

Doktori disszertáció

Pécsi Tudományegyetem Természettudományi Kar

Fizika Doktori Iskola

Kvantumoptika és Kvantuminformatika Program

Bódog Ferenc

Periodikus egyfotonforrások
optimalizációja

témavezető: **Dr. Ádám Péter**

habil. egyetemi docens



Pécsi Tudományegyetem

Pécs, 2020

Tartalomjegyzék

Bevezetés	1
1. Elméleti alapismeretek	3
1.1. Spontán parametrikus lekonverzió	3
1.2. Fotondetektálás	8
1.3. Veszteségek modellezése	11
2. Irodalmi áttekintés	14
2.1. Egyfotonforrások	14
2.1.1. Determinisztikus források	14
2.1.2. Valószínűségi források	15
2.1.3. Egyfotonforrások alkalmazása	16
2.2. Multiplexelt egyfotonforrások	16
2.2.1. Térbeli multiplexelés	17
2.2.2. Időbeli multiplexelés	19
2.3. Detektorok	23
3. Célkitűzés	24
4. Eredmények	26
4.1. Kombinált multiplexerek	27
4.1.1. A kombinált multiplexer működése	27
4.1.2. A kombinált multiplexelésen alapuló periodikus egyfotonforrások statisztikai leírása	30
4.1.3. Kombinált multiplexelésen alapuló periodikus egyfotonforrások optimalizálása	38
4.2. Fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt periodikus egyfotonforrások	48
4.2.1. A fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt multiplexelt egyfotonforrások statisztikai leírása	48
4.2.2. Multiplexelt egyfotonforrások optimalizálása	54

4.2.2.1.	Szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrások optimalizálása	55
4.2.2.2.	Optimalizált detektálási stratégia	64
4.2.2.3.	Időbeli multiplexelés fotonszámfeloldó detektorokkal	70
5.	Összefoglalás	74
6.	Summary	79
	Publikációk jegyzéke	83
	Köszönetnyilvánítás	85
	Irodalomjegyzék	86

Bevezetés

A periodikus egyfotonforrások fejlesztése egy jelenleg is intenzíven kutatott témaköre a kvantumoptikának. Az említett források fejlesztését számos lehetséges alkalmazásuk indokolja, melyek közül példaként említhető az optikai kvantumszámítás, kvantumkulcsszétosztás, és különböző kvantumoptikai kísérletek. Több különböző fizikai rendszerre alapozva valósítottak már meg egyfotonforrásokat, ezek közül a leggyakrabban vizsgált rendszerek a spontán parametrikus lekonverzió folyamatára épülő, korrelált fotonpárokat adó valószínűségi források. Ezekben az egyik foton (jelző foton) detektálásával időbeli és térbeli információt szerzünk a társfotonról, amelyet így felhasználhatunk.

Ezekben a berendezésekben térbeli vagy időbeli multiplexeléssel érhető el az ideálishoz közeli működés. A multiplexelő rendszerekkel ideális esetben tökéletes periodikus egyfotonforrást kaphatnánk, azonban a multiplexelő rendszer méretével, az alkalmazott optikai elemek számával arányos veszteségek mindkét multiplexelő rendszerben lerontják a várt eredményt. Az irodalomból eddig ismert térben vagy időben multiplexelt forrásoknak létezik már egységes elméleti leírása, amely valamennyi releváns veszteségi mechanizmust figyelembe vesz. A részletes statisztikai elemzésből kiderül, hogy mindkét multiplexelés esetében létezik optimális rendszer-méret, amely mellett a berendezés a maximális egyfoton-valószínűséget adja.

A disszertációban összefoglalt kutatómunka célja olyan új eljárások kidolgozása, amelyek segítségével közel ideális multiplexelt egyfotonforrások hozhatók létre. A szóban forgó rendszerek első lehetséges továbbfejlesztése a térbeli és időbeli multiplexelés kombinálása. A disszertációban javasolni fogok egy elrendezést, amelyben időbeli multiplexerek kimeneteinek térbeli multiplexelésével hozunk létre kombinált

BEVEZETÉS

multiplexelésen alapuló forrást. A javasolt rendszer matematikai modelljének segítségével kísérletileg elérhető veszteségi paramétertartományon tisztázni fogom, hogy a berendezés mely paraméterei mellett érhető el az optimális működés. A részletes vizsgálat során meghatározom továbbá a kettő eljárás kombinálásából nyerhető kísérleti előnyöket a különálló időbeli vagy térbeli multiplexeléssel szemben.

A multiplexelt egyfotonforrások egy további fejlesztése lehet, ha a detektált fotonszámok meghatározására nem képes küszöbdetektorok helyett fotonszámfeloldó detektorokat alkalmazunk a jelző fotonok detektálására. Ez lehetőséget nyújt arra, hogy előre meghatározott detektált fotonszám esetén léphessenek csak be a jelzett fotonok a multiplexelő rendszerbe, csökkentve ezzel annak a valószínűségét, hogy egynél több foton juthasson be a rendszerbe, és érje el a forrás kimenetét. A disszertációban kidolgozom a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt multiplexelt egyfotonforrások matematikai elméletét, majd egy választott multiplexelő rendszeren keresztül összevetem a két különböző detektortípussal felszerelt források tulajdonságait. Széles veszteségi paramétertartományon meghatározom a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt források optimális működését biztosító paramétereiket. Megmutatom, hogy valós kísérleti paraméterek mellett, a feloldó detektorokkal felszerelt bináris időbeli multiplexerekkel érhető el a legmagasabb egyfoton-valószínűség.

1. fejezet

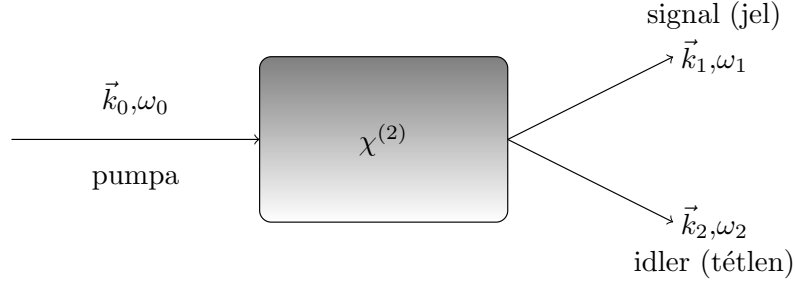
Elméleti alapismeretek

Ebben a fejezetben a multiplexelt egyfotonforrások elméleti leírásához szükséges kvantumoptikai alapismereteket mutatom be. A fejezet három főbb szakaszból áll. Elsőként a spontán parametrikus lekonverzió folyamatát tárgyalom, ugyanis ez a leginkább elterjedt módja a fotonpárok keltésének. A folyamat teljes elméleti tárgyalása túlmutat a disszertáció keretein, azonban számos szakirodalomban megtalálható [1–7]. Jelen fejezetben a folyamat tárgyalását a keletkező fotonpárok statisztikájának meghatározására szűkítem, amely elengedhetetlen a valószínűségi fotonforrások tárgyalásának szempontjából. A fejezet második szakaszában a fotondetektorok elméletét tárgyalom. Kettő különböző detektortípussal foglalkozok. Az egyik típus nem képes meghatározni a detektált fotonok számát, ezt a továbbiakban küszöbdetektornak (KD) nevezem. A másik típus képes az elnyelt fotonok számának meghatározására, amelyet a továbbiakban fotonszámfeloldó detektornak (FFD) nevezek. A fejezetet a multiplexerek veszteségeinek kvantumoptikai modellezésével zárom. Az összefoglalóban a kvantumoptika alapjainak ismeretét feltételezem az olvasóról.

1.1. Spontán parametrikus lekonverzió

A disszertációban tárgyalt periodikus egyfotonforrásokban a fotonokat egy másodrendű nemlineáris optikai folyamat, a spontán parametrikus lekonverzió (SPL) szolgáltatja. A folyamat során egy nagyobb energiájú foton egy $\chi^{(2)}$ másodrendű nemlinearitással rendelkező dielektrikummal kölcsönhatva kettő kisebb energiájú fotonná

konvertálódik. A folyamatot az 1.1. ábra mutatja be. Történeti okokból a keletkező



1.1. ábra. A spontán parametrikus lekonverzió folyamatának illusztrációja.

fotonpár tagjait *signal* és *idler* fotonoknak nevezik, a továbbiakban a *jel* és *tétlen* elnevezéseket használom [8]. A folyamat során az energia- és impulzuszmegmaradás a

$$\hbar\omega_0 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2, \quad (1.1a)$$

$$\hbar\vec{k}_0 = \hbar\vec{k}_1 + \hbar\vec{k}_2 \quad (1.1b)$$

egyenletek szerint teljesülnek, ahol az első egyenletben ω_0 , ω_1 , ω_2 a pompa, jel, és tétlen fotonok körfrekvenciái, a második egyenletben pedig \vec{k}_0 , \vec{k}_1 , \vec{k}_2 a pompa, jel és tétlen fotonok hullámszámvektorai. Az 1.1. ábrán látható parametrikus folyamat betöltésszám-reprezentációban az alábbi Hamilton-operátorral írható le [2]:

$$\hat{H} = \sum_{i=0}^2 \hbar\omega_i \left(\hat{n}_i + \frac{1}{2} \right) + \hbar g (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_0^\dagger). \quad (1.2)$$

A Hamilton-operátor első tagja a szabad időfejlődést, a második tag a kölcsönhatást írja le. A kölcsönhatás első tagja egy pompa módusban lévő foton eltűnését és egy jel, valamint egy tétlen foton keletkezését, míg a hermitikus konjugált tag ennek fordítottját (összegfrekvencia-keltés) írja le. Az egyenletben g a kölcsönhatás erőssége, $\hat{n}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$ az i -edik módushoz tartozó számoperátor, \hat{a}_i (\hat{a}_i^\dagger) pedig az i -edik módushoz tartozó eltüntető (keltő) operátor, melyek teljesítik a bozonikus eltüntető és keltő operátorokra vonatkozó felcserélési relációkat:

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{ij} \hat{I}, \quad (1.3a)$$

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j] = 0, \quad (1.3b)$$

$$[\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j^\dagger] = 0. \quad (1.3c)$$

Könnyen ellenőrizhető, hogy

$$[\hat{n}_1 + \hat{n}_2 + 2\hat{n}_0, \hat{H}] = 0, \quad (1.4)$$

azaz $\hat{n}_1 + \hat{n}_2 + 2\hat{n}_0$ a folyamat során megmaradó mennyiség. A jel és tétlen fotonok egy pumpa módusban lévő foton eltűnése után együtt keletkeznek, így egyikük detektálása pontosan jelzi a pár másik tagjának jelenlétét, amely ezután már felhasználható. A fotonpárok keletkezésének időpontja véletlenszerű, de ez a probléma impulzusüzemű gerjesztéssel kiküszöbölhető. Az SPL források másik problémája, hogy a keletkező fotonpárok száma is véletlenszerű, azaz véges valószínűséggel nulla, egy, vagy egynél több fotonpár is keletkezhet. A következő szakaszban a keletkező fotonpárok számának eloszlását határozom meg.

Tételezzük fel, hogy a nemlineáris kristályt intenzív koherens állapottal gerjesztjük. Ekkor a Hamilton-operátor pumpa módusa klasszikusan, $\hat{a}_0 = \nu_0 e^{-i\omega_0 t}$ alakban írható fel, ahol ν_0 a gerjesztő tér komplex amplitúdója. Ez egyben azt is jelenti, hogy a pumpa módusban lévő fotonok számát állandónak tekintjük a kölcsönhatás során. Az (1.2) egyenletben szereplő Hamilton-operátor ekkor az alábbiak szerint módosul:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^2 \hbar\omega_i \left(\hat{n}_i + \frac{1}{2} \right) + \hbar g (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \nu_0 e^{-i\omega_0 t} + \hat{a}_1 \hat{a}_2 \nu_0^* e^{i\omega_0 t}). \quad (1.5)$$

Ebben az esetben könnyen belátható, hogy $[\hat{n}_1 - \hat{n}_2, \hat{H}] = 0$, azaz $\hat{n}_1(t) - \hat{n}_2(t) = \hat{n}_1(0) - \hat{n}_2(0)$. Ez azt jelenti, hogy a jel és tétlen fotonok mindig együtt keletkeznek.

A parametrikus folyamatban részt vevő kettő kvantált optikai módus állapotának időfejlődését kölcsönhatási képpen a

$$|\Psi(t)\rangle = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \hat{H}_I(t') dt'\right) |\Psi(0)\rangle \quad (1.6)$$

egyenlet határozza meg, ahol $\hat{H}_I = \hbar g (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \nu_0 e^{-i\omega_0 t} + h.k.)$, amely kifejezésben $h.k.$ a hermitikus konjugált tagot jelöli, $|\Psi(0)\rangle$ pedig a kezdeti kvantumállapot. Az időfejlődés meghatározásához tegyük fel, hogy a kölcsönhatás csak rövid τ ideig tart. A gyakorlatban a kölcsönhatás ideje megegyezik a gerjesztő fotonok nemlineáris kristályon való áthaladásához szükséges idővel, ami valóban nagyon rövid időtartamnak tekinthető [2]. Vezessük be továbbá a $\zeta = ig\tau\nu_0$ komplex paramétert. Ebben az

esetben az időfejlődést leíró (1.6) egyenlet az alábbiak szerint egyszerűsödik:

$$|\Psi(t)\rangle = \exp(-\zeta \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger + \zeta^* \hat{a}_1 \hat{a}_2) |\Psi(0)\rangle. \quad (1.7)$$

Az egyenletben a kétmódusú összenyomó operátor jelenik meg [9]:

$$\hat{S}_{12}(\zeta) = \exp(-\zeta \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger + \zeta^* \hat{a}_1 \hat{a}_2). \quad (1.8)$$

Végül tételezzük fel, hogy a kölcsönhatás kezdetén $|\Psi(0)\rangle = |0, 0\rangle$, azaz a jel és tétlen módusok vákuumállapotban vannak. A parametrikus kölcsönhatás az eddigi feltételezésekkel a $|\zeta_{12}\rangle = \hat{S}_{12}(\zeta)|0, 0\rangle$ kétmódusú összenyomott vákuumállapotot állítja elő ζ komplex összenyomási paraméterrel, amelyet a továbbiakban $\zeta = re^{i\phi}$ alakban is használunk.

