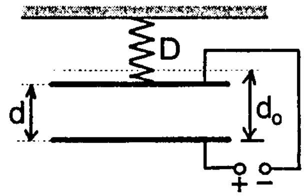
Mekkora erőt gyakorolnak a lemezek egymásra az összeérintés után?





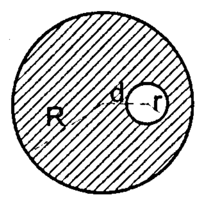
182. Egyenfeszültség mérésére az ábra szerinti elrendezésben olyan síkkondenzátort használunk, amelynek egyik lemeze rögzített, a másik pedig a lemezek síkjára merőlegesen mozoghat, miközben a szükséges szigetelésekről természetesen gondosko- dunk. A rögzített lemezhez egy D = 177 N/m rugóállandójú rugót erősítünk. A feszültségmérés a lemezek közti változása alapján történik. A lemezek területe A = 1,6 dm^2, továbbá U = 0 V esetén a lemezek távolsága d = 3 cm, és ekkor a rugó nyújtatlan.

Maximálisan mekkora feszültség mérhető ezzel a berendezéssel?



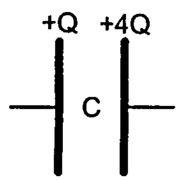
183. Síkkondenzátor alsó lemeze rögzített, az m tömegű felső lemezét pedig egy D rugóállandójú rugó kapcsolja a mennyezethez. Kezdetben a lemezek távolsága d_0. Ezután a kondenzátort állandó feszültségre kapcsoljuk. Az új egyensúlyi helyzetben a lemezek távolsága $d = 0{,}8\, d_0$.

Mekkora frekvenciával rezeg a felső lemez, ha az egyensúlyi helyzetéből kissé kimozdítva magára hagyjuk?



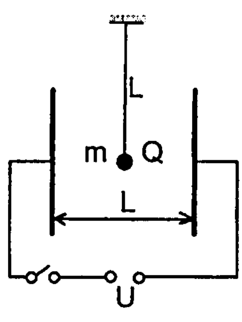
184. Egy R sugarú, egyenletesen töltött, ρ térfogati töltéssűrűségű gömb középpontjától d távolságra r sugarú, gömb alakú üreg van.

Határozzuk meg a térerősséget az üreg belsejében!



185. Egy C kapacitású síkkondenzátor lemezeinek töltése $+Q$, illetve $+4Q$.

Határozzuk meg a síkkondenzátor lemezei közötti feszültséget!



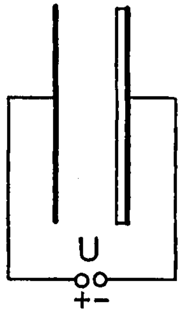
186. Az ábra szerinti elrendezésben egy m = 1 g tömegű $Q = 1{,}34 \cdot 10^{-6}$ C töltésű fémgolyót függesztünk fel L = 10 cm hosszú szigetelt fonálra úgy, hogy a kisméretű golyó a kondenzátor lemezek között középen helyezkedik el. A négyzet alakú, L^2 területű lemezek távolsága szintén L.

a) Mekkora U feszültséget kell a kapcsoló zárásával a lemezekre adni, hogy az inga kilendülve éppen elérje az egyik kondenzátor lemezt?

b) A kilendülés közben milyen helyzetben maximális a golyó sebessége, és mekkora a v_0 maximumális értéke?

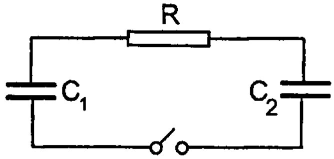
187. Egy U = 500 V feszültségű áramforrásra kapcsolt síkkondenzátor egyik lemezéhez a lemez területével megegyező területű, egybevágó, vékony fémlap érintkezik. A kondenzátor kapacitása C = 20 μF. A fémlapot a rajta levő töltéssel együtt a síkkondenzátor felező síkjába mozgatjuk.

Mekkora töltések vannak most a síkkondenzátor lemezein?



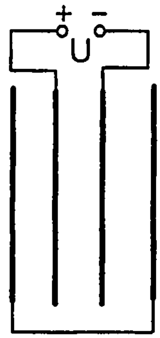
188. Az ábrán látható kapcsolásban a kondenzátorok kapacitásai C_1 és C_2, töltései Q_1 és Q_2. Az áramkörben lévő fogyasztó ellenállása R.

Mennyi hő fejlődik a fogyasztón, ha az áramkört a kapcsolóval zárjuk?



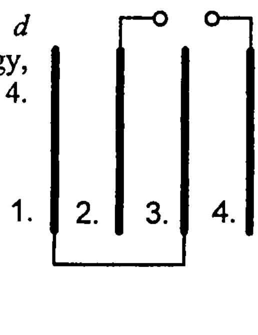
189. Az ábrán látható módon 4 darab A felületű fémlemezt összekapcsoltunk, és rákapcsoltuk egy U feszültségű áramforrásra. A lemezek d távolságra vannak egymástól, ez a távolság a lemezek méreteihez képest kicsi.

Határozzuk meg a középső lemezek töltéseit!

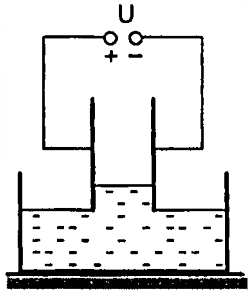


190. Négy darab, az ábrán látható, A felületű, egymástól d távolságra lévő, párhuzamos fémlemezt összekapcsolunk úgy, hogy az 1. és 3. lemezeket vezetővel összekötjük, a 2. és 4. lemezekről pedig a kivezetéseket hozzuk ki.

Mekkora az ilyen rendszer kapacitása?



191. A felületű, d lemeztávolságú síkkondenzátor függőleges fegyverzetei közvetlenül egy ρ sűrűségű, ε relatív dielektromos állandójú folyadék felett helyezkednek el.
Milyen magasra emelkedik fel a folyadék a lemezek között, ha a kondenzátorra U feszültségű árramforrást kapcsolunk?



192. Egy m tömegű, Q töltésű, pontszerű test egy végtelen nagy fémsíktól d távolságra helyezkedik el.

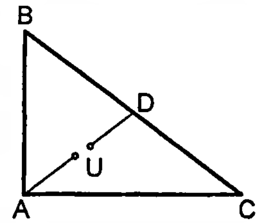
a) Mekkora elektrosztatikus erővel vonzza a fémsík a Q töltésű testet?

b) Mennyi munkát kell végezni az elektrosztatikus erő ellenében, ha a d távolságra lévő, Q töltésű testet állandó sebességgel a végtelenbe mozgatjuk?

c) Az elengedés után mennyi idő múlva csapódik be a fémsíkba a tőle d távolságra lévő, m tömegű, Q töltésű test?

3.2. Egyenáramok

193. Nagy fajlagos ellenállású huzalból olyan derékszögű háromszög alakú hálózatot készítünk, melynek befogói AB = 3 m, AC = 4 m. Majd ugyanezzel a huzallal összekapcsoljuk az átfogó középpontját jelentő D pontot az A ponttal, az AD szakasz a háromszög súlyvonala. Az AD szakasz középpontjába egy elhanyagolható kiterjedésű, $U = 22$ V feszültségű áramforrást helyezünk. Az AB befogó ellenállása $R_{AB} = 6\ \Omega$.

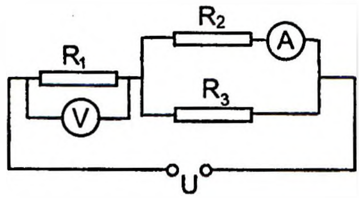


a) Határozzuk meg a derékszögű háromszög másik befogójának, átfogójának és súlyvonalának ellenállását!

b) Mekkora erősségű áram folyik át az AD súlyvonalon?

c) Mekkora feszültség mérhető a D és C pontok között?

194. Az ábrán látható kapcsolásban $R_1 = 12\ \Omega$, $R_2 = 8\ \Omega$. Az áramerősségmérő $I_2 = 0{,}375$ A erősségű áramot jelez, a feszültségmérő pedig az áramforrás feszültségének $\frac{2}{3}$-át mutatja.



a) Határozzuk meg az áramforrás feszültségét!

b) Mekkora a harmadik fogyasztó R_3 ellenállása?

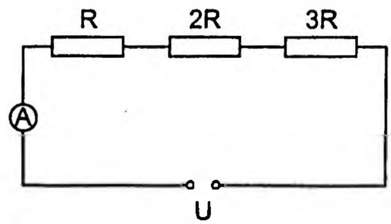
195. Az ábrán látható kapcsolásban az áramforrás feszültsége $U = 18$ V, a bal oldali fogyasztó ellenállása $R = 10\ \Omega$. Kezdetben 3 fogyasztó működik, de mindegyikből van egy tartalék. Egy, az általunk kiválasztott tartalék-fogyasztót negyedik fogyasztóként bekapcsoljuk az áramkörbe, miközben az eredeti 3 fogyasztó kapcsolása egymással végig soros marad.

Melyik fogyasztót kapcsoljuk be az áramkörbe, és hogyan, ha azt akarjuk elérni, hogy

a) az áramerősségmérő a lehető legnagyobb értéket jelezze? Mekkora ez az érték?

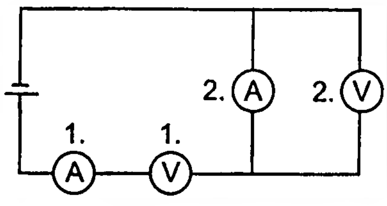
b) az áramerősségmérő a lehető legkisebb értéket jelezze? Mekkora ez az érték?

c) a főágban az áramerősség értéke $I_3 = 0{,}36$ A legyen?



196. Az ábrán látható kapcsolásban a két feszültségmérő azonos. Az 1. számú áramerősségmérő $I_1 = 100\ \mu A$, a 2. számú áramerősségmérő $I_2 = 99\ \mu A$ erősségű áramot jelez.

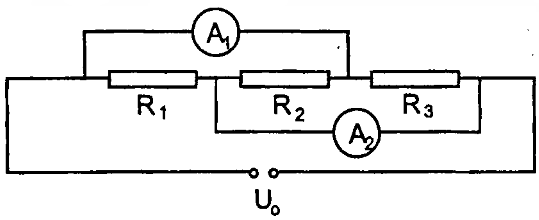
Mekkora feszültséget jelez a 2. számú feszültségmérő, ha az 1. számú $U_1 = 10$ V feszültséget jelez?



197. Az ábrán látható kapcsolásban $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 3\ \Omega$, $R_3 = 6\ \Omega$, $U_0 = 12$ V.

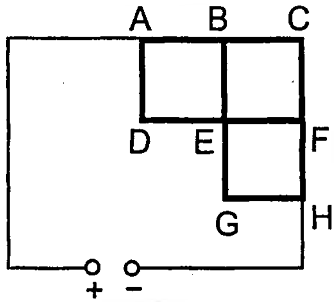
a) Mekkora erősségű áramot jeleznek az ideális áramerősségmérők?

b) Mekkora feszültségek esnek a fogyasztókon?

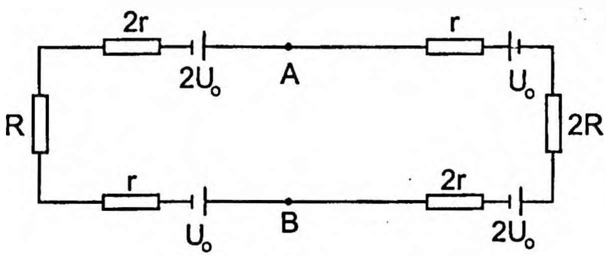


198. Ellenálláshuzalból az ábrán látható négyzetrácsos hálózatot állítottuk elő. A négyzetek oldalainak ellenállása R =7 Ω. A hálózat A és H pontjaira egy egyenáramú áramforrást kapcsoltunk. Ekkor a hálózat EF ágában I_1 = 0,5 A erősségű áram folyik.

Határozzuk meg a hálózat eredő ellenállását és az áramforrás feszültségét!

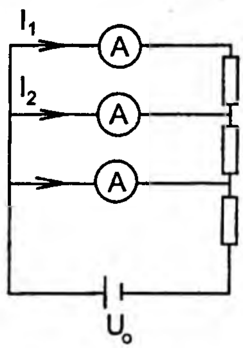


199. Az ábrán látható kapcsolásban R = 100 Ω, r = 10 Ω, U_0 = 90 V.
Határozzuk meg az A és B pontok közötti feszültséget!



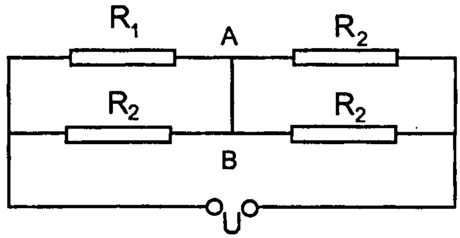
200. Áramforrást, három azonos belső ellenállású áramerősségmérőt, három azonos ellenállású fogyasztót az ábra szerint összekapcsoltunk. Adatok: I_1 = 1 mA, I_2 = 4 mA, U_0 = 4,5 V.

Milyen erősségű áram folyik át az alsó áramerősségmérőn, és mekkora az áramerősségmérők belső ellenállása?



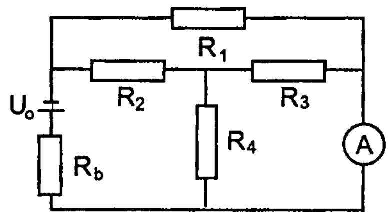
201. Milyen erősségű áram halad át az ábrán látható kapcsolásban az elhanyagolható ellenállású AB vezetőn?

Adatok: $R_1 = 101\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$, $U = 100$ V.



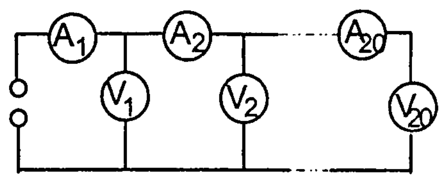
202. Az ábrán látható kapcsolásban a fogyasztók ellenállásai: $R_1 = R_3 = 30\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $R_4 = 15\ \Omega$. Az áramforrás adatai: $R_b = 10\ \Omega$, $U_0 = 180$ V. Az áramerősségmérő ellenállása elhanyagolható.

Határozzuk meg, hogy mekkora erősségű áramot jelez az áramerősségmérő!

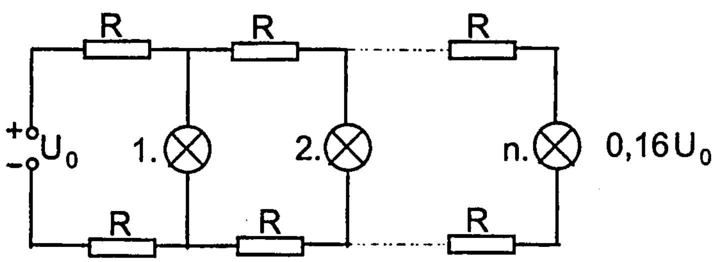


203. Egy áramforrásra az ábrán látható módon 20 db különböző ampermérőt és 20 db azonos voltmérőt kapcsolunk. Az első voltmérő $U_1 = 10$ V feszültséget jelez, az első ampermérő $I_1 = 9$ mA, a második $I_2 = 8{,}6$ mA erősségű áramot mér.

Határozzuk meg a voltmérők által jelzett feszültségek összegét!



204. A kapcsolási rajz alapján összekapcsoltunk n db izzólámpát és $2n$ db R ellenállású fogyasztót, majd az így kialakított hálózatot egy U_0 feszültségű, elhanyagolható belső ellenállású áramforrásra kapcsoltuk. Az izzólámpák izzószálának különböző mértékű melegedése miatt valamennyi izzólámpán mért feszültség $0{,}16U_0$. Határozzuk meg a hálózat eredő ellenállását, az áramforrás teljesítményét és a fogyasztók R ellenállását! Adatok: $U_0 = 100$ V, $I_0 = 0{,}1$ A, $n = 20$.

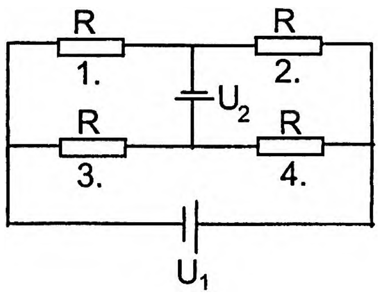


205. Egy nyugdíjas ember reggelente merülőforralóval teakészítéshez bizonyos mennyiségű, adott hőmérsékletű vizet forral fel, miközben az emeleti lakásából a földszintre megy le az újságért. Az újság felhozatala 10 percet, a tea felforralása pedig csak 5 percet vesz igénybe. Így a forraláshoz használt elektromos energia fele elpazarolódik. A teakészítés hatásfoka így 50% -os. A hatásfok javítására nyugdíjas oly módon alakíttatja át a merülőforralóját, hogy olyan áramkorlátozó előtétellenállást szereltet a merülőforralójába (amely nem kerül a vízbe), hogy a víz éppen 10 perc alatt forrjon fel.

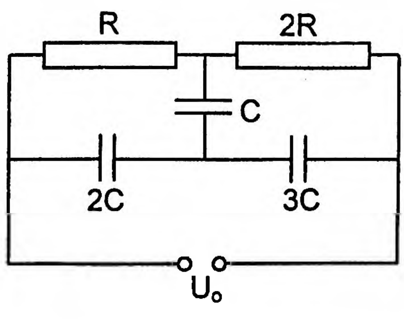
a) Hány százalékos lesz így a teafőzés hatásfoka?

b) Tovább javítható lenne-e a hatásfok feszültségosztó (potencióméter) alkalmazásával?

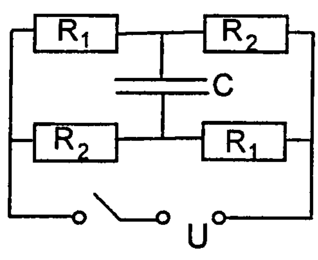
206. Határozzuk meg az ábrán látható kapcsolás esetén az egyes fogyasztók teljesítményét! Az áramforrások belső ellenállása elhanyagolható! Adatok: $U_1 = 2$ V, $U_2 = 1$ V, $R = 0{,}5\ \Omega$.



207. Az ábrán látható kapcsolásban $U_0 = 300$ V, $C = 6$ µF. Határozzuk meg a C kapacitású kondenzátor töltését!



208. Az ábrán látható kapcsolásnál a kapcsolót zárjuk. Az áramforrás feszültsége U = 300 V. Adatok: R_1 = 100 Ω, R_2 = 200 Ω, C = 5 10^{-6} F. Kezdetben a kondenzátor töltetlen.



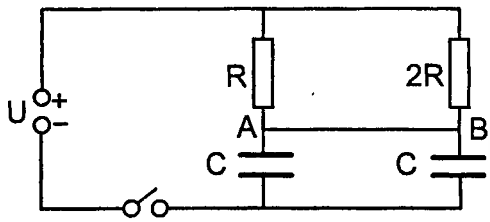
a) Mekkora az áramforrás által leadott P_0 elektromos teljesítmény a kapcsoló zárásának pillanatában?

b) Mekkora lesz a kondenzátor maximális Q_{max} töltése? Ekkor mekkora az áramkör által felvett P_1 teljesítmény?

209. Mennyi töltés halad át az AB szakaszon a kapcsoló zárása után? Adatok: $C = 40\ \mu F$, $U = 600$ V.

a) Az AB szakasz ellenállása zérus.

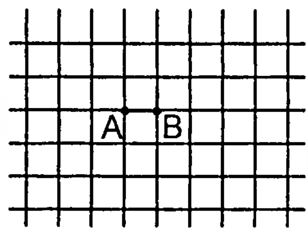
b) Az AB szakasz ellenállása *R*.



210. A térben lévő *n* db pont közül minden lehetséges módon kiválasztunk két pontot és *R* ellenállású fogyasztókkal összekapcsoljuk azokat.

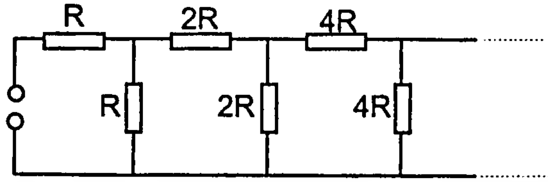
Mekkora az így kialakított hálózat eredő ellenállása, ha az ellenállásmérővel tetszőleges két pontra csatlakozunk?

211. Azonos keresztmetszetű és anyagi minőségű huzalokból végtelen kiterjedésű síkbeli négyzetrácsos hálózatot építettünk ki. Két szomszédos rácspontot összekötő huzal ellenállása *R*.



Határozzuk meg a hálózat R_{AB} eredő ellenállását két szomszédos rácspont között!

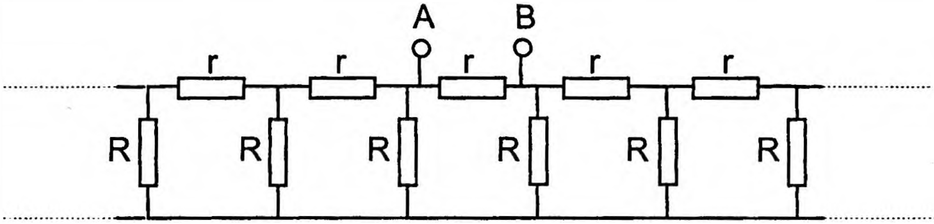
212. Mekkora az ábrán látható végtelen lánc eredő ellenállása?



213. Határozzuk meg az ábrán látható végtelen lánc A és B kivezetésései között mérhető ellenállást!

a) Az A és B kivezetések az ábrán látható módon helyezkednek el.

b) Az A és B kivezetések nagyon messze vannak egymástól.
c) Az A és B kivezetések között *n* darab *r* ellenállású fogyasztó található.

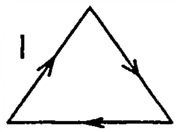


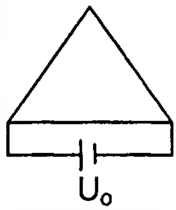
3.3. Mágnességtan, elektromágneses indukció, váltakozó áramok

214. Egyenlő, *a* hosszúságú vezetődarabokból egyenlő oldalú háromszöget készítünk.

a) Határozzuk meg a mágneses indukció értékét a háromszög középpontjában, ha a vezetődarabokban *I* erősségű áram folyik!

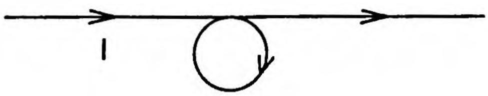
b) Hogyan változik a mágneses indukció értéke a háromszög középpontjában, ha a háromszög két csúcsára egy U_0 feszültségű áramforrást kapcsolunk?





215. Egy végtelen hosszú, egyenes vezetőn *R* sugarú, kör alakú hurkot készítünk. A vezetőben *I* erősségű áram folyik.

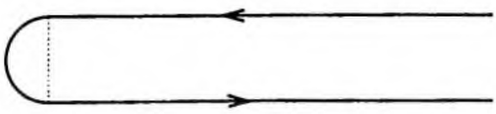
Határozzuk meg a mágneses indukció értékét a kör középpontjában!



216. Két, végtelen hosszú, párhuzamos egyenes vezető végeit *R* sugarú, félkör alakú vezető köti össze. A vezetőkben *I* erősségű áram folyik.

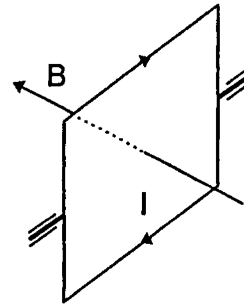
a) Határozzuk meg a mágneses indukció értékét a félkör középpontjában!

b) Mennyivel változik meg *B* értéke, ha a vezetőket meghajlítjuk és a félkör merőleges lesz a két párhuzamos vezető síkjára?



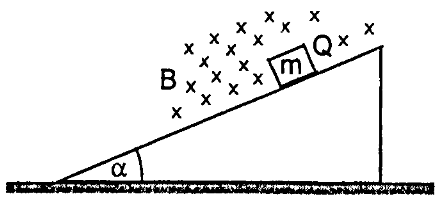
217. Egy négyzet alakú, m tömegű vezetőkeretet, amelyben I erősségű áram folyik, a négyzet szemközti oldalfelező pontjain átmenő, vízszintes tengely mentén csapágyazunk. A keretet a keret síkjára merőleges, B indukciójú homogén mágneses mezőbe helyezzük. A vezetőkeretet függőleges egyensúlyi helyzetéből kissé kimozdítjuk, majd elengedjük.

Írjuk le a keret mozgását!



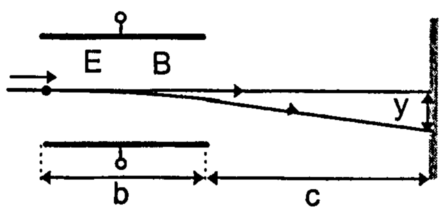
218. Egy m tömegű, Q töltésű testet α hajlásszögű lejtőn kezdősebesség nélkül elengedünk. A test vízszintes irányú, B indukciójú homogén mágneses mezőben mozog az erővonalakra merőlegesen és végig a lejtőn marad.

Mekkora sebességre gyorsul fel a test, ha a test és a lejtő közötti súrlódási tényező μ?



219. Síkkondenzátor lemezei között olyan homogén elektromos és homogén mágneses mező van, hogy a lemezekkel párhuzamosan belőtt pozitív Q töltésű részecskék irányváltozás nélkül érik el az ernyőt. Az elektromos térerősség nagysága E, a mágnes indukció értéke B. A síkkondenzátor lemezeinek hossza b, az ernyő c távolságra van a lemezek jobb oldali végétől. Abban az esetben, ha a mágneses mezőt kikapcsoljuk, akkor a töltött részecskék becsapódási pontja az ernyőn y-nal elmozdul. A gravitáció hatásától tekintsünk el!

Határozzuk meg a töltött részecskék fajlagos töltését, azaz a Q/m hányadost!

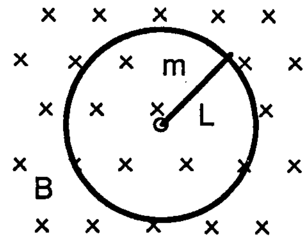


220. Vékony, m tömegű szigetelő gyűrűn egyenletesen Q töltés oszlik el.

Mekkora szögsebességre gyorsul fel a gyűrű, ha olyan mágneses mezőt kapcsolunk be, melynek erővonalai merőlegesek a gyűrű síkjára? Tegyük fel, hogy a mágneses indukció értéke egyenletesen nő 0-ról B-re, és a gyűrű kezdetben nyugalomban volt!

221. Függőleges síkú fémgyűrű olyan B indukciójú homogén mágneses mezőben van, melynek erővonalai merőlegesek a gyűrű síkjára. A fémgyűrű sugaraként elhelyezve, rögzített tengely körül egy m tömegű, L hosszúságú fémrúd foroghat függőleges síkban. A súrlódás elhanyagolható.

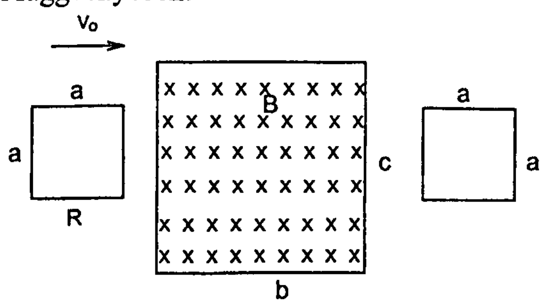
Milyen törvény szerint kell változtatni a fémrúdban egy változtatható feszültségű áramforrással az áramerősséget, hogy a rúd ω állandó szögsebességgel forogjon, ha a rúd kezdetben a felső függőleges helyzetben volt?



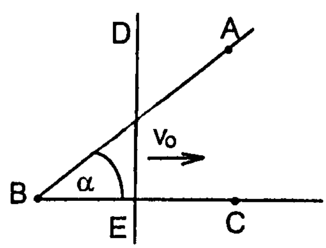
222. Vízszintes síkban fekvő, R ellenállású, a oldalhosszúsággal rendelkező, négyzet alakú vezetőkeretet az egyik oldalára merőlegesen, a vízszintes síkban v_0 sebességgel mozgatni kezdünk. A keretet olyan függőleges, B indukciójú homogén mágneses mezőn visszük keresztül, mely egy téglatest alakú térrészt tölt ki. A téglatestnek a keret vízszintes síkjával való metszésekor olyan téglalapot kapunk, melynek két-két oldala párhuzamos a keret két-két oldalával, illetve $a<b$ és $a<c$.

a) Mennyi hő fejlődik a keretben, mialatt az ábrán látható módon, állandó v_0 sebességgel átvisszük a mágneses mezőn?

b) Ábrázoljuk az általunk a keretre kifejtett vízszintes irányú erőt a keret elmozdulásának függvényében!

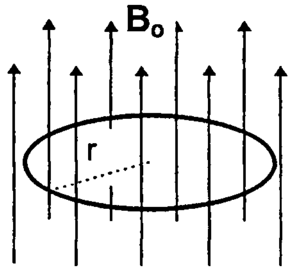


223. Egy elhanyagolható ellenállású, szigetelés nélküli huzalból, a vízszintes síkban elhelyezkedő, α szöget bezáró, V alakot hajlítunk (ABC). Ezt az elrendezést olyan homogén mágneses mezőbe helyezzük, melynek B indukcióvektora merőleges a vízszintes síkra. A V alakú vezetőre mozgatható, szigetelés nélküli vezetőt (DE) helyezünk, melyet a vízszintes síkban, BC-re merőlegesen, állandó v_0 sebességgel mozgatunk. Adatok: $\alpha = 45°$, $B = 0{,}1$ Vs/m^2, BC $= L_0 = 3$ m, $r = 0{,}02$ Ω/m, $v_0 = 1$ m/s.



Mennyi hő fejlődik a mozgatható vezetőben, mialatt azt B-től C-ig mozgatjuk, ha egységnyi hosszúságú darabjának ellenállása r?

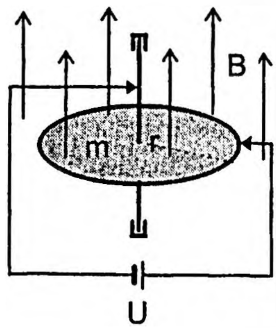
224. Vízszintes felületen lévő, r sugarú, vékony huzalból készült gyűrű B_0 indukciójú homogén mágneses mezőben van. A mágneses erővonalak merőlegesek a gyűrű síkjára, a gyűrű ellenállása R. Egy adott pillanatban a mágneses indukció vektor a $B = B_0 - bt$ függvény szerint időben változni kezd, ahol b ismert állandó.



a) Mekkora feszültség indukálódik a gyűrűben?

b) Határozzuk meg gyűrűben ébredő maximális erőt!

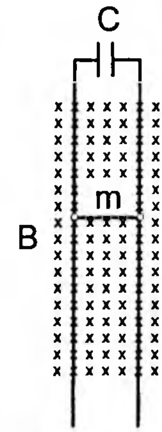
225. Vízszintesen elhelyezett, m tömegű, r sugarú fémkorong függőleges tengely körül foroghat. A korongot olyan B indukciójú homogén mágneses mezőbe helyezzük, hogy az erővonalak a korong síkjára merőlegesek. Ezután a korongot egy egyenáramú áramforrásra kapcsoljuk oly módon, hogy az áramforrás egyik pólusát a korong tengelyére, a másik pólusát a korong kerületére kapcsoljuk.



a) Határozzuk meg a korong szöggyorsulását a bekapcsolás pillanatában, ha az áramforráson I erősségű áram folyik keresztül!

b) Mekkora fordulatszámra gyorsul fel a fémkorong, ha egyenáramú áramforrás feszültsége U?

226. Függőleges, egymástól d távolságra lévő, párhuzamos vezetősínek felső végeit egy C kapacitású kondenzátor köti össze. A vezetősíneket a sínekre merőleges, azok síkjában súrlódásmentesen mozgó, m tömegű rúd kapcsolja össze. A rendszer a vezetősínek síkjára merőleges, homogén, B indukciójú mágneses mezőben van. Egy adott pillanatban az m tömegű rudat kezdősebesség nélkül elengedjük.



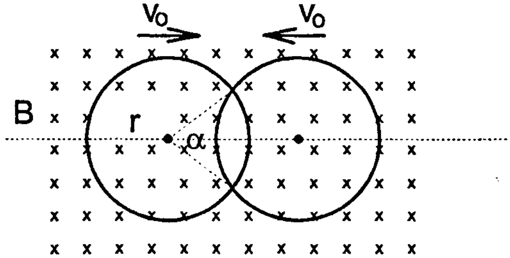
a) Írjuk le a rúd mozgását!

b) Írjuk le a rúd mozgását abban az esetben is, ha a C kapacitású kondenzátort egy R ellenállású fogyasztóval helyettesítjük! A vezetők ellenállásától mindenhol eltekintünk.

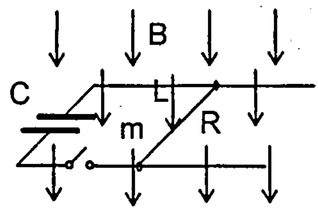
c) Hogyan mozog a rúd abban az esetben is, ha a C kapacitású kondenzátort egy L önindukciójú tekerccsel helyettesítjük. A vezetők ellenállásától mindenhol eltekintünk.

227. Két r sugarú, R ellenállású kör alakú vezetőgyűrűt a két kör középpontját összekötő egyenes mentén ugyanabban a vízszintes síkban úgy mozgatunk állandó sebességgel, hogy azok egymással érintkezve elektromos kontaktusban vannak. Az egész mozgó rendszer függőleges, B indukciójú homogén mágneses mezőben van.

Mekkora erővel kell mozgatnunk a gyűrűket abban a pillanatban, amikor középpontjaik v_0 sebességgel közelednek egymáshoz és a gyűrűk metszéspontjai az egyik kör középpontjából $\alpha = \frac{\pi}{3}$ középponti szög alatt látszanak?



228. Az ábrán látható, vízszintes síkban elhelyezett, végtelen hosszú, elhanyagolható ellenállású vezető sínpáron egy m tömegű, L hosszúságú, R ellenállású huzal csúszhat súrlódásmentesen. A huzal merőleges a sínpárra. A C kapacitású kondenzátor feszültsége U_0 és az egész rendszer B indukciójú, függőleges indukcióvektorú homogén mágneses mezőben van.



a) Mekkora maximális sebességre gyorsul fel huzal, ha a kapcsolót zárjuk?

b) Mekkora a kondenzátor töltése a gyorsítás befejeztével?

229. Adjuk meg a 220 V-os hálózati feszültségnél, hogy 1 periódus hány százalékában lesz nagyobb a pillanatnyi feszültség abszolút értéke

a) nagyobb a csúcsérték felénél?

b) nagyobb az effektív értéknél?

c) 200 V-nál nagyobb?

230. Mekkora az egyenirányított szinuszos váltakozó áram ($I = I_0 |\sin\omega t|$), az úgynevezett lüktető egyenáram:

a) I_{eff} effektív értéke?

b) a töltésszállítás szempontjából vett I_a átlagértéke?