A kétmódusú összenyomott vákuum állapotvektorát az alábbiak szerint írhatjuk [9]:

$$|\zeta_{12}\rangle = \frac{1}{\cosh r} \sum_{n=0}^{\infty} (-e^{i\phi} \tanh r)^n |n, n\rangle. \quad (1.9)$$

Az állapotvektort felhasználva annak a valószínűsége, hogy a kétmódusú összenyomott állapot j fotonpárt tartalmaz:

$$|\langle j, j | \zeta_{12} \rangle|^2 = \frac{(\tanh^2 r)^j}{\cosh^2 r}. \quad (1.10)$$

A kapott valószínűséget a következők szerint átalakítva:

$$\frac{(\tanh^2 r)^j}{\cosh^2 r} = \frac{1}{\cosh^2 r} \frac{(\sinh^2 r)^j}{(\cosh^2 r)^j} = \frac{(\sinh^2 r)^j}{(\cosh^2 r)^{j+1}} = \frac{(\sinh^2 r)^j}{(1 + \sinh^2 r)^{j+1}}, \quad (1.11)$$

majd a $\lambda = \sinh^2 r$ paramétert bevezetve látható, hogy egyetlen módust érintő lekonverzió során a keletkező fotonpárok száma

$$P^{(\lambda)}(j) = \frac{\lambda^j}{(1 + \lambda)^{j+1}} \quad (1.12)$$

termikus (geometriai) eloszlást követ λ várható értékkel. Ne feledjük, hogy $\zeta = re^{i\phi}$, továbbá $\zeta = ig\tau\nu_0$, amiből

$$\lambda = \sinh^2(g\tau|\nu_0|). \quad (1.13)$$

A várható érték tehát függ a kölcsönhatás g erősségétől, a τ kölcsönhatási időtől, ami a nemlineáris kristály hosszával arányos, valamint a gerjesztő lézer $|\nu_0|$ intenzitásától.

Abban az esetben, ha a keletkező fotonpárok száma termikus eloszlást követ, a további számolásokban a forrásból kilépő állapotra leírására használni fogom az alábbi sűrűségoperátort:

$$\hat{\rho}_{12} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{(1+\lambda)^{n+1}} |n, n\rangle \langle n, n|. \quad (1.14)$$

Abban az esetben, ha a nemlineáris forrásokban nem alkalmaznak erős spektrális szűrést, a lekonverzió során keletkező kvanumállapotot megadó (1.7) egyenlet az alábbiak szerint módosul [10]:

$$|\Psi(t)\rangle = \bigotimes_{k=1}^N \exp(-\zeta_k \hat{a}_{1,k}^\dagger \hat{a}_{2,k}^\dagger + \zeta_k^* \hat{a}_{1,k} \hat{a}_{2,k}) |\Psi(0)\rangle, \quad (1.15)$$

ahol a tenzorszorzatban a k indexeli a lekonverzióban résztvevő spektrális módusokat, melyekre

$$\hbar\omega_0 = \hbar\omega_{1,k} + \hbar\omega_{2,k}. \quad (1.16)$$

Az egyenletben $|\Psi(0)\rangle$ továbbra is a vákuumállapot. Módusonként elvégezve a korábban bemutatott számolásokat az alábbi állapotvektorhoz jutunk:

$$|\zeta_{12}\rangle = \bigotimes_{k=1}^N \frac{1}{\cosh r_k} \sum_{n=0}^{\infty} (-e^{i\phi_k} \tanh r_k)^n |n_k, n_k\rangle, \quad (1.17)$$

ahol $r_k = |\zeta_k|$. Az eredményből látható, hogy a korábbiakhoz hasonlóan a lekonverzió során érintett összes módusban a keletkező fotonpárok száma termikus eloszlást követ.

Tegyük fel, hogy a keletkező fotonpárok számának várható értéke minden módusban azonos ($\lambda = \sinh^2 r$). A valószínűségelméletből ismert, hogy N számú, egymástól független, azonos p paraméterű geometriai eloszlás konvolúciója negatív binomiális eloszlást eredményez, amely megfelelő határátmenetben ($N \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$, Np véges) a Poisson-eloszláshoz tart:

$$P^{(\lambda)}(n) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!}. \quad (1.18)$$

Abban az esetben, ha a keletkező fotonpárok száma Poisson-eloszlást követ, a sűrűségoperátort a következő alakban írhatjuk:

$$\hat{\rho}_{12} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!} |n, n\rangle \langle n, n|. \quad (1.19)$$

A szakasz legfontosabb eredménye tehát az, hogy egyetlen módust érintő lekonverzió esetén a keletkező fotonpárok száma termikus eloszlást, míg több módust érintő lekonverzió esetén Poisson-eloszlást követ.

1.2. Fotondetektálás

Ahogy azt az előző szakaszban láttuk, a lekonverzió során a jel és tétlen fotonok mindig párban keletkeznek. Ez egyben azt is jelenti, hogy egyikük detektálásával időbeli és térbeli információt nyerhetünk társuk jelenlétéről. Legyenek a tétlen módusban haladó fotonok a *jelzőfotonok*, a jel módusban haladók pedig *jelzett fotonok*. A jelzőfotonok útjába detektort elhelyezve, annak megszólalásakor tudjuk tehát, hogy a jelzett módusban is fotonok haladnak. A detektálás során a jelzőfotonok elvesznek. Ahogy azt már korábban említettem, a kísérletekben két különböző típusú detektort alkalmaznak: a küszöbdetektorok csak a fotonok jelenlétét rögzítik, nem képesek különbséget tenni a detektált fotonok száma között, míg a fotonszámfeloldó detektorok képesek meghatározni a detektált fotonok számát.

A jelzőfotonok útjába helyezett detektorok hatását a hozzájuk rendelt POVM mérési operátorokkal (*Positive-Operator Valued Measure*) vesszük figyelembe. A pozitív operátor értékű mérés olyan $\hat{\Pi}_i$ ($i = 1, 2, \dots$) pozitív operátorok halmaza, melyekre $\sum_i \hat{\Pi}_i = \hat{I}$ [11]. Ideális esetben a fotonszámfeloldó detektorokat az n foton tartalmazó számállapotokra vetítő operátorokkal modellezhetjük [12]:

$$\hat{\Pi}_n = |n\rangle\langle n|. \quad (1.20)$$

Az egységnyinél alacsonyabb V_D hatásfokú fotonszámfeloldó detektort fizikailag modellezhetjük úgy, hogy az ideális detektor előtt a fotonok egy $\sqrt{V_D}$ transzmissziós együtthatójú nyalábosztón haladnak át [12]. A nyalábosztó kvantumoptikai tárgyalását a következő szakasz részletesen tartalmazza. Egy pontosan l foton regisztrálása esetén jelző fotonszámfeloldó detektor POVM eleme [12]

$$\hat{\Pi}(l) = \sum_{n=l}^{\infty} \binom{n}{l} V_D^l (1 - V_D)^{n-l} |n\rangle\langle n| \quad (1.21)$$

alakban írható, ahol n a detektorra érkező fotonok száma, V_D pedig a detektor

hatásfoka. Látható, hogy a POVM elem nem egyetlen projektor, hanem a detektáláshoz hozzájáruló összes lehetséges eseményhez rendelt projektoroknak a megfelelő súlyokkal vett összege. Meg kell említeni, hogy ebben a modellben a detektorok tulajdonságai függetlenek a detektált optikai módus állapotától. A valóságban ezek az eszközök telítődésbe mehetnek, vagy akár károsodhatnak is, ha sok foton érkezik a felületükre, aminek következtében a hatásfokuk is megváltozhat. Alacsony fotonszámok esetén azonban ez a közelítés nagyon pontos [12].

A modellt küszöbdetektorok esetén is alkalmazhatjuk. Ebben az esetben a jelzőfotonok útjába helyezett detektor vagy észlel a ráeső fotonok közül legalább egyet, vagy egyet sem vesz észre. A POVM-ek halmaza így kettő operátort tartalmaz. Ezek a következő alakban írhatóak [12]:

$$\hat{\Pi}_{\text{Hallgat}} = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - V_D)^n |n\rangle\langle n|, \quad (1.22a)$$

$$\hat{\Pi}_{\text{Jelez}} = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - (1 - V_D)^n) |n\rangle\langle n|, \quad (1.22b)$$

ahol a POVM elemek alsó indexében jelöltem a kettő lehetséges eseményt. Az első operátor együtthatója azt a valószínűséget jelöli, hogy az érkező fotonok közül egyet sem észlel a detektor, míg a második operátor esetében az együttható annak a valószínűsége, hogy az érkező fotonok közül legalább egyet detektál.

Ahogy azt már említettem, a jelzőfotonok a detektálás során elvesznek. Jelölje a $\hat{\rho}_{12}$ sűrűségoperátor első részrendszere a jelzett fotonokat, a második részrendszer pedig a jelzőfotonokat. Sikeres detektálás esetén a jelzett fotonok részrendszerét leíró sűrűségoperátor az alábbi összefüggéssel határozható meg [13]:

$$\hat{\rho}_1 = \frac{\text{Tr}_2(\hat{\rho}_{12} \hat{E}_1 \otimes \hat{\Pi}_{\text{Jelez},2})}{p_{\text{Jelez}}}, \quad (1.23)$$

ahol a számlálóban $\text{Tr}_2()$ a második részrendszerre vett részleges nyom műveletét jelöli, \hat{E}_1 pedig az egységoperátor. A nevező biztosítja a kapott sűrűségoperátor helyes normálását. A nevezőben megjelenő p_{Jelez} mennyiség annak a valószínűsége, hogy a detektor jelez, amelyet az alábbiak szerint számíthatunk ki [13]:

$$p_{\text{Jelez}} = \text{Tr}_2(\hat{\rho}_2 \hat{\Pi}_{\text{Jelez},2}), \quad (1.24)$$

ahol $\hat{\rho}_2$ a második részrendszer redukált sűrűségoperátora. Jelölje $P(j|\text{Jelez})$ azt a feltételes valószínűséget, hogy az 1-es részrendszerben j számú foton halad, feltéve, hogy a detektor jelzett. Ezt a feltételes valószínűséget az alábbiak szerint számíthatjuk ki:

$$P(j|\text{Jelez}) = \langle j|\hat{\rho}_1|j\rangle. \quad (1.25)$$

Annak a valószínűsége tehát, hogy a jelzett fotonok módusában j foton halad és a jelzőfotonok útjába helyezett detektor jelzett:

$$P(j) = \langle j|\hat{\rho}_1|j\rangle p_{\text{Jelez}}. \quad (1.26)$$

A multiplexerek matematikai leírása során szükségünk lesz még annak a valószínűségére, hogy a detektor nem jelez, amelyet az előbbiek alapján a következőképpen határozhatunk meg:

$$P^{(D)}(0) = \text{Tr}_2(\hat{\rho}_2 \hat{\Pi}_{\text{Hallgat},2}). \quad (1.27)$$

Az imént bemutatott formulák általánosan érvényesek, mindkét detektortípus és a két különböző fotonstatistikát jellemző sűrűségoperátor esetén használhatjuk őket. A számolás lépéseinek bemutatását ugyan a küszöbdetektor POVM elemeinek segítségével mutattam be, fotonszámfeloldó detektor esetén is eljuthatunk az itt bemutatott valószínűségekhez. Megjegyezném, hogy fotonszámfeloldó detektor esetén annak a valószínűségét, hogy a detektor jelez, $P^{(D)}(l)$ jelöli majd a későbbiekben, azt a valószínűséget pedig, hogy a detektor nem jelez, a $P^{(D)}(0) = 1 - P^{(D)}(l)$ összefüggéssel határozhatjuk meg.

Tegyük fel, hogy a valószínűségi forrásban egymódusú lekonverziót és küszöbdetektort alkalmazunk. Ebben az esetben az (1.14) egyenletben megadott sűrűségoperátort valamint az (1.22b) egyenletben megadott POVM operátort helyettesítjük az (1.23) egyenletbe. Feltéve, hogy a detektálás sikeres, az 1-es részrendszer sűrűségoperátorára az alábbi összefüggést kapjuk:

$$\hat{\rho}_1 = \frac{1}{p_{\text{Jelez}}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{(1+\lambda)^{n+1}} (1 - (1 - V_D)^n) |n\rangle \langle n|. \quad (1.28)$$

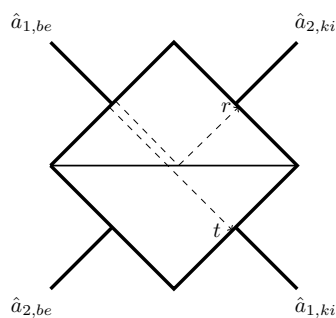
Annak a valószínűsége, hogy a jelzett fotonok részrendszerében j foton található és a detektor jelzett, a következőképpen számolható:

$$P(j) = \langle j|\hat{\rho}_1|j\rangle p_{\text{Jelez}} = \frac{\lambda^j}{(1+\lambda)^{j+1}} (1 - (1 - V_D)^j). \quad (1.29)$$

Ideális detektort feltételezve a kapott egyenletből visszacapjuk a termikus eloszlást, melynek a $j = 1$ értékhez tartozó maximuma $\lambda = 1$ helyen $P(1) = 0.25$. A számítást az (1.19) egyenletben megadott sűrűségoperátorral megismételve a Poisson-eloszláshoz tartozó maximum egyfoton-valószínűséget kapjuk, melynek értéke szintén $\lambda = 1$ helyen $P(1) = e^{-1} = 0.367$.