231. A 220 V-os hálózati feszültségforrásra kapcsolt soros RLC-körben a feszültség pillanatnyi értékét az $U = U_0 \sin\omega t$ függvény, az áramerősségét pedig $I = 2\text{A} \cdot \sin(\omega t - \pi/6)$ írja le.

a) Mekkora az R ellenállás, a tekercs L induktivitása és a kondenzátor C kapacitása ha $X_L/X_C = 2$?

b) Mekkora az RLC-kör hatásos teljesítménye?

c) A periódusidő hányad részében ad le az áramkör elektromos energiát a hálózatba?

d) Adjuk meg az áramerősség – idő függvényt akkor, ha a körben az R ellenállás értékét $2R$ értékűre változtatjuk meg! Hogyan változik meg ekkor a kör hatásos teljesítménye?

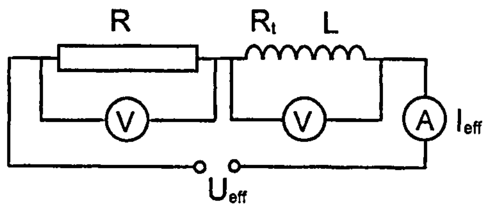
232. Egy vasmagos tekercset készítünk $d = 1$ mm átmérőjű szigetelt rézhuzalból. A huzalt $D = 5$ cm átmérőjű, és $L = 10$ cm hosszúságú papírhengerre csévéljük $n = 5$ rétegben úgy, hogy a szomszédos menetek szorosan érintkezzenek.

a) Mekkora a tekercs ohmikus ellenállása?

b) Mekkora a tekercs vasmagjának μ_r relatív permeabilitása, ha a tekercset 220 V-os hálózati feszültségforrásra kapcsolva a tekercsben folyó áram erősségének effektív értéke 94,68 mA?

c) Mennyi idő alatt fogyaszt a tekercs a hálózatból 1 kWh energiát?

233. Egy $R = 50\ \Omega$ ohmikus ellenállást kapcsolunk sorba egy veszteséges tekerccsel 220 V-os hálózati feszültségforrásra. A tekercsen mért feszültség effektív értéke $U_t = 150$ V, az ellenálláson mért pedig $U_R = 100$ V. Az áramkörben mért áramerősség effektív értéke $I_{eff} = 2$ A.

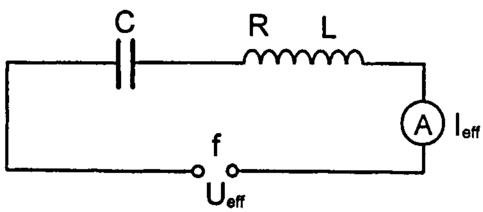


a) Mekkora a tekercs Z_t impedanciája?

b) Mekkora a tekercs R_t ohmikus ellenállása és L induktivitása?

c) Mekkora a tekercs és az RL-kör hatásos teljesítménye?

234. Egy veszteséges tekercset sorosan kapcsolunk egy $C = 10\ \mu$F kapacitású kondenzátorral egy f változtatható frekvenciájú, de állandó $U_{eff} = 220$ V effektív feszültségű áramforrásra. Az áramkörben mérhető áramerősség effektív értéke mind $f_1 = 50$ Hz, mind pedig $f_2 = 100$ Hz frekvencia értékeknél egyaránt $I_{eff} = 1{,}34$ A.



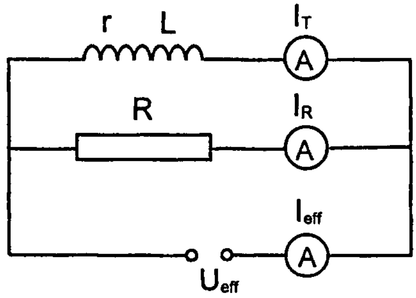
a) Mekkora a tekercs L induktivitása és R ohmikus ellenállása?

b) Mekkora f_r frekvencia értéknél lesz soros feszültségrezonancia?

c) A feszültségrezonancia esetén mekkora az áramerősség effektív értéke, és mekkora effektív feszültségeket mérhetünk a kondenzátoron és a tekercsen?

d) Mekkora rezonancia esetén a látszólagos és a hatásos teljesítmény értéke?

235. Az ábrán látható kapcsolásban egy veszteséges tekercset kapcsolunk párhuzamosan 220 V-os, 50 Hz-es hálózati feszültségforrásra egy R ohmikus ellenállással. A mellékágakban mért effektív áramerősségek $I_T = 2$ A, $I_R = 2$ A. A főágban mért áramerősség pedig $I_e = 2\sqrt{3}$ A.



a) Mekkora a két ágban a pillanatnyi áramerősségértékek φ fáziseltérése?

b) Írjuk fel mindhárom áramerősség pillanatnyi értékének időfüggését, ha $t = 0$ időpillanatban a hálózati feszültség pillanatnyi értéke éppen 220 V!

c) Mekkora az áramforrásból felvett P_h hatásos teljesítmény?

d) Mekkora a tekercs r ohmikus ellenállása és L induktivitása?

236. Egy 220 V-os hálózati feszültségforrásról $A = 1$ mm^2 átmérőjű rézvezeték felhasználásával akarunk üzemeltetni az áramforrástól $l = 100$ méter távolságban lévő 5 darab, egyenként 1 kW teljesítményű reflektort.

a) Mekkora a teljesítményveszteség a vezetéken? Mekkora teljesítménnyel világítanak ekkor a reflektorok? (A réz fajlagos ellenállása $\rho = 0{,}017\ \Omega\cdot$mm^2/m.)

b) Ha az áramforrásnál 1 : 10 áttételű feltranszformálást, a fogyasztóknál pedig 10 : 1 áttételű letranszformálást alkalmazunk, akkor mekkora lesz a vezetéken a teljesítményveszteség és a reflektorok teljesítménye? A transzformátorok veszteségétől tekintsünk el!

c) Mekkora az első és második esetben az üzemeltetés hatásfoka?

d) A transzformátorokkal elért villamosenergia-szállítás hatásfokát mekkora keresztmetszetű és tömegű rézvezeték alkalmazásával lehetne elérni? (A réz sűrűsége 8,9 g/ cm^3.)

237. Egy elektromos rezgőkört állítunk össze egy $C = 5$ µF kapacitású kondenzátorból és egy $L = 0{,}2$ H induktivitású tekercsből.

a) Mennyi idő alatt csökken a maximális töltésű kondenzátor elektrosztatikus energiája 20% -kal?

b) A fenti idő alatt a tekercsben a létrejött B mágneses indukció nagysága hányadrésze a maximális B_0 értékének ?

c) Írjuk fel a rezgőkörben folyó áram erősségének és a kondenzátor feszültségének időfüggését, ha kezdetben ($t = 0$) a kondenzátornak $Q = 1$ mC töltést adtunk!

d) Becsüljük meg, hogy legalább hány perióduson keresztül lesz a rezgőkörben az áramerősség és a feszültség csúcsértékeinek csökkenése $q = 5\%$-nál kisebb a feltöltést követően, ha az összekötő vezetékek és a tekercs ohmos ellenállása együttesen $R = 0{,}1\ \Omega$! A Joule-hőn kívül az egyéb veszteségektől tekintsünk el!

238. Tervezzünk olyan demonstrációs rezgőkört, hogy az – energiapótlás nélkül – legalább n számú rezgést végezzen úgy, hogy a feszültség és áramerősség csúcsértékei legfeljebb q százalékkal csökkenjenek!

a) Ha adott a kondenzátorunk C kapacitása, akkor mitől függ n értéke és mitől nem?

b) Legalább hány menete legyen annak a tekercsnek amelyet $d = 1$ mm átmérőjű rézhuzalból (a meneteket egymás mellé szorosan csévélve) készítünk, ha $C = 5\ \mu F$ kapacitású kondenzátor és $\mu_r = 500$ relatív permeabilitású vasmag áll rendelkezésünkre, és azt szeretnénk elérni, hogy $n = 100$ és $q = 1\%$ legyen?

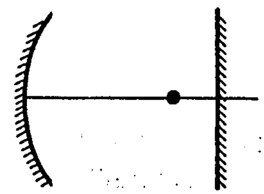
4. Fénytan

4.1. Fényvisszaverődés, fénytörés

239. Vízszintes asztalra helyezett, két téglalap alakú síktükör $\gamma = 170°$-os szöget zár be. A két tükör érintkező egyenesétől d = 8 cm távolságra, mindkét tükörtől azonos távolságra egy pontszerű fényforrás található.
Határozzuk meg a tükrökben keletkezett látszólagos képek távolságát!

240. Egy függőleges falon h magasságú tükör található. A faltól L távolságra egy ember áll. A faltól d távolságra egy másik az előzővel párhuzamos fal van.
Ennek a falnak milyen magas részét látja az ember a tükörben fejének megfordítása nélkül?

241. Egy R görbületi sugarú homorú tükör optikai tengelyén a tükörtől d távolságra egy pontszerű fényforrás található.
A tükörtől milyen távolságra helyezzük el a síktükröt, hogy a róla visszaverődő fénysugarak a fényforrásba jussanak vissza?



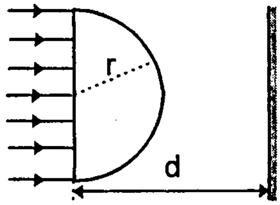
242. Egy domború gömbtükörre olyan fénynyaláb esik, hogy a fénysugarak meghosszabításai a tükörtől x = 0,2 m-re találkoznak. A visszaverődés után a fénysugarak meghosszabításai a tükör mögött y = 0,8 m távolságban találkoznak. Mindkét pont az optikai tengelyen van.
Határozzuk meg ezekből az adatokból a tükör fókusztávolságát!

243. Egy homorú gömbtükör az eléje helyezett tárgyról valódi, kicsinyített képet alkot. A kép és tárgy távolsága d = 20 cm, a kép mérete a tárgy méretének harmadrésze.
Határozzuk meg a tükör fókusztávolságát!

244. Azonos R görbületi sugarú, egymástól $2R$ távolságra lévő domború és homorú gömbtükör közös optikai tengelyén egy pontszerű fényforrást helyezünk el.
A homorú gömbtükörtől milyen távolságra helyezzük el a pontszerű fényforrást, hogy a fénysugarak a tükrökről való visszaverődés után a fényforrásba jussanak vissza?

245. Egy r = 2 cm sugarú, üvegből készült félgömb síkjára a lapra merőleges fénynyaláb érkezik. Az üveg törésmutatója n = 1,41.

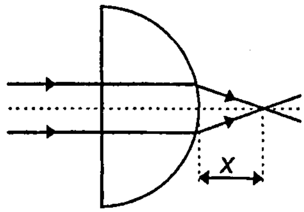
Mekkora sugarú fényfolt keletkezik a d = 5,82 cm távolságra lévő ernyőn?

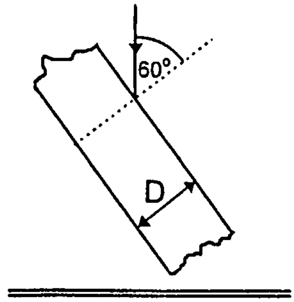


246. Egy optikai kísérletben egy igen vékony fénynyaláb az ábrán látható módon áthaladva egy üvegből készült félgömbön a görbe felülettől számítva, a szimmetriatengelyen, x = 9 cm távolságban fókuszálódik. Az üveg törésmutatója n = 1,5.

a) Határozzuk meg a félgömb sugarát!

b) Félgömb sík felületétől milyen távolságban találkoznak a fénysugarak, ha fénynyalábot ellentétes irányból bocsátjuk át a félgömbön?





247. A D = 1 cm vastag, n = 1,73 törésmutatójú üvegből készült planparalel lemezre $\alpha = 60°$-os beesési szögben vékony fénnyaláb esik. A visszaverődések miatt a kilépő fénysugárra merőleges ernyőn egymástól azonos távolságra vékony fénycsíkokat látunk.

Határozzuk meg a csíkok távolságát!

248. Abban az esetben, ha egy égő gyertyát helyezünk egy d = 8,4 cm vastagságú planparalel üveg elé (vastag ablaküveg), akkor a gyertya oldaláról nézve több, egymástól h = 12 cm távolságra lévő képet látunk.

Határozzuk meg az üveg törésmutatóját!

249. Üvegből készült, α = 10° törőszögű prizmára, az egyik lapra merőlegesen vékony fénynyaláb esik. Az üveg törésmutatója n = 1,41.

Hány darab világos csíkot láthatunk a prizma mögötti ernyőn?

250. Az f = 20 cm fókusztávolságú gyűjtőlencse optikai tengelyén lévő, a gyűjtőlencsétől d = 30 cm távolságra elhelyezkedő világító pont az optikai tengelyre merőlegesen v_1 = 4 cm/s sebességgel kezd mozogni.

Milyen sebességgel mozog a világító pont éles képe a gyűjtőlencse mögötti ernyőn?

251. Egy pontszerű fényforrás képét gyűjtőlencsével állítjuk elő az ernyőn. A fényforrás és a gyűjtőlencse közelebbi fókuszpontjának távolsága d, a fényforrás és képének távolsága pedig L.

a) Mekkora a gyűjtőlencse fókusztávolsága?

b) Milyen távol van a gyűjtőlencse a fényforrástól?

252. Egy gyűjtőlencse a tőle $t_1 = 36$ cm távolságra lévő tárgyról $K_1 = 10$ cm nagyságú képet alkot. $t_2 = 24$ cm-es tárgytávolság esetén a képméret $K_2 = 20$ cm.

Határozzuk meg a gyűjtőlencse fókusztávolságát!

253. Az f fókusztávolságú gyűjtőlencse optikai tengelyén egy vékony, L hosszúságú, világító fénycső helyezkedik el úgy, hogy középpontja d távolságra van a gyűjtőlencsétől.

Határozzuk meg, hányszoros nagyítású képet alkot a gyűjtőlencse a fénycsőről?

254. Az $f = 16$ cm fókusztávolságú gyűjtőlencse rögzített tárgy és ernyő esetén két helyzetben állít elő éles képet az ernyőn. A két helyzet egymástól mért távolsága $d = 60$ cm.

Határozzuk meg a tárgy és az ernyő távolságát!

255. Azonos optikai tengelyű, de különböző fókusztávolságú gyűjtőlencsék úgy helyezkednek el, hogy fókuszpontjaik egybeesnek, távolságuk ekkor $d = 60$ cm. A rendszer a bal oldali lencsétől balra $a = 80$ cm távolságra lévő tárgyról olyan képet alkot, hogy az $b = 10$ cm távolságra lesz a jobb oldali lencsétől.

Határozzuk meg a gyűjtőlencsék fókusztávolságait!

4.2. Hullámoptika

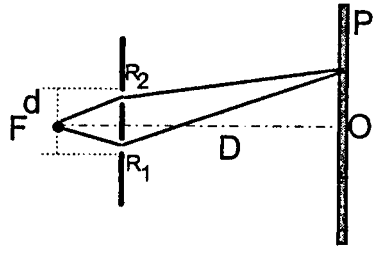
256. Egy fényforrásból kiinduló λ hullámhosszúságú elemi hullámvonulat – alkalmas módon szétválasztva, majd újra egyesítve – Δl útkülönbséggel interferál. Tegyük fel, hogy találkozáskor a két komponens hullám intenzítása azonos!

a) Adjuk meg az eredő hullám A_e amlitúdóját és I_e intenzítását a Δl útkülönbség függvényeként!

b) Mi lesz a maximális erősítés és a kioltás feltétele?

c) Mekkora útkülönbségek esetén adódnak össze az intenzítások?

257. A Joung-féle kétréses kísérletben egy F pontszerű fényforrásból monokromatikus λ hullámhosszúságú fényhullám érkezik a szimmetrikusan elhelyezkedő R_1 és R_2 keskeny résekre, melyek elemi hullámok forrásaként tekinthetők. A rések közötti távolság $d = 1$ mm. Ekkor a réseket összekötő egyenessel párhuza-



mos, a résektől $D = 5$ m távolságra lévő ernyőn interferencia-csíkokat észlelünk.

a) Az ernyő O pontjától mekkora y távolságokra lesznek világos és mekkora z távolságokra sötét interferencia-csíkok?

b) Fejezzük ki az ernyőn folytonosan változó I fényintenzítás értékét az R_1 és R_2 résekhez érkező I_0 fényintenzítások és ernyő középpontjától mért x távolság függvényében!

258. Nátriumgőz lámpa $\lambda = 589$ nm hullámhosszúságú fénye interferenciát hoz létre egy kettős réstől $D = 0,8$ m távolságra lévő ernyőn. Az interferencia képen a szomszédos fényes csíkok távolsága $s = 0,35$ cm

a) Mekkora a rések d távolsága?

b) A 0-ad rendű erősítés helyétől mekkora x távolságra lesz a fényhullám intenzítása éppen kétszerese a réseknél lévő intenzításnak?

259. Egy szappanhártya merőlegesen beeső $\lambda = 500$ nm hullámhosszúságú monokromatikus fényhullámnál interferencia maximumot észlelünk. A szappanhártya törésmutatója $n = 4/3$.

a) Mekkora az a legkisebb d hártyavastagság, ami mellett még interferencia maximumot észlelhetünk?

b) Mekkora s hártyavastagság esetén látszik a szappanhártya feketének?

260. Egy centiméterenként 6000 vonalat tartalmazó optikai rácsot világítunk meg He-Ne lézerfénnyel, melynek hullámhossza $\lambda = 633$ nm.

a) Mekkora lesza lézertől $L = 5$ m távolságra lévő ernyőn az elsőrendű és harmadrendű erősítési fényfoltok x távolsága?

b) Ha a rács megvilágítására összetett fehér fényt használunk, akkor mekkora lesz az elsőrendű szinkép S szélessége az ernyőn? Az ibolya színű fény hullámhossza 400 nm, a vörös színűé pedig 800 nm legyen!

5. Atomfizika

5.1. A fény fotonelmélete, de Broglie hipotézis

261. Egy He-Ne lézer teljesítménye $P = 5$ mW, a sugárzás hullámhossza pedig $\lambda = 633$ nm. A fénynyaláb átmérője $d = 2$ mm.

a) Hány fotont bocsát ki másodpercenként a készülék ?

b) Mekkora fénynyalábban a fotonok térfogati sűrűsége ?

262. A Földre a Napról érkező sugárzás felületi teljesítménye $P = 1400$ W/m^2.

a) Mekkora az időegység alatt felületegységre jutó fotonok össztömege?

b) Mekkora nyomást fejtenek ki fekete felületre a fotonok?

c) Mekkora erőt fejt ki a Nap sugárzása a Föld felszínére? A Föld sugara $R = 6370$ km, a Földet tekintsük feketetestnek!

263. Egy fotocella katódját $\lambda = 550$ nm hullámhosszúságú monokromatikus, $P = 10$ mW teljesítményű fénnyel világítjuk meg. A fotokatód kilépési munkája $W_0 = 0{,}48$ aJ.

a) Mekkora a katódból kilépő elektronok maximális sebessége?

b) Mekkora a fotocella áramának maximális értéke, ha minden ötödik katódba csapódó foton okoz fotoeffektust?

264. Monokromatikus lézerfénnyel világítjuk meg a $W_0 = 0{,}32$ aJ kilépési munkájú fotokatódot.

a) Mekkora legyen a lézerfény λ hullámhossza, hogy a katódból kilépő elektron p_e és a katódra érkező foton p_f impulzusának $k = p_e/p_f$ aránya maximális legyen?

b) Határozzuk meg a maximális arány értékét!

265. Egy $\lambda = 0{,}05$ nm hullámhosszúságú röntgenfoton centrálisan ütközik egy szabad, nyugvó elektronnal. Az ütközéskor a foton az elektronról $\vartheta = 180°$ szögben pattan vissza.

a) Mekkora lesz a visszapattant foton hullámhossza?

b) Mekkora lesz a meglökött elektron sebessége? Az elektron relativisztikus tömeg-növekedésétől tekintsünk el!

c) Mekkora hullámhosszúságú lehet a foton, ha az elektronnál legfeljebb 10%-os tömegnövekedést engedünk meg? (Oldjuk meg a feladatot a relativisztikus tömegnövekedés figyelembevételével is!)

266. A Nap gravitációs erőterében gömb alakú, homogén sűrűségű fekete test mozog.

a) Mi annak a feltétele, hogy a testre ható Nap gravitációs vonzóereje és a fénynyomásból származó taszítóerő megegyezzen?

b) Milyen pályán mozog ekkor a test?

c) A Föld átlagos sűrűségével megegyező sűrűségű gömb esetén mekkora r sugár értéknél egyezik meg a gömbre ható két erő?

267. Határozzuk meg a de Broglie hullámhosszát

a) a 800 aJ mozgási energiájú elektronnak!

b) a 0,16 pJ mozgási energiájú neutronnak!

c) a 20 g tömegű, 1000 m/s sebességű lövedéknek!

268. Adjuk meg a de Broglie hullámhosszát a gyorsító feszültség függvényében (1%-nál nagyobb tömegnövekedést vegyünk csak figyelembe!)

a) az 5000 V-nál kisebb feszültséggel gyorsított elektronnak!

b) az 1 000 000 V-nál kisebb feszültséggel gyorsított protonnak!

c) a 100 000 V-nál nagyobb feszültséggel gyorsított elektronnak!

d) a 10 000 kV-nál nagyobb feszültséggel gyorsított protonnak!

5.2. Atomok, színképek és atommodellek

269. Az arany relatív atomtömege $A = 197$, sűrűsége $\rho = 19{,}6\ \mathrm{kg/dm^3}$.

a) Becsüljük meg az aranyatomok méretét!

b) Becsüljük meg, hogy maximálisan milyen hosszú aranyszál készíthető 1 gramm tömegű aranyból!

c) Maximálisan mekkora felületet lehet bearanyozni az 1 g tömegű arannyal?

270. A Föld légköre nagyrészt nitrogénből és oxigénből tevődik össze.

a) Becsüljük meg a légkörben lévő molekulák számát a légnyomás értékének felhasználásával!

b) Milyen vastag lenne a légkör, ha cseppfolyóssá válna?

271. A hidrogénatom energiája alapállapotban $E_1 = -2{,}2$ aJ.

a) Mekkora sebességű elektronnal ionizálható az atom?

b) Mekkora legkisebb sebességű elektronokkal gerjeszthetők az alapállapotú hidrogénatomok úgy, hogy az atomok látható fényt is sugározzanak ki?

c) Az hidrogénatom színképvonalai közül adjuk meg a látható vonalak hullámhosszát!

272. A Franck-Hertz kísérletet atomos állapotú hidrogéngázzal végezzük el.

a) A gyorsítófeszültség milyen értékénél várható először az áramerősség visszaesése?

b) A csőben milyen hullámhosszúságú fényemissziót mérhetünk?

c) A hidrogénatomokkal rugalmatlanul ütköző elektronok mekkora sebességgel lökik meg az atomokat?

273. A Bohr-modell szerint a pontszerű elektron a proton körül körpályán kering.

a) Mutassuk meg, hogyha a keringő elektron perdülete $L_n = L_1 n$ szerint kvantálódik, ahol $n = 1, 2, 3, \ldots$ egész számok, akkor a lehetséges pályasugarak az egész számok négyzetével arányosak ($r_n = r_1 n^2$)!

b) Becsüljük meg a legkisebb perdület-adag értékét, ha tudjuk, hogy az atomok mérete 0,1 nm nagyságrendű!

274. Tekintsük a Bohr -modell szerinti kvantált elektronpályákat!

Mutassuk meg, hogyha a keringő elektron perdülete $L_n = \frac{h}{2\pi} n$ összefüggés szerint kvantálódik, ahol h a Planck-állandó, akkor a kvantált Bohr-pályák kerületére éppen n-szer fér rá a keringő pontszerű elektron de Broglie-hullám hossza ($2\pi r = n\lambda$, de Broglie-modell)!

275. Tekintsük a hidrogénatomot alapállapotban úgy, mint az atommag elektrosztatikus terébe bezárt elektron-állóhullámot (hullámmodell)!

Becsüljük meg a hidrogénatom méretét és energiáját, alkalmazva a de Broglie összefüggést vagy a Heisenberg-relációt!

276. Vegyük a hidrogénatom gömbszimmetrikus gerjesztett állapotait úgy, mint több félhullámot tartalmazó elektron-állóhullám állapotokat!

Becsüljük meg a gerjesztett állapotok méretét és energiáját! Mutassuk meg, hogy a méretek n^2-tel, a gerjesztett energiaszintek értékei pedig $1/n^2$-tel arányosak!

277. A hidrogénatom hullámmodellje alapján vizsgáljuk meg az atomok összenyomhatóságát alapállapotban!

a) Mekkora nyomás szükséges ahhoz, hogy a hidrogénatomokat összenyomjuk?

b) Mennyi energiabefektetésre lenne szükség ahhoz, hogy 1 liter atomi hidrogénfolyadék térfogatát 10%-kal csökkentsük?

5.3. Atommagok, radioaktivitás, magenergia

278. A Rutherdford-féle szórási kísérletben az s = 0,001 mm vastagságú aranylemezről kb. minden hatvanezredik alfa-rész pattan vissza.

Becsüljük meg az aranyatommagok méretét, ha tudjuk, hogy az aranyatomok átmérője d = 0,25 nm!

279. Szórási kísérletek igazolták a magsugárra vonatkozó alábbi összefüggést: $R = R_0 \sqrt[3]{A}$, ahol $R_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-15}$ m, A pedig az atommag tömegszáma.

a) Az összefüggés alapján mutassuk meg, hogy a magok sűrűsége állandó!

b) Határozzuk meg a magsűrűséget!

c) Mekkora lenne a atommaggal azonos sűrűségű, a Földdel azonos tömegű neutroncsillag sugara?

280. Z = 79 magtöltésű, A = 197 tömegszámú aranyatommagot E_α = 0,8 pJ energiájú alfa-rész közelíti meg centrálisan.

a) Mekkora a legkisebb távolság a két részecske között, ha az aranyatommagot rögzítettnek vesszük?

b) Mekkora a minimális távolság, ha az aranyatommag is szabadon mozoghat?

c) Legalább mekkorának kellene lenni az alfa-rész energiájának, hogy az aranyatom magjába behatoljon? (Vizsgáljuk külön az álló és a szabadon mozgó atommag esetét!)

281. Aranylemezt a lemez síkjára merőlegesen neutronokkal bombázzuk.

a) Mekkora s vastagságú aranylemezt vegyünk, hogy azon a neutronsugárzás ne tudjon áthatolni?

b) Részletesebb meggondolások alapján mekkora annak a valószínűsége, hogy a becsült s vastagságú aranylemezen a neutronok átjutnak?

c) Mekkora lesz az átjutási valószínűség, ha a lemez vastagsága $2s$?

282. Egy 208-as tömegszámú ólom-atommaggal rugalmasan ütközik a $W_\alpha = 0{,}8$ pJ energiájú alfa-rész ($A = 4$). A kölcsönhatás következtében az alfa-rész $\alpha = 30°$-os szöggel eltérül.

a) Milyen irányban lökődik meg az ólom-atommag? (Az atommag mozgási energiáját az alfa-rész energiájához képest hanyagoljuk el.)

b) Mekkora lesz az atommag sebessége?

c) Hány százalékos hibát követünk el a mag mozgási energiájának elhanyagolásával?

283. Egy $E_0 = 0{,}8$ pJ energiájú neutron nyugvó protonnal rugalmasan ütközik, miközben $\vartheta = 30°$-kal térül el.

a) Milyen irányban lökődik meg a proton?

b) Mekkora lesz ütközés után a részecskék energiája?

284. Egy E_0 energiájú részecske rugalmasan ütközik egy ugyanakkora tömegű nyugvó részecskével.

a) Mutassuk meg, hogy a részecskék az ütközés után egymással derékszöget bezáró irányokba repülnek szét (azaz $\vartheta + \varphi = 90°$)!

b) Fejezzük ki a részecskék ütközés utáni energiáját az eltérülési szögekkel!

285. Az atomreaktorban gyors neutronok ütköznek a vízben (moderátor) lévő hidrogénatomok állónak vett magjaival (protonokkal).

a) Mi annak valószínűsége, hogy egy gyors neutron 60°-nál nagyobb szögben térül el a protonnal történő ütközés során?

b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy gyors neutron 3 egymás utáni ütközés után elveszíti energiájának több mint 90%-át? (Az egyes ütközésekkor azonos energiaveszteségi arányt tételezzünk fel!)

286. Nyugvó Be-atommagokat $W_\alpha = 0{,}8$ pJ energiájú alfa-részekkel bombázunk. A létrejött magreakció egyenlete:

$$ {}^4_2\mathrm{He} + {}^9_4\mathrm{Be} = {}^{12}_6\mathrm{C} + {}^1_0\mathrm{n}\,. $$

Az atommagok és a neutron tömege atomi tömegegységekben:

$m_{\mathrm{He}} = 4{,}0015u$, $m_{\mathrm{Be}} = 9{,}0100u$, $m_{\mathrm{C}} = 11{,}9967u$, $m_{\mathrm{n}} = 1{,}0087\mathrm{u}$,

ahol $u = 1{,}6605 \cdot 10^{-27}$ kg.

a) Mennyi magenergia szabadul fel a magreakció során?

b) Mekkora lesz a reakció után keletkező magok mozgási energiája, ha a keletkező magok impulzusvektorai zérus vagy 180°-os szöget zárhatnak be egymással?

287. A deuteron-atommagok fúziójának reakcióegyenlete:

$$^2_1D + ^2_1D = ^3_2He + ^1_0n.$$

A magok tömegei: $m_D = 2{,}0141\,u$, $m_{He} = 3{,}0160\,u$.

a) Mennyi energia szabadul fel a fúziós reakció során?

b) Minimálisan mekkora energiával kell rendelkezni a két, azonos sebességgel szemben haladó egyesülő deuteron-atommagnak, hogy létrejöjjön a reakció? (A magreakció létrejöttének feltétele, hogy a magok összeérjenek. A sugarukat az $R = R_0A^{1/3}$ összefüggésből számítsuk, ahol $R_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-15}$ m!)

c) Mekkora lesz ekkor a héliummag és a neutron mozgási energiája?

288. Adott m = 1 g tömegű ^{226}Ra izotóp, amely 1620 év felezési idővel alfa-bomló, az alfa-részek energiája $W_\alpha = 0{,}76$ pJ.

a) Mekkora az izotóp aktivitása?

b) Mekkora a sugárzás teljesítménye?

c) Mennyi idő alatt csökken a sugárzási teljesítmény 10 %-kal, és ezalatt mennyi energiát adott le sugárzás révén az izotóp?

289. A természetes urán 99,3%-ban ^{238}U és 0,7%-ban ^{235}U izotópot tartalmaz. A paksi atomerőműben az urán fűtőelem 3 %-os dúsításban tartalmazza a jól hasadó ^{235}U izotópot.

a) Hány évvel ezelőtt volt – az atomreaktorok számára kedvező – 3%-os az ^{235}U izotóp koncentráció a természetes uránban, ha tudjuk, hogy mindkettő izotóp alfa-sugárzó, és felezési idejük 4,5 milliárd év, illetve 710 millió év?

b) Becsüljük meg mikor szilárdulhatott meg az a kőzet, amely természetes uránt tartalmaz, ha feltételezzük, hogy kezdetben a két uránizotóp 4:1 arányban (az ^{238}U volt a több) volt jelen a kőzet keletkezésekor!

290. A légkör ^{14}C tartalma kb. 1 tonna. Ez a teljes földi készlet mintegy 2%-a . A szénizotóp felezési ideje T_f = 5760 év, aránya a stabil ^{12}C izotóphoz viszonyítva $1 : 10^{12}$.

a) Becsüljük meg mennyi idős lehet az az elszenesedett fa, amelyben a két szénizotóp aránya $1 : 1{,}5 \cdot 10^{12}$!

b) Becsüljük meg, hogy a kozmikus sugárzás hatására másodpercenként hány darab ^{14}C mag keletkezik a légkörben négyzetméterenként, ha az izotóp keletkezése a teljes földi készlet bomlásával egyensúlyban van!

291. A paksi atomerőmű egy reaktor-blokkjának hőteljesítménye $P_{hő} = 1375$ MW, villamosteljesítménye pedig $P_{vill.} = 460$ MW.

a) Becsüljük meg, hogy a hűtésre használt Duna vize maximálisan hány fokkal melegedhet fel a 4 blokk hűtése révén, ha a Duna átlagos vízhozama $V = 2000$ m^3/s!

b) Egy reaktorban naponta mekkora m_n tömegű ^{235}U izotóp hasad fel, ha tudjuk, hogy hasadásonként $E_H = 32$ pJ energia szabadul fel?

c) Mekkora egy reaktor UO_2 üzemanyanyag-töltetének M_t tömege, ha 1 éves kampányidő $t_k \approx 330$ nap alatt a töltet ^{235}U izotóp koncentrációja átlagosan 1% -kal csökken?

d) Becsüljük meg, hogy a reaktorban lévő $m = 8$ g tömegű urándioxid üzemanyag pasztillákból mennyi energia szabadul fel, ha a kezdeti 3,6%-os ^{235}U koncentráció a kiégés során a reaktorban 0,6%-ra csökken le! A pasztilla mekkora V térfogatú, $H_a = 34$ MJ/m^3 fűtőértékű földgázzal egyenértékű?

292. A Nap energiatermelése a hidrogén fúziójából ered. A Nap sugárzási teljesítménye $P_N = 1400$ W/m^2 a Föld légkörének felső határán. A Nap - Föld távolság $r = 150$ millió km.

a) Mekkora m_{He} tömegű hélium keletkezik a Nap belsejében naponta, ha a hidrogén fúziója során héliummagonként 4,48 pJ energia szabadul fel?

b) Becsüljük meg hogy a Nap legfeljebb mennyi ideig sugároz még változatlan teljesítménnyel, ha tudjuk, hogy jelenleg a Nap tömegének kb. 11%-a hélium! ($M_N = 1{,}98 \cdot 10^{30}$ kg)

c) Mekkora lehet a Föld felszínén a Napból származó Φ neutrino-fluxus (1/(m^2·s) egységben kifejezve), ha tudjuk, hogy minden hélium atommag keletkezésekor kettő neutrino távozik izotrop módon a Nap belsejéből?

293. A paksi atomerőművet naperőművel szeretnénk helyettesíteni. A naperőműben a Nap sugárzási energiáját a napelemek közvetlenül elektromos energiává alakítanák át.

Mekkora területet kellene befednie az erőmű napelemeinek, melynek villamos csúcsteljesítménye megegyezne a paksi atomerőmű állandó villamos teljesítményével ($P_v = 4 \cdot 460$ MW)?

A napelemek villamosenergia termelésének hatásfokát 15%-nak vegyük, és a napsugárzásnak a napelemekre jutó fajlagos teljesítményét vegyük $P_f = 600$ W/m^2-nek!

6. osztályos tanulók fizikaversenye
Mohács

1. Pista felmászik az 5 m magas cseresznyefa csúcsára és az 1 kg tömegű kosárba 3 kg tömegű cseresznyét szed.

a) Legalább mekkora munkát végzett a felmászás során, ha Pista tömege 42 kg?

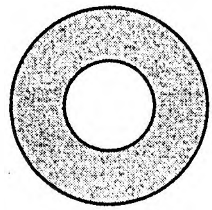
b) Mennyivel csökken a gravitációs mező energiája, ha véletlenül leesik a cseresznyével telt kosár?

c) Mekkora a cseresznyés kosár mozgási energiája a földreérés pillanatában?

2. Egy háziasszony befőtt készítésekor egy nagy fazékban 12 liter vizet forral. Egy bizonyos idő múlva a 12 liter forró vízből már csak 10 liter forró víz van a fazékban. A víz sűrűsége 1000 kg/m^3, forráshője 2260 kJ/kg.