1.3. Veszteségek modellezése

Miután megtörtént a jelzőfotonok detektálása, a jelzett fotonok a dolgozatban tárgyalt periodikus egyfoton-forrásokban egy nem ideális optikai elemekből felépített veszteséges rendszeren haladnak keresztül. Ezeknek a tárgyalását a későbbiekben részletezem, a következőkben a veszteségek figyelembevételének fizikai modellezését mutatom be. A kutatásban ezeket a veszteségeket úgy modellezzük, mintha a fotonok egy veszteségmentes csatornán való keresztülhaladás után egy nyalábosztóra érkeznének, amelynek t transzmissziós koefficiense éppen a teljes csatornán való áthaladás valószínűségének négyzetgyöke. A veszteséget V -vel jelölve, $t = \sqrt{V}$, a reflexiós együttható pedig $r = i\sqrt{1-V}$. A 2×2 -es nyalábosztót az 1.2. ábra mutatja. Általánosan a nyalábosztó bemeneti és kimeneti állapotai között az alábbi



1.2. ábra. A nyalábosztó sematikus ábrája. $\hat{a}_{1,be}$ és $\hat{a}_{2,be}$ a bemenő állapotok eltüntető operátora, $\hat{a}_{1,ki}$ és $\hat{a}_{2,ki}$ pedig a kimenő állapotok eltüntető operátora. A transzmissziós és reflexiós koefficienseket rendre t és r jelöli.

unitér operátorral teremtünk kapcsolatot [14]:

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_{1,ki} \\ \hat{a}_{2,ki} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t & r \\ r & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_{1,be} \\ \hat{a}_{2,be} \end{bmatrix}, \quad (1.30)$$

ahol $\hat{a}_{i,be}$ a bemeneti portokhoz tartozó eltüntető operátorok, $\hat{a}_{i,ki}$ pedig a kimeneti portokhoz tartozó eltüntető operátorok. Az operátor elemekre az alábbi kapcsolatok teljesülnek:

$$|t|^2 + |r|^2 = 1, \quad (1.31a)$$

$$tr^* + rt^* = 0. \quad (1.31b)$$

Az inverz operátorra ekkor a következő egyenlőség teljesül:

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_{1,be} \\ \hat{a}_{2,be} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^* & r^* \\ r^* & t^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_{1,ki} \\ \hat{a}_{2,ki} \end{bmatrix}. \quad (1.32)$$

Tegyük fel, hogy a nyalábosztó egyik bemeneti portjára j foton esik, a másik bemeneti portra pedig egy sem. A bemeneti állapotot így a következő alakban írhatjuk:

$$|\Psi_{be}\rangle = |j\rangle|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{j!}} (\hat{a}_{1,be}^\dagger)^j |0\rangle|0\rangle. \quad (1.33)$$

A kimeneti állapotot megkaphatjuk, ha (1.32) egyenletből $\hat{a}_{1,be}$ -t kifejezzük, és felhasználjuk a bemeneti állapotot leíró egyenletet, amelyekből:

$$|\Psi_{ki}\rangle = \frac{1}{\sqrt{j!}} (t\hat{a}_{1,ki} + r^*\hat{a}_{2,ki})^j |0\rangle|0\rangle. \quad (1.34)$$

A binomiális tételt felhasználva a következő kifejezéshez jutunk:

$$|\Psi_{ki}\rangle = \frac{1}{\sqrt{j!}} \sum_{k=0}^j \binom{j}{k} (t\hat{a}_{1,ki})^k (r^*\hat{a}_{2,ki})^{j-k} |0\rangle|0\rangle. \quad (1.35)$$

Az összeg egy tetszőlegesen választott tagja a következőképpen írható:

$$\frac{1}{\sqrt{j!}} \frac{j!}{k!(j-k)!} t^k (r^*)^{j-k} \sqrt{k!} \sqrt{(j-k)!} |k\rangle|j-k\rangle = \binom{j}{k}^{\frac{1}{2}} t^k (r^*)^{j-k} |k\rangle|j-k\rangle, \quad (1.36)$$

amelyből a kimeneti állapotra a következőt kapjuk:

$$|\Psi_{ki}\rangle = \sum_{k=0}^j \binom{j}{k}^{\frac{1}{2}} V^{\frac{k}{2}} [-i(1-V)]^{\frac{j-k}{2}} |k\rangle|j-k\rangle. \quad (1.37)$$

Annak a valószínűségét, hogy a nyalábosztón i foton átmegy, $j-i$ pedig reflektálódik az alábbi módon számíthatjuk ki:

$$V(i|j) = |\langle i, j-i | \Psi_{ki} \rangle|^2 = \binom{j}{i} V^i (1-V)^{j-i}. \quad (1.38)$$

Az eredmény tehát az, hogy a veszteséges csatornán áthaladó fotonok száma binomiális eloszlást követ. Ezzel a multiplexelt egyfotonforrások statisztikai leírásához szükséges összes alapvető formulát meghatároztam.

2. fejezet

Irodalmi áttekintés

A gyakorlati felhasználás szempontjából ideálisnak mondható az az egyfotonforrás, amely bármely időpillanatban (*on-demand*) 100% valószínűséggel egymástól megkülönböztethetetlen fotonokat képes kibocsátani. Az elmúlt évek során számos kísérleti munka tűzte ki célul az ideálist minél inkább megközelítő egyfotonforrás megvalósítását. Az irodalmi áttekintésben az egyfotonforrásokkal kapcsolatos eddigi kísérleti és elméleti munkákat foglalom össze.

2.1. Egyfotonforrások

Az egyfotonforrások két fő csoportba sorolhatók. Az egyik csoport izolált kvantumrendszereket alkalmaz fotonok keltésére, ezeket a forrásokat determinisztikus forrásoknak nevezi az irodalom [15]. A determinisztikus megnevezés itt arra utal, hogy ezekben a forrásokban elvben csak egyetlen foton keletkezhet. A másik eljárás korrelált fotonpárok keltésén alapul, amely egy statisztikus folyamat. Ebben az esetben tehát nulla, egy, vagy akár több fotonpár keletkezésének a valószínűsége sem elhanyagolható. Ezeket a forrásokat nevezzük valószínűségi forrásoknak [15].

2.1.1. Determinisztikus források

Determinisztikus forrásoknak nevezzük az egyfotonforrások azon csoportját, amelyekben izolált kvantumrendszereket alkalmaznak, amelyek külső kontroll hatására

képesek egyetlen fotont kibocsátani. Az alkalmazott kvantumrendszerek ugyan különbözők, a működés azonban minden esetben a következő: a kvantumrendszert külső vezérléssel gerjesztett állapotba hozzák, amely a gerjesztést követő relaxáció során kibocsát egy fotont. Számos rendszert használtak már kísérletekben egyfoton-kibocsátóként, ilyenek például a magányos atomok [16, 17], ionok [18], molekulák [19, 20], színcentrumok [21–23], kvantumpöttyök [24–26].

2.1.2. Valószínűségi források

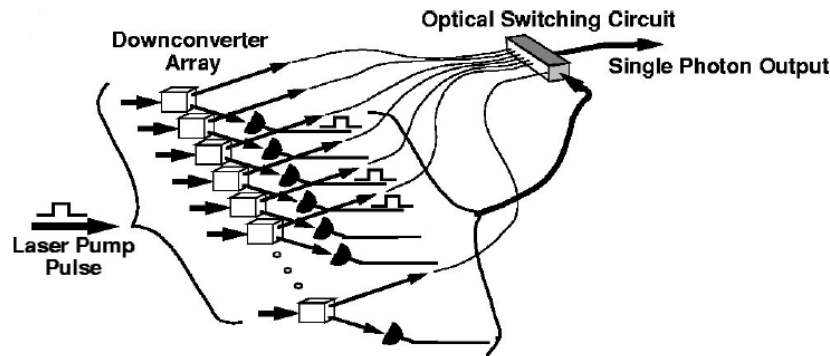
A valószínűségi források korrelált fotonpárok keltésén alapulnak. A fotonpárok tagjai mindig egyszerre keletkeznek, így egyikük detektálásával térbeli és időbeli információ nyerhető a másik foton jelenlétéről. A kísérletekben a kettő leggyakrabban alkalmazott nemlineáris optikai folyamat fotonpárok keltésére a négyhullámkeverés [27–33], valamint az elméleti alapismeretekben részletesebben tárgyalt spontán parametrikus lekonverzió [34–43]. Ez az utóbbi folyamat közel megkülönböztethetetlen fotonokat képes szolgáltatni ismert polarizációval [35, 37, 41, 44]. Az elméleti alapismeretekben láttuk, hogy egymódusú parametrikus lekonverzió során a keletkező fotonpárok száma termikus eloszlást követ. Ez azt jelenti, hogy ha ideális detektorokat alkalmazunk a valószínűségi fotonforrásban, akkor is csak 25% valószínűséggel generálhatunk egyfotonállapotokat. További problémát jelent, hogy amennyiben a detektor nem képes a fotonszámok feloldására, egynél több foton is megjelenhet a forrás kimenetén. Ez a probléma fotonszámfeloldó detektor alkalmazásával kiküszöbölhető, de az alacsony egyfoton-valószínűséget önmagukban ezek a detektorok sem javítják. Több módust érintő lekonverzió (Poisson-eloszlás) esetében valamivel magasabb a maximális egyfoton-valószínűség (36.7%), ez az érték azonban még mindig messze elmarad az ideálistól. Az itt felsorolt valószínűségi forrásokkal kapcsolatos problémák kiküszöbölésére javasolták a nemlineáris források multiplexelését.

2.1.3. Egyfotonforrások alkalmazása

A periodikus egyfotonforrásoknak számos lehetséges gyakorlati felhasználása van, példaként említve az optikai kvantumszámítást [45, 46], a kvantumkulcsszétosztást [47, 48], a kvantumkommunikációt [49, 50], a kvantumteleportációt [51, 52], a nemlokalitást ellenőrző tesztek [53, 54], a bozon mintavételt [32, 55, 56], véletlenszám-generálást [57], valamint a koherens állapot szuperpozíciók előállítását [58, 59]. A felsoroltak közül a kvantumkulcsszétosztás az egyik legelső és legfontosabb lehetséges alkalmazási területe az egyfotonforrásoknak, amely megköveteli, hogy a kommunikáló felek között egyetlen foton közlekedjen, hiszen több foton jelenléte sértheti a kommunikációs csatorna biztonságát [60]. Rarity 1994-ben egyfotonforráson és nyalábosztón alapuló fizikai véletlenszám-generátort javasolt. Knill, Laflamme és Milburn 2001-ben megmutatták, hogy az univerzális kvantumszámítógép egyfoton-detektorok, egyfotonforrások, és lineáris optikai elemek segítségével implementálható [45]. A magas egyfoton-valószínűség mellett itt további követelmény, hogy a keletkező fotonok megkülönböztethetetlenek legyenek. Gerry Schrödinger-macska állapotok generálására kidolgozott sémájában egyfotonállapot is szükséges a kívánt kvantumállapot előállításához [58]. A Bennett és munkatársai által javasolt kvantumteleportáció protokoll kísérleti megvalósításában egyfotonállapotot és összefonódott fotonpárt alkalmaztak [52]. Az egyfotonforrásoknak számos egyéb lehetséges felhasználása ismert, melyek indokolják a szóban forgó források további javítását. További alkalmazásokról bővebb áttekintés olvasható a [61]-es hivatkozásban.

2.2. Multiplexelt egyfotonforrások

A maximális egyfoton-valószínűség növelése a valószínűségi források multiplexelésével érhető el. A multiplexelés lehet térbeli [62–68] vagy időbeli [69–82]. Alapelveit tekintve azonban mindkettő módszer megegyezik, amely röviden a következőképpen foglalható össze: egyetlen multiplexelt egységben a generált fotonpárok átlagos számának csökkentésével csökkentjük több fotonpár generálásának a valószínűségét, míg a multiplexelt egységek számának növelésével csökkentjük annak a valószínűsége-

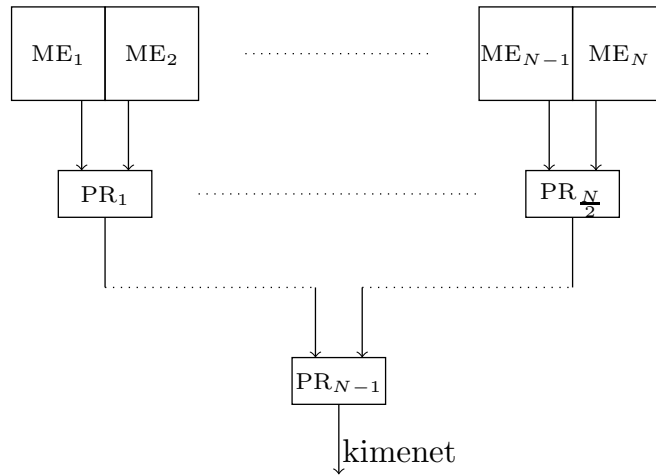


2.1. ábra. *Térbeli multiplexelés sematikus ábrája, amelyet Migdall és munkatársai javasoltak 2002-ben [62].*

gét, hogy egyáltalán ne érkezzon egy foton sem.