Legalább mennyivel lett könnyebb a gázpalack ez idő alatt, ha a PB gáz égéshője 28 000 kJ/kg.

3. Egy m = 2,4 kg tömegű, V = 4 dm^3 térfogatú, ρ_1 = 800 kg/m^3 sűrűségű anyagból készült golyó üreget tartalmaz.



a) Mekkora az üreg térfogata?

b) Milyen sűrűségű anyaggal kell kitölteni az üreget, hogy a golyó átlagos sűrűsége ρ = 1000 kg/m^3 legyen?

4. A hőszigetelt edényben lévő 500 g tömegű víz-jég keverék 60%-a jég. A jég olvadáshője 340 kJ/kg, a víz fajhője 4,2 kJ/(kg·°C), a forráshője pedig 2260 kJ/kg.

Hány g tömegű, 100 °C hőmérsékletű vízgőzt kell a keverékbe bevezetni, ha azt akarjuk elérni, hogya közös hőmérséklet 50 °C legyen?

Megoldások

1. feladat:

$M = 42$ kg $\quad$ $m = 1$ kg $\quad$ $u = 3$ kg

$h = 5$ m $\quad$ $g = 10$ N/kg

a) A gyerek munkája a fa tetejére történő felmászás során:

$$\boxed{W = (m + M)gh = 43\,\text{kg} \cdot 10\frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 5\,\text{m} = 2150\ \text{J}.}$$

b) A gravitációs mező energiacsökkenése a cseresznyével telt kosár leesésekor:

$$\boxed{\Delta E_g = (m + u)gh = 200\ \text{J}.}$$

c) A cseresznyés kosár mozgási energiája a földre éréskor megegyezik a gravitációs mező energiájának csökkenésével, vagyis

$$\boxed{\Delta E_g = W_m = 200\ \text{J}.}$$

2. feladat :

$V = 2\ \text{dm}^3$ $\rho = 1\ \text{kg/dm}^3$

$L_f = 2260\ \text{kJ/kg}$ $L_e = 28000\ \text{kJ/kg}$

$$m_{\text{víz}} = 2\ \text{dm}^3 \cdot 1\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 2\ \text{kg}.$$

$$\Delta E_b = 2260\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 2\ \text{kg} = 4520\ \text{kJ}.$$

$$\boxed{Q = \Delta E_b \Rightarrow m_{\text{gáz}} = \frac{Q}{L_e} = \frac{4520\ \text{kJ}}{28000\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0{,}161\ \text{kg}.}$$

3. feladat:

$m = 2{,}4\ \text{kg}$ $\rho_1 = 800\ \text{kg/m}^3$

$V = 4\ \text{dm}^3$ $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$

a) Legyen a golyó anyagának térfogata V_1, az üregé V_2!

A golyó anyagának térfogata:

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1} = \frac{2{,}4\,\text{kg}}{800\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0{,}003\ \text{m}^3 = 3\ \text{dm}^3.$$

Az üreg térfogata:

$$\boxed{V_2 = V - V_1 = 4\ \text{dm}^3 - 3\ \text{dm}^3 = 1\ \text{dm}^3.}$$

b) Legyen a keresett sűrűség ρ_2! A golyó új tömege az egyes alkotó elemek tömegeinek összegeként adható meg.

$$V\rho = V_1\rho_1 + V_2\rho_2.$$

Ebből a keresett ρ_2 sűrűség:

$$\boxed{\rho_2 = \frac{V\rho - V_1\rho_1}{V_2} = \frac{0{,}004\ \text{m}^3 \cdot 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 0{,}003\ \text{m}^3 \cdot 800\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0{,}001\ \text{m}^3} = 1600\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.}$$

4. feladat:

$m = 500\ \text{g} = 0{,}5\ \text{kg}$ $L_o = 340\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$m_1 = 0{,}6 \cdot 0{,}5\ \text{kg} = 0{,}3\ \text{kg}$ $c = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}.$

$T_1 = 0\ °C$	$L_f = 2260\ \frac{kJ}{kg}$
$T_2 = 50\ °C$	$T_3 = 100\ °C$

$$\Delta E_{b1} = \Delta E_{b2}.$$

$$L_o m_1 + cm(T_2 - T_1) = L_f m_2 + cm_2(T_3 - T_2).$$

Ebből a keresett tömeg:

$$\boxed{m_2 = \frac{L_o m_1 + cm(T_2 - T_1)}{L_f + c(T_3 - T_2)} = \frac{340\frac{kJ}{kg}\cdot 0{,}3\ kg + 4{,}2\frac{kJ}{kg\cdot °C}\cdot 0{,}5\,kg\cdot 50\ °C}{2260\ \frac{kJ}{kg} + 4{,}2\ \frac{kJ}{kg\cdot °C}\cdot 50\ °C} = 0{,}0838\ kg.}$$

Fizika feladatmegoldó verseny Baranya megyei fordulójának feladatai
7. osztály

1. Egy teafőzőben 2 l vizet melegítenek fel 20 °C-ról 100 °C -ra. A víz sűrűsége 1000 kg/m^3, fajhője pedig 4,2 kJ/(kg·°C). Az 1 m^3 térfogatú gáz elégetésekor a környezet belső energiájának megváltozása 3,5 ·10^7 J.

Mekkora a gázégő hatásfoka, ha melegítés közben 40 l gáz fogyott el?

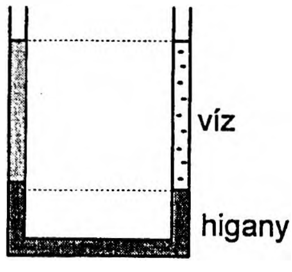
2. Ha egy fémhasábot higanyra teszünk, akkor a hasáb térfogatának 20%-a merül a higanyba. Ha ugyanezt a fémhasábot teljesen vízbe merítjük, akkor 8,6 N erővel tudjuk egyensúlyban tartani.

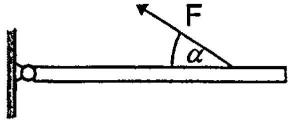
a) Mekkora a fémhasáb anyagának sűrűsége, ha a higany sűrűsége 13600 kg/m^3?

b) Mekkora a fémhasáb térfogata, ha a víz sűrűsége 1000 kg/m^3?

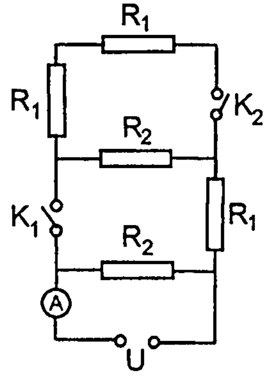
3. Egy állandó keresztmetszetű, U alakú csőbe higanyt töltöttünk, majd az egyik szárába a higany fölé 128 cm magas vízoszlopot rétegeztünk.

Milyen sűrűségű és magasságú folyadékot kell önteni az U alakú cső másik szárába, ha azt akarjuk, hogy a higanyszintek különbsége 2 cm legyen és mindegyik szárban a folyadékok magassága megegyezzék?





4.*a*. Egy 9 kg tömegű, 2 m hosszú rúd a bal oldali végén átmenő vízszintes tengely körül foroghat. A rudat az ábra szerinti vízszintes helyzetében a rúdhoz erősített kötéllel tartjuk. A megerősítés a rúd jobb oldali végétől 20 cm távolságra van, és a kötél ekkor $\alpha = 30°$-os szöget zár be a rúddal. Mekkora F erővel tudjuk a rudat vízszintes helyzetben tartani?



4.*b*. Az ábrán látható áramkörben a telep feszültsége $U = 100$ V és $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 200\ \Omega$. Mekkora erősségű áram folyik át a műszeren, ha

a) a K_1 és a K_2 kapcsoló is nyitva van,

b) a K_1 kapcsoló nyitva, a K_2 kapcsoló pedig zárva van,

c) a K_2 kapcsoló nyitva, a K_1 kapcsoló pedig zárva van,

d) a K_1 és a K_2 kapcsoló is zárva van?

Megjegyzés:
A negyedik feladat választható. Az *a*), illetve *b*) változat közül csak az egyiket kell megoldani.

Dr. Berkes József

Fizika feladatmegoldó verseny Baranya megyei fordulója feladatainak megoldása
7. osztály

1. feladat:

$V_1 = 2\,l = 2 \cdot 10^{-3}\,m^3$ $\qquad \rho = 10^3\,\frac{kg}{m^3}$

$T_1 = 20\ °C$ $\qquad c = 4{,}2\,\frac{kJ}{kg \cdot °C}$.

$V_2 = 40\,l = 4 \cdot 10^{-2}\,m^3$ $\qquad L_é = 3{,}5 \cdot 10^7\,\frac{J}{m^3}$

A víz térfogatának és sűrűségének ismeretében a tömege meghatározható:

$$\rho = \frac{m_1}{V_1} \qquad m_1 = \rho V_1 = 10^3\,\frac{kg}{m^3} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\,m^3 = 2\ kg.$$

A 2 kg tömegű, 20 °C hőmérsékletű víz belső energiájának növekedése a termikus kölcsönhatás során (hasznos energiaváltozás):

$$\Delta E_{b1} = c m_1 (T_2 - T_1) = 4{,}2\,\frac{kJ}{kg \cdot °C} \cdot 2\ kg \cdot 80\ °C = 672\ kJ.$$

A 40 liter gáz elégetése során a környezet belső energiájának növekedése (összes energiaváltozás):

$$\Delta E_{b2} = L_é V_2 = 3{,}5 \cdot 10^7 \ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3} \cdot 4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^3 = 1400\ \mathrm{kJ}.$$

A hasznos energiaváltozás és az összes energiaváltozás hányadosa megadja a hatásfokot:

$$\eta = \frac{\Delta E_{b1}}{\Delta E_{b2}} = \frac{672\ \mathrm{kJ}}{1400\ \mathrm{kJ}},$$

$$\boxed{\eta = 0{,}48 \ \Rightarrow \ 48\%.}$$

A gázégő hatásfoka 48%.

2. feladat:

$V_1 = 0{,}2\,V$ $\qquad \rho_1 = 1{,}36 \cdot 10^4 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

$F = 8{,}6\,\mathrm{N}$ $\qquad \rho_2 = 10^3 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

a) A higanyba merülő fémhasábra ható erők:
a gravitációs erő:

$$F_g = m \cdot 10 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = \rho \cdot V \cdot 10 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}},$$

a felhajtóerő:

$$F_{f1} = \rho_1 V_1 \cdot 10 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = \rho_1 \cdot 0{,}2\,V \cdot 10 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}.$$

A fenti két erő egyenlőségéből adódik:

$$\rho = \rho_1 \cdot 0{,}2 = 1{,}36 \cdot 10^4 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 0{,}2,$$

$$\boxed{\rho = 2720 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}.}$$

A fémhasáb anyagának sűrűsége $2720 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

b) A teljesen a vízbe merülő fémhasábra ható erők:
a gravitációs erő:

$$F_g = \rho V \cdot 10 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}},$$

a felhajtóerő:

$$F_{f2} = \rho_2 V \cdot 10\ \frac{N}{kg},$$

a rugóerő:

$$F_r = 8{,}6\ N.$$

Az F_2 felhajtóerő és az F_r rugóerő iránya az F_g gravitációs erő irányával ellentétes. A fémhasáb egyensúlyban van, az ellentétes irányú erők kiegyenlítik egymást:

$$F_{f2} + F_r = F_g,$$

$$\rho_2 V \cdot 10\ \frac{N}{kg} + F_r = \rho V \cdot 10\ \frac{N}{kg},$$

$$F_r = V \cdot 10\ \frac{N}{kg}(\rho - \rho_2),$$

ahonnét:

$$V = \frac{F}{10\ \frac{N}{kg}(\rho - \rho_2)} = \frac{8{,}6\ N}{10\ \frac{N}{kg}\left(2720\ \frac{kg}{m^3} - 1000\ \frac{kg}{m^3}\right)},$$

$$\boxed{V = 5 \cdot 10^{-4}\ m^3 = 500\ cm^3.}$$

A fémhasáb térfogata 500 cm^3.

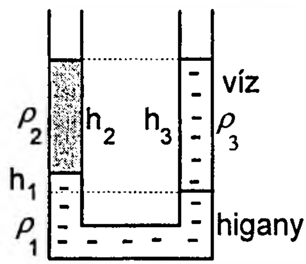
3. feladat:

$h_1 = 2\,cm = 2 \cdot 10^{-2}\,m$

$h_3 = 128\ cm = 1{,}28\ m$

$\rho_1 = 1{,}36 \cdot 10^4\ \frac{kg}{m^3}$

$\rho_3 = 10^3\ \frac{kg}{m^3}$



Az ismeretlen sűrűségű folyadékoszlop magassága:

$$h_2 = h_3 - h_1 = 128\ cm - 2\ cm.$$

$$\boxed{h_2 = 126\ cm.}$$

Az ábráról leolvasható, hogy az U alakú cső bal oldali szárában lévő h_1 magasságú higanyoszlop és az ismeretlen sűrűségű, h_2 magasságú folyadékoszlop nyomása megegyezik a h_3 magasságú vízoszlop nyomásával:

$$p_1 + p_2 = p_3,$$

$$\rho_1 h_1 \cdot 10\ \frac{N}{kg} + \rho_2 h_2 \cdot 10\ \frac{N}{kg} = \rho_3 h_3 \cdot 10\ \frac{N}{kg},$$

ebből:

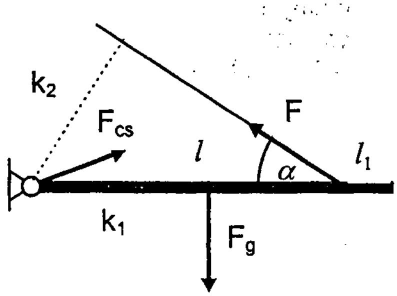
$$\rho_2 = \frac{\rho_3 h_3 - \rho_1 h_1}{h_2} = \frac{10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 1{,}28\,m - 1{,}36 \cdot 10^4 \frac{kg}{m^3} \cdot 2 \cdot 10^{-2}\,m}{1{,}26\,m},$$

$$\boxed{\rho_2 = 800 \frac{kg}{m^3}.}$$

Az ismeretlen folyadék sűrűsége: $800 \frac{kg}{m^3}$.

4.*a*. feladat:

$m = 9$ kg
$l = 2$ m
$l_1 = 20$ cm $= 0{,}2$ m
$\alpha = 30°$



A rúd egyensúlyban van, ezért a rúdra ható forgatónyomatékok kiegyenlítik egymást:

$$F_g k_1 = F k_2.$$

Az ábráról leolvasható, hogy

$$k_1 = \frac{l}{2}, \quad k_2 = \frac{l - l_1}{2},$$

ezért

$$m \cdot 10 \frac{N}{kg} \cdot \frac{l}{2} = F \frac{l - l_1}{2},$$

ebből:

$$F = \frac{m \cdot 10 \frac{N}{kg} \cdot \frac{l}{2}}{\frac{l - l_1}{2}} = \frac{9\ kg \cdot 10 \frac{N}{kg} \cdot 1\ m}{0{,}9\ m},$$

$$\boxed{F = 100\,N.}$$

A rudat 100 N erővel tudjuk vízszintes helyzetben tartani.

4.*b*. feladat:

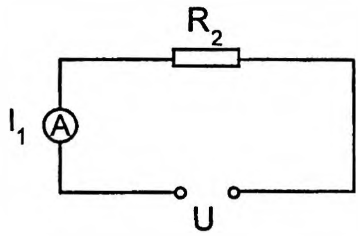
a) Ha a K_1 és a K_2 kapcsoló is nyitva van, akkor az alábbi kapcsolásról van szó:

$R_{e1} = R_2 = 200\,\Omega$

$U = 100\,\text{V}$

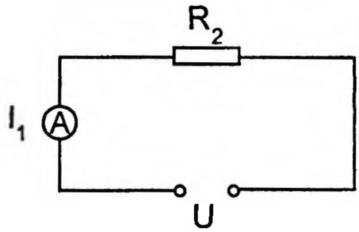
$$I_1 = \frac{U}{R_{e1}} = \frac{100\,\text{V}}{200\,\Omega},$$

$$\boxed{I_1 = 0{,}5\,\text{A.}}$$



A műszeren 0,5 A erősségű áram folyik át.

b) Ha a K_1 kapcsoló nyitva van, a K_2 kapcsoló pedig zárva van, akkor az alábbi kapcsolásról van szó:

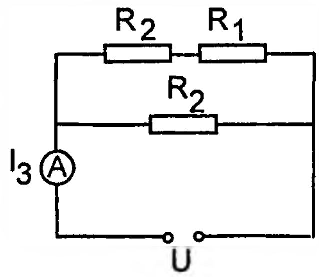


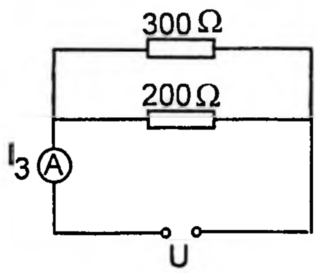
A kapcsolás tehát az előzővel megegyező, tehát:

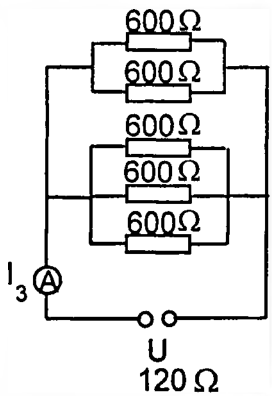
$$\boxed{I_2 = I_1 = 0{,}5\,\text{A.}}$$

A műszeren most is 0,5 A erősségű áram folyik át.

c) Ha a K_2 kapcsoló nyitva van, a K_1 kapcsoló pedig zárva, akkor az alábbi kapcsolásról van szó:





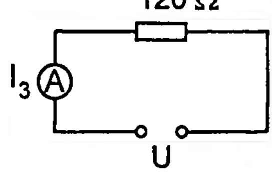


$R_{e3} = 120\,\Omega$

$U = 100\,\text{V}$

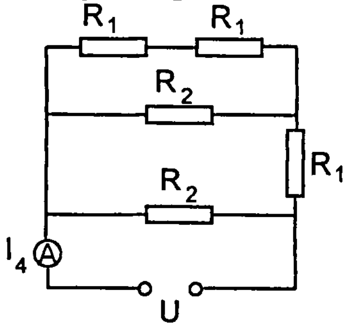
$$I_3 = \frac{U}{R_{e3}} = \frac{100\,\text{V}}{120\,\Omega},$$

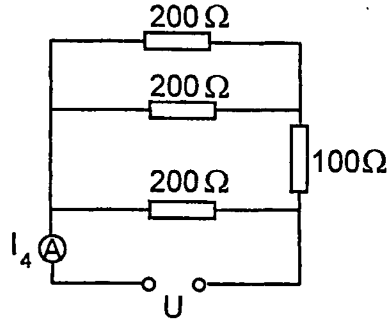
$$\boxed{I_3 = \frac{5}{6}\,\text{A.}}$$

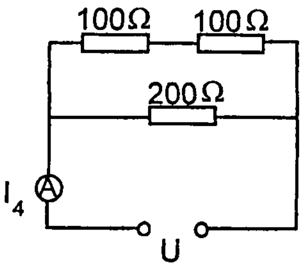


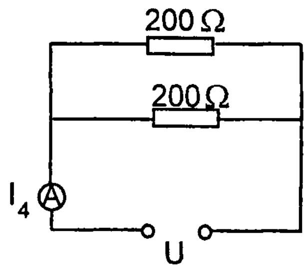
A műszeren 5/6 A erősségű áram folyik át.

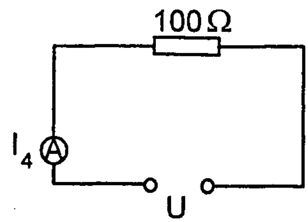
d) Ha a K_1 és a K_2 kapcsoló is zárva van, akkor az alábbi kapcsolásról van szó:











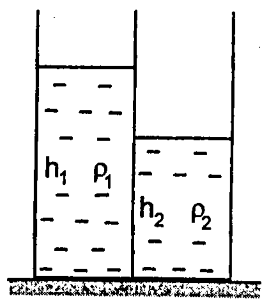
$R_{e4} = 100\,\Omega$
$U = 100\,\mathrm{V}$

$$I_4 = \frac{U}{R_{e4}} = \frac{100\,\mathrm{V}}{100\,\Omega},$$

$$\boxed{I_4 = 1\,\mathrm{A}.}$$

A műszeren 1 A erősségű áram folyik át.

Fizika feladatmegoldó verseny Baranya megyei fordulójának feladatai
8. osztály



1. Téglatest alakú, felül nyitott edényt az edény közepén lévő, függőleges válaszfal két, egyenlő térfogatú részre oszt. A bal oldali térben $h_1 = 30$ cm magas folyadékoszlop található, a folyadék sűrűsége $\rho_1 = 800$ kg/m³ . A jobb oldali térben lévő folyadék sűrűsége $\rho_2 = 1600$ kg/m³, a folyadékoszlop magassága $h_2 = 20$ cm. A folyadékok egymással nem keverednek.

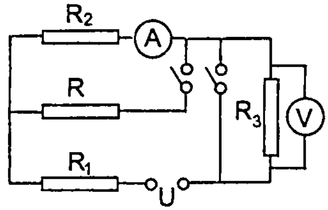
a) Milyen magasságú folyadékoszlopok alakulnak ki az egyes terekben, ha a válaszfal legalján egy kis nyílást készítünk?

b) Hol készíthetünk nyílást válaszfalon úgy, hogy a rendszerben semmilyen változás ne történjen?

2. Központi fűtéssel ellátott szobában a radiátorban meleg víz kering. A radiátorhoz vezető cső keresztmetszete A = 5 cm^2, a csőben áramló víz sebessége v = 1,2 cm/s. A radiátorba beáramló víz hőmérséklete T_1 = 70 °C, a távozóé pedig T_2 = 40 °C. A szobában szellőztetés után m_2 = 126 kg tömegű, T_3 = 10 °C hőmérsékletű levegő van. A víz sűrűsége ρ_v =1000 kg/m^3, fajhője pedig c_v = 4,2 kJ/(kg·°C), a levegő fajhője c_2 = 1000 J/(kg·°C).

Mennyi idő alatt fűti fel a radiátor szellőztetés után a szoba levegőjét T_4 = 25 °C hőmérsékletűre, ha a radiátor által szolgáltatott energia 20%-a a falak, a tárgyak és a környezet melegítésére fordítódik?

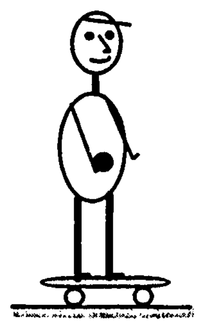
3. Az ábrán látható kapcsolásban R_1 = 30 Ω, R_2 = 10 Ω, R_3 = 5 Ω. Az áramforrás feszültsége U = 4,5 V. Az áramkörben lévő áramerősségmérő mindkét kapcsoló nyitott, illetve mindkét kapcsoló zárt állása esetén ugyanazt az értéket jelzi.



a) Mekkora feszültséget jelez a feszültségmérő a kapcsolók nyitott, illetve zárt állása esetén?

b) Határozzuk meg a negyedik fogyasztó R ellenállását!

4.*a*. Vízszintes járdán lévő, nyugvó görkorcsolyán egy tanuló áll. A tanuló és görkorcsolya együttes tömege M = 40 kg. A tanuló egy m = 1 kg tömegű medicinlabdát tart a kezében. A labdát függőlegesen, majd vízszintesen a járdához képest azonos v_0 = 10 m/s kezdősebességgel eldobja.



a) A függőleges irányú indítás esetén milyen magasra emelkedett a labda?

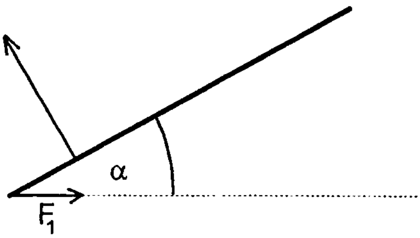
b) Milyen sebességgel kezd mozogni a görkorcsolyán álló tanuló a labda vízszintes, görkorcsolya irányával azonos irányú eldobása után?

c) Mennyi munkát végzett a tanuló a labda vízszintes irányú eldobása során?

4.*b*. Az állandó sebességgel futó rúdugró a nekifutás során az m = 4 kg tömegű, L = 6 m hosszúságú rudat éppen vízszintesen tartja. Egyik kezével a rúd végére F_1 , a másik, a rúd végétől d = 0,5 m távolságra lévő kezével a rúd egy másik pontjára F_2 erőt gyakorol.

a) Határozzuk meg az F_1 és F_2 erők nagyságát, ha azok hatásvonala merőleges a rúdra!

b) Egy másik rúddal való gyakorlás során a nekifutás során rudat úgy tartja, hogy az a vízszintessel α =30° -os szöget zár be. Egyik kezével a rúd végét vízszintes irányba F_1 = 28,9 N nagyságú erővel nyomja, a másikkal pedig a megfelelő pontban a rúdra merőlegesen tartja. Mekkora ennek a rúdnak a tömege?



Megjegyzés:

A negyedik feladat választható. Az 4.*a*., illetve 4.*b*. változat közül csak az egyiket kell megoldani.

Dr. Kotek László

Fizika feladatmegoldó verseny Baranya megyei fordulója feladatainak megoldása
8. osztály

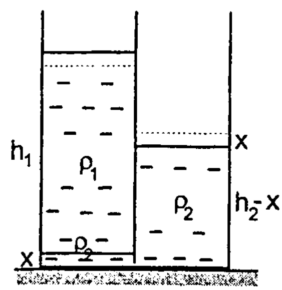
1. feladat:

$h_1 = 30$ cm $\qquad \rho_1 = 800$ kg/m^3

$h_2 = 20$ cm $\qquad \rho_2 = 1600$ kg/m^3

---

a) Könnyű belátni, hogy a jobb oldali folyadékoszlop nyomása az edény alján nagyobb, mint a bal oldalon lévőé. Ezért a nyíláson addig áramlik a ρ_2 sűrűségű folyadék, amíg a nyomások meg nem egyeznek.



Az ábra alapján:

$$\rho_1 g h_1 + \rho_2 g x = \rho_2 g (h_2 - x).$$

Ebből a folyadékszintek elmozdulása:

$$x = \frac{r_2 h_2 - r_1 h_1}{2 r_2},$$

$$x = \frac{1600\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 20\text{ cm} - 800\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 30\text{ cm}}{3200\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 2{,}5\text{ cm}.$$

A folyadékoszlopok új magassága:

$$\boxed{\begin{aligned} h_1^* &= h_1 + x = 32{,}5\ \text{cm}, \\ h_2^* &= h_2 - x = 17{,}5\ \text{cm}. \end{aligned}}$$

A bal oldali ágban 32,5 cm magas, a jobb oldali ágban 17,5 cm magas folyadékoszlop alakul ki.

b) Olyan d_1 magasságban kell a nyílást készíteni, hogy a nyílás feletti folyadékoszlopok nyomásai megegyezzenek.

$$\rho_1 g(h_1 - d_1) = \rho_2 g(h_2 - d_1).$$

Ebből a keresett magasság:

$$d_1 = \frac{\rho_2 h_2 - \rho_1 h_1}{\rho_2 - \rho_1},$$

$$\boxed{d_1 = \frac{1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 20\ \text{cm} - 800\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 30\ \text{cm}}{800\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 10\ \text{cm}.}$$

A nyílást 10 cm magasan kell készíteni.

2. feladat:

$A = 5\ \text{cm}^2$	$m_2 = 126\ \text{kg}$
$v = 1{,}2\ \text{cm/s}$	$T_3 = 10\ °\text{C}$
$T_1 = 70\ °\text{C}$	$T_4 = 25\ °\text{C}$
$T_2 = 40\ °\text{C}$	$c_2 = 1000\ \text{J/(kg}\cdot°\text{C)}$
$\rho_v = 1000\ \text{kg/m}^3$	
$c_v = 4{,}2\ \text{kJ/(kg}\cdot°\text{C)}$	

Legyen a keresett idő *t*! A radiátoron *t* idő alatt átáramlott víz tömege:

$$m_1 = Avt\rho_v.$$

A radiátor által szolgáltatott energia 80%-a növeli a szobában lévő levegő belső energiáját.

$$0{,}8 \cdot c_v A v t \rho_v (T_1 - T_2) = c_2 m_2 (T_4 - T_3).$$

Ebből a keresett idő:

$$t = \frac{c_2 m_2 (T_4 - T_3)}{0{,}8 \cdot c_v A \rho_v (T_1 - T_2)}.$$

Az adatokat beírva:

$$t = \frac{1000 \,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}} \cdot 126\ \mathrm{kg} \cdot 15\ {}^\circ\mathrm{C}}{0{,}8 \cdot 4200 \,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}} \cdot 5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 30\ {}^\circ\mathrm{C}},$$

$$\boxed{t = 3125\ \mathrm{s} \approx 52\ \mathrm{perc}.}$$

A radiátor körülbelül 52 perc alatt melegíti fel a szoba levegőjét.

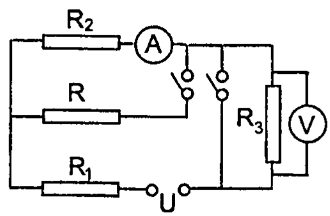
3. feladat:

$R_1 = 30\ \Omega$

$R_2 = 10\ \Omega$

$R_3 = 5\ \Omega$

$U = 4{,}5\ \mathrm{V}$



a) Nyitott állás esetén az R ellenállású fogyasztó nem működik, így a körben folyó áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{4{,}5\,\mathrm{V}}{45\,\Omega} = 0{,}1\ \mathrm{A}.$$

Az R_3 ellenállású fogyasztón eső feszültség:

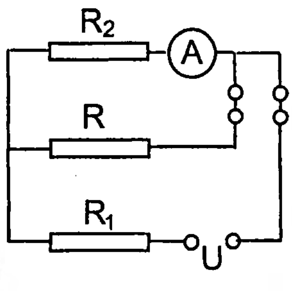
$$\boxed{U_3 = IR_3 = 0{,}1\,A \cdot 5\,\Omega = 0{,}5\,\mathrm{V}.}$$

A kapcsolók zárt állása esetén az R_3 ellenállású fogyasztót rövidre zártuk, rajta nem folyik át áram, ezért a rajta eső feszültség zérus.

$$\boxed{U_3^* = 0\ \mathrm{V}.}$$

A kapcsolók nyitott állása esetén a feszültségmérő 0,5 V feszültséget, a kapcsolók zárt állása esetén pedig 0 V feszültséget jelez.

b) A kapcsolók zárt állása esetén a feladat feltételei szerint az R_2 ellenállású fogyasztón



$$I_2 = I = 0{,}1\,\text{A}$$

erősségű áram halad keresztül. A rajta eső feszültség:

$$U_2 = I_2 R_2 = 0{,}1\ \text{A} \cdot 10\ \Omega = 1\ \text{V}.$$

Az R_1 ellenállású fogyasztón eső feszültség:

$$U_1 = U - U_2 = 3{,}5\,\text{V}.$$

A főágban folyó áram erőssége:

$$I^* = \frac{U_1}{R_1} = \frac{3{,}5\,\text{V}}{30\,\Omega} = \frac{7}{60}\ \text{A}.$$

Az ismeretlen R ellenállású fogyasztón átfolyó áram erőssége:

$$I_R = I^* - I_2 = \frac{7}{60}\ \text{A} - 0{,}1\ \text{A} = \frac{1}{60}\ \text{A}.$$

Az ismeretlen R érték:

$$\boxed{R = \frac{U_2}{I_R} = \frac{1\,\text{V}}{\frac{1}{60}\ \text{A}} = 60\ \Omega.}$$

A negyedik fogyasztó ellenállása 60 Ω.

4.*a*. feladat:

$M = 40$ kg

$m = 1$ kg

$v_0 = 10$ m/s

a) Az emelkedés magasságát abból a feltételből határozhatjuk meg, hogy a függőleges irányú mozgás során a golyó mozgási energiájának csökkenése egyenlő a helyzeti energia (a gravitációs mező energiájának) növekedésével:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh.$$

Ebből:

$$\boxed{h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{100\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5\ \text{m}.}$$

A labda 5 m magasra emelkedett.

b) Legyen a görkorcsolyával együtt mozgó tanuló sebessége a labda vízszintes irányú eldobása után *u*! A lendületmegmaradásból:

$$0 = Mu - mv_0.$$

Így a keresett *u* sebesség:

$$\boxed{u = \frac{m}{M}v_0 = \frac{1\ \text{kg}}{40\,\text{kg}} \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.}$$

A görkorcsolyán álló tanuló 0,25 m/s sebességgel kezd mozogni.

c) Az *m* tömegű labda v_0, az *M* tömegű tanuló (görkorcsolyával együtt) *u* sebességgel kezd mozogni. Így mozgási energiára tettek szert. A tanuló annyi munkát végzett, amennyi a két energia összege.

$$W = \frac{1}{2}m{v_0}^2 + \frac{1}{2}Mu^2.$$

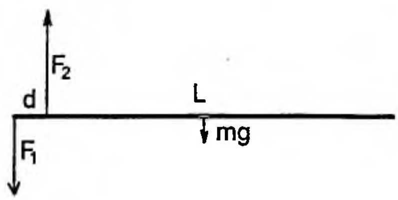
Adatokkal:

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1\ \text{kg} \cdot \left(10\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 40\,\text{kg} \cdot \left(0{,}25\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2,$$

$$\boxed{W = 50\ \text{J} + 1{,}25\ \text{J} = 51{,}25\ \text{J}.}$$

A tanuló 51,25 J munkát végzett.

4.*b*. feladat:



$m = 4$ kg

$L = 6$ m

$d = 0{,}5$ m

$\alpha = 30°$

$F_1 = 28{,}9$ N

---

a) A feltétel szerint a rúdra ható erők és a rúdra ható forgatónyomatékok kiegyenlítik egymást. Tekintsük forgástengelynek a rúd bal oldali végén átmenő, a rúdra merőleges egyenest!

$$mg\frac{L}{2} - F_2 d = 0.$$

Ebből:

$$F_2 = \frac{L}{2d}mg = \frac{6\,\text{m}}{1\,\text{m}} \cdot 40\ \text{N} = 240\ \text{N}.$$

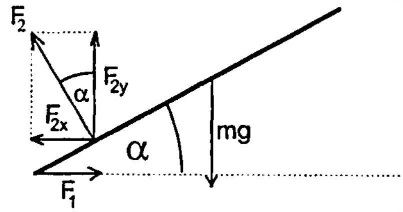
Az erők egyensúlyából:

$$F_2 = F_1 + mg,$$

$$\boxed{F_1 = F_2 - mg = 240\,\text{N} - 40\,\text{N} = 200\ \text{N}.}$$

A rúd végét 200 N nagyságú, a 0,5 m távolságra lévő pontot pedig 240 N nagyságú erővel kell a sportolónak nyomnia.

b) A kérdésre csupán az erők vizsgálata alapján felelhetünk. Az erőknek vízszintes és függőleges irányban is ki kell egyenlíteni egymást.



tehát:

$$F_{2x} = F_1 = 28{,}9\ \text{N},$$

$$F_{2y} = mg.$$

A derékszögű háromszögben lévő 30° -os szög miatt:

$$F_2 = 2F_{2x} = 57{,}8\ \text{N}.$$

A Pithagorasz-tétel felhasználásával:

$$F_{2y} = \sqrt{F_2^2 - F_{2x}^2} = \sqrt{3F_{2x}^2} = \sqrt{3}F_{2x} = 50{,}06\ \text{N}.$$

Az előzőek alapján a rúd tömege:

$$\boxed{m = \frac{F_{2y}}{g} = 5{,}006\ \text{kg} \approx 5\ \text{kg}.}$$

A rúd tömege 5 kg.

PÁRKÁNYI LÁSZLÓ FIZIKAVERSENY (PÉCS)

11. osztály

1. Két hegyi falu (A és B) között vezető út egy egyenes emelkedő és egy egyenes lejtős szakaszból áll. Mindkét szakasz meredeksége azonos. A faluk között közlekedő autóbusz az emelkedőn v_1 = 40 km/h, a lejtős szakaszon pedig v_2 = 60 km/h átlagsebességgel halad. Így a busz teljes útra vonatkozó átlagsebessége A-ból B-be haladva v_{AB} = 50 km/h.

a) Mekkora lesz az autóbusz v_{BA} átlagsebessége visszafelé (B-ből A-ba haladva) azonos feltételek mellett?

b) Mennyivel kellene megváltoztatni a járat átlagsebességét visszafelé a lejtős szakaszon, hogy a teljes menetidő oda-vissza ugyanakkora legyen?

2. Egy utasszállító repülőgép a kifutópályáról v_1 = 180 km/h sebességgel emelkedik fel, és egyenesvonalú pályán egyenletesen gyorsulva t = 40 s alatt h = 2000 m magasságra jut, miközben sebessége v_2 = 540 km/h-ra növekszik.

a) Emelkedés közben mekkora és milyen irányú a repülőgép a gyorsulása?

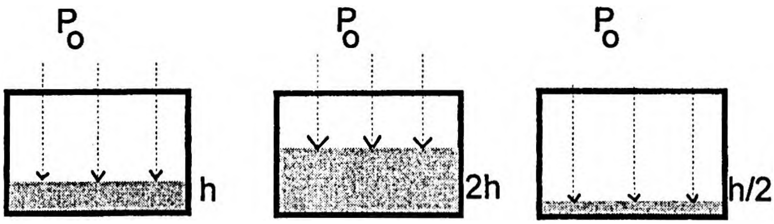
b) Emelkedéskor az utastér padlóján lévő bőrönd nem csúszik meg a padlón. Legalább mekkora a μ_0 tapadási súrlódási együttható a bőrönd és a padló között?

3. Vékonyfalú, átlátszó, de jó hőszigetelő, egyforma téglatest alakú, A alapterületű, zárt edényekbe h , $2h$ és $h/2$ magasságú, részben fényáteresztő, azonos minőségű, azonos hőmérsékletű folyadékokat töltünk. Az edények mindegyikének fedőlapjára merőlegesen P_0 teljesítményű lézersugarat bocsátunk adott t ideig. A lézerfény a folyadékokban részben elnyelődik, melynek következtében a h vastagságú folyadékréteg hőmérséklete az első edényben ΔT_1 = 2 °C - kal növekszik. A folyadékban a lézerfény teljesítménye a $P = P_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{h}}$ exponenciális függvény szerint csökken, ahol x a folyadékréteg vastagsága, h pedig az úgynevezett felezési rétegvastagság (amelynél a beeső fény P_0 teljesítménye az elnyelődés következtében felére csökken), P pedig a rétegen átjutó fény teljesítménye.

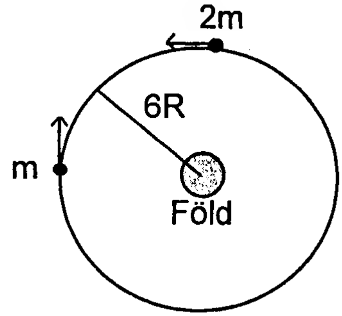
a) Mekkora lesz a ΔT_2 illetve a ΔT_3 hőmérsékletnövekedés a $2h$, illetve a $h/2$ vastagságú folyadékrétegekben?

b) Mikor lesz magasabb a közös hőmérséklet: ha a három edényben lévő besugárzott folyadékot egybeöntjük, vagy ha besugárzás előtt öntjük egybe a közös hőmérsékletű folyadékokat, és így a 3,5h vastagságú folyadékréteget sugározzuk be t ideig P_0 teljesítménnyel? (Válaszunkat indokoljuk!) Adjuk meg a két esetben a közös hőmérsékletek különbségét!

Megjegyzés: Az edények fényelnyelésétől és hőleadásától tekintsünk el!



4. A Föld körül $6R$ sugarú körpályán, m és $2m$ tömegű meteorit kering ellenkező irányban. Keringésük során véletlenül összeütköznek. Az ütközést követően az össztömeg 2/3-a ($2m$ tömeg) porfelhő alakjában gömbszimmetrikusan szétrepül azonos v = 2500 m/s sebességgel, a maradék m tömegű központi mag pedig együtt mozog.



a) Milyen pályán mozog a központi rész, és mekkora lesz az ütközés utáni u sebessége?

b) Mennyivel nő a központi mag hőmérséklete, ha az ütközés során felszabaduló hő 15% - a magban marad, amelynek fajhője c = 400 J/(kg·K)?

Felhasználható adatok: A Föld felszínén a gravitációs gyorsulás értéke: g = 10 m/s^2, a Föld sugara pedig R = 6370 km.

Dr. Szűcs József

A Párkányi László Fizikaverseny feladatainak megoldása
11. osztály

1. feladat:

a) Az átlagsebesség definíciója alapján az alábbi egyenlőséget írhatjuk fel:

$$v_{AB} = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}}.$$

Az útszakaszok arányára bevezetve az $x = \frac{s_2}{s_1}$ jelölést, kapjuk az adatok behelyettesítésével, hogy az utak aránya x = 1,5.

A visszaútra ismét írjuk fel az átlagsebesség kifejezését:

$$v_{BA} = \frac{s_2 + s_1}{\frac{s_2}{v_1} + \frac{s_1}{v_2}},$$

amelyet átalakítva kapjuk, hogy

$$\boxed{v_{BA} = \frac{x+1}{\frac{x}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = 46{,}15\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.}$$

b) Írjuk fel az átlagsebesség összefüggését a visszaútra $v_{BA} = 50$ km/h értékkel, és v_x határozatlan sebességgel:

$$v_{BA} = \frac{s_2 + s_1}{\frac{s_2}{v_1} + \frac{s_1}{v_x}}.$$

Ebből v_x-et kifejezve kapjuk, hogy

$$\boxed{v_x = \frac{v_1 v_{BA}}{v_1 x + v_1 - x v_{BA}} = 80\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.}$$

2. feladat:

a) A repülőgép gyorsulásának nagysága:

$$\boxed{a = \frac{v_2 - v_1}{t} = 2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.}$$

A pályának a vízszintessel bezárt szöget, és egyben a gyorsulás irányát is megkapjuk a $\sin\alpha = \frac{h}{s}$ összefüggésből, ahol h = 2000 m az emelkedési magasság, s pedig a gép által megtett út, amit ki számíthatunk:

$$s = \frac{v_1 + v_2}{t} = 4000\ \text{m}.$$

Így a pálya és a gyorsulás vízszintessel bezárt szögére kapjuk, hogy

$$\boxed{\alpha = 30°.}$$

b) A padlón fekvő bőröndre írjuk fel a mozgásegyenletet:

$$F_s - mg\sin\alpha = ma.$$

Használjuk fel az $F_s \le \mu_0\, mg\cos\alpha$ egyenlőséget, ekkor a tapadási súrlódási együtthatóra nyerjük az alábbi feltételt:

$$\boxed{\mu_0 \ge \frac{mg\sin\alpha + ma}{mg\cos\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2}.}$$

3. feladat:

a) Írjuk fel mindhárom edényre a hőátadás kalorimetrikus egyenletét:

$$\frac{P_0}{2}t = chA\rho\Delta T_1,$$

$$\frac{3}{4}P_0 t = c\cdot 2hA\rho\Delta T_2,$$

$$(1-\frac{1}{\sqrt{2}})P_0 t = c\frac{h}{2}A\rho\Delta T_3.$$

Az egyenletek baloldalán a folyadékrétegek által elnyelt teljesítmény-hányadok szerepelnek, melyeket a magadott exponenciális elnyelődés formulából lehet kikövetkeztetni. A fenti egyenletek alapján kapjuk, hogy

$$\boxed{\begin{aligned}\Delta T_2 &= \Delta T_1\cdot 0,75 = 1,5\,°\mathrm{C},\\ \Delta T_3 &= 4(1-\frac{1}{\sqrt{2}})\Delta T_1 = 2,34\,°\mathrm{C}.\end{aligned}}$$

b) Ha a három edényben külön-külön sugározzuk be a folyadékrétegeket P_0 teljesítménnyel t ideig, akkor a rendszer által a lézerfényből felvett összenergia több lesz, mint amikor az összeöntött folyadékréteg együttesen kerül besugárzásra. Hiszen ekkor az egyes, gondolatban elkülönített, egymás alatt lévő folyadékrétegek már csökkent teljesítmény adott hányadát nyelik el. Ezért a rendszer belső energiája a második esetben kevésbé nő, vagyis a közös hőmérséklet a második esetben lesz alacsonyabb. A közös hőmérsékleteket a következőképpen számíthatjuk ki:

Az első esetben tekintsük az azonos, besugárzás előtti hőmérsékleteket zérus értéknek! Ekkor az összeöntött folyadékok közös hőmérsékletének kiszámítására felírhatjuk az alábbi kalorimetrikus egyenletet:

$$cm(T_k - \Delta T_1) + c\cdot 2m(T_k - \Delta T_2) + c\cdot 0{,}5m(T_k - \Delta T_3) = 0$$

Így az *a*) részben meghatározott hőmérséklet-különbségek ismeretében kapjuk, hogy $T_k = 1,76\ °\mathrm{C}$ (a besugárzás előtti közös hőmérsékletet zérusnak tekintve).

A 3,5h vastagságú folyadékréteg besugárzása által felvett energia kalorimetrikus egyenlete pedig:

$$\left(1-\frac{1}{\sqrt{128}}\right)P_0\, t = c\cdot 3{,}5hA\rho\,\Delta T_4.$$

A fenti egyenletet az *a*) rész első egyenletével összevetve adódik, hogy $\Delta T_4 = 0,71\ °C$.

Így a közös hőmérsékletek különbségei:

$$\boxed{\Delta T = T_k - \Delta T_4 = 1,05\ °C.}$$

4. feladat:

a) Mivel a porfelhő szimmetrikusan repül szét, ezért annak eredő impulzusa zérus. Ezt figyelembe véve írjuk fel az impulzusmegmaradás egyenletét:

$$2mv_k - mv_k = mu.$$

Ebből $u = v_k$. Az ütközés után megmaradt központi mag sebessége tehát megegyezik a $6R$ sugarú körpályán való keringési sebességgel, így a központi mag a pálya módosulása nélkül továbbra is a $6R$ sugarú körpályán fog keringeni. A keringési sebességet pedig az alábbi egyenletekből nyerhetjük:

$$\frac{mv^2}{6R} = f\frac{Mm}{(6R)^2},$$

$$mg = f\frac{mM}{R^2}.$$

Ezekből:

$$\boxed{u = v_k = \sqrt{\frac{gR}{6}} = 3258,3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.}$$

b) Az összeütközés során felszabadult teljes hőmennyiséget a mozgási energiák különbsége adja:

$$Q = \frac{1}{2}3mv_k^2 - \frac{1}{2}mv_k^2 - \frac{1}{2}2mv^2.$$

A központi rész által felvett hő pedig Q-nak 15%-a, ezért

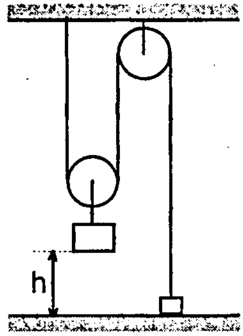
$$0,15Q = cm\Delta T.$$

A fenti két egyenletből adódik, hogy

$$\boxed{\Delta T = 0,15\frac{v_k^2 - v^2}{c} = 1637,5\ \text{K}.}$$

PÁRKÁNYI LÁSZLÓ FIZIKAVERSENY (PÉCS)

12. osztály

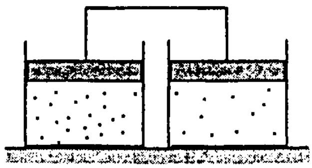


1. Az ábrán látható elrendezésben az álló, illetve mozgó csigák tömege és a függőleges nyújthatatlan fonalak tömege elhanyagolható. A mozgó csigára függesztett, a talaj felett h = 0,2 m magasságban lévő test tömege n = 4 szerese a talajon lévő, rögzített test tömegének. Egy adott pillanatban a talajon lévő test rögzítését megszüntetjük.

a) Milyen magasra emelkedik az eddig a talajon lévő test?

b) Hány %-os a rendszer mechanikai energiavesztesége abban a pillanatban, amikor a kisebb tömegű test a legmagasabban van, ha a másik test talajjal való ütközése rugalmatlan?

c) Hogyan válasszuk meg n értékét, hogy a mechanikai energia vesztesége 75% legyen?



2. Azonos keresztmetszetű, rögzített függőleges hengerekben lévő, súrlódásmentesen mozgó, súlytalan dugattyúk azonos minőségű, térfogatú, hőmérsékletű ideális gázokat zárnak el. A dugattyúkat elhanyagolható tömegű, merev rudakkal összekapcsoltuk. A bal oldali hengerben lévő gáz tömege 2-szerese a másikénak. A külső nyomást egy adott pillanatban 4-szeresére növeljük. A gázok térfogatát szeretnénk állandó értéken tartani.

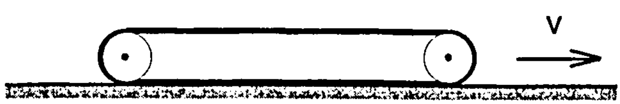
a) Hányszorosára kell növelni a bal oldali hengerben lévő gáz Kelvin-skálán mért hőmérsékletét, ha jobb oldali hőmérsékletét 3-szorosára növeltük?

b) A melegítések következtében hányszorosra a nőtt rendszer belső energiája?

3. Lánctalpas traktor vízszintes úton állandó, v = 36 km/h sebességgel halad.

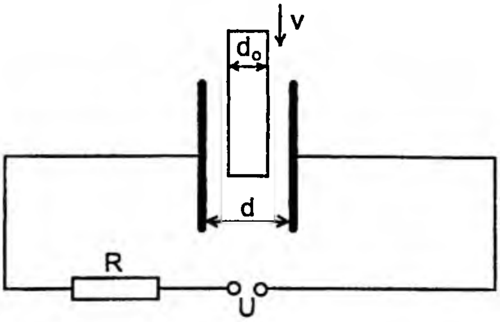
a) Határozzuk meg az egyik, m = 600 kg tömegű, lánctalp kinetikus energiáját!

b) Mennyi a lánctalp kinetikus energiája a szerelés során felemelt traktor esetén, ha a motor mindkét esetben azonos fordulatszámmal üzemel?



4. Egy síkkondenzátor két párhuzamos, egymástól d távolságra lévő, négyzet alakú, A területű fémlemezből áll. A lemezek között levegő van. A kondenzátor lemezeit egy R ellenállású fogyasztó közbeiktatásával az U feszültségű, egyenáramú áramforrás pólusaihoz kapcsoljuk, melynek belső ellenállása elhanyagolható. Ezután a kondenzátor lemezei közé, velük párhuzamosan, egy velük egybevágó, d_0 vastagságú fémlemezt tolunk állandó v sebességgel.

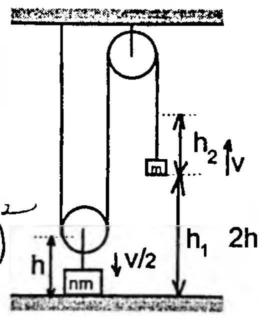
Határozzuk meg a R ellenállású fogyasztó elektromos teljesítményét a fémlemez betolása előtt és a fémlemez v sebességű mozgása során!



Dr. Kotek László

A Párkányi László Fizikaverseny feladatainak megoldása
12. osztály

1. feladat:



a) Az elrendezés geometriájából következik, hogy az nm tömegű test leérkezésének pillanatában az m tömegű, v sebességű test $2h$ magasságban van, illetve az nm tömegű test sebessége $v/2$. A v sebesség a mechanikai energia megmaradásából meghatározható:

$$nmgh = mg2h + \frac{1}{2}mv^2 + \cancel{\frac{1}{2}m\left(\frac{v}{2}\right)^2} + \frac{1}{2}nm\left(\frac{v}{2}\right)^2$$

Ebből: $$v^2 = \frac{8n-16}{n+4}gh.$$

Az m tömegű test még h_2-vel emelkedik, amely például energiamegmaradásból is meghatározható:

$$h_2 = \frac{v^2}{2g} = \frac{4n-8}{n+4}h.$$

A teljes emelkedés:

$$\boxed{h_ö = h_1 + h_2 = \frac{6n}{n+4}h = 3h = 0{,}6\text{ m.}}$$

b) A mechanikai energia %-os vesztesége a rendszer kezdő és végállapotában meghatározott helyzeti energiák ismeretében számolható.

$$\boxed{\frac{\Delta E_v}{E_ö} = \frac{nmgh - mgh_ö}{nmgh} = \frac{n-2}{n+4} = \frac{1}{4} \Rightarrow 25\%.}$$

c) A 75%-os energiaveszteség akkor következik be, ha:

$$\frac{n-2}{n+4}=\frac{3}{4},$$

ebből: $\boxed{n=20.}$

2. feladat:

a) Jelöljük a gázok állapotjelzőit a kezdő- és végállapotban az ábrán látható módon!

A dugattyúk alkotta rendszer egyensúlyi feltételeiből:

(1) $$2p_0A=p_1A+p_2A,\quad 2p_0=p_1+p_2.$$

(2) $$8p_0A=p_1^*A+p_2^*A,\quad 8p_0=p_1^*+p_2^*.$$

Írjuk fel a gázok kezdő állapotaira vonatkozó állapotegyenleteket!

(3) $$p_1V=\frac{2m}{M}RT_0,\qquad p_2V=\frac{m}{M}RT_0.$$

Ezekből:

$$p_1=2p_2.$$

(1) felhasználásával:

$$\boxed{p_1=\frac{4}{3}p_0,\qquad p_2=\frac{2}{3}p_0.}$$

A jobb oldali hengerben lévő gázra vonatkozó Gay-Lussac II. törvényből és a (2) összefüggésből kifejezhető a gázok melegítés utáni nyomása.

$$\frac{p_2^*}{3T_0}=\frac{p_2}{T_0},\quad p_2^*=3p_2=2p_0,$$

$$p_1^*=8p_0-2p_0=6p_0.$$

Ezek ismeretében a bal oldali tartályban lévő gázra vonatkozó Gay-Lussac II. törvény alapján meghatározhatjuk a keresett hőmérsékletet.

$$\frac{p_1^*}{T_1}=\frac{p_1}{T_0},\quad \text{ebből:}\quad T_1=\frac{p_1^*}{p_0}T_0.$$

A nyomások értékeit beírva:

$$\boxed{T_1 = \frac{6p_0}{\frac{4}{3}p_0} T_0 = 4{,}5\,T_0.}$$

b) A rendszer belső energiája a kezdő- és végállapotban:

$$E_1 = \frac{f}{2}\frac{2m}{M}RT_0 + \frac{f}{2}\frac{m}{M}RT_0 = 3\frac{f}{2}\frac{m}{M}RT_0,$$

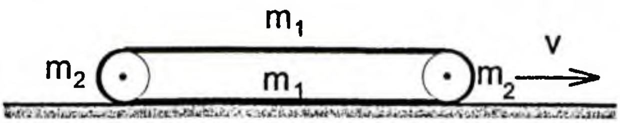
$$E_2 = \frac{f}{2}\frac{2m}{M}R4{,}5T_0 + \frac{f}{2}\frac{m}{M}R3T_0 = 12\,\frac{f}{2}\frac{m}{M}RT_0.$$

A belső energiák aránya:

$$\boxed{\frac{E_2}{E_1} = \frac{12}{3} = 4.}$$

3. feladat:

a) Gondolatban osszuk fel a lánctalpat 4 részre!



Az ábra alapján: $2m_1 + 2m_2 = m$

A traktor v sebességgel történő mozgása során a talajon lévő m_1 tömegű rész nyugalomban van, a vele szemben lévő m_1 tömegű rész pedig $2v$ sebességgel mozog.

A meghajtó kerekkel érintkező részeket gondolatban egyesíthetjük egy $2m_2$ tömegű, tisztán gördülő karikává, melynek középpontja v sebességgel halad. Így a lánctalp teljes kinetikus energiája:

$$E_{k1} = \frac{1}{2}m_1\,0 + \frac{1}{2}m_1(2v)^2 + \frac{1}{2}2m_2v^2 + \frac{1}{2}\Theta\omega^2,$$

ahol: $\Theta = 2m_2r^2, \qquad \omega = \frac{v}{r}.$

Ezekből:

$$\boxed{E_{k1} = 2m_1v^2 + 2m_2v^2 = mv^2 = 60\text{ kJ}.}$$

b) A szerelés során felemelt traktor lánctalpának minden része v sebességgel mozog. Így a teljes kinetikus energia:

$$\boxed{E_{k2} = \frac{1}{2}mv^2 = 30\text{ kJ}.}$$

4. feladat:

A fémlemez betolása előtt az áramkörben nem folyik áram, így a teljesítmény:

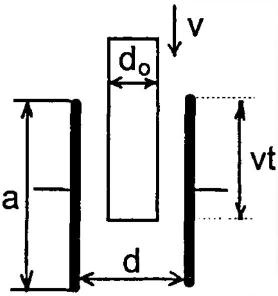
$$P = 0.$$

A kondenzátor kapacitása a lemez teljesen betolt helyzetében:

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\varepsilon_0 \frac{A}{x} \varepsilon_0 \frac{A}{y}}{\varepsilon_0 \frac{A}{x} + \varepsilon_0 \frac{A}{y}} = \varepsilon_0 \frac{A}{d - d_0}.$$

A kondenzátor kapacitása t a időpillanatban:

$$C(t) = \varepsilon_0 \frac{a\,vt}{d - d_0} + \varepsilon_0 \frac{a(a - vt)}{d}, \qquad \text{ahol } a = \sqrt{A}.$$



Ebből:

$$C(t) = \varepsilon_0\, a \frac{(d - d_0)a + d_0\, vt}{d(d - d_0)}.$$

A kapacitás változása Δt idő alatt:

$$\Delta C = C(t + \Delta t) - C(t) = \varepsilon_0\, a \frac{d_0\, v\, \Delta t}{d(d - d_0)}.$$

A Δt legyen olyan kicsi, hogy az I töltőáramerősség legyen állandó! Ekkor a kondenzátoron eső feszültség:

$$U_1 = U - IR.$$

A kondenzátorra jutó töltés:

$$I\,\Delta t = \Delta C(U - IR),$$

$$I\,\Delta t = \frac{\varepsilon_0\, a\, d_0\, v\, \Delta t}{d(d - d_0)}(U - I\,R).$$

Ebből az áramerősség:

$$I = \frac{\varepsilon_0\, a d_0 v}{d(d - d_0) + \varepsilon_0\, a d_0 v R} U.$$

A fogyasztó keresett teljesítménye:

$$P = I^2 R,$$

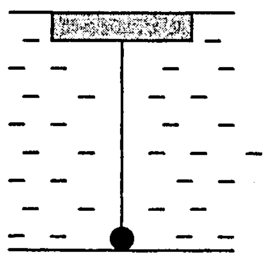
azaz:

$$\boxed{P = \left(\frac{\varepsilon_0 \sqrt{A} d_0 v}{d(d - d_0) + \varepsilon_0 \sqrt{A}\, d_0 v R} \right)^2 U^2\, R.}$$

XV. MIKOLA SÁNDOR FIZIKAVERSENY
MÁSODIK FORDULÓ

9. osztályos gimnazisták feladatai

Figyelem! Azok az I. osztályos gimnazisták, akik mechanikával kezdték fizika tanulmányaikat, választhatják az 9. osztályos szakközépiskolások (teljes!) feladatsorát.



G.I.1. Egy nagy felületű tóban lévő homogén, téglatest alakú pontonhíd tömege m = 3000 kg, alapterülete A = 6 m^2, magassága h = 1 m. A tó fenekén lévő súlyos horgony és a hozzákapcsolt drótkötél a pontonhidat, az ábra szerint, éppen víz alá merülve tartja. Műszaki okok miatt búvárok a drótkötél és a híd találkozásánál a drótkötelet elvágják, aminek következtében a pontonhíd kiemelkedik és úszni kezd a ρ_v = 1000 kg/m^3 sűrűségű vízben.

Mennyivel változott a rendszer belső energiája a pontonhíd kiemelkedése során, ha a tó vízfelszínének változásától eltekintünk?

Dr. Kotek László

G.I.2. Egy hőlégballon térfogata V_1 = 5000 m^3. Leszállásra alkalmatlan terep felett alacsonyan szállva elfogy az üzemanyag. A ballonban lévő átlagosan T_1 = 350 K hőmérsékletű levegő percenként 1 K-nel hűlni kezd. A léghajós úgy igyekszik tartani a magasságot, hogy a Δm = 50 kg tömegű, erre a célra fenntartott homokkészletét megfelelő ütemben kiengedi. A külső levegő nyomása p_0 = 10^5 Pa, a levegő moláris tömege M = 29·10^{-3} kg/mol. Tegyük fel, hogy a hőballon térfogata nem változik!

Becsüljük meg, mennyi ideig képes a léghajó ilyen módon magasságát megtartani!

Dr. Szkladányi András

G.I.3. Azonos a gimnáziumok II. osztályának 1. feladatával (G.II.1).

G.I.4. A V = 0,1 dm^3 térfogatú kvarcüvegből készült gázkisülési cső T_1= 300 K hőmérsékletű és p_1 = 10^5 Pa nyomású tiszta oxigéngázt tartalmaz. Elektromos kisülés hatására a hőmérséklet T_2 = 295 K-re, a nyomás p_2 = 92 kPa-ra csökkent.

a) Milyen anyagszerkezeti átalakulás történhetett a csőben?

b) Adjuk meg a végállapotban az egyes komponensek tömegszázalékát!

Dr. Kopcsa József

9. osztályos szakközépiskolások feladatai

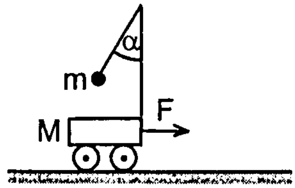
SZ.I.1. Egy mozgólépcsőn álló embert a lépcső $t_1 = 40$ s alatt juttat el céljához. Ha a lépcső nem mozog, de az ember végigmegy rajta, akkor $t_2 = 60$ s alatt ér célba.

Mennyi idő alatt jut célba az ember, ha a lépcső mozog és az ember az előbbi sebességgel végigmegy rajta?

Dr. Szegedi Ervin

SZ.I.2. Azonos a gimnáziumok 9. osztályának 1. feladatával (G.I.1).

SZ.I.3. Vízszintes felületen lévő, $M = 0{,}5$ kg tömegű kiskocsit vízszintes irányú F erővel húzunk. A kocsi függőleges rúdjára függesztett ingán $m = 0{,}1$ kg tömegű golyó függ. Az inga a rúdhoz viszonyított $\alpha = 30°$ -os állandó szögben helyezkedik el. A vízszintes felület és kiskocsi közötti gördülési ellenállási tényező $\mu = 0{,}05$.

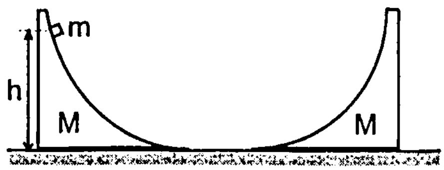


a) Milyen gyorsulással mozog a rendszer?

b) Mekkora az F húzóerő?

Dr. Jurisits József

SZ.I.4. Két azonos, a vízszintes síkba simuló, M tömegű hasáb az ábrán látható módon a vízszintes talajon áll és azon nagyon könnyen mozoghat. A bal oldali hasábról egy m tömegű test csúszik le kezdősebesség nélkül. A súrlódás mindenhol elhanyagolható!

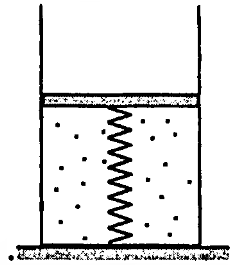


a) Milyen magasra jut az m tömegű test a jobb oldali hasábon?

b) Hogyan válasszuk meg az m/M arányt, hogy az m tömegű test $h_2 = h/4$ magasra jusson a jobb oldali hasábon?

Dr. Honyek Gyula

10. osztályos gimnazisták feladatai



G.II.1. Függőleges, alul zárt hengerben lévő súlytalan, súrlódásmentesen mozgó dugattyú alatt a külső légnyomással megegyező nyomású, n anyagmennyiségű, T_0 hőmérsékletű egyatomos ideális gáz van. A dugattyút a henger aljával húzó-nyomó rugó köti össze. A rugóban ébredő erő egyenesen arányos a rugó hosszváltozásával. Ha a gázt a dugattyú alól kiszivattyúznánk, akkor a dugattyú és a henger távolsága az eredeti távolság 3/5 részére csökkenne.

a) Hányszorosára kell a gáz Kelvin-skálán mért hőmérsékletét növelni, hogy térfogata 1,5 -szeresére növekedjen?

b) Mennyi hőt közöltünk a gázzal?

Dr. Kotek László

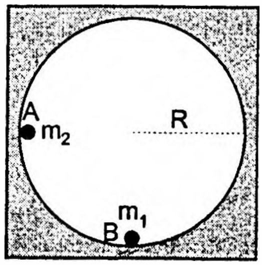
G.II.2. A versenyautó indulásnál $a_1 = 4$ m/s^2 gyorsulásra, vészfékezésnél $a_2 = 8$ m/s^2 lassításra képes. Egyik tesztelés során a jármű az $s = 1200$ m hosszú pályaszakaszt a megtételéhez szükséges legrövidebb időnél 10 százalékkal több idő alatt futotta le.

a) A tesztelés során mennyi idő alatt teljesítette a versenyautó a kitűzött távolságot?

b) Mekkora volt a tesztelés során a versenyautó maximális sebessége?

Dr. Kopcsa József

G.II.3. Azonos a szakközépiskolák 10. osztályának 4. feladatával (SZ.II.4).



G.II.4. Vízszintes tengelyű, R sugarú, hengeres üreg belsejében ugyanabban a függőleges síkban a pontszerű, m_2 tömegű A test és a pontszerű, m_1 tömegű B test súrlódásmentesen mozoghat. Kezdetben az A test a vízszintes átmérő végpontjában, a B test pedig a henger alján található. Az A testet elengedjük, amely a B testtel rugalmasan ütközik.

a) Hányszor nagyobb függőleges nyomóerő hat a henger aljára közvetlenül az ütközés után, mint közvetlenül az ütközés előtt?

b) Legalább mekkora az m_2/m_1 tömegarány, ha a B test egy teljes körfordulat megtételére képes?

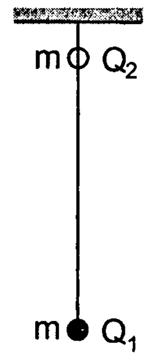
Varga István

10. osztályos szakközépiskolások feladatai

Az 1. feladat az alábbi két feladat közül szabadon választható.

SZ.II.1.A. Azonos a gimnáziumok 10. osztálya 2. feladatával (G.I.2).

SZ.II.1.B. Egy elhanyagolható tömegű selyemzsinór alján egy $m = 0{,}4$ kg tömegű, kisméretű, $Q_1 = \frac{1}{9} \cdot 10^{-4}\,\mathrm{C}$ töltésű test található. A selyemzsinórra egy szintén $m = 0{,}4$ kg tömegű, kisméretű, $Q_1 = 10^{-4}\,\mathrm{C}$ töltésű, átfűrt test van felfűzve. Ha valamilyen magasról elengedjük az átfűrt testet, akkor az mozgása közben $a_{max} = 30\ \mathrm{m/s^2}$ maximális gyorsulást ér el.



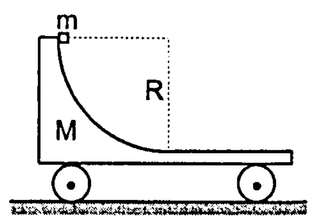
a) Mekkora a mennyezetre ható legnagyobb húzóerő?

b) Milyen távolságra közelíti meg az átfűrt test a másik testet?

Suhajda János

Sz.II.2. Azonos a gimnáziumok 10. osztálya 2. feladatával (G.II.2).

Sz.II.3. Egy súrlódásmentesen gördülő, *M* tömegű kiskocsi *R* sugarú negyedkörív alakú hajlatot tartalmaz, amelyen egy *m* tömegű kisméretű test súrlódásmentesen lecsúszhat. A kiskocsi vízszintes platója és a test közötti súrlódási együttható μ. Az *m* tömegű testet a legfelső pontból elengedjük.

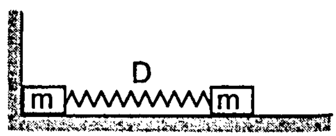


a) Mekkora maximális sebességre tesz szert a kiskocsi?

b) Legalább milyen hosszú a kiskocsi vízszintes platója, ha az *m* tömegű test nem esik le róla?

Varga István

Sz.II.4. Két, $m = 1$ kg tömegű, téglatest alakú testet $D = 100$ N/m rugóállandójú, elhanyagolható tömegű rugó kapcsol össze. A testeket a rugó nyújtatlan helyzetében úgy helyezzük le a padlóra, hogy az egyik test egészen a falnál legyen. A talaj és a testek között a tapadási súrlódási együttható $\mu_0 = 0{,}6$, a csúszási súrlódási együttható $\mu = 0{,}4$.



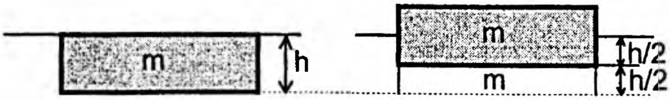
a) Legfeljebb mennyivel tolhatjuk a jobb oldali testet a fal felé, hogy a rendszert magára hagyva a falnál lévő test ne mozduljon meg a másik mozgása során?

b) A jobb oldali testet $y_2 = 0{,}2$ m-rel közelítve a fal felé, majd elengedve, hol lesz és mekkora sebességgel mozog a jobb oldali test abban a pillanatban, amikor a másik éppen megcsúszik a padlón?

Dr. Szkladányi András

A XV. Mikola Sándor Fizikaverseny második fordulója feladatainak megoldása
Gimnázium 9. osztály.

G.I.1.



A végállapotban a vízből és a hídból álló rendszer helyzeti energiája kisebb, mint a kezdő állapotban. Ez az energiacsökkenés egyenlő a belső energia növekedésével. A híd anyagának sűrűsége:

$$\rho=\frac{m}{V}=500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

A drótkötél elvágása utáni x bemerülési mélység az úszás feltételéből számolható:

$$Ax\rho_v g = Ah\rho g,$$

$$x=\frac{\rho}{\rho_v}h=\frac{h}{2}.$$

Ezek alapján könnyen látható, hogy a felszínről a híd alá áramló víz tömege is m. Az m tömegű híd és az alá áramló m tömegű víz alkotta rendszer helyzeti energiája a kezdő és végállapotban a teljesen vízben lévő híd alsó felületéhez viszonyítva:

$$E_1 = mg\frac{h}{2}+mgh=\frac{3}{2}mgh,$$

$$E_2 = mgh+mg\frac{h}{4}=\frac{5}{4}mgh.$$

A belső energia növekedése:

$$\boxed{Q=E_1-E_2=\frac{1}{4}mgh=7500\ \text{J}.}$$

G.I.2.