2.2.1. Térbeli multiplexelés

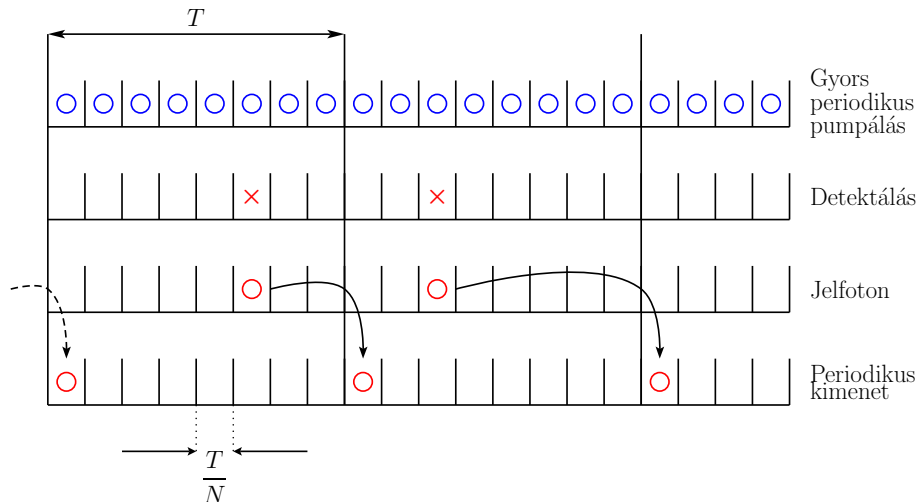
Térbeli multiplexelés esetén több nemlineáris fotonforrást alkalmazunk párhuzamosan, azaz a multiplexelt egységek ebben az esetben maguk a nemlineáris források. A berendezés periodicitását ebben az esetben csak periodikus gerjesztéssel lehet biztosítani. A valószínűségi fotonforrások térbeli multiplexelését elsőként Migdall és munkatársai javasolták 2002-ben [62]. A térbeli multiplexelés általuk közölt alapelvét mutatja a 2.1. ábra. Az ábráról látható, hogy az impulzusüzemű gerjesztés egyszerre éri el a nemlineáris kristályokat. N számú multiplexelt egység esetén a kristályokat az eredeti pumpaimpulzus intenzitásának N -ed része éri el. Az eredeti intenzitás elegendően nagy ahhoz, hogy egy perióduson belül legalább egy fotonpár keletkezzen, ugyanakkor az egy kristályra eső intenzitás elegendően kicsi ahhoz, hogy ne keletkezzen egynél több fotonpár. Ha egy adott periódusban valamelyik nemlineáris forrás után elhelyezett detektor jelez, tudjuk, hogy a hozzá tartozó multiplexelt egységből érkező jelzett fotonokat kell a közös kimenetre vezetni. Amennyiben egy perióduson belül több multiplexelt egységben is jelez a detektor, úgy előre meghatározott elsőbbségi sorrend szerint választjuk ki, hogy melyik módust vezetjük a kimenetre. A különböző elsőbbségi logikákat bővebben a 4.1.1. szakaszban mutatom be. A kiválasztott fotonokat a detektorokból érkező jelek alapján vezérelt



2.2. ábra. Fotonrouterek leggyakrabban használt elrendezése térbeli multiplexerekben. ME_n jelöli a multiplexelt egységet, amelybe beletartozik a nemlineáris forrás valamint a fotondetektor. PR_n jelöli a fotonroutereket. Az ábrán látható elrendezést az irodalom szimmetrikus térbeli multiplexelésnek is nevezi [72].

routerek segítségével irányítják az egyfotonforrás kimenetére. A kísérletekben alkalmazott routerek kettő bemenettel és egy kimenettel rendelkeznek. A routerek térbeli multiplexerekben leggyakrabban alkalmazott elrendezését [63–66, 83] mutatja a 2.2. ábra. Ebben az esetben a multiplexelt egységek száma csak kettő valamely hatványa lehet ($N = 2^m$), azaz maga a periodikus egyfotonforrás két nemlineáris forrást tartalmazó multiplexelt egységekből épül fel. Egy az ábrán látható térben multiplexelt rendszerben N számú detektorra és $N - 1$ számú routerre van szükség.

A térbeli multiplexelés első kísérleti megvalósítása Migdall és munkatársainak ötletét követően közel 10 évet váratott magára. Ma és munkatársai 4 SPL forrás térbeli multiplexelését valósították meg 2011-ben [64]. A kísérletben a szerzők Mach–Zehnder-féle interferométerrel realizálták a fotonokat a kimenetre vezető routert. Eközben a térbeli multiplexelés optimális implementációjára a szimmetrikus router elrendezéstől eltérő javaslatokat is tettek [72, 83], ezeknek a berendezéseknek a kísérleti megvalósítása azonban még várat magára. Ezekben az elrendezésekben a multiplexelt források száma nem kell, hogy kettő hatványa legyen. A [83]-as hivatkozásban a szerzők átfogóan vizsgálják a különböző veszteségek multiplexelt forrásokra gyakorolt hatását, a berendezések optimalizálásának lehetőségét azon-

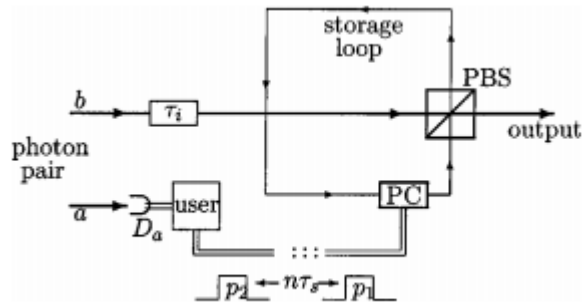


2.3. ábra. Az időbeli multiplexelés sematikus ábrája. T jelöli az egyfotonforrás periódusát, N pedig a multiplexelt időablakok számát.

ban teljesen figyelmen kívül hagyják. Mindezekkel egyidőben a térbeli multiplexelés integrált optikai megvalósításán is számos kutatócsoport dolgozott [65–67, 84]. Az integrált optikai eszközök nagyobb veszteségei miatt ezeknek a forrásoknak az egyfoton-valószínűsége azonban még messze nem elegendő a gyakorlati felhasználáshoz.

2.2.2. Időbeli multiplexelés

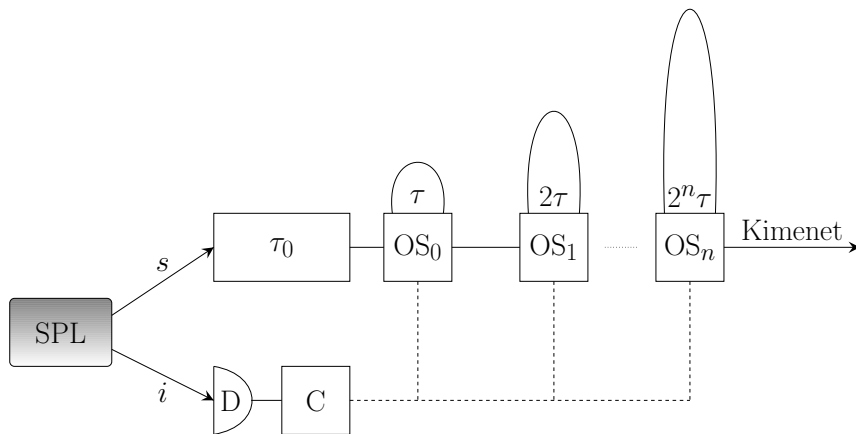
Az időbeli multiplexelés egyetlen nemlineáris forrás ismételt felhasználásán alapszik. Ebben az esetben a multiplexelt egységeknek a multiplexelt időablakok felelnek meg. Az eljárás alapelvét a 2.3. ábra mutatja. Az ábrán látható, hogy időbeli multiplexelés esetén az egyfotonforrás teljes T hosszúságú periódusát N időablakra osszuk. Amennyiben valamelyik időablakban keletkezik fotonpár, és a jelzőfotonok útjában elhelyezett detektor megszólal, a jelzett fotonokat pontosan annyival késleltetjük, hogy azok a multiplexert a T periódus végén hagyják el. Az időbeli multiplexelés gyakorlati előnye, hogy a megvalósításához csak egyetlen nemlineáris forrásra és detektorra van szükség. A hátránya, hogy a $\tau = \frac{T}{N}$ multiplexelt időablaknak implementációtól függően létezik egy legrövidebb megvalósítható hossza, amely miatt a multiplexelt egységek számának növelésével magának a forrásnak az ismétlési



2.4. ábra. Pittman és munkatársai által javasolt időbeli multiplexer sematikus ábrája [69]. Az ábrán a jelöli a jelzőfotonokat, amelyek a D_a detektorra esnek. b jelöli a jelzett fotonokat, amelyek a τ_i kezdeti késleltetés után belépnek a tárolóhurokba. A p_1 vezérlőjel beérkezését követően a Pockels-cella (PC) úgy állítja be a jelzett foton polarizációját, hogy az a hurokban maradjon. A p_2 vezérlőjel beérkezését követően a PC megváltoztatja a tárolt foton polarizációját, amely ezt követően elhagyja a hurkot a polarizációs nyalábosztón (PBS) keresztül. Az időbeli késleltetés az ábrán javasolt konfigurációban $n\tau_s$, ahol n a hurok körülfutásainak száma, τ_s pedig az egy körülfutáshoz szükséges idő.

frekvenciája csökken.

Az időbeli multiplexelés alapötletét Pittman és munkatársai javasolták 2002-ben [69]. A hivatkozott publikáció szerzői valószínűségi forrásból származó jelzett fotonokat egy optikai kapcsolóval ellátott tárolóhurokba vezettek és ott tárolták, majd adott időbeli késleltetés után az említett optikai kapcsoló segítségével kicsatolták. A kísérleti elrendezés sematikus ábráját mutatja a 2.4. ábra. Az időbeli multiplexereket kettő kategóriába sorolhatjuk. Az egyik kategória a 2.4. ábrán látható tárolóhurok vagy tárolóüreg (*storage loop, storage cavity*) alkalmazásán alapuló időbeli multiplexelés. Ebben az esetben a fotonok a késleltetés során egyetlen rögzített hosszúságú utat járnak be többször. A multiplexelt időablak hossza így egyszerűen a hurok (üreg) körülfutásához szükséges idő. A tárolóhurok alapú multiplexelés optimális megvalósítására [74, 76] adott javaslatok mellett több kísérleti implementációról is beszámoltak már [70, 75, 78, 80] különböző kutatócsoportok. Fontos kiemelni a Kaneda és munkatársai által 2019-ben megvalósított tárolóhurok

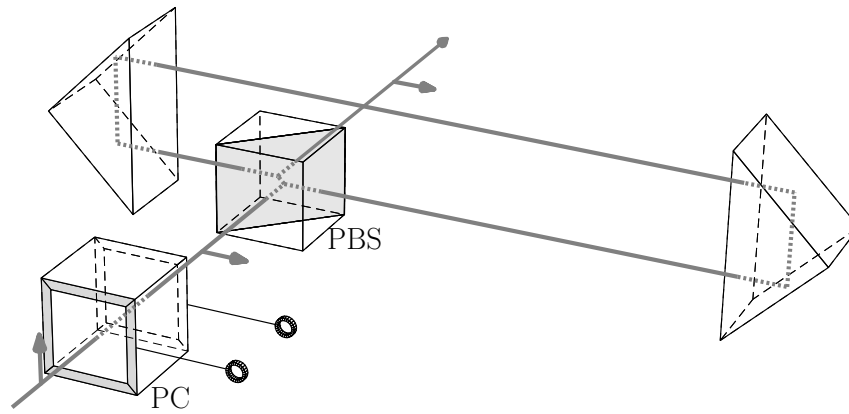


2.5. ábra. A bináris időbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrások sematikus ábrája. Az SPL forrásból kilépő i -vel jelölt jelző fotonokat a D -vel jelölt detektorra vannak vezetve. Az s -el jelölt jelfotonok τ_0 késleltetés után lépnek be a multiplexerbe. A jelfotonokat a különböző $\tau, 2\tau \dots$ hosszúságú késleltetőutakba az OS_n -el jelölt optikai kapcsolók vezetik be. Az optikai kapcsolókat a C vezérlőegység konfigurálja a detektorból érkező információk alapján.

alapú időben multiplexelt egyfotonforrást, amelyben 40 időablakot multiplexelésével 66.7% egyfoton-valószínűséget értek el [80]. Jelenleg ez a legmagasabb egyfoton-valószínűség, amelyet kísérleti implementációban értek.

Az időbeli multiplexerek másik kategóriája bináris időbeli osztáson (*binary time division*) alapul. Az alapvető a 2.5. ábra mutatja. Az ábráról látható, hogy a jelzett fotonok a késleltetés során több, különböző hosszúságú késleltető útvonalat járhatnak be. A különböző hosszúságú utak bejárásához tartozó időtartamok rendre $\tau, 2\tau, 4\tau, 8\tau \dots$ szerint növekednek. Az ötlet chipre integrált verziója Mower és munkatársai publikációjában merült fel először 2011-ben [71], majd Schmiegelow és munkatársai is javaslatot adtak egy lehetséges implementációra [73]. Az elrendezést kísérletileg is megvalósították [77, 81, 85]. Érdemes kiemelni a Lee és munkatársai által 2019-ben megvalósított bináris időbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrást. A szerzők a kísérletben összesen 32 időablakot multiplexeltek, amely a bináris időbeli multiplexeléssel a jelenlegi kísérleti implementációk között a legmagasabb érték.