Határozzuk meg a hőlégballonban lévő levegő kezdeti tömegét:

$$(1)\qquad m_1=\frac{p_0V_1M}{RT_1}=4982{,}989\ \text{kg}.$$

A hőlégballonban lévő levegő hőmérsékletének csökkenésével a ballonban lévő levegő tömege növekszik. Ezt a növekedést a rendelkezésre álló homok folyamatos kiengedésével lehet kompenzálni. A ballonban lévő levegő tömege a kérdéses t idő múlva:

$$m_2=m_1+\Delta m=4932{,}989\ \text{kg}.$$

Legyen ebben az állapotban a gáz hőmérséklete T_2! m_2 az állapotegyenlet alapján is kifejezhető:

(2) $$m_2 = \frac{p_o V_1 . M}{RT_2}.$$

(2) és (1) osztásával T_2 meghatározható:

$$T_2 = \frac{m_1}{m_2} T_1 = 346{,}52\ \text{K}.$$

Ismert a levegő hőmérséklet-csökkenésének sebessége: $a = 1\frac{\text{K}}{\text{min}}$.

Így a kérdéses Δt idő:

$$\Delta t = \frac{T_1 - T_2}{a} = \frac{350\ \text{K} - 346{,}52\ \text{K}}{1\frac{\text{K}}{\text{min}}} = 3{,}48\ \text{min}.$$

G.I.3. Azonos a gimnáziumok 10. osztályának 1. feladatával (G.II.1).

G.I.4.

a) Határozzuk meg az állapotegyenlet alapján a csőben lévő gázrészecskék kisülés előtti N_1, illetve a kisülés utáni N_2 számát!

$$N_1 = \frac{p_1 V}{kT_1} = 2{,}415 \cdot 10^{21},$$

$$N_2 = \frac{p_2 V}{kT_2} = 2{,}259 \cdot 10^{21}.$$

Olyan átalakulás történt, hogy a részecskék száma csökkent, azaz oxigén egy részéből ózon keletkezett ($3O_2 \Rightarrow 2O_3$).

b) Tegyük fel, hogy az O_2 molekulák x-ed része alakult ózonná! Ekkor igaz, hogy

$$N_2 = (1-x)N_1 + \frac{2}{3}xN_1.$$

Ebből: $$x = \frac{3(N_1 - N_2)}{N_1} = 0{,}1937.$$

A kisülés után az O_2, illetve O_3 molekulák száma:

O_2 : $$N_1^* = (1-x)N_1 = 1{,}947 \cdot 10^{21}$$

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{kg}}{\text{mol}},$$

O_3 : $$N_2^* = \frac{2}{3} x N_1 = 0{,}312 \cdot 10^{21},$$

$$M_2 = 48 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}.$$

Az egyes alkotórészek tömegei:

O_2 : $$m_1 = \frac{N_1^* M_1}{N_A} = 2{,}488 \cdot 10^{-5} \text{ kg},$$

O_3 : $$m_2 = \frac{N_2^* M_2}{N_A} = 10{,}349 \cdot 10^{-5} \text{ kg}.$$

A gáz össztömege:

$$m = \frac{p_1 V M}{R T_1} = 1{,}283 \cdot 10^{-4} \text{ kg}.$$

Az egyes komponensek tömegszázalékai:

O_2 : $$\boxed{\frac{m_1}{m} = 0{,}8066 \Rightarrow 80{,}61\%,}$$

O_3 $$\boxed{\frac{m_2}{m} = 0{,}1939 \Rightarrow 19{,}39\%.}$$

Szakközépiskola 9. osztály.

SZ.I.1. Legyen a mozgólépcső hossza s, sebessége v_0, az ember sebessége v_1, a kérdéses idő pedig t_2!
A feladat feltételei szerint:

$$s = v_0 t_1, \qquad s = v_1 t_2,$$

illetve: $$s = (v_0 + v_1) t_3.$$

Ezekből a egyes sebességek és az út hányadosát kifejezve:

$$\frac{v_0}{s} = \frac{1}{t_1}, \quad \frac{v_1}{s} = \frac{1}{t_2}, \quad \frac{v_0 + v_1}{s} = \frac{1}{t_3}.$$

Könnyen látható, hogy:

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t_3}.$$

Ebből a keresett idő:

$$\boxed{t_3 = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 24 \text{ s.}}$$

SZ.I.2. Azonos a gimnáziumok 9. osztályának 1. feladatával (G.I.1).

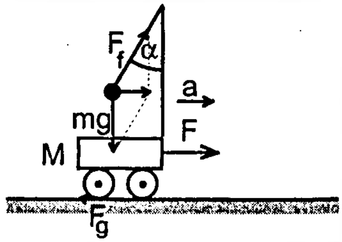
SZ.I.3.

a) A rendszer a gyorsulással mozog, így az m tömegű golyó is. Írjuk fel a golyó mozgására a dinamika alapegyenletét!

$$ma = mg\,\mathrm{tg}\alpha.$$

Ebből a keresett gyorsulás:

$$a = g\,\mathrm{tg}\alpha = 5{,}77\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

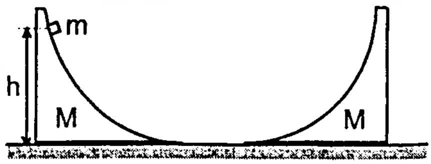


b) Írjuk fel a dinamika alapegyenletét a kocsi és golyó alkotta rendszerre is!

$$(m + M)a = F - \mu(m + M)g.$$

Ebből a húzóerő: $\boxed{F = (m + M)a + \mu(m + M)g = 3{,}76\ \mathrm{N}.}$

SZ.I.4.



a) Legyen az m tömegű test sebessége a hasábról való elérkezés pillanatában u, a hasábé pedig v_1!

A lendületmegmaradásból:

$$(1)\qquad 0 = mu - Mv_1.$$

Az energiamegmaradásból:

$$(2)\qquad mgh = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}Mv_1^2.$$

(1)-ből: $$v_1 = \frac{m}{M}u.$$

Ezt (2)-be beírva: $$mgh = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{m}{M}u\right)^2.$$

Ebből: $$u^2 = 2\frac{M}{m + M}gh.$$

Az m tömegű test u sebességgel rácsúszik a jobb oldali M tömegű, álló hasábra és akkor lesz legmagasabban, amikor sebességeik megegyeznek.

A lendületmegmaradásból:

$$(3)\qquad mu = (m + M)v_2.$$

Az energiamegmaradásból:

$$(4)\qquad \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}(m + M)v_2^2 + mgh_1.$$

(3)-ból: $v_2 = \frac{m}{m+M} u.$

Ezt (4)-be beírva: $\frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2}(m+M)\left(\frac{m}{m+M} u\right)^2 + mgh_1.$

Ebből: $h_1 = \frac{M}{m+M} \frac{u^2}{2g}.$

u^2 ismert értékét beírva:

$$\boxed{h_1 = \left(\frac{M}{m+M}\right)^2 h.}$$

b) A feltétel szerint:

$$h_2 = \left(\frac{M}{m+M}\right)^2 h,$$

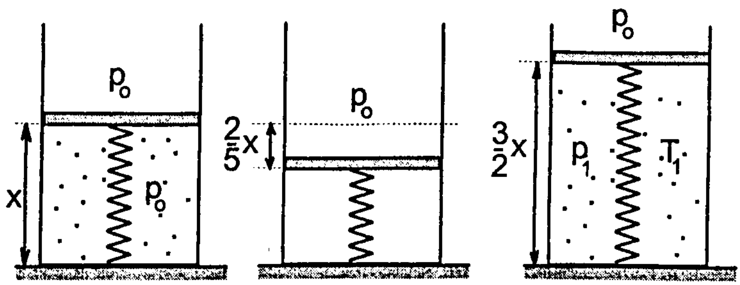
azaz: $\frac{h}{4} = \left(\frac{M}{m+M}\right)^2 h.$

Ebből: $\boxed{m = M.}$

Gimnázium 10. osztály.

G.II.1.

a) Legyen a gáz nyomása kezdetben p_0, térfogata V_0, hőmérséklete a végállapotban T_1, nyomása p_1!



Az egyesített gáztörvényből:

(1) $\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 \frac{3}{2} V_0}{T_1}.$

Ebből:

(2) $T_1 = \frac{3}{2} \frac{p_1}{p_0} T_0.$

A dugattyúk egyensúlyi feltételeiből:

(3) $$p_0 A = \frac{2}{5} Dx, \quad p_1 A = p_0 A + \frac{1}{2} Dx.$$

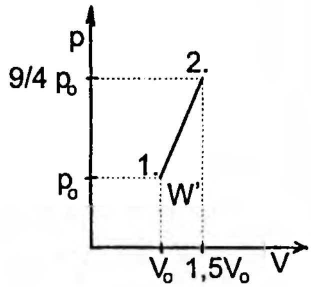
Ezekből:

(4) $$p_1 = \frac{9}{4} p_0.$$

Ezt (2)-be beírva:

$$\boxed{T_1 = \frac{27}{8} T_0 = 3{,}375 T_0.}$$

b) A folyamatot ábrázoljuk p–V diagramon!
A termodinamika első főtétele szerint:



(5) $$Q = \Delta E_b + W'.$$

(6)

$$Q = \frac{3}{2}\frac{R}{M} m \cdot \frac{19}{8} T_0 + \frac{p_0 + \frac{9}{4} p_0}{2} \cdot \frac{1}{2} V_0,$$

(7) $$Q = \frac{57}{16}\frac{m}{M} R T_0 + \frac{13}{16} p_0 V_0.$$

Felhasználva az 1. állapotra felírt állapotegyenletet, amely szerint:

(8) $$p_0 V_0 = \frac{m}{M} R T_0,$$

a közölt hő:

$$\boxed{Q = \frac{35}{8}\frac{m}{M} R T_0 = \frac{35}{8} n R T_0 = 4{,}375 n R T_0.}$$

G.II.2.

a) Az ábrán látható sebesség-idő grafikon alapján határozzuk meg azt a legkisebb időt($t_ö$) , amely alatt a pálya ilyen gyorsulással és lassulással teljesíthető. A feltétel szerint:

$$v_{1\max} = a_1 t_1 = a_2 t_2.$$

Ebből:

$$t_1 = \frac{a_2}{a_1} t_2 = 2 t_2.$$

A megtett út:

$$s = \frac{3 t_2 a_2 t_2}{2}.$$

Ebből:

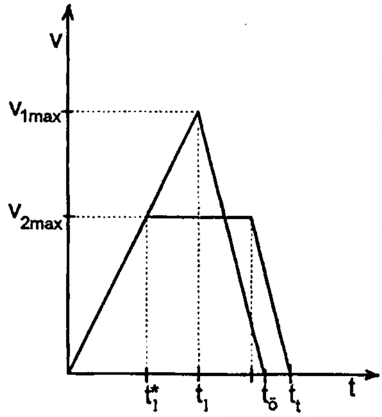
$$t_2 = \sqrt{\frac{2s}{3a_2}} = 10\ \text{s}.$$

A pálya megtételéhez szükséges legrövidebb idő:

$$t_ö = 3t_2 = 30 \text{ s.}$$

A kérdéses tesztelési idő:

$$\boxed{t_t = 1{,}1t_2 = 33 \text{ s.}}$$



b) A tesztelés során is igaz, hogy

$$t_1^* = 2t_2^*.$$

A versenyautó most is s utat tesz meg.

$$s = \frac{a_1 t_1^* t_1^*}{2} + a_1 t_1^* (t_t - t_1^* - t_2^*) + \frac{a_2 t_2^* t_2^*}{2}.$$

Az adatokat beírva t_2^*-ra másodfokú egyenlet adódik:

$$\left(t_2^*\right)^2 - 22t_2^* + 100 = 0.$$

Ennek fizikailag értelmes gyöke:

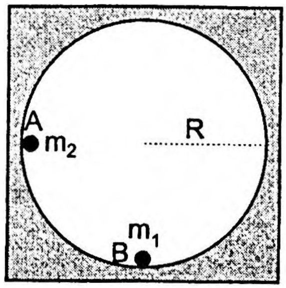
$$t_2^* = 6{,}417 \text{ s.}$$

A maximális sebesség:

$$\boxed{v_{2max} = 51{,}34 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 184{,}8 \frac{\text{km}}{\text{h}}.}$$

G.II.3. Azonos a szakközépiskolák 10. osztályának 4. feladatával (SZ.II.4).

G.II.4.



a) Legyen a testek sebessége az ütközés után v_1, illetve v_2! Az m_2 tömegű test ütközés előtti sebessége az energiamegmaradásból határozható meg:

(1) $$v_0 = \sqrt{2gR}.$$

Írjuk fel a rugalmas ütközésre vonatkozó lendület- és energiamegmaradást!

(2) $$m_2 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2,$$

(3) $$\frac{1}{2} m_2 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2.$$

Ezekből:

(4) $$v_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_0, \quad v_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_0.$$

A dinamika alapegyenlete és (1) felhasználásával az ütközés előtt a henger aljára kifejtett nyomóerő:

(5) $$K_1 = m_1 g + m_2 g + m_2 \frac{v_0^2}{R} = (m_1 + 3m_2)g.$$

Az ütközés utáni pillanatban:

(6) $$K_2 = m_1 g + m_1 \frac{v_1^2}{R} + m_2 g + m_2 \frac{v_2^2}{R}.$$

Az (1) és (3) felhasználásával:

(7) $$K_2 = m_1 g + m_2 g + \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{R},$$

(8) $$K_2 = m_1 g + m_2 g + m_2 \frac{v_0^2}{R} = (m_1 + 3m_2)g.$$

A keresett arány:

$$\boxed{\frac{K_2}{K_1} = 1.}$$

b) Legyen az m_1 tömegű test sebessége a pálya legfelső pontjában v_3! A test akkor megy végig a pályán, ha a nyomóerőre igaz, hogy

(9) $$K_3 \geq 0.$$

A dinamika alapegyenletéből:

(10) $$m_1 \frac{v_3^2}{R} = m_1 g + K_3.$$

A (9) felhasználásával:

(11) $$v_3^2 \geq gR.$$

A mechnikai energia megmaradásából:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_3^2 + 2m_1 gR,$$

(12) $$v_3^2 = v_1^2 - 4gR.$$

A (12)-t (11)-be beírva:

(13) $$v_1^2 \geq 5gR.$$

A (4) és (1) felhasználásával:

(14) $$\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\sqrt{2gR} \geq 5gR.$$

Ebből a keresett arány:

$$\boxed{\frac{m_2}{m_1} \geq \frac{2\sqrt{10} + 5}{3} \approx 3{,}77.}$$

Szakközépiskola 10. osztály.

Sz.II.1.A. Azonos a gimnáziumok 9. osztályának 2. feladatával (G.I.2).

SZ.II.1.B.

a) A mennyezetre akkor hat legnagyobb húzóerő, amikor a mozgó golyó gyorsulása a legnagyobb. Ez pedig akkor következik be amikor az éppen megáll.
A dinamika alapegyenlete alapján:

(1) $$ma_{max} = F_C - mg,$$

ahol F_C a töltések között ható elektrosztatikus erő.

(2) $$F_C = m(g + a_{max}).$$

A mennyezetre ható legnagyobb húzóerő:

(3) $$K_{max} = F_C + mg,$$

$$\boxed{K_{max} = m(2g + a_{max}) = 20\ \text{N}.}$$

b) A (2)-t részletesebben kifejtve:

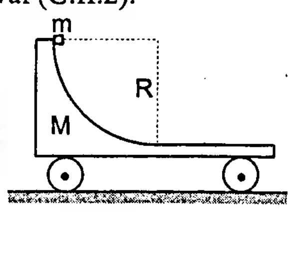
(4) $$k\frac{Q_1Q_2}{r_0^2} = m(g + a_{max}).$$

Ebből a legkisebb távolság:

$$\boxed{r_0 = \sqrt{\frac{kQ_1Q_2}{m(g + a_{max})}} = 0{,}25\ \text{m}.}$$

Sz.II.2. Azonos a gimnáziumok II. osztályának 2. feladatával (G.II.2).

Sz.II.3.



a) Legyen az *m* tömegű test sebessége a kocsi vízszintes részére való leérkezés pillanatában v_1, a kocsié pedig v_2! Ezen a pályaszakaszon a súrlódás elhanyagolható, így a lendületmegmaradás mellett érvényes az energiamegmaradás(mechanikai) is.

(1) $$0 = mv_1 - Mv_2,$$

(2) $$mgR = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2.$$

(1)-ből: $$v_1 = \frac{M}{m}v_2.$$

Ezt (2)-be beírva kapjuk a kocsi maximális sebességét:

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2\frac{m^2}{M(m + M)}gR}.}$$

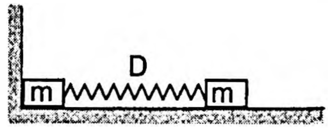
b) A vízszintes plató L hossza akkor a legrövidebb, ha az m tömegű test éppen a plató végénél áll meg. Ekkor azonban az M tömegű kocsi is megáll.
A munkatételből:

(4) $$0-\left(\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}Mv_2^2\right)=\mu mgL\cos 180°.$$

(2) felhasználásával:

$$\boxed{L=\frac{R}{\mu}.}$$

SZ.II.4.



a) Jelöljük a jobb oldali test elmozdulását, így a rugó összenyomódását y_0-lal, az első legnagyobb megnyúlást pedig y_1 -gyel!

A falnál lévő test nyugalomban van, tehát:

$$\mu_0 mg = Dy_1.$$

Ebből: $$y_1=\frac{\mu_0 mg}{D}=0{,}06\text{ m}.$$

A test kezdeti y_0 elmozdulását a munkatételből határozhatjuk meg.

$$0=\frac{1}{2}Dy_0^2-\mu mg(y_0+y_1)-\frac{1}{2}Dy_1^2.$$

Az adatokat beírva:

$$50y_0^2-4y_0-0{,}42=0.$$

Ebből a test elmozdulása:

$$\boxed{y_0=0{,}14\text{ m}=14\text{ cm}.}$$

b) A falnál lévő test megcsúszásának pillanatában a másik test mozog. Legyen az elmozdulása y_3, sebessége v!
A bal oldali test megcsúszásának pillanatában:

$$\mu_0 mg = Dy_3.$$

A jobb oldali test eredeti helyzetétől való elmozdulása:

$$y_3=\frac{\mu_0 mg}{D}=0{,}06\text{ m}.$$

Sebességét ebben a pillanatban szintén a munkatétel alapján kapjuk:

$$\frac{1}{2}mv^2-0=\frac{1}{2}Dy_2^2-\mu mg(y_2+y_3)-\frac{1}{2}Dy_3^2,$$

$$\boxed{v=\sqrt{\frac{D}{m}\left(y_2^2-y_3^2\right)-2\mu g(y_2+y_3)}=\sqrt{1{,}56}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\approx 1{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.}$$

XV. MIKOLA SÁNDOR FIZIKAVERSENY
DÖNTŐ - 9. OSZTÁLY
GYÖNGYÖS

1. Az arany moláris atomtömege M = 197 g/mol, sűrűsége ρ = 19,3 g/cm³, kristályrácsa lapcentrált szerkezetű. Ismert, hogy az Avogadro-állandó értéke $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ 1/mol.

Határozza meg ezek alapján a szomszédos atomok középpontjainak távolságát az arany kristályrácsában!

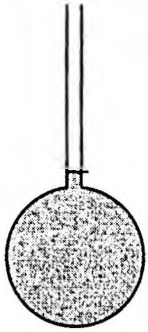
Dr. Szegedi Ervin

2. Egy függőleges helyzetű, R = 0,2 mm sugarú, vékonyfalú hosszú üvegkapillárist teljesen megtöltünk vízzel, majd a cső alsó és a felső nyílását szabaddá téve hagyjuk, hogy a víz lassan kifolyjon belőle. A víz felületi feszültsége α = 0,073 N/m. Tegyük fel, hogy a víz tökéletesen nedvesíti az üveget!

Legfeljebb milyen hosszúságú vízoszlop maradhat a csőben?

Dr. Szegedi Ervin

3. Laboratóriumi körülmények között a higany térfogati hőtágulási együtthatóját tömegmódszerrel határozták meg. Egy vékony csőben végződő üvegedényt a csövön lévő jelzésig higannyal töltöttek meg. Az edényben ekkor m_0 = 32 g higany volt, a hőmérséklet pedig T_0 = 0 °C. A higany és üvegedény alkotta rendszer hőmérsékletét T_1 =100 °C-ra növelték, és a csövön lévő jelzés feletti higanyt eltávolították az edényből. Ekkor a higany tömege m_1 = 31,5 g maradt. Az üveg térfogati hőtágulási együtthatója $\beta_ü = 2{,}7 \cdot 10^{-5}$ 1/°C.

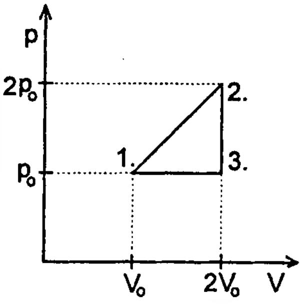


Határozzuk meg ezekből az adatokból a higany térfogati hőtágulási együtthatóját!

Dr. Kotek László

4. Ugyanazon ideális gáz állapota először az ábrán látható 1→2→3→1, majd 1→3→2→1 körfolyamat szerint változik a nyomás-térfogat grafikonon. Az első körfolyamatban a gáz 5%-kal több hőt vesz fel mint a másodikban. A gáz anyagmennyisége n = 0,1 mol.

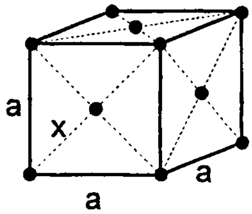
Mennyi a gáz hőkapacitása állandó térfogaton és állandó nyomáson?



Dr. Kopcsa József

A XV. Mikola Sándor Fizikaverseny feladatainak megoldása
Döntő - 9. osztály

1.feladat:



Vizsgáljuk az ábrán látható a^3 térfogatú kockát! Csúcsaiban 8 atom van, de ezek mindegyike 8 kockához tartozik. A 8 atom közül csak egy rendelhető a kockához. A kocka lapközéppontjaiban 6 atom van, de ezek mindegyike 2 kockához tartozik. Így ezek közül 3 rendelhető a vizsgált kockához. Összegezve megállapíthatjuk, hogy az a^3 térfogatú kockához 1+3 = 4 atom rendelhető.
Vizsgáljuk az 1 mól anyagmennyiségű kristály térfogatát!

$$\frac{M}{\rho} = a^3 \frac{N_A}{4}.$$

Ebből az a^3 térfogatú kocka oldaléle:

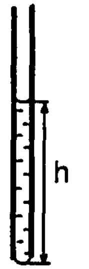
$$a = \sqrt[3]{\frac{4M}{\rho N_A}} = 4{,}08 \cdot 10^{-10}\ \text{m} = 408\ \text{pm}.$$

Az ábra alapján:

$$2x = \sqrt{2}a,$$

$$\boxed{x = \frac{\sqrt{2}}{2}a = 2{,}887 \cdot 10^{-10}\,\text{m} = 288{,}7\ \text{pm}.}$$

2. feladat:



Az üvegkapillárisból addig folyik a víz, amíg a felületi feszültségből származó erők a vízre ható nehézségi erőt ki nem egyenlítik.
Ekkor a vízre ható erők eredője zérus:

$$R^2 \pi h \rho g - 2{,}2R\pi a = 0$$

Ebből a keresett h magasság:

$$\boxed{h = \frac{4\alpha}{R\rho g} = 0{,}146\ \text{m} = 14{,}6\ \text{cm}.}$$

3. feladat:

Legyen az üvegedény térfogata a jelzésig T_0 hőmérsékleten V_0, T_1 hőmérsékleten V_1, a higany sűrűsége pedig ρ_0, illetve ρ_1! A higany térfogati hőtágulási együtthatóját jelöljük β-val!
Az edényben lévő higany tömege a kezdő és végállapotban:

(1) $$m_0 = V_0 \rho_0,$$

(2) $$m_1 = V_1 \rho_1.$$

A higany sűrűségei és az edény térfogatai közötti összefüggések:

(3) $$\rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \beta\left(T_1 - T_0\right)},$$

(4) $$V_1 = V_0\left[1 + \beta_{ü}\left(T_1 - T_0\right)\right].$$

(2) és (1) osztásából:

(5) $$\frac{m_1}{m_0} = \frac{V_1}{V_0}\frac{\rho_1}{\rho_0}.$$

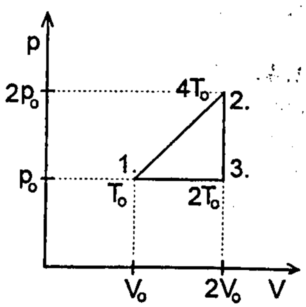
A térfogatok, illetve a sűrűségek arányát (3)-ból és (4)-ből (5)-be beírva:

(6) $$\frac{m_1}{m_0} = \frac{1 + \beta_{ü}\left(T_1 - T_0\right)}{1 + \beta\left(T_1 - T_0\right)}.$$

Ebből a higany térfogati hőtágulási együtthatója:

$$\boxed{\beta = \frac{m_0\left[1 + \beta_{ü}\left(T_1 - T_0\right)\right] - m_1}{m_1\left(T_1 - T_0\right)} = 1{,}86 \cdot 10^{-4}\ \frac{1}{{}^\circ\mathrm{C}}.}$$

4. feladat:



Legyen a gáz hőmérséklete az 1. állapotban T_0 ! A gáztörvények alapján könnyen belátható, hogy $T_2 = 4T_0$, $T_3 = 2T_0$.

Az 1→2→3→1 úton hőfelvétel csak az 1→2 szakaszon van.

$$Q_{12} = C_{vM} n\left(4T_0 - T_0\right) + \frac{p_0 + 2p_0}{2}\left(2V_0 + V_0\right).$$

A $C_{vM} = \frac{f}{2}R$ és a $p_0 V_0 = nRT_0$ összefüggések felhasználásával:

$$Q_{12} = \frac{3f + 3}{2} nRT_0.$$

1→3→2→1 úton az 1→3 és 3→2 szakaszokon van hőfelvétel:

$$Q_{132} = C_{pM} n\left(2T_0 - T_0\right) + C_{vM} n\left(4T_0 - 2T_0\right).$$

A $C_{pM} = \frac{f + 2}{2}R$ összefüggést felhasználva:

$$Q_{132} = \frac{3f+2}{2} nRT_0.$$

A feladat feltétele szerint:

$$Q_{12} = 1{,}05\ Q_{132}$$

$$\frac{3f+3}{2} nRT_0 = 1{,}05 \frac{3f+2}{2} nRT_0.$$

Ebből a kérdéses gáz szabadsági foka:

$$f = 6.$$

A hőkapacitások definiciója szerint:

$$\boxed{C_v = \frac{f}{2} Nk = \frac{f}{2} nN_A k = \frac{f}{2} nR = 2{,}494\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}},}$$

illetve:

$$\boxed{C_p = \frac{f+2}{2} Nk = \frac{f+2}{2} nN_A.k = \frac{f+2}{2} nR = 3{,}326\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}.}$$

XV. MIKOLA SÁNDOR FIZIKAVERSENY DÖNTŐ - 10. OSZTÁLY SOPRON

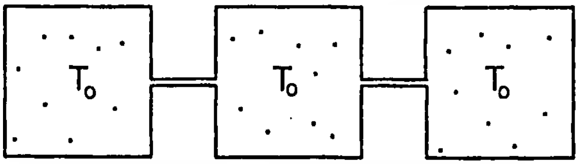
Az 1. feladat az alábbi két feladat közül szabadon választható:

1.A. Három egyenlő térfogatú, zárt tartályt vékony, hőszigetelő csövekkel összekapcsolunk, és a rendszert megtöltjük bizonyos mennyiségű, T_0 hőmérsékletű ideális gázzal. Ezután a tartályok hőmérsékletét folyadékfürdők segítségével állandó értékekre állítjuk be. Az első tartály Kelvin-skálán mért hőmérséklete T_0 marad, a másodikét pedig $1{,}5T_0$ -ra változtatjuk.

a) Hányszorosára kell változtatni a harmadik tartály hőmérsékletét, ha azt akarjuk elérni, hogy a gáz nyomása a melegítések előtti nyomás 1,5-szeresére növekedjen?

b) A rendszerben tartózkodó gázrészecskék hány százaléka található a melegítések után az egyes tartályokban?

c) Adjuk meg a melegítések utáni állapotban az egyes tartályokban lévő gázok belső energiáinak arányát!



Dr. Kotek László

1.B. Egy feszültségforrás áramkörébe kapcsolt fogyasztó 80 W teljesítménnyel üzemel. Ha a fogyasztót egy 40%-kal nagyobb ellenállású másik fogyasztóra cseréljük, akkor az általa felvett és a veszteségi teljesítmény hányadosa 7 lesz. A feszültségforrás zárlati áramerőssége 24 A.

a) Mekkora a feszültségforrás üresjárási feszültsége és belső ellenállása?

b) Mekkora a feszültségforrás teljesítménye az előbbi két ellenállás soros, illetve párhuzamos kapcsolása esetén?

Dr. Kopcsa József

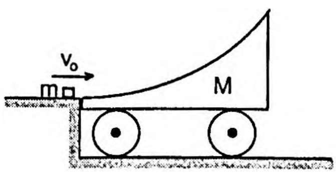
2. Egy állandó sebességgel haladó tengeralattjáró a Földhöz viszonyított koordináta-rendszerben s utat tesz meg valamely állandó sebességűnek tekinthető tengeri áramlással megegyező irányba haladva. Mozgása során V térfogatú üzemanyagot fogyaszt. Az áramlással szemben haladva ugyanezt az s utat kétszerannyi idő alatt teszi meg és $4V$ térfogatú üzemanyagot fogyaszt. Az üzemanyag fogyasztást tekintsük az elvégzett munkával egyenesen arányosnak, a közegellenállási erőt pedig vegyük a sebesség négyzetével arányosnak!

a) Hányszor nagyobb a tengeralattjáró vízhez viszonyított sebessége a tengeráramlás sebességéhez képest a két esetben?

b) Mekkora térfogatú üzemanyagot fogyaszt el a tengeralattjáró s úton, ha az áramlással szemben haladva a vízhez viszonyított sebessége kétszerese az áramlás sebességének?

Suhajda János

3. Az ábrán látható, M tömegű kiskocsi lejtősen kialakított teteje egy R = 1 m sugarú hengerfelület 1/6-od része. A kiskocsin lévő lejtő aljához v_0 vízszintes irányú sebességgel egy kis méretű test érkezik, amelynek tömege fele akkora, mint a kiskocsié. A lejtő és a test, illetve a kocsi és a talaj között a súrlódás elhanyagolható.



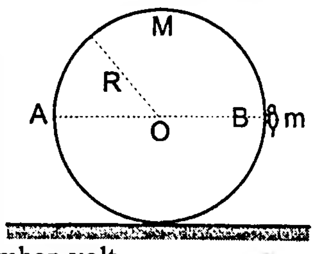
a) Legfeljebb mekkora lehet v_0, hogy a test ne essen a kocsi elé?

b) Mekkora a kocsi sebessége, amikor a test elhagyja a kocsit, ha v_0 = 3 m/s?

c) Mekkora a test sebessége, amikor elhagyja a kocsit, ha v_0 = 6 m/s?

Dr. Szkladányi András

4. Az ábrán látható M tömegű, vékony, homogén abroncs vízszintes talajon mozoghat. Vízszintes átmérőjének B végpontjában egy kis méretű m tömegű egér kapaszkodik az abroncsba úgy, hogy mindvégig ugyanabban a magasságban marad. Az abroncs csúszásmentesen gördülni kezd. Az egér elfárad és t idő múlva elengedi az abroncsot. A gördülési ellenállás elhanyagolható, a rendszer kezdetben nyugalomban volt.



a) Legalább mekkora az abroncs és a talaj közötti tapadási súrlódási együttható?

b) Mennyi munkát végzett az egér?

Varga István

A XV. Mikola Sándor Fizikaverseny feladatainak megoldása
Döntő - 10. osztály

1.A. feladat:

a) Legyen a tartályok térfogata V, a gáz nyomása kezdetben p_0, a V térfogatban lévő gázrészecskék száma N! Legyen továbbá a melegítések után a tartályokban lévő részecskék száma rendre N_1, N_2, N_3, a keresett hőmérséklet pedig T_3! Írjuk fel az egyes állapotokra a gázok termikus állapotegyenletét, és használjuk ki a részecskék számának megmaradását!

(1) $$p_0 V = NkT_0,$$

(2) $$1{,}5p_0 V = N_1 kT_0,$$

(3) $$1{,}5p_0 V = 1{,}5N_2 k T_0,$$

(4) $$1{,}5p_0 V = N_3 kT_3.$$

(5) $$3N = N_1 + N_2 + N_3.$$

Az (1)-(4) egyenletekből a részecskeszámokat kifejezve és (5)-be beírva:

$$3\frac{p_0 V}{kT_0} = \frac{1{,}5p_0 V}{kT_0} + \frac{1{,}5p_0 V}{1{,}5kT_0} + \frac{1{,}5p_0 V}{kT_3}.$$

Ebből:

$$\boxed{T_3 = 3T_0.}$$

b) Az egyes tartályokban lévő részecskék %-os aránya (1)-(4) alapján:

$$\boxed{\frac{N_1}{3N} = \frac{1}{2} \Rightarrow 50\%,\quad \frac{N_2}{3N} = \frac{1}{3} \Rightarrow 33{,}\dot{3}\%,\quad \frac{N_3}{3N} = \frac{1}{6} \Rightarrow 16{,}\dot{6}\%.}$$

c) Az egyes tartályokban lévő gázok belső energiája:

$$E_{b1} = \frac{f}{2}3p_0 V,\quad E_{b2} = \frac{f}{2}3p_0 V,\quad E_{b3} = \frac{f}{2}3p_0 V.$$

A keresett arány:

$$\boxed{E_{b1} : E_{b2} : E_{b3} = 1 : 1 : 1.}$$

1.B. feladat

a) Legyen a feszültségforrás üresjárási feszültsége U_0, belső ellenállása R_b, a fogyasztók ellenállása R_1 és R_2 !

A feladat feltételei szerint:

(1) $$R_2 = 1{,}4R_1.$$

Első esetben a fogyasztó teljesítménye:

(2) $$P_1 = \frac{U_0^2}{(R_b + R_1)^2} R_1.$$

A második esetben a teljesítmények aránya:

(3) $$\frac{P_2}{P_v} = \frac{R_2}{R_b} = 7.$$

Az (1) felhasználásával: $R_1 = 5R_b$.

A (2) alapján:

$$U_0^2 = \frac{36}{5} P_1 R_b.$$

A rövidre zárás esetén:

$$U_0 = I_z R_b.$$

A (4) és (5) felhasználásával:

$$R_b = \frac{36}{5} \frac{P_1}{I_z^2} = 1\ \Omega.$$

Az üresjárási feszültség:

$$\boxed{U_0 = \frac{36}{5} \frac{P_1}{I_z} = 24\ \text{V}.}$$

b) Soros kapcsolás esetén az eredő ellenállás:

$$R_{e1} = R_b + R_1 + R_2 = 13\ \Omega.$$

Az áramforrás teljesítménye:

$$P_{ál} = \frac{U_0^2}{R_{e1}} = \frac{(24\ \text{V})^2}{13\ \Omega} = 44{,}3\ \text{W}.$$

Párhuzamos kapcsolás esetén az eredő ellenállás:

$$R_{e2} = R_b + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{47}{12}\ \Omega.$$

Az áramforrás teljesítménye:

$$\boxed{P_{á2}=\frac{U_o^2}{R_{e2}}=\frac{(24\text{ V})^2}{\frac{47}{12}\ \Omega}=147\text{ W.}}$$

2. feladat:

a) Legyen az áramlás sebessége u, tengeralattjáró vízhez viszonyított sebessége v_1, illetve v_2! Jelöljük a tengeralattjáró által az áramlás irányába megtett s út megtételéhez szükséges időt t_1-gyel!

A feladat feltételei szerint:

(1) $$t_1=\frac{s}{v_1+u},\quad 2t_1=\frac{s}{v_2-u}.$$

Ezekből:

(2) $$2v_2-v_1=3u.$$

A tengeralattjáró motorja által kifejtett erő a vízhez viszonyított sebesség négyzetével arányos. Így a két esetben kifejtett erő, illetve a végzett munka:

(3) $$F_1=Cv_1^2,\quad F_2=Cv_2^2.$$

(4) $$W_1=F_1v_1t_1,\quad W_2=F_2v_2\,2t_1.$$

A feladat feltételei szerint:

(5) $$W_2=4W_1.$$

A (3) és a (4) felhasználásával:

(6) $$Cv_2^2v_2\,2t_1=4Cv_1^2v_1t_1,$$

(7) $$v_2=\sqrt[3]{2}v_1.$$

A (7)-et a (2)-be beírva:

$$\frac{v_1}{u}=\frac{3}{\sqrt[3]{16}-1}\approx 1{,}97.$$

A (7) felhasználásával:

$$\boxed{\frac{v_2}{u}=\frac{3\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{16}-1}\approx 2{,}49.}$$

b) A tengeralattjáró a parthoz képest u sebességgel mozog, így az s út megtételéhez szükséges idő:

(8) $$t_3=\frac{s}{u}.$$

A végzett munka:

(9) $$W_3 = C(2u)^2 t_3 = 8Cu^2 s.$$

Az első esetben végzett munka:

(10) $$W_1 = Cv_1^3 \frac{s}{v_1 + u} = 2{,}586\,Cu^2 s.$$

Az üzemanyagfogyasztás a végzett munkával arányos, így:

(11) $$V_3 = \frac{W_3}{W_1} V.$$

A (9) és a (10) értékét (11)-be beírva:

$$\boxed{V_3 = \frac{8}{2{,}586} V = 3{,}09V.}$$

3. feladat:

a) A test akkor nem esik a kocsi elé, ha kocsi tetején a kocsihoz viszonyítva éppen megáll. Legyen a kocsi sebessége ekkor v_1!
A lendületmegmaradásból:

(1) $$mv_0 = (m + M)v_1.$$

Az energiamegmaradásból:

(2) $$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(m + M)v_1^2 + mgR(1 - \cos\alpha).$$

A $M = 2m$ és a $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ feltételeket felhasználva, v_1 -et (1)-ből kifejezve (2)-be beírva:

(3) $$mv_0^2 = 3m\left(\frac{v_0}{3}\right)^2 + mgR.$$

Ebből:

$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{3}{2}gR} = \sqrt{15}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}87\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.}$$

b) Ha $v_0 = 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \langle \sqrt{15}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, akkor a test visszacsúszik a kiskocsiról. Legyen a kocsi sebessége a test leesésének pillanatában v_2, a testé pedig v_1!
A lendület- és energiamegmaradásból:

(4) $$mv_0 = 2mv_2 - mv_1,$$

(5) $$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}\cdot 2mv_2^2 + \frac{1}{2}mv_1^2.$$

A (4)-ből:

(6) $$v_1 = 2v_2 - v_0.$$

Ezt (5)-be beírva:

$$\boxed{v_2 = \frac{2}{3}v_0 = \frac{2}{3}\cdot 3\frac{\text{m}}{\text{s}} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.}$$

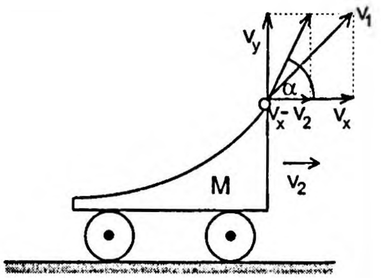
c) Abban az esetben, ha v_0 = 6 m/s, akkor a test lerepül a kocsiról. Legyen a lerepülő test talajhoz viszonyított sebességének vízszintes komponense v_x, függőleges komponense v_y, a kocsi sebessége pedig v_2!

A lendület- és energiamegmaradásból:

(7) $$mv_0 = 2mv_2 + mv_x,$$

(8) $$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}2mv_2^2 + \frac{1}{2}m\left(v_x^2 + v_y^2\right) + mg\frac{R}{2}.$$

Felhasználva azt a kényszerfeltételt, hogy a test a kocsihoz képest érintő irányba repül le:



(9) $$\text{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x - v_2}.$$

A (7) alapján:

(10) $$v_x = v_0 - 2v_2.$$

A (7) és a (9) felhasználásával:

(11) $$v_y = \left(v_0 - 3v_2\right)\text{tg}\alpha.$$

A (10)-et és a (11)-et (8)-ba beírva v_2-re

$$33v_2^2 - 22v_0\,v_2 + \left(3v_0^2 + gR\right) = 0,$$

$$33v_2^2 - 132v_2 + 118 = 0.$$

Ebből v_2 fizikailag elfogadható értéke:

$$\boxed{v_2 \approx 1{,}35\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.}$$

A (10) és a (11) alapján:

$$v_x = 3{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, \qquad v_y = 3{,}38\,\frac{\text{m}}{\text{s}},$$

illetve v_1:

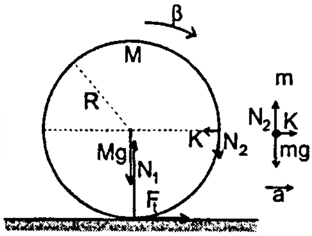
$$\boxed{v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 4{,}72\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.}$$

4. feladat:

a) Vegyük fel az egérre és az abroncsra ható erőket! Az egér függőleges irányba nem mozog, vízszintes irányba pedig a-val gyorsul.

(1) $$N_2 - mg = 0,$$

(2) $$ma = K.$$



Az abroncs tömegközéppontja vízszintes irányba a gyorsulással mozog, illetve az abroncs tömegközéppontja körül β szöggyorsulással forog. A mozgásegyenleteket, kényszerfeltételt, tehetetlenségi nyomatékot és a tapadási súrlódási erőt felírva:

(3) $$Ma = F_t - K,$$

(4) $$N_1 - Mg - N_2 = 0,$$

(5) $$\Theta\beta = N_2 R - F_t R,$$

(6) $$a = R\beta,$$

(7) $$\Theta = MR^2,$$

(8) $$F_t \leq \mu_0 N_1.$$

Fejezzük ki először a tapadási súrlódási erőt a gyorsulással (2) és (3) felhasználásával:

(9) $$F_t = (m + M)a.$$

A gyorsulás értékét (1), (5), (6), (7), (9) alapján számolhatjuk:

(10) $$MR^2 \frac{a}{R} = mgR - (m + M)a\,R.$$

Ebből:

(11) $$a = \frac{m}{m + 2M}.$$

Így a tapadási súrlódási erő:

(12) $$F_t = \frac{m(m + M)}{m + 2M} g.$$

N_1 értéke (4)-ből:

(13) $$N_1 = (m + M)g.$$

Az F_t és N_1 értékét (8)-ba beírva:

$$(14)\qquad \frac{m(m+M)}{m+2M}g \le \mu_0(m+M)g.$$

Ebből a tapadási súrlódási együttható keresett értéke:

$$\boxed{\frac{m}{m+2M} \le \mu_0.}$$

b) Az egér annyi munkát végzett, mint amennyi a rendszer energiájának megváltozása.

$$(15)\qquad W = \frac{1}{2}(m+M)v^2 + \frac{1}{2}\Theta\,\omega^2,$$

ahol $v = a\,t, \qquad \omega = \frac{a.t}{R}.$

Ezeket (15)-be beírva:

$$W = \frac{1}{2}(m+2M)a^2t^2.$$

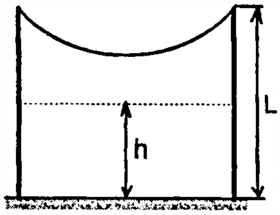
A (11) felhasználásával:

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\frac{m^2}{m+2M}g^2t^2.}$$

OKTV I. fordulójának feladatai

1. Egy $m = 2$ kg tömegű homogén lánc két vége $L = 1$ m magas oszlopokhoz van kikötve az ábra szerint. A láncot középen megfogva lehúzzuk úgy, hogy kifeszüljön. Ekkor $W = 0{,}5$ J munkát végzünk. A lánc legalsó pontja ekkora földtől $h = 0{,}5$ m-re kerül.

Hol volt a lánc tömegközéppontja eredetileg?



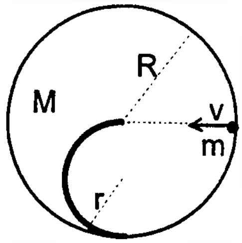
Holics László

2. Egy síp 440 Hz rezgésszámú hangot ad. Ezt a sípot kétszer egymás után úgy szólaltatjuk meg, hogy először levegőt, majd egy héliumot tartalmazó gázpalackból kiengedett gázzal "fújunk" bele. Mindkét palackból azonos körülmények között áramlik a gáz.

Határozza meg a síp által megszólaltatott hangok frenvenciájának arányát és a héliummal "megfújt" síp által adott hang frekvenciáját!

Dr. Zsúdel László

3. Egy $M = 2$ kg tömegű, $R = 0{,}5$ m sugarú korong jól csapágyazott függőleges tengely körül $h = 1$ m magasan foroghat. A korongra $r = R/2$ sugarú félkörívben elhanyagolható tömegű, függőleges kényszerfelületet rögzítünk. Az álló korongra helyezett $m = 1$ kg tömegű kisméretű golyót $v = 3$ m/s sebességgel ellökjük úgy, hogy érintőlegesen érintkezzék a kényszerfelület belső oldalához. A súrlódás elhanyagolható.

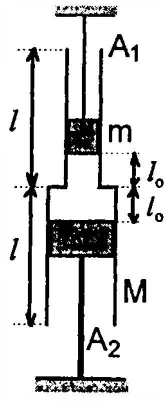


a) A korong peremétől számítva milyen távol ér talajt a golyó?

b) Milyen messze van a golyó a talajra érés pillanatában a korongnak attól a pontjától, ahol elhagyta azt?

Holics László

4. Az ábrán látható függőleges szimmetriatengelyű kettős fémcsövet két, könnyen mozgó dugattyú (D_1 és D_2) zár le. A D_1 dugattyút fonál tartja, az alsó D_2 dugattyú a talajhoz van rögzítve. A kettős cső tömege $M = 5$ kg, a felső dugattyú, tömege $m = 3$ kg, magassága 10 cm. A kettős cső felső részének keresztmetszete $A_1 = 10$ cm^2, az alsó rész keresztmetszete $A_2 = 30$ cm^2. Mindkét csőszakasz $l = 40$ cm hosszú. Kezdetben mindkét dugattyú a kettős cső közepétől ugyanakkora $l_0 = 10$ cm távolságra helyezkedik el. A dugattyúk közötti térfogatot a külső környezettel megegyező $T_0 = 300$ K hőmérsékletű levegő tölti ki, a külső légnyomás $p_0 = 10^5$ Pa, $g = 10$ m/s^2.



a) Mekkora a fonálerő?

b) Hogyan helyezkedik el a kettős cső, ha a felső dugattyút a fonál segítségével 10 cm-rel, 20 cm-rel, 30 cm-rel megemeljük?

c) Állítsuk vissza a rendszer kezdeti állapotát! Hogyan helyezkedik el a kettős cső, ha a felső dugattyút nem mozgatjuk, azonban a bezárt levegő hőmérsékletét 450 K-re, 600 K-re, 750 K-re emeljük?

Dr. Honyek Gyula

Az OKTV I. fordulója feladatainak megoldása

1. feladat:

A lánc közepének lehúzásakor a tömegközéppont emelkedik, hiszen ha ezután elengedjük a láncot, a nehézségi erő miatt a súlypont lejjebb süllyed, ugyanis így éri el a rendszer a minimális helyzeti energiát. A lánc középső szemének lefelé húzásakor több tömegelem mozdul felfelé, mint lefelé.

A folyamatra a munkatételt felírva, felhasználva, hogy a súlyerő munkája $-mg\Delta h$:

$$0 = W - mg\Delta h.$$

Innen a tömegközéppont magasságának megváltozása:

$$\Delta h = \frac{W}{mg} = 0{,}0255\ \text{m} = 2{,}55\ \text{cm}.$$

Mivel a végállapotban a kifeszített láncszakaszok egyenesek, tömegközéppontjuk a szakaszok felezőpontjába esik, vagyis a talajtól h_1 = 75 cm magasságban van, így közös tömegközéppontjuk is ebbe a magasságba esik. Az eredetinél Δh-val alacsonyabban, azaz a talajtól

$$\boxed{h_0 = h_1 - \Delta h = 75\ \text{cm} - 2{,}55\ \text{cm} = 72{,}45\ \text{cm}.}$$

magasságban volt.

2. feladat:

A síp hossza megszabja a benne kialakuló állóhullám hullámhosszát, így a keltett hang hullámhossza mindkét esetben ugyanakkora. Ebből a szempontból nem érdekes, hogy nyitott vagy zárt sípról van-e szó. Más lesz azonban a keltett hangok frekvenciája, mert a hang terjedési sebessége héliumban más, mint a levegőben. A függvénytáblázat adatai szerint 0 °C hőmérsékleten:

$$c_{\text{levegő}} = 330\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \qquad c_{\text{hélium}} = 970\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A $\nu = \frac{c}{\lambda}$ összefüggés szerint azonos hullámhossz esetén a síp akkor kelt nagyobb frekvenciájú hangot, amikor a terjedési sebesség nagyobb.

A frekvenciák aránya:

$$\boxed{\frac{\nu_{\text{hélium}}}{\nu_{\text{levegő}}}=\frac{c_{\text{hélium}}}{c_{\text{levegő}}}=\frac{970\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{330\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}=2{,}94.}$$

A feladat feltétele szerint $\nu_{\text{levegő}}=440\ \text{Hz}$. Így a keresett frekvencia:

$$\boxed{\nu_{\text{hélium}}=\frac{c_{\text{hélium}}}{c_{\text{levegő}}}\nu_{\text{levegő}}=1290\ \text{Hz}.}$$

3. feladat:

a) A golyó és a korong kölcsönhatásában a perdület és a mechanikai energia megmarad. Ez két egyenletet szolgáltat a golyó elválási sebességének nagyságára és a korong szögsebességére. A golyó indítás utáni perdülete a tengelyre nulla, ugyancsak nulla a kezdetben álló korongé. Így a golyó pályaperdületének és a korong saját perdületének összege az elválás pillanatában is zérus:

(1) $$mv_1R-\frac{1}{2}MR^2\omega=0,$$

ugyanis a golyó érintő irányban hagyja el a korong peremét.
Az enegiamegmaradásból:

(2) $$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}MR^2\omega^2.$$

Ezekből a korong ω szögsebessége és a lerepülő golyó v_1 sebessége:

(3) $$\omega=2\frac{m}{M}\frac{v}{R}\sqrt{\frac{M}{M+2m}}=4{,}24\ \frac{1}{\text{s}},$$

(4) $$v_1=v\sqrt{\frac{M}{M+2m}}=2{,}12\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Az esés ideje:

$$\Delta t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=0{,}452\ \text{s}.$$

Ezalatt a golyó elmozdulásának vízszintes vetülete:

$$s_x=v_1\Delta t=v_1\sqrt{\frac{2h}{g}}=0{,}96\ \text{m}.$$

A korong peremének talajra eső vetülete legyen x távolságra attól a ponttól, ahol a golyó a talajra ér. Erre:

$$x=\sqrt{R^2+v_1^2t^2}-R=0{,}58\ \text{m}.$$

A leérkező golyó távolsága a korong peremétől:

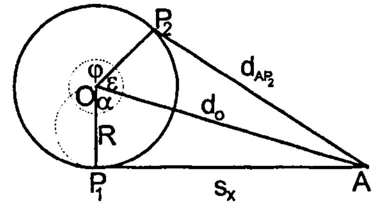
$$\boxed{d_a = \sqrt{h^2 + x^2} = 1{,}16 \text{ m.}}$$

b) A korong az esési idő alatt ω szögsebességgel forog és a golyó leeséséig összesen

$$\varphi = \omega \Delta t = 2\frac{m}{M}\frac{v}{R}\sqrt{\frac{2h}{g}\frac{M}{M+2m}} = 1{,}92 \text{ rad} = 110^\circ$$

szöggel fordul el.

Elemezve az ábrát, a következőket állapíthatjuk meg:



A leérkezés helyének távolsága a korong tengelyétől:

$$d_0 = \sqrt{R^2 + s_x^2} = \sqrt{R^2 + v_1^2 \frac{2h}{g}} = \sqrt{R^2 + v^2 \frac{M}{M+2m}\frac{2h}{g}} = 1{,}08 \text{ m.}$$

Jelöljük P_1-gyel a korong peremének a talajra eső vetületén az elhagyás pontját, P_2-vel ennek a vetületnek a golyó talajra érkezésekori helyét! A tengely talppontja legyen O, a talajba csapódás helye pedig A! Az AOP_1 szöget jelöljük α-val, az AOP_2 szöget ε-nal! Az ábrából látszik, hogy

$$\alpha = \arccos\frac{R}{d_0} = 62{,}4^\circ \quad \text{és} \quad \varepsilon = 2\pi - \varphi - \alpha = 187{,}6^\circ.$$

A becsapódás helyének a perem vetületétől való távolsága a koszinusz-tétel alapján:

$$d_{AP_2} = \sqrt{d_0^2 + R^2 - 2d_0 R\cos\varepsilon}.$$

Végül a becsapódás pontjának a korongról való leválás pontjától mért távolsága a Pitagorasz-tételből:

$$\boxed{d_h = \sqrt{h^2 + d_{AP_2}^2} = \sqrt{h^2 + d_0^2 + R^2 + 2d_0 R\cos\varepsilon} = 1{,}87 \text{ m.}}$$

4. feladat:

a) A kettős cső egyensúlyának feltétele

$$Mg = \Delta p(A_2 - A_1),$$

amiből a többletnyomás:

$$\Delta p = \frac{Mg}{A_2 - A_1} = 2{,}5 \cdot 10^4 \text{ Pa},$$

vagyis a bezárt gáz nyomása:

$$p_b = p_0 + \Delta p = 1{,}25 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

A felső dugattyú egyensúlyának feltételéből a fonálban ható erő nagysága:

$$\boxed{K = mg - \Delta p A_1 = 5\ \text{N}.}$$

b) Vegyük észre, hogy a bezárt levegő nyomása állandó marad (p_b =1,25·10^5 Pa), mert ez a kettős henger egyensúlyának feltétele. Ha tehát a felső dugattyút x-szel megemeljük, a kettős csőnek lefelé kell elmozdulnia, mert a bezárt levegő térfogatának is állandónak kell maradnia, mivel a hőmérséklet az igen lassú folyamat során állandó marad. A kettős cső elmozdulását jelöljük y-nal!

$$(l_0 - y)A_2 + (l_0 + x + y)A_1 = l_0 A_2 + l_0 A_1.$$

Ebből:
$$\boxed{y = \frac{xA_1}{A_2 - A_1} = \frac{x}{2}.}$$

Ha tehát 10 cm-rel megemeljük a felső dugattyút, a kettős cső 5 cm-rel süllyed lefelé.

20 cm-es emelés esetén a kettős cső 10 cm-t süllyed., és így a nyakrésze ráül az alsó dugattyúra.

További emeléskor a cső már nem mozog, felül nyitottá válik és a bezárt levegő egyötöd része kiáramlik.

c) A hőméréskletet emelése közben a bezárt levegő p_b nyomása állandó marad. Gay-Lussac I. törvénye szerint

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} = \text{állandó},$$

ahol $V_0 = 400$ cm^3. Ennek alaján a megnövekedett térfogat:

$$V = \frac{T}{T_0} V_0.$$

Ha tehát a hőmérséklet 300 K-ről 450 K-re növekszik, akkor a bezárt levegő térfogata V_0 -ról

$$V = \frac{3}{2} V_0 = 600\ \text{cm}^3$$

értékűre nő. Könnyen meggyőződhetünk róla, hogy ehhez a kettős cső 10 cm-es emelkedése szükséges.

Ha a hőmérséklet 600 K -re növekszik, a kettős cső még további 10 cm-rel emelkedik, így a bezárt levegő térfogata $2V_0$ = 800 cm^3 lesz. Ekkor a felső dugattyú éppen teljesen átkerül a kettős cső alsó felébe.

További hőmérséklet-emelkedés hatására a kettős cső már nem változtatja meg helyzetét, mivel a felső dugattyú a kettős cső közepénél kinyit, és a bezárt levegő egy része kiáramlik. Ha a hőmérséklet eléri a 750 K-t, a bezárt levegőnek most is egyötöd része áramlik ki.

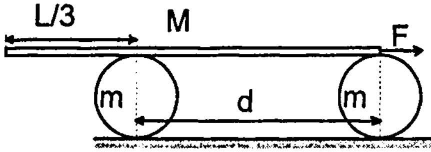
OKTV II. fordulójának feladatai

1. Egy L = 3 m hosszúságú, M = 3 kg tömegű homogén tömegeloszlású merev rudat vízszintes asztalon lévő két egyforma, vékonyfalú hengerre fektetünk. A két henger tengelye egymástól d = 2 m -re van, továbbá a rúd szélső, illetve a másik végétől számított harmadoló pontja van a hengerek tengelye fölött. A hengerek egyenként m = 1 kg tömegűek. A rúdra F = 12 N vízszintes irányú, állandó nagyságú húzóerő hat. Mindkét henger csúszásmentesen gördül.

a) Legalább mekkora a súrlódási együttható az asztal és a hengerek között?

b) Mekkora súrlódási erő, és legalább mekkora súrlódási együttható szükséges a tiszta gördüléshez a hengerek és a rúd között?

c) Mekkora sebességre gyorsul fel a rúd, miközben a bal oldali vége éppen a bal oldali henger tengelye fölé kerül?



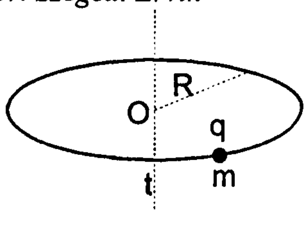
Dr. Zsúdel László

2. A régiek úgy gondolták, hogy a Föld egy nagy, lapos korong. Képzeljük el, hogy a Föld valóban nem R sugarú gömb, hanem igen nagy sugarú, H vastagságú lapos korong. A Föld sugara R = 6370 km. A két "Föld modellben" a sűrűségeket tekintsük állandónak és egymással egyenlőnek.

Mekkora H vastagság esetén tapasztalnánk a korong felszínén (a szélétől messze), hogy a gravitációs állandó ugyanakkora, mint amekkorának a gömb alakú Föld felszínén tapasztaljuk?

Dr. Szegedi Ervin

3. Egy m tömegű, q töltésű, kicsiny gyöngyöt R sugarú, szigetelő anyagból készült, vízszintes síkú, vékony karikára fűzünk. A körpályán a gyöngy súrlódás nélkül mozoghat és kezdetben nyugalomban van. Ezután olyan a t-tengelyre hengerszimmetrikus mágneses mezőt hozunk létre, amelyben a mágneses indukció pályasíkra merőleges komponense csak a középponttól mért r távolságtól és a t időtől függ:



$$E(r,t) = \frac{E_0}{r} t,$$

ahol E_0 adott konstans. (Az r = 0 elhanyagolható kiterjedésű környezetében az indukció valamilyen véges érték.)

a) Határozzuk meg a gyöngy sebesség-idő függvényét!

b) Hogyan alakul a gyöngy és a pálya között ható nyomóerő sugárirányú komponense az idő függvényében?

Dr. Szegedi Ervin

Az OKTV II. fordulója feladatainak megoldása

1. feladat:

a) Tekintsük először a vékonyfalú hengereket! A rúdtól származó S súrlódási erő nyilvánvalóan a rúd haladásának irányába mutat. A talajnál ható F_s súrlódási erőt vegyük fel ugyanebbe az irányba.
A tömegközéppont haladó mozgására:

(1) $$ma_s = S + F_s,$$

ahol a_s a henger tömegközéppontjának gyorsulása. A henger forgómozgására vonatkozó mozgásegyenlet:

(2) $$\Theta_s \beta = (S - F_s)r.$$

A csúszásmentesség kinematikai kényszerfeltétele:

(3) $$a_s = r\beta.$$

A (3)-ból a_s kifejezését (1)-be beírva, majd (1)-et Θ_s / m-mel megszorozva, (2)-t r-rel szorozva:

(4) $$\Theta_s r\beta = (S + F_s)\frac{\Theta_s}{m},$$

és $$\Theta_s r\beta = (S - F_s)r^2.$$

A bal oldalak egyenlők, így a jobb oldalak is:

(5) $$(S + F_s)\frac{\Theta_s}{m} = (S - F_s)r^2.$$

Innen a talaj által kifejtett súrlódási erő:

(6) $$F_s = \frac{mr^2 - \Theta_s}{\Theta_s - mr^2} S.$$

Használjuk fel, hogy a vékonyfalú henger tengelyére vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka $\Theta_s = mr^2$!

(7) $$F_s = \frac{mr^2 - mr^2}{mr^2 + mr^2} S = 0,$$

tehát az asztal és hengerek között nem hat súrlódási erő, vagyis a minimálisan szükséges súrlódási együttható:

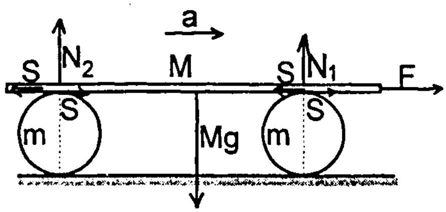
$$\boxed{\mu = 0.}$$

b) Térjünk át hengerek és a rúd kapcsolatára! A rúd is csúszásmentesen mozog a hengereken, ezért a hengerek legfelső pontjainak sebessége és gyorsulása azonos a rúdéval. Ha viszont a talajon nincs súrlódás, akkor a rúddal érintkező pontokban ható súrlódási erőnek meg kell egyezni mindkét henger esetében, mert csak így lehet mindkettőjük gyorsulása azonos. Ez tehát annak ellenére is így van, hogy a rúd mozgása közben a rúd és a hengerek között ható N_1 és N_2 normál irányú kényszererők állandóan változnak. N_1 nagysága $Mg/4$-ről indul és maximális értéke $3Mg/4$ a folyamat végén, míg ez N_2-re fordítva érvényes, miközben $N_1 + N_2 = Mg$ mindvégig teljesül. Ez természetesen csak úgy teljesülhet, hogy a hengerek és a rúd közötti tapadási súrlódási együttható olyan nagy legyen, hogy minimális normálerő esetén is biztosítsa az aktuális S súrlódási erőt.

A rúdra vonatkozó mozgásegyenlet:

(8) $$Ma = F - 2S.$$

Bármelyik henger tömegközéppontjára vonatkozó mozgásegyenlet:



(9) $$ma_s = S.$$

A mindkét felületen való csúszásmentes gördülés megköveteli az

(10) $$a = 2a_s$$

feltétel teljesülését.

A (8), (9) és (10) felhasználásával:

$$a = \frac{F}{m+M} = 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

$$S = \frac{m}{2(m+M)}F = 1{,}5\ \text{N}.$$

Így a rúd és hengerek közötti minimális súrlódási erő:

$$\boxed{\mu_{\min} = \frac{S}{N_{\min}} = \frac{S}{\frac{Mg}{4}} = \frac{2m}{m+M}\frac{F}{Mg} = 0{,}2.}$$

c) A rúd végsebessége a $v = \sqrt{2as}$ összefüggés alapján:

$$v = \sqrt{2\frac{F}{m+M}\cdot 2\frac{L}{3}} = \sqrt{12}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3{,}46\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. feladat:

Ismeretes, hogy az R sugarú, M tömegű, ρ sűrűségű Föld felületén a gravitációs gyorsulás a következő alakban adható meg:

$$g = \gamma\frac{M}{R^2} = \gamma\frac{\rho 4R^3\pi}{3R^2} = \frac{4}{3}\gamma\rho R\pi.$$

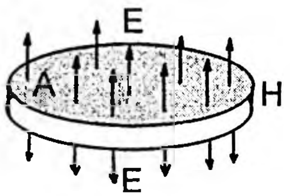
A feladat megoldásához meg kell határoznunk egy H vastagságú, igen nagy sugarú, ρ_m sűrűségű korong fedőlapján a gravitációs gyorsulás nagyságát.

Viszonylag könnyen célt érhetünk, ha kihasználjuk az elektrosztatikus és gravitációs kölcsönhatás erőtörvénye közötti analógiát. A pontszerű, nyugvó töltésre ható elektrosztatikus erő, illteve a pontszerű testek között ható gravitációs erőhatás erőtörvényei azonos jellegűek:

(1) $$\mathbf{F} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^3}\mathbf{r}, \quad \text{illetve} \quad \mathbf{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^3}\mathbf{r},$$

ahol $k = 1/4\pi\varepsilon_0$. Látható, hogy az m tömegnek (gravitációs töltésnek) a q elektromos töltés, a γ gravitációs állandónak az $1/4\pi\varepsilon_0$ és a $g = F/m$ gyorsulásnak az $E = F/q$ elektromos térerősség felel meg. Ha tehát meghatározzuk a homogén töltéssűrűségű végtelen sugarú korong elektromos térerősségét a korongon kívül, a megfelelő mennyiségek helyettesítésével a gravitációs gyorsulást is megkapjuk a hasonló geometriával bíró tömegeloszlás esetén.

Az elektromos megfelelőt a Gauss-tétel alapján határozhatjuk meg:



(2) $$N_E = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q,$$

ahol az elektromos "forráserősség" $N_E = 2EA$. Ha az elektromos töltéssűrűség ρ_q, akkor a zárt mérőfelület által körülölelt töltés

(3) $$\sum q = \rho_q A H,$$

tehát (4) $$2EA = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_q A H,$$

ahonnan az elektromos térerősség:

(5) $$E = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\rho_q H}{2}.$$

A gravitációs gyorsulás tehát az egymásnak megfelelő mennyiségek átírásával (5)-ből:

(6) $$g = 4\pi\gamma \frac{\rho_m H}{2}.$$

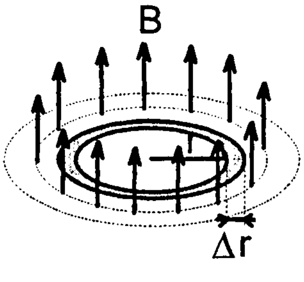
Ennek kell a homogénnek tekintett Föld felszínén mérhető gravitációs gyorsulással megegyeznie, amely (1) alapján:

(7) $$g_{\text{gömb}} = g_{\text{korong}} = \gamma \frac{4R\pi\rho_m}{3} = 4\pi\gamma\frac{\rho_m H}{2},$$

ahonnan a "lapos Föld" korongjának vastagsága:

$$\boxed{H = \frac{2}{3}R = 4250 \text{ km.}}$$

3. feladat:



a) Határozzuk meg a körpálya által körülvett fluxust az idő függvényében! Mivel az indukció a sugár mentén változik, olyan kis tartományokra osztjuk a körterületet, amelyeken belül a mágneses mező homogénnak vehető. Jelöljünk ki ezért egy r sugarú, $\Delta r \ll r$ szélességű körgyűrűt, amelynek fluxusa:

(1) $$\Delta\Phi = B(r,t)2r\pi\,\Delta r.$$

A feladat feltétele szerint:

(2) $$\Delta\Phi = \frac{E_0}{r}t\,2r\pi\,\Delta r.$$

Összegezzük az elemi fluxust:

(3) $$\Phi(t) = \sum \Delta\Phi = 2\pi E_0 t \sum \Delta r_i = 2\pi E_0 R t.$$

A hengerszimmetria miatt a kialakuló elektromos mező is hengerszimmetrikus, és így a térerőssége a gyöngy helyén (3) felhasználásával:

(4) $$E(R) = \frac{1}{2\pi R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{1}{2\pi R}\frac{2\pi R E_0 \Delta t}{\Delta t} = E_0.$$

A gyöngyre érintő irányban állandó nagyságú elektromos erő hat, tehát sebessége az idő függvényében (4) szerint:

(5) $$\boxed{v(t) = \frac{E_0 q}{m}t.}$$

b) Sugár irányban alkalmazva a mozgásegyenletet:

(6) $$m\frac{v^2}{R} = qvB + N,$$

ahol N a pálya által kifejtett kényszererő. Ennek nagysága (5) és (6) felhasználásával:

$$\boxed{N = qvB - m\frac{v^2}{R} = q\frac{E_0 q}{m}t\frac{E_0 t}{R} - \frac{m}{R}\frac{E_0^2 q^2 t^2}{m^2} = 0.}$$

Az ilyen szerkezetű mágneses mezőben a gyöngyszem és a karika között nem hat erő, vagyis a pálya nem fejt ki sugár irányú nyomóerőt, akár ott sem kell lennie.

1. Mechanika

1.1. Kinematikai feladatok

1. $v_{a1} = 2\dfrac{h}{t_1} - \dfrac{h}{t_2} = 1{,}5\ \dfrac{\text{cm}}{\text{min}}$, $\quad v_{a2} = 0\ \dfrac{\text{cm}}{\text{min}}$.

2. $u = \dfrac{s}{t_1} = 4{,}5\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$.

3. $v_0 = \dfrac{u\sqrt{v^2-u^2}}{v-\sqrt{v^2-u^2}} = 3\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$.

4. *a*) Az **u** vektor a partra merőleges irányú. Ekkor a minimális átkelési idő $t_{min} = d/u$.

b) A vízfolyással ellentétesen irányított partszakasszal bezárt szög $\alpha = \arccos(c/u)$, ha $c<u$, ha $c>u$ akkor $\alpha = \arccos(u/c)$. Első esetben a parthoz viszonyított legrövidebb út d, második esetben pedig $d\dfrac{c}{u}$.

c) $\alpha = \arcsin\dfrac{d\sqrt{(1-k^2)d^2+x^2}-dkx}{d^2+x^2}$, ahol $k = c/u$.

5. *a*) A partra merőleges irányba kell evezni. $t_{min} = \dfrac{d}{u} = 150$ s.

b) $x = \dfrac{sc}{2u} + \dfrac{lc}{u} + \dfrac{d-(s+l)}{u}\dfrac{c}{2} = 262{,}5$ m - rel az R pont alatt.

6. *a*) $x_2v_1 \neq x_1v_2$. $\quad$ *b*) $t_{min} = \dfrac{v_2x_2+v_1x_1}{v_1^2+v_2^2}$, $\quad d_{min} = \dfrac{|v_1x_2-v_2x_1|}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}$.