Ádám és munkatársai 2014-ben szintén javasoltak egy hagyományos optikai esz-



2.6. ábra. *A bináris időbeli multiplexer hagyományos optikai elemekből felépíthető késleltetőegysége [86]. PC: Pockels-cella, PBS: polarizációs nyálábosztó. A foton vertikális polarizációval érkezik a Pockels-cellához. A polarizáció megváltoztatásával vezethetjük be a foton a késleltetőegységbe.*

közökből felépíthető bináris időbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrást [86]. A javasolt rendszerben a késleltetőegységek a 2.6. ábrán látható módon épülnek fel. A berendezés optimalizálásával megmutatták, hogy a jelenlegi kísérletekben elérhető veszteségi paraméterek mellett ezzel a rendszerrel érhető el a legmagasabb egyfotonvalószínűség, melynek értéke a számítások alapján körülbelül 85%.

A térbeli és időbeli multiplexelést egyaránt alkalmazó kombinált multiplexelés ötlete is felmerült már az irodalomban [87, 88]. Mendoza és munkatársai 2016-ban kettő térbeli forrást és 4 időablakot multiplexeltek az általuk implementált kombinált multiplexelésen alapuló egyfotonforrásban [85].

A multiplexelés tárgyalásának befejezéseként feltétlenül meg kell említeni, hogy a multiplexelés legújabbban elterjedt formájában a keletkező fotonpárok spektrális szabadsági fokát használják ki. Ebben az esetben spektrálisan érzékeny detektorokra vezetik a jelzőfotonokat, a jelzett fotonok frekvenciáját pedig egy előre meghatározott értékre eltolják, mielőtt azok a forrás kimenetét elérnék [89, 90]. A spektrális multiplexelés lehetőségével a kutatómunka során nem foglalkoztunk, a dolgozatban tárgyalt formulák, számolások kizárólag a térben, valamint időben multiplexelt egyfotonforrásokra érvényesek.

2.3. Detektorok

Az irodalmi áttekintést a multiplexerekben alkalmazott különböző típusú detektorok tárgyalásával zárom. Ahogy azt az elméleti alapismeretekben már említettem, a fotonszámfeloldó detektorok képesek meghatározni a detektált fotonok számát, míg a küszöbdetektorok csak a fotonok jelenlétét rögzítik.

Az egyfotonforrásokban küszöbdetektorként leggyakrabban lavina fotodiódákat (Single-Photon Avalanche Photodiode) alkalmaznak [64, 66, 70, 75, 78, 80, 81, 85]. Ezek az eszközök elegendően érzékenyek, hogy egyetlen fotont érzékeljenek, fotonszámfeloldási képességük azonban limitált. A beérkező fotonszámok meghatározását küszöbdetektorok multiplexelésével is meg lehet valósítani [91–102]. Kiyohara és munkatársai multiplexelt küszöbdetektorokat (ebben a kísérletben is lavina fotodiódákat) alkalmaztak az időben multiplexelt egyfotonforrásukban [68]. Mindemellett az inherens fotonszámfeloldási képességgel rendelkező detektorok is óriási fejlődésen mentek keresztül az utóbbi 20 évben. A legkiemelkedőbb ide sorolható eszközök a mikrokaloriméteren alapuló fotonszámfeloldó detektorok (*Transition Edge Sensor*, *TES*) [103–111]. Ezek az eszközök lényegében nagyon érzékeny hőmérők, amelyek az elektromágneses tér által leadott energia által okozott hőmérsékletváltozást mérik. Beszámoltak már 98% hatásfokú eszközökről is [108, 109], amelyek alacsony fotonszámokat ideálisan képesek felbontani. Száloptikához csatolt mikrokaloriméterek esetében beszámoltak már olyan eszközökről, amelyek akár 25 fotonig is meg tudják határozni a detektált fotonok számát [110]. A mikrokaloriméterek további előnye, hogy elhanyagolhatóan alacsony sötétzajjal rendelkeznek [103–105, 107, 111].

3. fejezet

Célkitűzés

Az előző fejezetben bemutattam a multiplexelt periodikus egyfotonforrások kutatásával kapcsolatos eddig közölt eredményeket. Ahogy a rövid irodalmi áttekintésből kiderül, a multiplexelésen alapuló fotonforrásokkal kapcsolatos kutatások egy igen fiatal területe a kvantumoptikának, az első publikált ötletek óta még 20 év sem telt el. Ennek köszönhetően a szóban forgó berendezésekkel kapcsolatos elméleti vizsgálatok sem teljes körűek jelenleg. Ádám és munkatársai 2014-ben közzétették a multiplexereket leíró általános matematikai modelljüket, amelynek segítségével megmutatták, hogy a berendezések optimalizálhatók annak érdekében, hogy az egyfoton-generálás valószínűsége maximális legyen [86]. Ez az eredmény alapozza meg a kutatómunkámat.

A kutatásom célja olyan új eljárások kidolgozása, amelyekkel közel ideális egyfotonforrások hozhatók létre. A javasolt új eljárásokra minden esetben teljes statisztikai modellt fogalmazok meg, amely segítségével a berendezések optimalizálását széles veszteségi paramétertartományon elvégzem. A teljes statisztikai vizsgálat során meghatározhatók a multiplexelt rendszerek optimális működéséhez szükséges paraméterek, az elérhető maximális egyfoton-valószínűség. Ugyanakkor a teljes statisztikai vizsgálat rávilágít a multiplexelt egyfotonforrások legfontosabb karakterisztikáira, az analízis során mélyebben megérthető ezeknek a komplex rendszereknek a működése.

Az irodalmi áttekintésben tárgyalt térbeli és időbeli multiplexereknek egy le-

hetséges továbbfejlesztése a két különböző eljárás kombinálása. A kutatásom első célja egy lehetséges elrendezés kidolgozása, amely egy rendszeren belül egyesíti a térbeli és időbeli multiplexelést. Céloom továbbá a javasolt elrendezés matematikai modelljének megalkotása, majd a modell segítségével kísérletileg elérhető paramétertartományokon a berendezés optimalizálása.

Az irodalmi áttekintésben láttuk, hogy az eddigi kísérletek túlnyomó többségében küszöbdetektorokat alkalmaztak a jelzőfotonok detektálására. Tekintettel a fotonszámfeloldó detektorok fejlesztésével kapcsolatos kutatások legújabb eredményeire, céloom megvizsgálni ezen modernebb eszközök alkalmazásának hatását a multiplexelt egyfotonforrások által elérhető egyfoton-valószínűségekre. Céloom kifejleszteni egy általános matematikai modellt, amely a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt multiplexelt egyfotonforrások kimeneti fotonstatisztikáját írja le. Céloom továbbá összevetni a küszöb-, valamint a fotonszámfeloldó detektorokkal működtetett egyfotonforrások által elérhető egyfoton-valószínűséget széles veszteségi paramétertartományon, egy választott multiplexelt egyfotonforrás optimalizálásával. A fejlettebb detektortípus lehetővé teszi különböző detektálási stratégiák megvalósítását. Céloom az optimális detektálási stratégia meghatározása a teljes vizsgált paramétertartományon. Végül céloom, hogy a különböző időben multiplexelt források által elérhető egyfoton-valószínűségeket is meghatározzam abban az esetben, ha fotonszámfeloldó detektorral működtetjük őket.

4. fejezet

Eredmények

Ebben a fejezetben a kutatómunka során elért eredményeimet ismertetem. A 4.1. szakaszban a térbeli és időbeli multiplexelést egyaránt alkalmazó kombinált multiplexelésen alapuló periodikus egyfotonforrásokkal kapcsolatos eredményeket foglalom össze. Elsőként ismertetem az általunk javasolt kombinált multiplexer működését, majd bemutatom a kombinált multiplexelésen alapuló egyfotonforrások statisztikai leírását. Ezt követően az ismertetett matematikai modellt felhasználva, kísérletekben megvalósítható veszteségi paramétereket feltételezve optimalizálom az általunk javasolt berendezést.

A 4.2. szakaszban a fotonszámfeloldó detektorokkal működtetett periodikus egyfotonforrásokkal kapcsolatos eredményeket mutatom be. Elsőként ismertetem a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt multiplexelt egyfotonforrásokat leíró általános matematikai modellünket. Ezután optimalizálom a fotonszámfeloldó detektorokat tartalmazó szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrásokat széles paramétertartományon termikus és Poisson bemenő fotonstatisztikát feltételezve. Meghatározom a veszteségi paraméterek azon tartományát, amelyen a fotonszámfeloldó detektorok alkalmazása szignifikánsan javítja az elérhető egyfotonvalószínűséget. A teljes vizsgált veszteségi paramétertartományon meghatározom a fotonszámfeloldó detektorokkal megvalósítható optimális detektálási stratégiát. Végül a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt időbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrások optimalizálásának eredményeit is bemutatom.

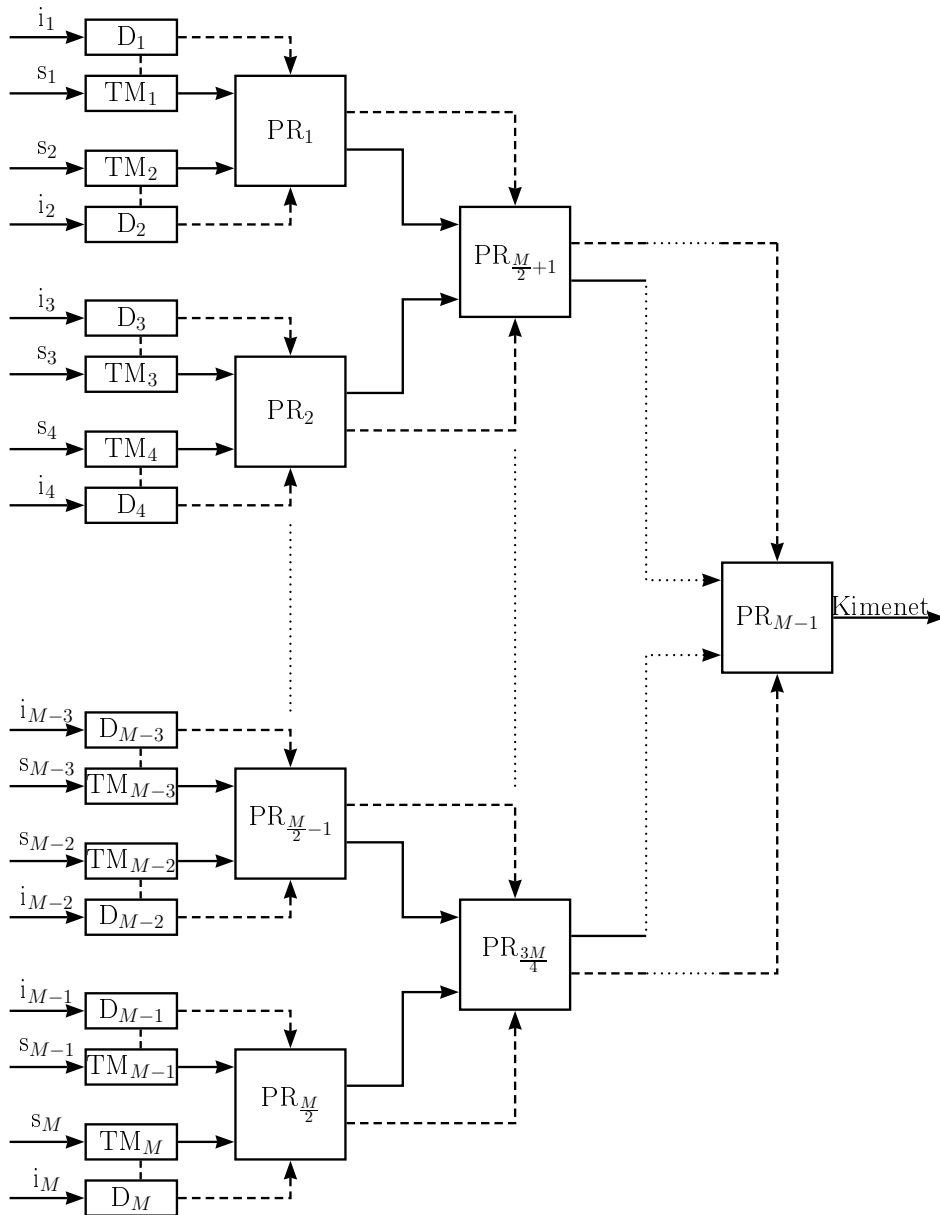
4.1. Kombinált multiplexerek

4.1.1. A kombinált multiplexer működése

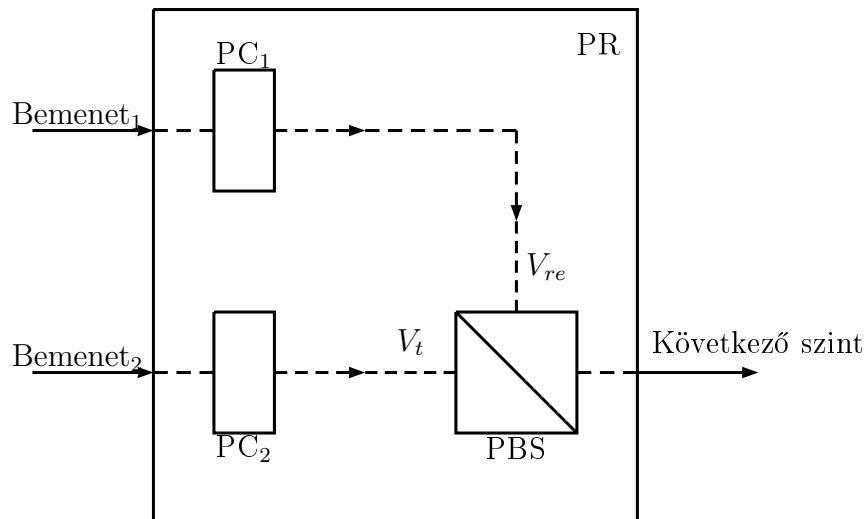
A kombinált multiplexelés általunk javasolt alapötlete, hogy több, időben multiplexelt forrás kimenetét egy térbeli multiplexer bemeneteként használjuk fel. Az elrendezés általános sematikus ábráját mutatja a 4.1. ábra. Az ábrán TM_k jelöli a k -adik időbeli multiplexert, míg maga a térbeli multiplexer a PR_i -vel jelölt fotonroterekből épül fel. A teljes berendezés bemeneteire M darab nemlineáris forrásból érkeznek korrelált fotonpárok, melyeket az ábrán i_k (tétlen) és s_k (jel) jelölnek. A k -adik ágon az i_k tétlen foton a D_k detektorra érkezik, míg az s_k jelfoton a TM_k -val jelölt időbeli multiplexerbe lép be. Az időbeli multiplexerre nem vonatkozik semmilyen kikötés, a javasolt elrendezésben bármely, az irodalomból ismert időbeli multiplexer alkalmazható. A disszertációban bináris időbeli multiplexerek térbeli multiplexelését optimalizálom. Ezt a választást az motiválta, hogy ezzel az időbeli multiplexerrel érhető el a legmagasabb egyfoton-valószínűség valós kísérleti paraméterek mellett [86].