7. $t = \dfrac{2}{3}\dfrac{a}{v_0}$.

8. $t_ö = 15$ s.

9. *a*) $v_1 = \dfrac{2s_1}{t_1} - v_0 = 12\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. $\quad$ *b*) $a = \dfrac{2}{3}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

10. *a*) $s = 2R\pi + 2\dfrac{v_{max}^2 - aR}{a} = 2320{,}8$ m. $\quad$ *b*) $T = \dfrac{2R\pi}{\sqrt{aR}} + \dfrac{v_{max}^2 - aR}{v_{max}+\sqrt{aR}}\dfrac{4}{a} = 68{,}42$ s.

11. *a*) $h = \dfrac{v_0^2}{4a} = 12{,}5$ m. $\quad$ *b*) $v_1 = \dfrac{1}{2}v_0 - \dfrac{1}{2}at_1 = -15\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

12. $s = \left(\dfrac{3}{2} - \sqrt{2}\right)a_0t_0^2$.

13. *a)* $t=\frac{2\sqrt{v_0}}{b}$. *b)* $s=\frac{2}{3}\frac{v_0^{3/2}}{b}$.

14. $h=\frac{v_0^2}{4g}=2{,}5\text{ m}$, $s_{\max}=\frac{v_0^2}{2g}=5\text{ m}$.

15. *a)* $v_1=\frac{h}{b}v_0=60\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. *b)* $\frac{m_0}{m_1}=2$. *c)* $t_ö=6{,}47\text{ s}$.

16. *a)* $h=r\left(1+\cos\alpha+\frac{1}{2\cos\alpha}\right)=1{,}22\text{ m}$. *b)* $\alpha_{\min}=45^\circ$.

17. $t=\sqrt{\frac{2L\,\mathrm{tg}\alpha}{g}}$.

18. *a)* $\alpha=45^\circ$. *b)* $\alpha=45^\circ-\beta/2$. *c)* $\alpha=45^\circ+\beta/2$. *d)* $\alpha=\arcsin\frac{1}{\sqrt{2+\frac{2gh}{v_0^2}}}$

19.

20. *a)* $\alpha=\arccos\sqrt{\frac{1-\frac{hg}{v_0^2}\pm\sqrt{1-\frac{2hg}{v_0^2}-\frac{g^2a^2}{v_0^4}}}{2(\frac{h^2}{a^2}+1)}}$. Így $\alpha_1=41{,}6^\circ$ *és* $\alpha_2=64{,}7^\circ$.

b) $v_{\min}=\sqrt{g(h+\sqrt{h^2+a^2})}=56{,}56\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

21. $h\le\frac{ab}{a+b}$ esetén $v_0=\sqrt{g(a+b)}$, $\alpha=45^\circ$.

$h\ge\frac{ab}{a+b}$ esetén $v_0=\sqrt{\frac{gab}{2h}\left[1+\left(h\frac{a+b}{ab}\right)^2\right]}$, $\alpha=\mathrm{arc\,tg}\,h\frac{a+b}{ab}$.

22. *b)* $\alpha=\arcsin\sqrt{\frac{2}{3}},=54{,}73^\circ$.

23. *a)* $\alpha\le\arcsin\sqrt{\frac{8}{9}}=70{,}52^\circ$. *b)* A test közeledik a leszálló ágban, ha a helyzetvektor vízszintessel bezárt ε szögére fennáll az $11{,}3^\circ\le\varepsilon\le69{,}71^\circ$ egyenlőség.

24. *a)* $\alpha=63{,}44^\circ, \beta=26{,}56^\circ$. *b)* $v_r=0{,}63v_0$ a vízszintessel 45°-os szöget zár be.

25. *a)* $v_A = 2at = 10\ \frac{cm}{s}$, $v_B = \sqrt{2}at = 5\sqrt{2}\ \frac{cm}{s}$, $v_C = 0$.

b) $a_A = 5{,}6\ \frac{cm}{s^2}$, $a_B = 2{,}5\ \frac{cm}{s^2}$, $a_C = 2{,}5\ \frac{cm}{s^2}$.

26. $a = \sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + (r\beta)^2} = 0{,}7\ \frac{m}{s^2}$.

Dinamikai feladatok

27. *a)* $s_ö = 10$ m. *b)* $v_á = 3\ \frac{m}{s}$.

28. *a)* $\alpha = \text{arc tg}\mu = 38{,}66°$. *b)* $a_{max} = 1{,}28\frac{F}{m} - 0{,}8g$. *c)* $F_s = \mu(mg - F\sin\alpha)$.

29. $t = \sqrt{\dfrac{4m}{\dfrac{m}{t_1^2} + \dfrac{3m}{t_2^2}}} = 1{,}51$ s.

30. *a)* $a_m = 3g \approx 30\ \frac{m}{s^2}$, $a_{2m} = 0$. *b)* $t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{2m}{D}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\Delta l}{3g}} = \frac{\pi}{20}\,s \approx 0{,}157$ s.

c) $v_m = A_1\omega + gt = 3{,}57\ \frac{m}{s}$, $v_{2m} = -A_2\omega + gt = 0{,}57\ \frac{m}{s}$.

31. *a)* $A = x - \frac{L-y}{L}x = 0{,}1$ m, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L-y}{Lg}x} = 1{,}09$ s. *b)* $y \le \frac{L}{2}$.

32. *a)* $\alpha = \text{arc tg}\left(\mu + \sqrt{\mu^2+1}\right) = 49°$. *b)* $t = \sqrt{\dfrac{2L}{g\left(\sin\alpha\cos\alpha - \mu\cos^2\alpha\right)}} = 1$ s.

33. $\frac{a}{b} \le \frac{3}{4}$.

34. $v = \frac{v_0}{2}$.

35. $s = \frac{1}{2}R\sqrt{\left(\frac{\mu_0 g}{a_t}\right)^2 - 1} = 61{,}3$ m.

36. $\alpha = \text{arc}\cos 0{,}6 = 53{,}13°$.

37. *a)* $r = \frac{R}{2}$. *b)* $v_{max} = \frac{1}{2}\sqrt{\mu_0 gR}$.

38. $F = m\sqrt{g^2 + 4a^2 v_0^4}$.

39. $v_0 = \sqrt{2gR\left(1+\sqrt{2}\right)}$.

40. $h = \dfrac{L}{3}$.

41. *a)* $a_1 = \dfrac{g}{\cos^2\alpha}$. *b)* $a_2 = \dfrac{g\cos\alpha}{\left(1-\dfrac{1}{2}\sin^2\alpha\right)^{3/2}}$.

42. $\mu = \dfrac{2{,}2m_2 - m_1}{2{,}2m_1 - m_2} = 0{,}2$.

43. $t = \sqrt{\dfrac{2L}{3a+\mu g}}$.

44. $a = 2g = 20\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

45. $a_2 = \dfrac{2(2n - \sin\alpha)}{4n+1} g$.

46. $a_M = \dfrac{F(1-\cos\alpha) + mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha} = 1{,}34\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $a_m = 14{,}98\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

47. *a)*

$$a_h = \sqrt{\frac{F^2}{m^2} + \frac{(F\text{ctg}\alpha - mg)^2}{m^2}} = 25{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2},\quad a_L = \frac{F}{m} + \frac{F\text{ctg}\alpha - mg}{m}\text{ctg}\alpha = 27{,}55\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b) $a_r = \dfrac{F\text{ctg}\alpha - mg}{m\sin\alpha} = 5{,}11\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$. *c)* $v_r = \sqrt{2a_r \dfrac{L}{2}} = 1{,}43\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

48. $\mu > \dfrac{a}{g} + \dfrac{m_2}{m_1}\sqrt{\dfrac{a^2}{g^2} + 1} = 0{,}61$, *a)* $K_1 = m_2\sqrt{a^2 + g^2} = 5{,}6$ N,

b) $K_2 = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(\sqrt{a^2+g^2} + \mu g - a\right) = 5{,}1$ N.

49. $K = mg(3\sin\alpha - 2)\cos\alpha = 3$ N.

50. $v = \sqrt{gh} = 2{,}83\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

51. *a)* $\dfrac{M}{m} = 4$. *b)* $v = \sqrt{\dfrac{gL}{8}}$.

52. $F=\dfrac{m_1 m_2}{m_1+m_2}\dfrac{v_0^2}{L}.$

53. $K_{\min}=\dfrac{5}{2}mg=125\ \mathrm{N}.$

54. $t=\dfrac{3}{4}\dfrac{R\omega_0}{\mu g}.$

55. $z=\dfrac{1}{8\pi}\dfrac{1+\mu^2}{\mu(1+\mu)}\dfrac{r\omega_0^2}{g}.$

56. $\beta=\dfrac{2mx}{(M+2m)L}\dfrac{g}{R}.$

57. *a)* $\omega=\sqrt{\dfrac{3g}{L}},\qquad \beta=\dfrac{3}{2}\dfrac{g}{L}.$ *b)* $F=\dfrac{\sqrt{37}}{4}mg.$

58. $\alpha=\arcsin 0{,}45=26{,}74^\circ.$

59. *a)* $F\le\dfrac{3\mu_0}{2-3\mu_0}mg.$ *b)* $a_{\max}=\dfrac{2\mu_0}{2-3\mu_0}g.$

60. $a=\dfrac{2(m_1+m)\sin\alpha}{3m+2m_1(1+\cos\alpha)}g.$

61. *a)* $\mu_0\ge\dfrac{M}{9m+8M}=0{,}08.$ *b)* $\mu_{0_{\max}}=0{,}125.$

62. *a)* $a_D=\dfrac{F-\mu(m+M)g}{m+\dfrac{M}{3}}=4\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},\qquad a_H=\dfrac{a_D}{3}=\dfrac{4}{3}\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$

b) $F\le(3m+M)g\mu_0+\mu(m+M)g=F_{max}=18\ \mathrm{N}.$

63. *a)* $v_0=\sqrt{8gR}=4\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$ *b)* $N=\dfrac{7}{8}mg=14\ \mathrm{N}.$

1.3. Munka, energia, megmaradási tételek

64. $W=\dfrac{1}{2}\dfrac{D_1D_2}{D_1+D_2}L^2.$

65. *a)* $y_{\max}=\dfrac{2(F-\mu mg)}{D}.$ *b)* $v_{\max}=\dfrac{F-\mu mg}{D}\sqrt{\dfrac{D}{m}}.$

66. *a)* $F=\dfrac{\mu_1 m+\mu_2 m}{2}g=60\,\mathrm{N}.$ *b)* A gyorsulás induláskor maximális

$a_{\max}=2\ \mathrm{m/s^2}$, a sebesség pedig félúton a legnagyobb, $v_{\max}=\sqrt{2}/2\ \ \mathrm{m/s}.$

c) $t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 1{,}11\ \text{s}.$

67. a) $v_t = v - v\cos\omega t = 2{,}83\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $a_t = \frac{D(x_0 + A\sin\alpha) - mg}{m} = 18{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$,

$h = y - (x_0 + A\sin\alpha) = 21{,}8\ \text{cm}$, ahol $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}, \alpha = \omega\frac{y - x_0}{v},\ x_0 = \frac{mg}{D}$.

b) $W = mgh + \frac{1}{2}D(x_0 + x)^2 + \frac{1}{2}mv_t^2 = 50{,}8\ \text{J}$.

68. a) $\mu = \frac{P_2v_1^3 - P_1v_2^3}{v_2v_1^3 - v_1v_2^3}\frac{1}{mg} = 0{,}093$. b) $v_3 = \sqrt{\frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{k}} = 22{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

ahol $k = \frac{P_2v_1 - P_1v_2}{v_2^3v_1 - v_1^3v_2} = 1{,}51\ \frac{\text{Ns}^2}{\text{m}^2}$.

69. $W = mg(h + \mu L)$.

70. $W = \frac{1}{8}mb^4t^2$.

71. $v = \sqrt{2gh\ln\frac{L}{h}}$.

72. a) $P_á = \frac{1}{2}\mu mgv_0 = 2\ \text{W}$. b) $P_{\max} = \frac{1}{2}mv_0^2\sqrt{bg}$.

73. a) $v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$. b) $E_\text{k}^\text{min} = \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}(v_2 - v_1)^2$.

74. a) $q = 1 - \sqrt{\frac{c^2 + \frac{d^2}{t^2}}{c^2 + \frac{d^2}{4t^2}}} = 0{,}367$. b) $p = 1 - \sqrt{\frac{(c^2 + \frac{d^2}{t^2})^3}{(c^2 + \frac{d^2}{4t^2})^3}} = 0{,}746$.

75. a) $H = \frac{m_2}{2m_1}\frac{2m_1 + m_2}{D}g = 1{,}125\ \text{cm}$.

b) $t = \sqrt{\frac{2H}{g}} + \frac{arcsin\frac{m_1}{m_1 + m_2}}{\sqrt{\frac{D}{m_1}}} + \frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{m_1}{D}} \approx 0{,}4\ \text{s}.$

76. $v = \sqrt{\frac{19}{32}gL}$.

77. *a)* $v_{\min} = \dfrac{mgL_0}{DL_0 - mg}\sqrt{\dfrac{D}{m}} = 3\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$ *b)* $\beta = 45{,}75°,\ \ K = 3{,}74\ \mathrm{N}.$

78. $h \ge \dfrac{Mg}{2D}\left(\dfrac{M}{2m} + 1\right) = 0{,}9\ \mathrm{m}.$

79. *a)* $c = \dfrac{mv - mu}{M} = 1\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$ *b)* $y = \dfrac{c}{\sqrt{\dfrac{g}{\Delta l}}}\sin\sqrt{\dfrac{g}{\Delta l}}t = 0{,}1\ \mathrm{m}\cdot\sin\left(10\dfrac{1}{\mathrm{s}}t\right).$

c) $t = \pi\sqrt{\dfrac{\Delta l}{g}} = 0{,}314\ \mathrm{s}.$

80. $A = \dfrac{D_2}{D_1 + D_2}a = 2{,}5\ \mathrm{cm},$ $v_{\max} = \dfrac{aD_2}{\sqrt{m(D_1 + D_2)}} = 1\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{D_1 + D_2}} = 0{,}157\ \mathrm{s}.$

81. *a)* $d_1 = \dfrac{D_1L_1 + D_2(2a - L_2)}{D_1 + D_2} = 14{,}4\ \mathrm{cm}.$ *b)* $d_2 = 11{,}28\ \mathrm{cm}.$

c) $v_{\max} = \sqrt{\dfrac{D_1\left((a + c - L_1)^2 - (d_1 - L_1)^2\right) - D_2(2a - d_1 - L_2)^2}{m}} = 3{,}12\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$

82. *a)* Harmonikus rezgőmozgás: $y = \dfrac{\mu mg}{D}\cos\sqrt{\dfrac{D}{m}}t,$ $v_{\max} = \mu g\sqrt{\dfrac{m}{D}} = \dfrac{1}{5}\sqrt{15}\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$

$a_{\max} = \mu g = 6\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$

c) $\Delta P = F_s v = \mu mgv = 24\ \mathrm{W}.$

83. $N = m\sqrt{2\dfrac{r_1r_2}{r_1 + r_2}\gamma M}.$

84. $E_ö = -\gamma\dfrac{mM}{2a}.$

85. *a)* $r_{\min} = R.$ *b)* $v = \sqrt{\dfrac{2\gamma M}{R}}.$

86. $d = 2\sqrt{\dfrac{m + M}{M}h(H - h)} = 1{,}6\ \mathrm{m}.$

87. $s = \dfrac{m^2}{M^2 - m^2} L = 1{,}6 \text{ m}.$

88. $s = \dfrac{M}{\mu(m+M)} h.$

89. $v \geq \sqrt{\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\mu g L}.$

90. $h = \dfrac{1}{2} \dfrac{M}{m+M} \dfrac{v_0^2}{g}.$

91. *a)* $m_2 = \sqrt{m_1 m_3} = 0{,}6 \text{ kg}.$ *b)* $v_3 = \dfrac{4v_0}{\left(1+\sqrt{\dfrac{m_3}{m_1}}\right)^2} = 1{,}6 \ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}.$

92. *a)* $v_M = \dfrac{M}{2m+M} v_0,$ $v_m = \dfrac{\sqrt{2M(m+M)}}{2m+M} v_0.$

b) $v_M = \dfrac{M-2m}{M+2m} v_0,$ $v_m = \dfrac{2M}{M+2m} v_0.$

c) $v_m = \sqrt{\dfrac{M}{2m}} v_0.$ *d)* $\alpha = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\dfrac{M}{2m-M}}.$

93. *a)* $\alpha_{2m} = 30°,$ $\beta_m = 90°.$ *b)* $v_{2m} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} v_0,$ $v_m = \dfrac{\sqrt{3}}{3} v_0.$

94. *a)* $\varphi = \dfrac{m+M}{3m+M} \pi,$ *b)* $d = 2 \dfrac{M}{m+M} R \sin\left(\dfrac{m+M}{3m+M} \dfrac{\pi}{2}\right).$

95. *a)* $s_1 = \dfrac{3}{2} \dfrac{M^2}{\mu(3m+M)^2} L = 0{,}75 \text{ m}.$ *b)* $s_2 = 6 \dfrac{M^2}{\mu(3m+M)^2} L = 3 \text{ m}.$

96. *a)* $z_1 = \dfrac{3}{64} \dfrac{1}{\mu\pi} \dfrac{v^2}{gL} = 1{,}5.$ *b)* $z_2 = \dfrac{3}{32} \dfrac{1}{\mu\pi} \dfrac{v^2}{gL} = 3.$

97. *a)* $x = \dfrac{L}{3} = 0{,}2 \text{ m}.$ *b)* $v = \sqrt{\dfrac{3}{2} gL} = 3 \ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}.$

98. *a)* $x = \dfrac{L}{6} = 0{,}1 \text{ m}.$ *b)* $v_A = \dfrac{3}{2} v_0,$ $v_B = 0.$

99. *a)* Az egymást követő rugalmas ütközések után felváltva hol a korong, hol pedig a gyűrű mozog v_0 sebességgel. A rendszer tömegközéppontja $v_0/2$ állandó sebességgel mozog.

b) A gyűrű sebessége páros számú ütközés után zérus, páratlan számúak után pedig v_0.

A középpont elmozdulásának nagysága páros számú ütközés után $r_0 = nR$, ha $(2n-1)\le\frac{R}{v_0}\le t\le(2n+1)\frac{R}{v_0}$, páratlan számú ütközések után pedig $r_0 = v_0 t - nR$, ha $\frac{R}{v_0}(2n-1)\le t\le\frac{R}{v_0}(2n+1)$, ahol n az ütközések számát jelenti.

c) Mivel a rendszer tömegközéppontja állandó sebességgel mozog, ezért elér az asztal szélére.

100. *a*) $v_A = -\frac{47}{37}v_0 = -4{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_B = \frac{73}{37}v_0 = 7{,}3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) $d = \frac{\sqrt{3}}{6}L = 10\sqrt{3}$ cm. *c*) $T = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}\frac{L}{v_0} = 0{,}147$ s.

1.4. Sztatikai és hidrosztatikai problémák

101. *a*) $K = \frac{1}{2}\frac{\cos\alpha}{\sin(\alpha-\beta)}mg = 77{,}8$ N. *b*) $\beta < 60^\circ$.

102. *a*) $\frac{1}{\sin\alpha}\le\mu_0$. *b*) $K = \frac{mg}{1+\cos\alpha}$.

103. *a*) $\alpha = \arccos\frac{L+\sqrt{L^2+32R^2}}{8R}$. *b*) $\sqrt{\frac{2}{3}}2R \le 2L \le 4R$.

104. *a*) $\operatorname{arc\,tg}\frac{1-\mu_1\mu_2}{1+2\mu_1+\mu_1\mu_2} = 34^\circ 37' \le \alpha \le 45^\circ$, $\alpha = 0^\circ$.

b) $26{,}77\text{ N} \le N_1 \le 27{,}29\text{ N}$, $2{,}31\text{ N} \le S_1 \le 2{,}94\text{ N}$,

$2{,}31\text{ N} \le N_2 \le 2{,}94\text{ N}$, $-0{,}29\text{ N} \le S_2 \le 0{,}23\text{ N}$.

105. *a*) A víz fagyott állapotában nehezebben borítható fel a rendszer, mivel ekkor a rendszer súlypontja a csőhöz viszonyítva nem változik a borítás során (egyébként süllyed).

b) $W_1 = \Delta E_{h1} = 2mga(\frac{5}{8}-\frac{3}{8}) = 0{,}5$ J, $W_2 = \Delta E_{h2} = 2mga(\frac{3\sqrt{2}}{8}-\frac{3}{8}) = 0{,}31$ J.

106. $K = \frac{A_1 A_2}{A_1 - A_2}\rho g L$.

107. *a*) $F_1 = F_2 = \frac{1}{2}\rho g b h^2 = 25600$ N, $F_3 = F_4 = \frac{1}{2}\rho g L h^2 = 51200$ N.

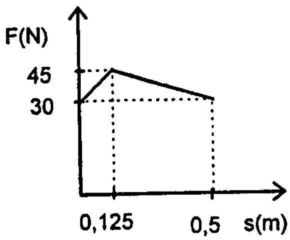
b) $F_1^* = \frac{1}{2}\rho g b h_1^2 = 40\,000$ N, $F_2^* = \frac{1}{2}\rho g b h_2^2 = 14400$ N,

$$F_3^* = F_4^* = \frac{1}{6}\rho g L\left(h_1^2 + h_1 h_2 + h_2^2\right) = 52266{,}67\ \text{N}.$$

108. *a)* $h_v = \frac{h}{2}(1 + \frac{\rho_v}{2\rho_h - \rho_v}) = 5{,}19\ \text{cm}$. *b)* $a = \frac{h}{2L} g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

109. *a)* $h_1 = h\frac{g}{g - A4\pi^2 f_1^2} = 61{,}2\ \text{cm}$. *b)* $f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g(1-\frac{h}{L})}{A}} = 11{,}26\ \text{Hz}$.

110. *a)*



b) $W = 18{,}75\ \text{J}$.

111. *a)* $M = \frac{1}{6}\rho g d h^3$. *b)* $y = \frac{1}{3}h$.

112. $r_{\min} = \sqrt{\frac{\rho - \rho_f}{\rho}\frac{a^3}{\pi(a+h)}} = 2{,}9\ \text{cm} < r < 5\ \text{cm}$.

113. $W = 40\ \text{J}$.

114. Az örökmozgó nem fog működni, a bereendezésből nem nyerünk munkát. Indoklás: A hasábokra ható gravitációs erők összmunkája zérus. A vízben mozgó hasábra ható felhajtóerő munkája: $W_f = mg\frac{\rho_{víz}}{\rho_{fa}}\frac{2h-d}{2}$. A hasáb az R résen való vízbe jutásakor pedig a vízoszlop hidrosztatikai nyomásból származó negatív munkavégzés: $W_p = -\frac{m}{\rho_{fa} d}\rho_{víz} g \frac{2h-d}{2} d$. Így az összmunkavégzés zérus. (A negatív munkavégzésről nem szabad megfeledkezni.)

115. $u = \frac{AL\rho}{m} v$.

116. *a)* $y = \frac{h}{2}$. *b)* $x_{\max} = h$.

117. $v = \sqrt{2gh} = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2. Hőtan

2.1. Gáztörvények, a termodinamika első főtétele

118. *a)* $p_1 = 76160$ Pa, $p_2 = 48960$ Pa. *b)* $\frac{T_x}{T_0} = 2$.

119. $T = 2T_0 = 600$ K, $p = p_0 = 10^5$ Pa.

120. $T_2 = \frac{7}{18}T_1 = 112$ K.

121. $T_1 = 3T_0$.

122. *a)* $p_1 = \frac{2p_0}{1+\frac{T_0}{T_1}} = 1{,}2 \cdot 10^5$ Pa, $p_2 = \frac{2p_0}{1+\frac{T_1}{T_0}} = 0{,}8 \cdot 10^5$ Pa.

b) $\frac{V_1}{V_0} = \frac{p_0}{p_2} = 1{,}25$.

123. $\kappa = \frac{T_1^2 - T_2^2}{T_2^2}\frac{\rho g V_0}{p_0 A}$.

124. *a)* $N_2 = 5 \cdot 10^{22}$. *b)* $x = 0{,}5 \Rightarrow 50\%$.

125. $T_{max} = T_0 + \frac{2mv^2}{3nN_A k} = 354$ K.

126. *a)* $A = \frac{0{,}06qV}{\sqrt{\frac{3RT}{M}}t} = 0{,}6\ \text{mm}^2$. *b)* $t_1 = \frac{lg(1-\frac{q_1}{100})}{lg(1-\frac{q_2}{100})} = 28{,}6$ h.

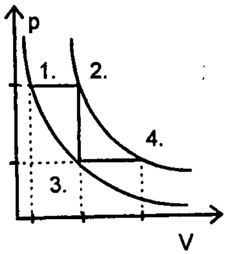
127. *a)* $N = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 + 10\frac{R_2(R_2-R_0)}{R_1(R_1-R_0)} - \frac{R_1^2R_2(R_2-R_0)}{(R_1-R_0)R_0^3} - 10 = 23$.

b) $R_{max} = 2R_0 = 10$ cm, $\Delta p_{max} = \frac{C}{4R_0} = \frac{p_0}{4}$.

128. $m = m_0\frac{t_0+273}{t_1+273} - \frac{M\pi d^3 p_0}{12R(t_1+273)} = 5{,}7$ g.

129. *a)* $W_h^* = \frac{1}{2}nR\frac{(T_3-T_1)(2T_2-T_1-T_3)}{T_1+T_3}$. *b)* $T_3 = \frac{T_1+T_2+T_3}{3}$.

130. *a)*



b) $Q = \frac{7}{2} nR\Delta T = 8729{,}7$ J

$W^* = 2nR\Delta T = 4988{,}7$ J.

131. *a)* $T_2 - T_1 = \frac{2p_0 b\Delta A}{nR} = 1{,}2$ K. *b)* $Q = \frac{5}{2} nR(T_2 - T_1) \approx 25$ J.

c) $U_2 - U_1 = \frac{3}{2} nR(T_2 - T_1) \approx 15$ J. *d)* $W^* = nR(T_2 - T_1) = 10$ J.

132. *a)* $Q = \frac{5}{4} mv^2 = 16$ J. *b)* $\eta = \frac{W^*}{Q} = \frac{2}{5} \Rightarrow 40\%$.

133. *a)* $W^* = \frac{2}{7} \eta \frac{1}{2} CU^2 = 6{,}94 \cdot 10^{-3}$ J. *b)* $x = \frac{4W^*}{p_0 d^2 \pi} = 8{,}84 \cdot 10^{-2}$ m.

134. $x^2 - 2{,}6x + 0{,}48 = 0$, $d = \frac{V_0}{A} - x = 0{,}4$ m.

135. *a)* $Q_{BC} = 5Q_{AB} = 2800$ J. *b)* $f = \frac{4Q_{AC} - 15Q_{AB}}{15Q_{AB} - 2Q_{AC}} = 5$.

136. $Q_{41} = \frac{3}{8} Q_0 = 6$ kJ.

137. $\frac{V_2}{V_1} = 4$.

138. *a)* $Q_{\mathrm{ABC}} = \frac{49}{39} Q_{\mathrm{ADC}} = 9800$ J. *b)* $Q_{\max} = \frac{51}{39} Q_{\mathrm{ADC}} = 10\,200$ J.

139. *a)* $x = 2$. *b)* $\frac{W^*}{Q} = \min$, ha $x = \infty$, $\frac{W^*}{Q} = \max$, ha $x = 1$.

c) $\left(\frac{W^*}{Q}\right)_{\min} = \frac{2}{11}$, $\left(\frac{W^*}{Q}\right)_{\max} = \frac{2}{5}$,

140. *a)* $Q = 3c_v m T_1 + \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT_1 \approx 3 \cdot 10^4$ J. *b)* $c_{á} = 780 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}$.

141. *a)* $T_1 = \frac{(H+h+s)\cdot(L+h)}{HL} T_0 = 485{,}7\,\mathrm{K}$.

b) $W = \frac{5}{2}((L+h)(H+h+s) - p_0 H))\rho g A + \frac{2L+h}{2} \rho g A h + (L+h)\rho g s A = 29\,\mathrm{J}$.

c)

$$x=h+\frac{\frac{T_1+\Delta T}{T_1}(H+L)-\sqrt{\frac{(T_1+\Delta T)^2}{T_1^2}(H+L)^2-4\frac{T_1+\Delta T}{T_1}\frac{\Delta T}{T_1}LH}}{2\frac{T_1+\Delta T}{T_1}}=16{,}3\text{ cm.}$$

142. *a)* $T_1=\frac{27}{8}T_0=3{,}375\ T_0$. *b)* $Q=\frac{35}{8}nRT_0=4{,}375nRT_0$.

143. *a)* $L_0=L+\frac{T_1d_2^2-T_2d_1^2}{T_2d_1-T_1d_2}=1$ m.

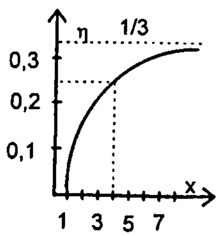
b) $T_3=\frac{\frac{T_2}{d_2}-\frac{T_1}{d_1}}{d_2-d_1}\left[(L_0-L)d_3+d_3^2\right]=960$ K.

c) $C_M=\left(\frac{3}{2}+\frac{L_0-L+d}{L_0-L+2d}\right)R.$ **d)** $L_0=L,\quad C_M=2R.$

144. $\eta=\frac{1}{8}\Rightarrow 12{,}5\%$.

145. *a)* $x=\frac{2-\eta}{2(1-3\eta)}=3{,}5.$

b) $\eta=\frac{1}{3}-\frac{5}{3(6x-1)}$.



146. $\eta=\frac{1}{9}\Rightarrow 11{,}1\%$.

147. *a)* $W_h^*=Nk\left(\sqrt{T_2}-\sqrt{T_1}\right)^2$. *b)* $\eta=\frac{2\left(\sqrt{T_2}-\sqrt{T_1}\right)}{5\sqrt{T_2}+3\sqrt{T_1}}$.

148. $\eta=\frac{144}{433}\Rightarrow 33{,}26\%$.

149. *a)* $h_2=\frac{(2m+7M)(5m+7M)}{49M(m+M)}h=0{,}81$ m. *b)* $T_2=\frac{h_2}{h}T_0=405$ K.

2.2. Hőtágulás, kalorimetria, halmazállapot-változások

150. *a)* $n_2 = n_1\left(\frac{1}{1+\alpha\Delta T}\right)^2 \approx 3002\frac{1}{\min}$.

b) $\Delta E = c_v m\Delta T - \frac{1}{4}mR^2\pi^2 n_1^2\left[\left(\frac{1}{1+\alpha\Delta T}\right)^2 - 1\right] = 13452$ kJ.

151. *a)* $V_h = \frac{V}{1+\frac{\beta_h}{\beta_ü}} = \frac{6}{51}V \approx 0{,}18V$. *b)* $q = 100\beta_ü\Delta T = 0{,}36\%$.

152. $m_1 = \frac{c}{L_0}\frac{V\rho_0 - m}{\beta} \approx 64$ g.

153. 109,5 g tömegű °C hőmérsékletű víz,
30,5 g tömegű °C hőmérsékletű jég.

154. $v_0 = 1741\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

155. $\frac{L_f}{L_0 + (T_f - T_o)c_v} \le k \le \frac{L_f + (T_f - T_o)c_v}{L_o}$, azaz $2{,}99 \le k \le 7{,}98$.

156. $T_f = T_1 + \frac{L_f}{2c}\frac{t_1}{t_2} = 160\ ^\circ\text{C}$.

157. $\Delta m = \frac{W M}{RT}$.

158. *a)* $k_1 = \frac{p_{t1}}{p - p_{t1}} = 0{,}08$. *b)* $k_2 = \frac{p_{t2}}{p + \frac{L}{2}\rho_v g - p_{t2}} = 1{,}1$.

c) $q = 1 - \frac{p + \frac{L}{2}\rho g - p_{t2}}{p - p_{t1}}2\frac{T_1}{T_2} = 0{,}014$.

159. *a)* $P = I\rho_{víz}c_{víz}(T_2 - T_1) = 6{,}96$ kW.

b) A kilépő víz hőmérséklete (a változatlan fűtőteljesítmény miatt) most is 20 °C-kal nőne, de a tartályban csökkene az állandó T vízhőmérséklet (T< 60 °C), mivel a hőátadás átlagos sebessége – amely állandó – a hőmérséklet különbségével arányos.

c) Egyrészt a rossz hőátadás miatt, másrészt a keresztmetszet csökkenés következtében beálló I vízáram csökkenés következtében, mind a kifolyó víz T_2 hőmérséklete, mind pedig a tartályban lévő víz állandó T hőmérséklete nő. Ezért a zárt légtérben a levegő és a telített vízgőz nyomása egyaránt emelkedik, fennáll a gőzrobbanás veszélye.

160. $L_f = \dfrac{2(T-T_1)}{T-T_0}\dfrac{t_1}{t_0}\dfrac{m_0 L_0}{V\rho_1} \approx 191\ \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$

161. $T = \dfrac{a_1}{a_2}\dfrac{L_f}{c} + \left(1 - \dfrac{a_1}{a_2}\right)T_2 + \dfrac{a_1}{a_2}T_1 = 81{,}7\ {}^\circ\text{C}.$

162. *a)* $h = \dfrac{m_{\text{gőz}}}{M_{\text{víz}}}\dfrac{RT_f}{p_0 A} = 0{,}886\ \text{m}.$ *b)* $U_2 - U_1 = Q - p_0 h A = 19\ 114\ \text{J}.$

163. $m_{\text{gőz}} = \dfrac{p_0 A(p_0 A - mg)}{DRT_1} M_{\text{víz}} = 116\ \text{mg}.$

3. Elektromosságtan

3.1. Elektrosztatikai problémák

164. $Q_1 = \frac{1}{3}Q_2 = \frac{1}{3}\cdot 10^{-5}$ C, $Q_1^* = 3Q_2 = 3\cdot 10^{-5}$ C.

165. $Q = 3{,}7\cdot 10^{-6}$ C.

166. *a)* $\omega = \frac{Q}{L}\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}-2\right)\frac{k}{mL}}$. *b)* $E_ö = \frac{4-3\sqrt{2}}{2}k\frac{Q^2}{L}$.

167. *a)* $m = \frac{2kQq}{g\overline{PF}}\left(\frac{1}{\sqrt{\overline{OF}^2+d^2}}-\frac{1}{\sqrt{\overline{OP}^2+d^2}}\right) = 0{,}185\ \text{kg}$.

b) $a = \frac{2kQq\overline{OF}}{m(d^2+\overline{OF}^2)^{3/2}} - g = 20{,}63\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

168. *a)* Szintén a derékszög csúcsához ér.

b) $v_1 = Q\sqrt{\frac{1-\frac{1}{\sqrt{5}}}{10\pi\varepsilon_0 dM}}$, $v_2 = 2v_1$.

169. $W = 3mgh = 1{,}2\cdot 10^{-2}$ J.

170. $v = Q\sqrt{\frac{2k}{9Lm}} = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

171. $v_1 = Q\sqrt{\frac{k}{6am}}$, $v_2 = 2v_1$.

172. $v_0 \rangle 2\sqrt{k\frac{Q_1Q_2}{am}}$.

173. *a)* $E = 0$, $U = k\frac{Q}{r} = 90\,000$ V.

b) $m = \frac{2kQq}{v_0^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\sqrt{r^2+d^2}}\right) = 6{,}64\cdot 10^{-27}$ kg.

174. *a)* Abban a síkban, amely merőleges a két pontot összekötő szakaszra és átmegy a szakasz felezőpontján.

b) $E = k\frac{Qd}{\left(x^2+\frac{d^2}{4}\right)^{3/2}}$.

175. *a*) Az egyszerűsítés érdekében először vizsgálódjunk síkban!

b) $r=\dfrac{nd}{n^2-1}$, a két töltést összekötő egyenesen, a $+Q$ töltésű testtől $\dfrac{d}{1-n^2}$ távolságra.

176. *a*) $r < R_1$ $\quad E(r)=0,\quad U(r)=k\left(\dfrac{Q_1}{R_1}+\dfrac{Q_2}{R_2}\right),$

$R_1 < r < R_2$ $\quad E(r)=k\dfrac{Q_1}{r^2},\quad U(r)=k\left(\dfrac{Q_1}{r}+\dfrac{Q_2}{R_2}\right),$

$R_2 < r$ $\quad E(r)=k\dfrac{Q_1+Q_2}{r^2},\quad U(r)=k\dfrac{Q_1+Q_2}{r}.$

b) A külső gömb potenciálja zérus, gömbkondenzátor.

177. *a*) $U_{\text{gömb}}=k\dfrac{q}{L}+k\dfrac{Q}{R},$ *b*) $U_{\text{gömb}}=k\dfrac{Q+q}{R}.$

178. $Q=-\dfrac{1}{k}\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}U_0.$

179. *a*) $F=k\dfrac{q^2}{\left(d^2-r^2\right)^2}rd.$ *b*) $F=k\dfrac{q^2}{\left(d^2-r^2\right)^2}rd-k\dfrac{q^2}{d^3}r.$

c) $F=k\dfrac{q^2}{\left(d^2-r^2\right)^2}rd-k\dfrac{q^2}{d^3}r-k\dfrac{Qq}{d^2}.$

180. *a*) $F=\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{\varepsilon_0}\dfrac{Q^2}{A}.$ *b*) $W=\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{\varepsilon_0}\dfrac{Q^2}{A}\left(d_2-d_1\right).$

c) $W=\dfrac{1}{2}\varepsilon_0 AU^2\left(\dfrac{1}{d_1}-\dfrac{1}{d_2}\right).$

181. $F=\dfrac{1}{8\pi\varepsilon_0}\dfrac{\left(Q_1-Q_2\right)^2}{R^2}.$

182. $U_{\max}=\sqrt{\dfrac{8}{27}\dfrac{Dd^3}{\varepsilon_0 A}}=100\ 000\ \text{V}.$

183. $\nu=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{D}{2m}}.$

184. $E=\dfrac{\rho d}{3\varepsilon_0}.$

185. $U = \frac{3}{2}\frac{Q}{C}$.

186. a) $U = \frac{2mgL(1-\cos 30^\circ)}{Q} = 200\,\text{V}$.

b) $v_0 = \sqrt{2gL[2\sin 15^\circ(1-\cos 30^\circ) - 1 + \cos 15^\circ]} = 0{,}26\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

187. $Q_1 = \frac{1}{2}CU = 5\cdot 10^{-5}$ C, $\quad Q_2 = -\frac{3}{2}CU = -1{,}5\cdot 10^{-4}$ C.

188. $Q = \frac{1}{2}\frac{(C_2Q_1 - C_1Q_2)}{C_1C_2(C_1+C_2)}$.

189. $Q_1 = \frac{3}{2}\varepsilon_0\frac{A}{d}U$, $\quad Q_2 = -\frac{3}{2}\varepsilon_0\frac{A}{d}U$.

190. $C = \frac{2}{3}\varepsilon_0\frac{A}{d}$.

191. $h = \frac{1}{2}\varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{U^2}{\rho g d^2}$.

192. *a)* $F = k\frac{Q^2}{4d^2}$. *b)* $W = k\frac{Q^2}{4d}$. *c)* $t = \frac{d^{3/2}\pi}{Q}\sqrt{\frac{m}{2k}}$.

3.2. Egyenáramok.

193. *a)* $R_{AC} = 8\ \Omega$, $\quad R_{BC} = 10\ \Omega$, $\quad R_{AB} = 5\ \Omega$. *b)* $I \approx 2$ A.

c) $U_{CB} \approx 4{,}6$ V.

194. $U = 9$ V, $\quad R_3 = 24\ \Omega$.

195. *a)* A $3R$ ellenállásút a másik $3R$ ellenállásúval párhuzamosan.

$I_{max} = \frac{2U}{9R} = 0{,}4$ A.

b) A $3R$ ellenállásút a többivel sorosan. $I_{min} = \frac{U}{3R} = 0{,}2$ A.

c) A $2R$ ellenállásút a másik $2R$ ellenállásúval párhuzamosan.

196. $U_2 = \frac{I_1 - I_2}{I_1}U_1 = 0{,}1$ V.

197. *a)* $I_1^A = 6$ A, $\quad I_2^A = 10$ A. *b)* $U_1 = U_2 = U_3 = 12$ V.

198. $R_e = \frac{12}{7}R = 12\ \Omega$, $\quad U = 6I_1R = 21$ V.

199. $U_{AB} = \dfrac{12r+5R}{6r+3R} U_0 = 155$ V.

200. $I_3 = 3I_1 + 4I_2 = 19$ mA, $\quad R_b = \dfrac{U_0}{15I_1 + 19I_2} \approx 49{,}45\ \Omega$.

201. $I_{AB} = \dfrac{R_1 - R_2}{3R_1 + R_2} \dfrac{U}{R_2} = 2{,}48 \cdot 10^{-3}$ A.

202. $I_A = 5$ A.

203. $\Sigma U_i = \dfrac{I_1}{I_1 - I_2} U_1 = 180$ V.

204. $R_e = \dfrac{U_0}{nI_0} = 50\ \Omega$, $\quad P = nU_0I_0 = 200$ W, $\quad R = \dfrac{0{,}84}{n(n+1)} \dfrac{U_0}{I_0} = 2\ \Omega$.

205. *a*) Ekkor a hatásfok $\dfrac{\sqrt{2}}{2} 100 = 70{,}7\%$-os lenne. *b*) Nem, a feszültségosztóval a hatásfok romlana.

206. $P_1 = P_4 = \dfrac{(U_1 - U_2)^2}{4R} = 0{,}5$ W, $\quad P_2 = P_3 = \dfrac{(U_1 + U_2)^2}{4R} = 4{,}5$ W.

207. $Q = \dfrac{2}{9} CU_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ C.

208. *a*) $P_0 = \dfrac{U^2}{\dfrac{2R_1R_2}{R_1 + R_2}} = 675$ W.

b) $Q_{max} = CU \dfrac{R_2 - R_1}{R_1 + R_2} = 5 \cdot 10^{-4}$ C, $\quad P_1 = \dfrac{U^2}{\dfrac{R_1 + R_2}{2}} = 600$ W.

209. *a*) $Q = \dfrac{1}{3} CU = 8 \cdot 10^{-3}$ C. *b*) $Q^* = \dfrac{1}{4} CU = 6 \cdot 10^{-3}$ C.

210. $R_e = \dfrac{2R}{n}$.

211. $R_{AB} = \dfrac{R}{2}$.

212. $R_e = \dfrac{3 + \sqrt{17}}{4} R \approx 1{,}78R$.

213. *a*) $R_1 = \dfrac{2rR}{2R + R_x}$, ahol $R_x = \dfrac{1 + \sqrt{1 + \dfrac{4R}{r}}}{2} r$.

b) $R_\infty = \dfrac{2RR_x}{2R+R_x}$. *c)* $R_n = \dfrac{2RR_x}{2R+R_x}\left[1-\left(1-\dfrac{r}{R_x}\right)^n\right]$.

3.3. Mágnességtan, elektromágneses indukció, váltakozó áramok

214. *a)* $B = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{18I}{a}$. *b)* $B^* = 0$.

215. $B = B_1 + B_2 = \dfrac{\mu_0}{2}\left(1+\dfrac{1}{\pi}\right)\dfrac{I}{R}$.

216. *a)* $B = 2B_1 + B_2 = \dfrac{\mu_0}{2}\left(\dfrac{1}{\pi}+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{I}{R}$. *b)* $\Delta B = \dfrac{\mu_0}{2}\left(\dfrac{1}{\pi}+\dfrac{1}{2}-\sqrt{\dfrac{1}{\pi^2}+\dfrac{1}{4}}\right)\dfrac{I}{R}$.

217. Harmonikus rezgőmozgás, $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{6IB}}$.

218. $v = \dfrac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\mu QB}mg$.

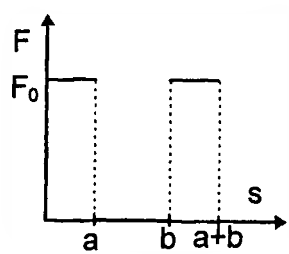
219. $\dfrac{Q}{m} = \dfrac{2Ey}{b(b+2c)B^2}$.

220. $\omega = \dfrac{QB}{2m}$.

221. $I = \dfrac{mg}{BL}\sin\omega t$.

222. *a)* $Q_ö = 2Q = \dfrac{B^2a^3v_0^2}{R}$.

b) $F_0 = \dfrac{B^2a^2v_0}{R}$.



223. $Q = \dfrac{B^2 v_0 L_0^2 \,\mathrm{tg}\,\alpha}{2r} = 2{,}25\ \mathrm{J}$.

224. *a)* $U = r^2\pi b$. *b)* $K = B_0\dfrac{br^3\pi}{R}$.

225. *a)* $\beta = \dfrac{BI}{m}$. *b)* $n = \dfrac{U}{BR^2\pi}$.

226. *a)* $a = \dfrac{g}{1 + \dfrac{CB^2 d^2}{m}}$. *b)* $v = \dfrac{mgR}{B^2 d^2}\left(1 - e^{-\frac{B^2 d^2}{mR} t}\right)$.

c) $a = g \cos\sqrt{\dfrac{B^2 d^2}{mL}}\, t$, $v = g\sqrt{\dfrac{mL}{B^2 d^2}} \sin\sqrt{\dfrac{B^2 d^2}{mL}}\, t$.

$$z = \frac{mgL}{B^2 d^2}\left(1 - \cos\sqrt{\frac{B^2 d^2}{mL}}\, t\right).$$

227. $F = \dfrac{36}{5}\dfrac{B^2 v_0^2 r}{R}$.

228. *a)* $v_{\max} = \dfrac{CU_0 BL}{m + CB^2 L^2}$. *b)* $Q = \dfrac{C^2 B^2 L^2}{m + CB^2 L^2} U_0$.

229. *a)* A periódusidő 2/3 részében. *b)* A periódusidő felében. *c)* A periódusidő 0,55 részében.

230. *a)* $I_{eff} = \sqrt{\dfrac{1}{T/2}\displaystyle\int_0^{T/2} I^2 dt} = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$. *b)* $I_a = \dfrac{1}{T/2}\displaystyle\int_0^{T/2} I_0 \sin\omega t dt = \dfrac{2}{\pi} I_0 \approx 0{,}897 I_{\mathrm{eff}}$.

231. *a)* $R = Z\cos\varphi = \dfrac{220\sqrt{2}\,\mathrm{V}}{2\mathrm{A}}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 134{,}2\ \Omega$, $L = \dfrac{220\sqrt{2}\,\mathrm{V}}{2\mathrm{A}} 2\sin\varphi \dfrac{1}{\omega} = 0{,}49\ \mathrm{H}$,

$C = \dfrac{1}{\omega Z \sin\varphi} = 40{,}9\ \mu\mathrm{F}$. *b)* $P_{\mathrm{h}} = U_{\mathrm{eff}} I_{\mathrm{eff}} \cos\varphi = 220\ \mathrm{W}$.

c) A periódus idő 1/6 részében.

d) $I = 1{,}1\mathrm{A} \cdot \sin(\omega t - 0{,}281)$, $P_{\mathrm{h}} = 220\mathrm{V}\dfrac{1{,}1\mathrm{A}}{\sqrt{2}}\cos 0{,}281 = 164{,}4\ \mathrm{W}$.

232. *a)* $R = \rho\dfrac{4Dn\dfrac{L}{d}}{d^2} = 13{,}6\ \Omega$.

b) $L = \mu_r \mu_0 \dfrac{\left(\dfrac{nL}{d}\right)^2 \dfrac{D^2\pi}{4}}{L}$, és $L = \dfrac{\sqrt{\dfrac{U_{\mathrm{eff}}^2}{I_{\mathrm{eff}}^2} - R^2}}{\omega} = 7{,}4\ \mathrm{H}$,

ebből $\mu_r = 300$. *c)* $t = \dfrac{W}{I_{\mathrm{eff}}^2 R} = 8202\ \mathrm{h} = 341\,\mathrm{nap}$.

233. *a)* $Z_t = \dfrac{U_t}{I_{eff}} = 75\ \Omega$. *b)* $R = Z_t\cos\varphi = 39{,}75\ \Omega$, $L = \dfrac{Z_t\sin\varphi}{\omega} = 0{,}2\ \mathrm{H}$, ahol

$$\cos\varphi = \frac{U_e^2 - U_R^2 - U_t^2}{2U_tU_R} = 0{,}53.$$

c) $P_{ht} = U_t I_{eff}\cos\varphi = 159\ \mathrm{W}$, $P_{hRL} = P_{ht} + I_{eff}^2 R = 359\ \mathrm{W}$.

234. *a)* $L = \dfrac{1}{4\pi^2 C f_1 f_2} = \dfrac{5}{\pi^2}\mathrm{H} \approx 0{,}5\ \mathrm{H}$, $R = \sqrt{\dfrac{U_{eff}^2}{I_{eff}^2} - \dfrac{1}{4\pi^2}\left(\dfrac{1}{f_1} - \dfrac{1}{f_2}\right)^2} = 40{,}3\ \Omega$.

b) $f_r = \sqrt{f_1 f_2} = 70{,}71\ \mathrm{Hz}$. *c)* $I_{eff.max} = \dfrac{U_{eff}}{R} = 5{,}46\ \mathrm{A}$,

$U_C = \dfrac{1}{C2\pi f_r} I_{eff.max} = 1229\ \mathrm{V}$, $U_t = I_{eff.max}\sqrt{(2\pi f_r L)^2 + R^2} = 1248{,}5\ \mathrm{V}$.

d) $P_h = P_l = U_{eff} I_{eff.max} = 1201{,}2\ \mathrm{W}$.

235. *a)* $\varphi = 2\arccos\dfrac{I_e}{2I_R} = \dfrac{\pi}{3}$.

b) $U_t = \sqrt{2}\cdot 220\ \mathrm{V}\cdot\sin(314\frac{1}{\mathrm{s}}t + \frac{\pi}{4})$, $I_{Rt} = 2\sqrt{2}\ \mathrm{A}\cdot\sin(314\frac{1}{\mathrm{s}}t + \frac{\pi}{4})$,

c) $P_h = U_{eff} I_e \cos(\varphi/2) = 660\ \mathrm{W}$.

d) $r = \dfrac{U_{eff}}{I_T}\cos\varphi = 55\ \Omega$, $L = \dfrac{1}{\omega}\dfrac{U_{eff}}{I_T}\sin\varphi = 0{,}3\ \mathrm{H}$.

236. *a)* $P_v = \dfrac{U_{eff}^2}{(R_f + R_v)^2} R_v = 962\ \mathrm{W}$, $P_f = \dfrac{U_{eff}^2}{(R_f + R_v)^2} R_f = 2738\ \mathrm{W}$,

ahol $R_v = \rho\dfrac{2l}{A} = 3{,}4\ \Omega$ és $R_f = \dfrac{U_ü^2}{P} = 9{,}68\ \Omega$.

b) $P_v = \dfrac{U_{eff}^2}{(10R_f + \frac{R_v}{10})^2} R_v = 17{,}4\ \mathrm{W}$ és $P_f = \dfrac{(10U_{eff})^2}{(10R_f + \frac{R_v}{10})^2} R_f = 4965\ \mathrm{W}$.

c) $\eta_1 = \dfrac{R_f}{R_f + R_v} = 0{,}74$, azaz 74%, $\eta_2 = \dfrac{P_f}{P_f + P_v} = 0{,}996$, azaz 99,6 %.

d) $R_{2v} = \dfrac{(1 - \eta_2)}{\eta_2} R_f \approx 0{,}01 R_v$, ebből $A_2 = 1\ \mathrm{cm}^2$. A rézvezeték tömege pedig $m_r = A2l\rho_r \approx 178\ \mathrm{kg}$ lenne.

237. *a)* $t = \sqrt{LC}\arccos\sqrt{0{,}8} = 4{,}64\cdot 10^{-4}\ \mathrm{s}$.

b) $\dfrac{B}{B_0} = \sin\arccos\sqrt{0{,}8} = 0{,}4472$.

c) $U=\frac{Q}{C}\cos(\frac{1}{\sqrt{LC}}t)=200\,\mathrm{V}\cdot\cos(1000\frac{1}{\mathrm{s}}t)$,

$I=Q\frac{1}{\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)=1\,\mathrm{A}\cdot\sin\left(1000\frac{1}{\mathrm{s}}t\right)$.

d) $n\geq\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\frac{L}{R}\left[1-\left(1-\frac{q}{100}\right)^2\right]=31$.

238. *a*) Függ a rezgőkör R ohmikus ellenállásától és a tekercs L induktivitásától, q értékétől, de független a kezdeti Q töltés (vagy U feszültség) nagyságától.

b) $N\geq\frac{\mu_0\mu_r d^3}{C\pi\rho_r n^2}p^2=548$, ahol $p=1-(1-\frac{q}{100})^2$.

4. Fénytan

4.1. Fényvisszaverődés, fénytörés

239. $x=2d\sin\left(180^\circ-\gamma\right)=0{,}56$ cm.

240. $x=\frac{d+L}{L}h$.

241. $x=\frac{d^2}{2d-R}$.

242. $f=\frac{xy}{x+y}=0{,}16$ m.

243. $f=\frac{3}{8}d=7{,}5$ cm.

244. $d=\frac{3-\sqrt{3}}{2}R\approx0{,}63R$.

245. $R=d-\frac{r}{\cos45^\circ}=3$ cm.

246. *a*) $R=(n-1)x=4{,}5$ cm. *b*) $y=\frac{R}{n(n-1)}=6$ cm.

247. $d=\frac{D\sin2\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}=0{,}58$ cm.

248. $n=\frac{2d}{h}=\frac{2\cdot8{,}4\text{ cm}}{12\text{ cm}}=1{,}4$.

249. 2 db világos csíkot látunk az ernyőn.

250. $v_2 = \dfrac{f}{d-f} v_1 = 8 \dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$.

251. *a*) $f = \sqrt{Ld} - d$. *b*) $t = \sqrt{Ld}$.

252 $f = \dfrac{K_2 t_2 - K_1 t_1}{K_2 - K_1} = 12$ cm.

253. $N = \dfrac{f^2}{(d-f)^2 - \left(\dfrac{L}{2}\right)^2}$.

254. $L = 2f + \sqrt{4f^2 + d^2} = 100$ cm.

255. $f_1 = 40$ cm, $f_2 = 20$ cm; $f_1^* = 48$ cm, $f_2^* = 12$ cm.

256. *a*) $A_e = A\sqrt{2(1 + \cos\dfrac{\Delta l}{\lambda} 2\pi)}$, $I_e = 2I(1 + \cos\dfrac{\Delta l}{\lambda} 2\pi)$

b) Maximális erősítés feltétele: $\Delta l = k\lambda$,
a kioltás feltétele pedig: $\Delta l = (2k+1)\,\lambda/2$, ahol $k = 0,1,2, \ldots$.

c) $\Delta l = \dfrac{1+2n}{4}\lambda$, ahol $n = 0,1,2, \ldots$.

257. *a*) $y = \dfrac{kD\lambda}{d}$, $z = \dfrac{(k+1/2)D\lambda}{d}$, ahol $k = 0,1,2, \ldots$.

b) $I = 4I_0 \cos^2 \dfrac{\pi d}{D\lambda} x$, ahol I_0 a réseknél a fényhullám intenzítása.

258. *a*) $d = \dfrac{D\lambda}{s} = 0{,}135$ mm. *b*) $x = \dfrac{D\lambda}{4d} = 0{,}87$ mm.

259. *a*) $d = \dfrac{\lambda}{4n} = 93{,}75$ nm. *b*) $s = k\dfrac{\lambda}{2n} = 187{,}5k$ nm, ahol $k = 0,1,2, \ldots$.

260. *a*) $x = (3-1)\dfrac{\lambda L}{d} = 190$ cm. *b*) $s = (\lambda_v - \lambda_i)\dfrac{L}{d} = 120$ cm.

5. Atomfizika

5.1. A fény fotonelmélete, de Broglie hipotézis

261. *a)* $N=\dfrac{P}{h\dfrac{c}{\lambda}}=1{,}59\cdot10^{16}\ \dfrac{1}{\text{s}}$. *b)* $n=\dfrac{N}{V}=\dfrac{4P\lambda}{hc^2\pi d^2}=1{,}68\cdot10^{13}\ \dfrac{1}{\text{m}^3}$.

262. *a)* $m=\dfrac{P}{c^2}=1{,}55\cdot10^{-13}\ \dfrac{\text{kg}}{\text{s}\cdot\text{m}^2}$. *b)* $p=mc=4{,}66\cdot10^{-7}\,\text{Pa}$.

c) $F=pR^2\pi=1{,}89\cdot10^7\ \text{N}$.

263. *a)* $v_{\max}=\sqrt{\dfrac{2\left(h\dfrac{c}{\lambda}\right)-W_0}{m}}=2{,}14\cdot10^5\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. *b)* $I=\dfrac{P\lambda}{hc}\dfrac{1}{5}e=8{,}8\cdot10^{-4}\,\text{A}$.

264. *a)* $k=\dfrac{\lambda\sqrt{2m\left(\dfrac{hc}{\lambda}-W_0\right)}}{h}$, $\lambda_{\max}=\dfrac{hc}{2W_0}=310\,\text{nm}$. *b)* $k_{\max}=c\sqrt{\dfrac{m}{2W_0}}=357{,}7$.

265. *a)* $\lambda'=\dfrac{\lambda}{\sqrt{\left(\dfrac{mc\lambda}{h}\right)^2+\dfrac{4mc\lambda}{h}}-\dfrac{mc\lambda}{h}-1}=5{,}48\cdot10^{-11}\ \text{m}$.

b) $v=\sqrt{\dfrac{2\left(\dfrac{hc}{\lambda}-\dfrac{hc}{\lambda'}\right)}{m}}=2{,}91\cdot10^7\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

266. *a)* $\rho R=\dfrac{3R_{\text{n}}^2\sigma T^4}{4c\gamma M_{\text{n}}}=8{,}45\cdot10^{-3}\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^2}$. *b)* A pályája egyenes. *c)* $r=1{,}5\cdot10^{-6}\,\text{m}$.

267. *a)* $\lambda=\dfrac{h}{\sqrt{2mE}}=1{,}73\cdot10^{-11}\text{m}$. *b)* $\lambda=2{,}868\cdot10^{-14}\,\text{m}$. *c)* $\lambda=3{,}31\cdot10^{-35}\,\text{m}$.

268. *a)* - *b)* $\lambda=\dfrac{h}{\sqrt{2mUe}}$. *c)* - *d)* $\lambda=\dfrac{h}{c\sqrt{\left(\dfrac{Ue}{c^2}+m_0\right)^2-m_0^2}}$.

5.2. Atomok, színképek és atommodellek

269. *a)* $d=\sqrt[3]{\dfrac{M}{\rho N_{\text{A}}}}=2{,}55\cdot10^{-10}\text{m}$. *b)* $L=\sqrt[3]{\dfrac{m^3N_{\text{A}}^2}{M^2\rho}}=780$ millió km.

c) $A=\sqrt[3]{\dfrac{m^3 N_A}{M\rho^2}}=199\ \mathrm{m}^2$.

270. *a*) levegő tömege a légnyomásból becsülve: $m=\dfrac{p_0 A_{\text{Föld}}}{g}=5{,}1\cdot 10^{18}\ \mathrm{kg}$, így

a molekulák becsült száma: $N=\dfrac{m}{M}N_A\approx 10^{44}\ (M\approx 29\ \mathrm{g/mol})$.

b) $h=\dfrac{m}{A_F\rho_{\text{foly.}}}\approx 10\ \mathrm{m}\ (\rho_{\text{foly.}}\approx 10^3\ \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3})$.

271. *a*) $v=\sqrt{\dfrac{2\cdot(0-E_1)}{m}}=2{,}2\cdot 10^6\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. *b*) $v=\sqrt{\dfrac{2\cdot(E_3-E_1)}{m}}=2{,}07\cdot 10^6\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

c) $h\dfrac{c}{\lambda}=E_n-E_2$, így $\lambda_3=658\ \mathrm{nm}, \lambda_4=488\ \mathrm{nm}, \lambda_5=435\ \mathrm{nm}, \lambda_6=411\ \mathrm{nm}$.

272. *a*) $U=\dfrac{E_2-E_1}{e}=10{,}2\ \mathrm{V}$. *b*) $\lambda=\dfrac{hc}{Ue}=122\ \mathrm{nm}$.

c) $u=\dfrac{m_e}{m_e+m_H}\sqrt{\dfrac{2Ue}{m_e}}\approx 10^3\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

273. *a*) $r_n=\dfrac{L_1^2}{mke^2}n^2$. *b*) $L_1=\sqrt{mke^2 r_1}\approx 1{,}4\cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}\approx\dfrac{h}{2\pi}$.

274. $mvr=n\dfrac{h}{2\pi}$; $mv=\dfrac{h}{\lambda}$, így $n\lambda=2\pi r$.

275. $W_p\approx -k\dfrac{e^2}{R}$, $W_m\approx\dfrac{p^2}{2m}=\dfrac{h^2}{32mR^2}$ $\quad(p=\dfrac{h}{\lambda};\ \dfrac{\lambda}{2}\approx 2R$ alapján).

$$E_ö=-\frac{ke^2}{R}+\frac{h^2}{32mR^2}=\frac{h^2}{32m}\left(\frac{1}{R}-\frac{16mke^2}{h^2}\right)^2-\frac{8mk^2e^4}{h^2}.$$

Minimum helye: $R_{\min}=\dfrac{h^2}{16mke^2}=1{,}3\cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}$ (ez a H-atom becsült sugara).

Az összenergia minimumértéke: $E_{\min}=-\dfrac{8mk^2e^4}{h^2}=-8{,}8\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}=-0{,}88\ \mathrm{aJ}$.

(A pontos érték: E_1 = -2,2 aJ.) Megjegyzés: a becsléskor pontos energiaértéket kapunk, és a méretre az első Bohr-sugarat nyerjük, ha becsléskor a mozgási energiánál $pR\approx h/2\pi$ határozatlansági összefüggést alkalmazzuk.

276. Alkalmazzuk a mozgási energia becslésekor az $n\lambda/2\approx 2R$ összefüggést!

Ekkor a becsléskor az összenergia $E_n=\dfrac{h^2n^2}{32m}\left(\dfrac{1}{R}-\dfrac{16ke^2}{h^2n^2}\right)^2-\dfrac{8k^2e^4}{h^2n^2}$.

A gerjesztett állapotok energiaminimum helyei és értékei:

$R_n = R_1 n^2$; $E_n = \frac{E_1}{n^2}$.

277. *a)* Összenyomáskor a mozgási energia elemi megváltozása egyenlő az elemi térfogati munkával: $\frac{h^2}{16mR^3}\Delta R = p4\pi R^2 \Delta R$, $\quad p = \frac{h^2}{16mR^5}4\pi \approx 6{,}5\cdot 10^{10}$ Pa.

b) $E_{be} = \frac{10^{-3}\,\text{m}^3}{(2R_{min})^3} p4\pi R_{min}^2 \cdot 0{,}03 R_{min} \approx 3\,\text{MJ}$.

5.3. Atommagok, radioaktivitás, magenergia

278. $\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{s}{d}\frac{R_M^2 \pi}{(d/2)^2 \pi}$, ebből $R_M \approx 8\cdot 10^{-15}$ m.

279. *a)* $\rho = \frac{m}{V} = \frac{Am_p}{\frac{4\pi}{3}(R_0 A^{1/3})^3} = \frac{m_p}{\frac{4\pi}{3}R_0^3}$. $\quad$ *b)* $\rho = 1{,}45\cdot 10^{17}\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

c) $R = \sqrt{\frac{3m_F}{4\pi\rho}} \approx 215$ m. $\quad$ *d)* $g = \gamma\frac{m_F}{R^2} = 8{,}65\cdot 10^9\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

280. *a)* $r_{min} = \frac{2Ze^2}{E_\alpha} = 4{,}55\cdot 10^{-14}$ m.

b) $E_\alpha = \frac{2Ze^2}{r'_{min}} + \frac{2E_\alpha m_{He}}{2(m_{He}+m_{Au})}$, $\quad$ ebből $\quad r'_{min} = 4{,}64\cdot 10^{-14}$ m.

c) $r_{min} = R_{Au} + R_{He} = R_0(197^{1/3} + 4^{1/3})$, így $E_\alpha = 3{,}53$ pJ.
ha $r'_{min} = R_{Au} + R_{He}$, akkor $E_\alpha = 3{,}6$ pJ.

281. *a)* $1 = \frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{s}{d}\frac{R_{mag}^2}{R_{atom}^2}$. Ebből $s = 5{,}9$ cm. *b)* $w = 1 - \frac{1}{e} = 0{,}63$.

c) $w = 1 - \frac{1}{e^2} = 0{,}86$. (általában $w = 1 - \frac{1}{e^k}$, ahol a lemezvastagság ks).

282. *a)* $\varphi = (180° - 2\alpha)/2 = 60°$. *b)* $v_{Pb} = \frac{2p_\alpha \sin 15°}{m_{Pb}} = \frac{\sqrt{2m_\alpha E_\alpha}}{m_{Pb}} = 1{,}54\cdot 10^5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

c) A becslés relatív hibája: $\frac{E_{Pb}}{E_\alpha} = \frac{p_{Pb}^2}{p_\alpha^2}\frac{m_\alpha}{m_{Pb}} = 0{,}005$ (0,5%).

283. Az ütközés után a meglökött proton $\varphi = 60°$-os szöggel térül el, energiája $E_p = 0{,}2$ pJ. A neutron energiája $E_n = 0{,}6$ pJ lesz.

284. *a*) Megmaradási tételek alapján:

$\frac{p^2}{2m} = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m}$ és $p^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2\cos\alpha$, ebből $\cos\alpha = 0$, azaz $\alpha = 90°$,

vagyis $\vartheta + \varphi = 90°$. *b*) $E_1 = E_0\cos^2\vartheta$; $E_2 = E_0\cos^2\varphi$.

285. *a*) Geometriai a valószínűség alapján: $w = \frac{x^2\pi}{(2R)^2\pi} = \cos^2\vartheta = \frac{1}{4} = \frac{E}{E_0}$.

b) Egy ütközéskor legfeljebb megmaradt energia hányad $w_1 = \sqrt[3]{1-0{,}9} = 0{,}4641$, amely egyben a bekövetkezés valószínűsége is. Így a három egymást követő ütközés esetén a keresett valószínűség $w_1^3 = 0{,}1$.

286. *a*) $\Delta E = \Delta mc^2 = \left[(m_{He} + m_{Be}) - (m_C + m_n)\right]c^2 = 0{,}83$ pJ.

b) $\frac{p_n^2}{2m_n} + \frac{p_C^2}{2m_C} = 0{,}8\,\text{pJ} + 0{,}83\,\text{pJ} = 1{,}63$ pJ,

$\sqrt{2m_{He}E_0} = p_{He} = p_C + p_n = 10{,}33 \cdot 10^{-20}\ \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$, ebből az impulzusok

$p_{n1} = 7{,}3 \cdot 10^{-20}\ \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $p_{n2} = -5{,}7 \cdot 10^{-20}\ \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $p_{C1} = 3{,}03 \cdot 10^{-20}\ \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$p_{C2} = 16{,}03 \cdot 10^{-20}\ \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A mozgási energiák pedig:

$E_{n1} = 1{,}61$ pJ, $E_{n2} = 0{,}98$ pJ, illetve $E_{C1} = 0{,}02$ pJ, $E_{C2} = 0{,}65$ pJ.

287. *a*) $\Delta E = \left[2m_D - (m_{He} + m_n)\right]c^2 = 5{,}53 \cdot 10^{-13}$ J.

b) $E_m = \frac{1}{2}k\frac{e^2}{2R_0{}^3\sqrt{2}} = 0{,}3.10^{-13}$ J.

c) $E_{He} = \frac{1}{4}(\Delta E + 2E_m) = 1{,}5325 \cdot 10^{-13}$ J, $E_n = 3E_{He} = 4{,}5975 \cdot 10^{-13}$ J.

288. *a*) $A = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{\ln 2}{T}\frac{m}{M}N_A = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq. *b*) $P = AE_\alpha = 0{,}028$ mW.

c) $t = \frac{\lg 0{,}9}{\lg 0{,}5}T_f = 246$ év; $\Delta E = \Delta NE_\alpha = 0{,}1\frac{m}{M}N_AE_\alpha = 2 \cdot 10^8$ J.

289. *a)* $t = \dfrac{\dfrac{\lg(N_{235}/N_{238}) - \lg(N_{235}^0/N_{238}^0)}{\lg(1/2)}}{1/T_{235} - 1/T_{238}} = 1{,}8$ milliárd év.

b) $t = \dfrac{\left(\lg\left(\dfrac{N_{235}}{N_{238}}\right) - \lg(1/4)\right)/\lg(1/2)}{1/T_{235} - 1/T_{238}} \approx 4{,}3$ milliárd év.

290. *a)* $t = \dfrac{\lg(2/3)}{\lg(1/2)} T_f = 3350$ év. *b)* $\dfrac{\Delta N}{\Delta t F} = \dfrac{A}{F} = \dfrac{m}{M} N_A \dfrac{\ln 2}{T} \dfrac{1}{F} \approx 16000 \dfrac{1}{\mathrm{sm}^2}$,
ahol $F = 5{,}1 \cdot 10^{14}\ \mathrm{m}^2$ a Föld felszíne.

291. *a)* $\Delta T = \dfrac{4(P_{hő} - P_{vill})}{c\rho V} \approx 0{,}4\ °\mathrm{C}$. *b)* $m_n = \dfrac{P_{hő} t}{E_H} \dfrac{1}{N_A} M = 1454\ \mathrm{g}$.

c) $M_t = 100 t_k m \approx 48\ \mathrm{t}$.

d) $V = \dfrac{m}{M} N_A \cdot 0{,}03 E_H \dfrac{1}{H_a} = 502\ \mathrm{m}^3$.

292. *a)* $m_{He} = \dfrac{P_N \cdot 4\pi R^2 t}{E_f} \dfrac{M_{He}}{N_A} \approx 5 \cdot 10^{16} \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{nap}}$.

b) $t = \dfrac{0{,}11 M_N}{m_{He}} \approx 12$ milliárd év.

c) $\Phi = \dfrac{2P_N}{E_f} \approx 6 \cdot 10^{14} \dfrac{1}{\mathrm{s} \cdot \mathrm{m}^2}$.

293. $A = \dfrac{P_v}{\eta P_f} \approx 20\ \mathrm{km}^2$.