A 4.1. ábrán látható berendezés működése a következőképpen foglalható össze: A k -adik ágon érkező i_k tétlen fotont a D_k detektor valamely Δt hosszúságú multiplexelt időablakban detektálja. Amennyiben impulzusüzemű a gerjesztés, Δt a gerjesztő impulzus periódusa. Folytonos gerjesztés esetén a detektor Δt hosszúságú időtartamokban aktív. Ahogy azt korábban említettem, a multiplexelt Δt időtartamnak van egy elérhető alsó határa, amelyet az éppen alkalmazott rendszer jellemzői határoznak meg. Ebből következik, hogy a multiplexelt időablakok számának növelése egyúttal a periodikus egyfotonforrás periódusidejét is növeli.

Amennyiben a k -adik ágon elhelyezett detektor jelez, tudjuk, hogy az s_k -val jelölt módusban az adott időablakban jelfotonok haladnak. Ezeket a jelfotonokat a TM_k -val jelölt időbeli multiplexer úgy késlelteti, hogy az időbeli multiplexer kimenetére a T periódus végén érkezzenek. Következésképpen minden egyes TM_k időbeli multiplexer kimenetét T periódusonként hagyhatják el fotonok. A fotonok i száma minden ciklusban véletlen, amelyet egy P_i valószínűségeloszlással számíthatunk ki.



4.1. ábra. A kombinált multiplexer sematikus ábrája. TM_k jelöli az időbeli multiplexereket, D_k jelöli a detektorokat, PR_i jelöli a fotonroutereket, i_k és s_k pedig rendre a tétlen és jel fotonokat jelölik, amelyek a nemlineáris forrásokból érkeznek a multiplexer bemeneteire. A szaggatott vonalak az elektronikai vezérlést jelölik.



4.2. ábra. Hagyományos optikai elemekből felépített fotonrouter. PC a Pockels-cellákat jelöli, PBS a polarizációs nyálábosztót. V_{re} a nyálábosztó kocka reflexiós együtthatóját, V_t pedig a transzmissziós együtthatóját jelöli.

Nulla foton érkezésének a valószínűsége nagyobb nullánál ($P_0 > 0$), hiszen előfordulhat, hogy egyetlen fotont sem észlelnek a detektorok, illetve előfordulhat, hogy a multiplexerbe belépő fotonok elvesznek. Feltételezem továbbá, hogy a kombinált multiplexerben alkalmazott időbeli multiplexerek mind azonosak, periódusidejük pedig szinkronizálva van.

Az időbeli multiplexerek kimenetei a térbeli multiplexer bemeneteire vannak vezetve. A térbeli multiplexer fotonrouterek egymást követő soraiból épül fel; ezekre a sorokra a későbbiekben a *szintek* megnevezést is használom. Egyetlen fotonrouternek kettő bemenete és egyetlen kimenete van. Maga a térbeli multiplexer így M számú bemenettel rendelkezik, ahol M kettő valamely hatványa. Abban az esetben, ha több időbeli multiplexerből érkezik foton a térbeli multiplexer bemeneteire, egy elsőbbségi logika dönti el, hogy melyikük legyen a forrás egyetlen kimenetére vezetve.

A disszertációban tárgyalt rendszerben a térbeli multiplexer a 4.2. ábrán látható módon megvalósított fotonrouterekből épül fel. A javasolt fotonrouter kettő Pockels-cellából (PC) és egy polarizációs nyálábosztó (PBS) kockából áll. A továbbítandó módust a PBS választja ki a bemeneteire érkező fotonok polarizációja szerint. A routerbe belépő fotonok polarizációját a két PC a vezérlő egységből érkező jelek alapján változtatja meg, vagy hagyja változatlanul. A polarizációs nyálábosztók

V_t transzmissziós és V_{re} reflexiós együtthatói általában különbözőek. Ennek az a következménye, hogy a 4.2. ábrán látható routerekből felépített térbeli multiplexer különböző bemeneti ágaihoz különböző áthaladási valószínűség fog tartozni.

A T periódus végén előfordulhat, hogy több időbeli multiplexerből is érkezik foton a térbeli multiplexer bemeneteire. Az elhelyezett detektorok pontos információt adnak arról, hogy melyik ágon érkehetnek fotonok, és azok melyik időablakban jelentkeztek. A térbeli multiplexer vezérlését végző elsőbbségi logika felelős azért, hogy a multiplexelő rendszert megfelelően konfigurálva csak egyetlen bemeneti ágról juthassanak el az érkező fotonok a forrás kimenetéig. Figyelembe véve az ismertett rendszer jellegzetességeit, az elsőbbségi logika kétféleképpen határozhatja meg, hogy mely érkező fotont terelje a kimenetre. Az első lehetőség, hogy egyszerűen az időben elsőként észlelt fotonokat választja ki, figyelmen kívül hagyva, hogy a térbeli multiplexer különböző ágain eltérők lehetnek a veszteségek. Ennél jobb stratégiának tűnik azonban, hogy a logika az érkező fotonok közül azt válassza ki, amelynek a térbeli multiplexer legkisebb veszteségű ágán kell áthaladnia. A következő szakaszban mindkettő eset statisztikai leírását tárgyalom.

4.1.2. A kombinált multiplexelésen alapuló periodikus egyfotonforrások statisztikai leírása

Ebben a szakaszban ismertetem a statisztikai modellt, amelynek segítségével a kombinált multiplexelésen alapuló egyfotonforrások optimalizálását elvégeztem. Elsőként annak a rendszernek a matematikai leírását tárgyalom, amelyben az elsőbbségi logika az érkező fotonok közül azt tereli a forrás kimenetére, amelynek a térbeli multiplexer legnagyobb áthaladási valószínűséggel rendelkező ágán kell áthaladnia. Az időbeli multiplexereket aszerint számozzuk meg, hogy mekkora áthaladási valószínűségű csatorna tartozik hozzá a térbeli multiplexerben. Minél nagyobb veszteségű csatorna tartozik egy időbeli multiplexerhez a térbeli multiplexerben, annál nagyobb sorszámot fog kapni. A T periódus végén a legalacsonyabb sorszámú időbeli multiplexerből érkező fotonokat tereli a logika a forrás kimenetére. Kettő lehetőség fordulhat ekkor elő. Amennyiben a különböző sorszámú időbeli multiplexerekből

érkező fotonok különböző veszteségű térbeli csatornába érkeznek, az imént ismerttetett logika automatikusan a legkisebb veszteségű csatornán keresztülhaladó fotonokat választja ki. Amennyiben a különböző sorszámú időbeli multiplexerekhez tartozó térbeli csatornák veszteségei megegyeznek, úgy egyszerűen az alacsonyabbik sorszámút választja a logika.

Tegyük fel, hogy M (kettő valamely hatványa) időbeli multiplexert térben multiplexelünk. Tegyük fel továbbá, hogy az időbeli multiplexerek mindegyike N időablakot multiplexel. Egy adott időablakban jelölje $P^{(D)}(0)$ annak a valószínűségét, hogy a detektor nem észlel egyetlen foton sem, $P(j)$ pedig annak a valószínűségét, hogy a multiplexelő rendszerbe j foton lép be. Jelölje P_i annak a valószínűségét, hogy a belépő j fotonból pontosan i éri el a forrás kimenetét. P_i értékét a következőképpen számíthatjuk ki:

$$P_i = (P^{(D)}(0))^{MN} \delta_{i,0} + \sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{j=i}^{\infty} \binom{j}{i} (P^{(D)}(0))^{N(k-1)} (P^{(D)}(0))^{n-1} P(j) V_{nk}(i|j). \quad (4.1)$$

Az első tag kizárólag annak az eseménynek a valószínűségéhez ad hozzájárulást, amikor a teljes periódusban egyetlen ágon sem észlelnek a detektorok érkező foton. A második tag ahhoz az esethez tartozik, amikor a k -edik ágon, az n -edik időablakban j foton érkezik, de a veszteségek miatt a forrás kimenetét csak i foton éri el. A második tagban megjelenő $P^{(D)}(0)$ tényezők hatványait az alkalmazott elsőbbségi logika határozza meg. Jelen esetben a legalacsonyabb sorszámú időbeli multiplexert tereljük a kimenetre. $(P^{(D)}(0))^{N(k-1)}$ annak az eseménynek a valószínűsége, amikor az első $k-1$ ágon egyetlen foton sem észlelnek a detektorok egy időablakban sem, $(P^{(D)}(0))^{(n-1)} P(j)$ szorzat pedig annak az eseménynek a valószínűsége, hogy a k -edik térbeli ágon, az első $n-1$ időablakban nem jeleznek a detektorok, az n -edik időablakban jeleznek, és az időbeli multiplexerbe belép j foton. Az összegzések figyelembe veszik az összes j érkező fotonszám hozzájárulását, az összes n multiplexelt időablakot, valamint az összes k térben multiplexelt időbeli multiplexert. A veszteségeket a V_{nk} paraméterrel veszem figyelembe az elméleti alapismeretekben tárgyaltak alapján. $V_{nk}(i|j)$ annak az eseménynek a feltételes valószínűsége, hogy a multiplexelő rendszerbe j foton lép be, a kimenetet azonban csak i foton éri el. Ezt a

feltételes valószínűséget az (1.38) egyenlet alapján az alábbiak szerint számíthatjuk:

$$V_{nk}(i|j) = \binom{j}{i} V_{nk}^i (1 - V_{nk})^{j-i}. \quad (4.2)$$

Az egyenletben V_{nk} az n -edik időablakhoz és k -adik térbeli ághoz tartozó teljes áthaladási valószínűség.

Most áttérek annak a kombinált multiplexernek a statisztikai leírására, amelyben az elsőbbségi logika nem választja ki a legalacsonyabb veszteségű térbeli ágon haladó foton. Ebben az esetben veszteségek szerinti sorbarendezés nélkül egyszerűen az időben elsőként észlelt tétlen fotonhoz tartozó jelfotont tereljük a forrás kimenetére. Amennyiben ugyanabban az időablakban több ágon is érkezik foton, az elsőbbségi logika egyszerűen a kisebb sorszámú időbeli multiplexerből érkezőket választja ki. A korábban ismertetett elsőbbségi logikához képest a különbség ezúttal az, hogy jelen esetben nem vár a logika a teljes periódus végéig, a legelső detektálás esetén lezárja a teljes rendszert. Annak a valószínűsége, hogy a forrás kimenetét az érkező j jelfotonból i éri el, a következőképpen számítható ki:

$$P_i = (P^{(D)}(0))^{MN} \delta_{i,0} + \sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{j=i}^{\infty} \binom{j}{i} (P^{(D)}(0))^{M(n-1)} (P^{(D)}(0))^{(k-1)} P(j) V_{nk}(i|j). \quad (4.3)$$

Látható, hogy a megadott formulák között $P^{(D)}(0)$ hatványaiban van különbség. Jelen esetben $(P^{(D)}(0))^{M(n-1)}$ annak a valószínűsége, hogy az első $n-1$ időablakban nem észleltek fotonokat a detektorok egyetlen ágon sem, $(P^{(D)}(0))^{(k-1)} P(j)$ szorzat pedig annak a valószínűsége, hogy a k -adik térbeli ágon az n -edik időablakban az időbeli multiplexerbe belép j foton.

Az imént bemutatott (4.1) és (4.3) egyenletek segítségével minden kombinált multiplexelésen alapuló egyfotonforrás kimenetének fotonstatisztikája meghatározható az ismertetett elsőbbségi logikákat figyelembe véve. Sem az alkalmazott időbeli multiplexerre, sem az alkalmazott térbeli multiplexerre nem vonatkozik kikötés. A térbeli multiplexer akár a 4.1. ábrán bemutatottól eltérő is lehet. Példaként említhető a Mazzarella által a [72]-es számú hivatkozásban javasolt láncolt elrendezés, amelyben M értéke bármely pozitív egész szám lehet. Megjegyzem, hogy $M = 1$, illetve $N = 1$ esetén a bemutatott formulák mindegyike visszaadja a [86]-os hivat-

kozásban található térbeli és időbeli multiplexerekre vonatkozó formulát.

A kettő egyenletben $P^{(D)}(0)$ és $P(j)$ alakját az alkalmazott detektorok és nemlineáris források határozzák meg, a V_{nk} paraméterek pedig a térbeli és időbeli multiplexer kísérleti megvalósításától, azaz az alkalmazott optikai eszközök veszteségeitől és a rendszer elrendezésétől függenek. A (4.1) és (4.3) egyenletek segítségével a kombinált multiplexelésen alapuló egyfotonforrások optimalizálhatók annak érdekében, hogy a kimenetükön maximális legyen az egyfotonállapotok kibocsátási valószínűsége.

A következőkben a disszertációban tárgyalt kombinált multiplexerre vonatkozó $P^{(D)}(0)$ és $P(j)$ valószínűségek, valamint a V_{nk} teljes áthaladáshoz tartozó valószínűségek értékeit ismertetem. A kombinált multiplexerek tárgyalása során felteszem, hogy az alkalmazott detektorok küszöbdetektorok, nem képesek a fotonok számának meghatározására. A detektorok hatásfokát V_D -vel jelölöm. Az elméleti háttérismertetekben ismertetett (1.27) egyenletbe helyettesítve az (1.22a) egyenletben megadott POVM elemet, valamint az (1.14) vagy (1.19) sűrűségoperátor valamelyikét, annak a valószínűsége, hogy a küszöbdetektorok nem észlelnek fotont a következőképpen számítható:

$$P^{(D)}(0) = \sum_{j=0}^{\infty} (P^{(\lambda)}(j))(1 - V_D)^j. \quad (4.4)$$

Hasonlóképpen, annak a valószínűsége, hogy j foton lép be a multiplexelő rendszerbe valamely nemlineáris forrásból, az elméleti háttérismertetek alapján a küszöbdetektor (1.22b) POVM elemét valamint a két különböző sűrűségoperátor valamelyikét az (1.26) egyenletbe helyettesítve a következőképpen számítható:

$$P(j) = (P^{(\lambda)}(j))(1 - (1 - V_D)^j). \quad (4.5)$$

A (4.4) és (4.5) egyenletekben $P^{(\lambda)}(j)$ -vel jelöltem j fotonpár keletkezésének a valószínűségét, amely az elméleti háttérismertetekben elmondottaknak megfelelően, egy módusú lekonverzió esetén termikus eloszlást követ, azaz

$$P^{(\lambda)}(j) = \frac{\lambda^j}{(1 + \lambda)^{(j+1)}}, \quad (4.6)$$

ahol λ a keletkező fotonpárok számának várható értéke. Amennyiben a lekonverzió

során több módus is elérhető, a keletkező fotonpárok száma Poisson-eloszlást követ:

$$P^{(\lambda)}(j) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^j}{j!}. \quad (4.7)$$

A kombinált multiplexereket tárgyaló szakaszban a keletkező fotonpárok számának eloszlását végig Poisson-eloszlásúnak feltételezem.

A következőkben meghatározom a disszertációban optimalizált kombinált multiplexer veszteségeit magában foglaló, n -edik időablakhoz és k -edik térbeli ághoz tartozó V_{nk} teljes áthaladási valószínűséget. A teljes áthaladási valószínűséget szorzatalakban számíthatjuk ki:

$$V_{nk} = V_n V_k, \quad (4.8)$$

ahol V_n az n -edik időablakhoz, V_k pedig a k -edik térbeli ághoz tartozó áthaladási valószínűség. Ahogy azt már korábban említettem, az egyfoton-valószínűség maximalizálása érdekében olyan kombinált multiplexereket optimalizálok, amelyekben az időbeli multiplexerek a [86]-os hivatkozásban bemutatott hagyományos optikai elemekből felépített bináris időbeli multiplexerek. Ebben a rendszerben az n -edik időablakhoz tartozó V_n áthaladási valószínűség az alábbi formulával számítható ki [86]:

$$V_n = V_{re}^h V_t^{(l-h)} V_p^{(N-n)/N} V_b. \quad (4.9)$$

Az egyenletben $l = \log_2 N$, h pedig az $N - n$ szám Hamming súlya, azaz $N - n$ bináris reprezentációjában előforduló egyesek száma. V_b egy alaptranszmisszió, amely független az n -edik időablaktól. Ezzel a paraméterrel lehet figyelembe venni a jelfotonok összegyűjtésének valószínűségét, illetve az időbeli multiplexerekbe való becsatolás valószínűségét. A polarizációs nyálábosztók transzmissziós és reflexiós együtthatóit rendre V_t és V_{re} jelöli. Az analízisemben feltételezem, hogy a térbeli és időbeli multiplexerek azonos polarizációs nyálábosztókat tartalmaznak, így mindkét multiplexer esetén a transzmissziós és reflexiós együtthatókat V_t és V_{re} jelöli. Azokban az esetekben, amikor ezt a feltételezést nem használom, a térbeli multiplexerben alkalmazott polarizációs nyálábosztók transzmissziós és reflexiós együtthatóira rendre a $V_{t,S}$ és $V_{re,S}$ jelölést használom. Az időbeli multiplexeren keresztülhaladó jelfotonok a terjedés során elnyelődhetnek vagy kiszóródhatnak. Ezeket a veszteségeket

veszi figyelembe a V_p terjedési veszteséget jellemző transzmisszió. V_p értéke az időbeli multiplexer összes késleltető ágának bejárásához, azaz a leghosszabb lehetséges késleltetéshez tartozik.

A térbeli multiplexer a 4.2. ábrán látható routerekből épül fel. Felteszem, hogy a multiplexerben az összes router azonos. A térbeli multiplexer egy adott ágán a nyalábosztókon való transzmissziókból és reflexiókból származó veszteségeket a V'_k transzmissziós paraméterrel veszem figyelembe. Ennek értékét a térbeli multiplexer minden ágán egy $V_{re}^q V_t^s$ alakú szorzat adja meg. A szorzatban q az adott ágon való áthaladás során elszenvedett reflexiók száma, s pedig azon nyalábosztók száma, amelyeken a foton az adott ágon való áthaladás során egyszerűen keresztülhaladt. Amennyiben a 4.1. ábrán látható piramis elrendezésben M térbeli ágon érkehetnek fotonok, a routerek $m = \log_2 M$ sorban (szinten) helyezkednek el. Ebben az esetben $q + s = m$. Az elsőbbségi logika helyes konfigurálásához kiszámítom a térbeli multiplexer minden ágához tartozó V'_k áthaladási valószínűséget, majd a kapott értékeket csökkenő sorrendbe rendezem. A térbeli multiplexer ágainak sorszámozása a csökkenő áthaladási valószínűségek sorrendje alapján történik. Feltéve, hogy $V_t < V_{re}$, a k -adik ághoz tartozó V'_k áthaladási valószínűség a következő formulával határozható meg:

$$\begin{aligned}
V'_k &= V_{re}^m, & \text{ha } k &= 1 \\
V'_k &= V_{re}^{m-1} V_t, & \text{ha } \binom{m}{0} < k \leq \binom{m}{0} + \binom{m}{1} \\
&\vdots & & \vdots \quad \vdots \\
V'_k &= V_t^m & \text{ha } \sum_{i=0}^{m-1} \binom{m}{i} < k \leq \sum_{i=0}^m \binom{m}{i}.
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Látható, hogy az áthaladási valószínűség k több értékére azonos lehet. Lényegében a $(V_{re} + V_t)^m$ összeg binomiális együtthatói adják meg, hogy rögzített m mellett mennyiszor fordulhat elő a $V_{re}^q V_t^s$ szorzat.

A térbeli multiplexeren való keresztülhaladás során a fotonok elnyelődhetnek vagy kiszóródhatnak. Ezeket a veszteségeket a $V_{p,S}$ terjedési veszteséget jellemző transzmisszióval veszem figyelembe, melynek értéke a rendszer méretétől függ. Legyen a térbeli multiplexer egy szintjéhez tartozó alaptranszmisszió $V_{p0,S}$. Ekkor a

terjedési veszteséget jellemző transzmisszió értéke:

$$V_{p,S} = V_{p0,S}^{\log_2(M)}. \quad (4.11)$$

A térbeli multiplexer k -adik ágához tartozó teljes áthaladási valószínűség az eddig ismertetett paramétereket figyelembe véve az alábbi szorzattal határozható meg:

$$V_k = V_{p,S} V'_k. \quad (4.12)$$

Az eddig ismertetett (4.9)-(4.12) egyenletek segítségével az összes V_{nk} áthaladási valószínűség meghatározható a (4.8) egyenletben definiált módon.

A szakasz zárásaként szeretném megjegyezni, hogy az imént bemutatott veszteségi formulák alkalmasak más térbeli multiplexerek leírására is. V_b alaptranszmisszió jelölheti például egy egymódusú szálba való becsatolás valószínűségét. $V_{re} = V_t$ választással pedig a [64–66] hivatkozásokban alkalmazott optikai szálakhoz csatolt optikai kapcsolók veszteségeit is figyelembe lehet venni. Ezekben a rendszerekben a különböző elemekhez tartozó transzmissziós valószínűségek azonban alacsonyabbak.

A matematikai tárgyalás zárásaként megjegyezném, hogy a (4.1) és (4.3) egyenletekben, mindkét bemeneti fotonstatisztika esetén elvégezhetőek a j -re való összegzések. A keletkező fotonpárok számát Poisson-eloszlásúnak tekintve (és küszöbdektort feltételezve) $P^{(D)}(0)$ a következő alakot ölti:

$$P^{(D)}(0) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^j}{j!} (1 - V_D)^j = e^{-\lambda V_D}. \quad (4.13)$$

Mindkettő egyenletben megjelenik továbbá a $P(j)V(i|j)$ szorzat, amelyben a j -re való összegzést az alábbiak szerint végezhetjük el:

$$\begin{aligned} \sum_{j=i}^{\infty} P(j)V(i|j) &= \sum_{j=i}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^j}{j!} [1 - (1 - V_D)^j] \frac{j!}{i!(j-i)!} V_{nk}^i (1 - V_{nk})^{j-i} \\ &= \frac{e^{-\lambda} (V_{nk} \lambda)^i}{i!} \sum_{j=i}^{\infty} \frac{\lambda^{j-i}}{(j-i)!} [1 - (1 - V_D)^i (1 - V_D)^{j-i}] (1 - V_{nk})^{j-i} \\ &= \frac{e^{-\lambda} (V_{nk} \lambda)^i}{i!} [e^{\lambda(1-V_{nk})} - (1 - V_D)^i e^{\lambda(1-V_D)(1-V_{nk})}]. \end{aligned} \quad (4.14)$$

A (4.1) egyenlet ezek alapján a következő alakban írható:

$$P_i = (e^{-\lambda V_D})^{MN} \delta_{i,0} + \sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^N (e^{-\lambda V_D})^{N(k-1)} (e^{-\lambda V_D})^{n-1} \frac{e^{-\lambda(V_{nk}\lambda)^i}}{i!} [e^{\lambda(1-V_{nk})} - (1-V_D)^i e^{\lambda(1-V_D)(1-V_{nk})}]. \quad (4.15)$$

A (4.3) egyenlet pedig az alábbi alakot ölti:

$$P_i = (e^{-\lambda V_D})^{MN} \delta_{i,0} + \sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^N (e^{-\lambda V_D})^{M(n-1)} (e^{-\lambda V_D})^{(k-1)} \frac{e^{-\lambda(V_{nk}\lambda)^i}}{i!} [e^{\lambda(1-V_{nk})} - (1-V_D)^i e^{\lambda(1-V_D)(1-V_{nk})}]. \quad (4.16)$$

A keletkező fotonpárok számát termikus eloszlásúnak feltételezve, $P^{(D)}(0)$ a következőképpen írható:

$$P^{(D)}(0) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\lambda^j}{(1+\lambda)^{j+1}} (1-V_D)^j = \frac{1}{1+\lambda} \frac{1}{1 - \frac{\lambda(1-V_D)}{1+\lambda}} = \frac{1}{1+\lambda V_D}, \quad (4.17)$$

ahol felhasználtam, hogy $\sum_{j=0}^{\infty} z^j = \frac{1}{1-z}$, ha $|z| < 1$, ami $z = \frac{\lambda(1-V_D)}{1+\lambda}$ esetén teljesül.

$P(j)V(i|j)$ szorzat j -re való összegzését pedig az alábbiak szerint végezhetjük el:

$$\begin{aligned} \sum_{j=i}^{\infty} P(j)V(i|j) &= \sum_{j=i}^{\infty} \frac{\lambda^j}{(1+\lambda)^{j+1}} [1 - (1-V_D)^j] \frac{j!}{i!(j-i)!} V_{nk}^i (1-V_{nk})^{j-i} \\ &= \frac{(\lambda V_{nk})^i}{(1+\lambda)^{i+1} i!} \sum_{j=i}^{\infty} \frac{j!}{(j-i)!} \frac{\lambda^{j-i}}{(1+\lambda)^{j-i}} [1 - (1-V_D)^i (1-V_D)^{j-i}] (1-V_{nk})^{j-i}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

A tömörebb jelölés érdekében a $z_1 = \frac{\lambda(1-V_{nk})}{1+\lambda}$ és $z_2 = \frac{\lambda(1-V_D)(1-V_{nk})}{1+\lambda}$ használom, továbbá használjuk fel, hogy $\frac{d^{(i)}}{dz^{(i)}} z^j = \frac{j!}{(j-i)!} z^{j-i}$, melyekkel:

$$\begin{aligned}
\sum_{j=i}^{\infty} P(j)V(i|j) &= \\
&= \frac{(\lambda V_{nk})^i}{(1+\lambda)^{i+1}i!} \sum_{j=i}^{\infty} \frac{j!}{(j-i)!} \frac{\lambda^{j-i}}{(1+\lambda)^{j-i}} [1 - (1-V_D)^i(1-V_D)^{j-i}] (1-V_{nk})^{j-i} \\
&= \frac{(\lambda V_{nk})^i}{(1+\lambda)^{i+1}i!} \left[\frac{d^{(i)}}{dz_1^{(i)}} \sum_{j=i}^{\infty} z_1^j - (1-V_D)^i \frac{d^{(i)}}{dz_2^{(i)}} \sum_{j=i}^{\infty} z_2^j \right] \\
&= \frac{(\lambda V_{nk})^i}{(1+\lambda)^{i+1}i!} \left[\frac{d^{(i)}}{dz_1^{(i)}} \frac{z_1^i}{1-z_1} - (1-V_D)^i \frac{d^{(i)}}{dz_2^{(i)}} \frac{z_2^i}{1-z_2} \right] \\
&= \frac{(\lambda V_{nk})^i}{(1+\lambda)^{i+1}} \left[\frac{1}{(1-z_1)^{i+1}} - (1-V_D)^i \frac{1}{(1-z_2)^{i+1}} \right]. \tag{4.19}
\end{aligned}$$

Az utolsó sorban felhasználtam, hogy $\frac{d^{(i)}}{dz^{(i)}} \frac{z^i}{1-z} = \frac{i!}{(1-z)^{i+1}}$. A termikus eloszlást feltételező eredményekkel a (4.1) egyenlet az alábbi alakban írható:

$$\begin{aligned}
P_i &= \left(\frac{1}{1+\lambda V_D} \right)^{MN} \delta_{i,0} + \sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^N \left(\frac{1}{1+\lambda V_D} \right)^{N(k-1)} \left(\frac{1}{1+\lambda V_D} \right)^{n-1} \times \\
&\times \frac{(\lambda V_{nk})^i}{(1+\lambda)^{i+1}} \left[\frac{1}{(1-z_1)^{i+1}} - (1-V_D)^i \frac{1}{(1-z_2)^{i+1}} \right]. \tag{4.20}
\end{aligned}$$

Termikus eloszlást feltételezve a (4.3) egyenlet pedig a következő alakban írható:

$$\begin{aligned}
P_i &= \left(\frac{1}{1+\lambda V_D} \right)^{MN} \delta_{i,0} + \sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^N \left(\frac{1}{1+\lambda V_D} \right)^{M(n-1)} \left(\frac{1}{1+\lambda V_D} \right)^{(k-1)} \times \\
&\times \frac{(\lambda V_{nk})^i}{(1+\lambda)^{i+1}} \left[\frac{1}{(1-z_1)^{i+1}} - (1-V_D)^i \frac{1}{(1-z_2)^{i+1}} \right].
\end{aligned}$$

4.1.3. Kombinált multiplexelésen alapuló periodikus egyfotonforrások optimalizálása

A következő szakaszban az imént ismertetett kombinált multiplexelésen alapuló periodikus egyfotonforrás optimalizálásának eredményeit mutatom be. Felhasználva az előző szakaszban ismertetett statisztikai modellt, az optimalizálás a következőképpen zajlik: elsőként rögzítem az összes veszteségi paramétert, amelyek a teljes

rendszert leírják. Ezt követően három paraméter marad, amelyek értékét az optimalizálás során kell meghatározni: a keletkező fotonpárok átlagos száma (λ), a térben multiplexelt időbeli multiplexerek száma (M), valamint a multiplexelt időablakok száma (N). Az első lépésben minden M és N kombinációhoz megkeresem λ_{opt} értékét, amellyel az egyfoton-valószínűség maximális. Az így kiszámított egyfoton-valószínűségek abszolút maximumához tartozó M és N értékek adják meg az optimális rendszerméretet. Az optimum létezése annak köszönhető, hogy míg egyre több egység multiplexelése növeli az egyfoton-kibocsátás valószínűségét, egy bizonyos rendszerméret elérése után a felhalmozódó veszteségek elnyomják ezt az effektust.

A maximális egyfoton-valószínűség meghatározása érdekében az optimalizálás előtt áttekintem a jelenlegi kísérletekben elérhető legjobb veszteségi paramétereket. A polarizációs nyálábosztó kockák esetében a $V_{re} = 0.996$ reflexiós, és $V_t = 0.97$ transzmissziós értékek elérhetők [112]. Mindemellett javasoltak már olyan ultrakompakt polarizációs nyálábosztót, amelynek transzmissziós együtthatója $V_t = 0.99$ volt [113]. A terjedési veszteséget jellemző transzmisszió értéke az időbeli multiplexer esetén $V_p = 0.95$ -nek tekinthető a [86]-os hivatkozás alapján, de feltételezhetően valamivel magasabb értékek is megvalósíthatók lesznek a közeljövőben. A térbeli multiplexer esetében a terjedési veszteséget jellemző transzmisszió erősen függ az adott kísérleti megvalósítástól, így konkrét értékére nehéz pontos becslést adni. Az optimalizálás során ezen transzmisszió értékét a $0.985 \leq V_{p0,s} \leq 0.995$ tartományon veszem figyelembe. A számítások során $V_D = 0.9$ hatásfokú küszöbdetektorokat feltételezek, a V_b rendszermérettől független alaptranszmisszió értékét pedig egynek veszem. A 4.1. táblázatban a hagyományos optikai elemekből felépített, önmagukban (kombinált multiplexelés nélkül) alkalmazott időbeli és térbeli multiplexerekkel elérhető maximális egyfoton-valószínűségek értékeit tüntettem fel az imént tárgyalt, kísérletileg elérhető paramétertartományon. A felsorolt értékek mutatják, hogy ezen a tartományon 80-90% közötti egyfoton-valószínűség értékek érhetőek el. A táblázatból az is kiderül, hogy időbeli multiplexelés esetén nagyobb egyfoton-valószínűségek eléréséhez a multiplexelt időablakok $N_{T,\text{opt}}$ optimális száma is nagyobb. Ugyan-

4.1. táblázat. *Különböző veszteségek mellett elérhető $P_{1,\max}^T$ és $P_{1,\max}^S$ maximális egyfoton-valószínűségek, önmagukban alkalmazott időbeli és térbeli multiplexerek esetén. Az optimális működéshez szükséges időablakok számát $N_{T,\text{opt}}$, a térben multiplexelt források optimális számát pedig $M_{S,\text{opt}}$ jelöli.*

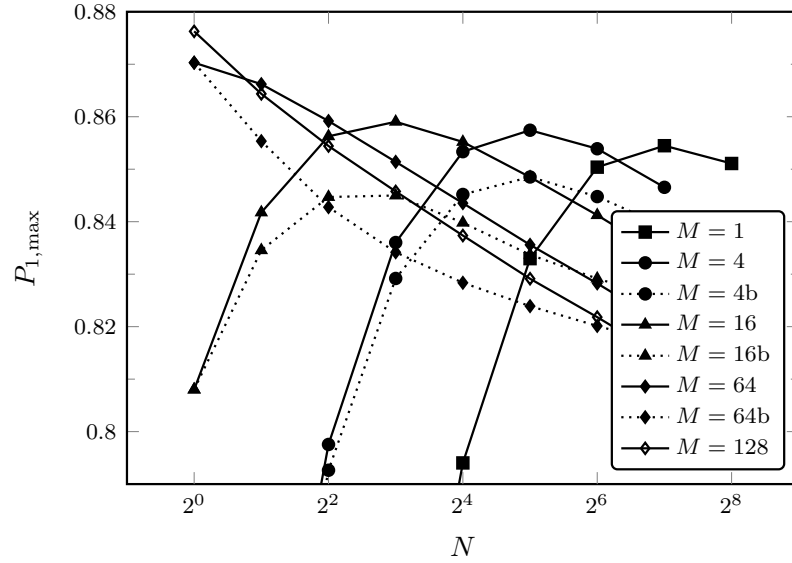
V_{re}	V_t	V_p	$V_{p0,S}$	$P_{1,\max}^T$	$N_{T,\text{opt}}$	$P_{1,\max}^S$	$M_{S,\text{opt}}$
0.990	0.97	0.95	0.985	0.832	128	0.800	64
0.990	0.97	0.97	0.990	0.846	128	0.822	64
0.993	0.97	0.96	0.985	0.850	128	0.809	64
0.996	0.97	0.95	0.990	0.854	128	0.842	128
0.996	0.98	0.95	0.990	0.874	128	0.857	128
0.996	0.99	0.95	0.990	0.899	256	0.873	128
0.996	0.99	0.96	0.995	0.907	256	0.904	256

ez a kijelentés igaz térbeli multiplexelés esetén is. Ebben az esetben a nagyobb egyfoton-valószínűségek eléréséhez nagyobb $M_{S,\text{opt}}$ számú térben multiplexelt nemlineáris forrásra van szükség. A kísérleti megvalósítás szempontjából a nemlineáris források ilyen nagy száma egyértelműen hátrányos. Időbeli multiplexelés esetén pedig, ahogy említettem, Δt legkisebb megvalósítható értéke miatt N növelésével a forrás ismétlési frekvenciája csökken.

Most áttérek a kombinált multiplexelés vizsgálatára. A berendezés általános jellemzőinek megértéséhez érdemes három esetet megkülönböztetni aszerint, hogy hogyan viszonyul egymáshoz az önmagában alkalmazott időbeli multiplexeléssel elérhető $P_{1,\max}^T$ egyfoton-valószínűség és az önmagában alkalmazott térbeli multiplexeléssel elérhető $P_{1,\max}^S$ egyfoton-valószínűség.

Elsőként azt az esetet tárgyalom, amikor a térbeli multiplexelést önállóan alkalmazva magasabb egyfoton-valószínűség érhető el, mint az időbeli multiplexeléssel ($P_{1,\max}^S > P_{1,\max}^T$).

A 4.3. ábrán a keletkező fotonpárok λ_{opt} optimális száma mellett elérhető $P_{1,\max}$ maximális egyfoton-valószínűségeket ábrázolom a multiplexelt időablakok N számá-



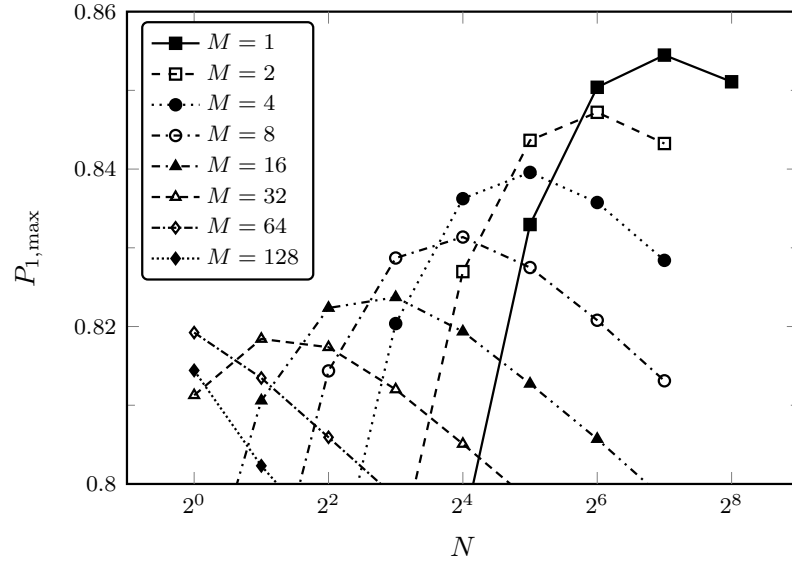
4.3. ábra. $P_{1,\max}$ maximális egyfoton-valószínűségek a multiplexelt időablakok N számának függvényében a térben multiplexelt időbeli multiplexerek M számának különböző értékei mellett. Az optimalizált berendezés veszteségi paramétereit a következők: $V_{re} = 0.996$, $V_t = 0.97$, $V_p = 0.95$, $V_{p0,S} = 0.995$, $V_D = 0.9$, $V_b = 1$. A folytonos vonallal összekötött értékek ahhoz a kombinált multiplexerhez tartoznak, amelyekben az elsőbbségi logika a legalacsonyabb veszteségű térbeli ágon haladó fotonok továbbítja a forrás kimenetére. A pontozott vonallal összekötött értékek pedig ahhoz a berendezéshez tartoznak, ahol egyszerűen az időben elsőként érkező foton terejük a kimenetre.

nak függvényében a térben multiplexelt időbeli multiplexerek M számának különböző értékei mellett. Az önálló térbeli multiplexeléssel ebben az esetben $P_{1,\max}^S = 0.8763$ egyfoton-valószínűség érhető el. Az ábrán az $M = 1$ esethez tartozó értékek az önállóan alkalmazott időbeli multiplexeléshez, míg az $N = 1$ esethez tartozó értékek az önállóan alkalmazott térbeli multiplexeléshez tartoznak. Az ábrán mindkét ismertetett elsőbbségi logikával elérhető egyfoton-valószínűségeket megjelenítettem. A folytonos vonallal összekötött értékek ahhoz a logikához tartoznak, amely a legalacsonyabb veszteségű ágon haladó fotonokat választja ki, míg a pontozott vonallal összekötött értékek ahhoz a logikához tartoznak, amely az időben elsőként érkező fotonot választja ki. Az $M = 1$ és $N = 1$ esetekben a kettő logika természetesen ugyanazokat az egyfoton-valószínűségeket eredményezi. N és M más értékeihez

minden esetben magasabb egyfoton-valószínűség tartozik, amennyiben az elsőbbségi logika az alacsonyabb veszteségű ágon haladó fotonokat tereli a kimenetre. Ezt az összehasonlítást minden, a továbbiakban optimalizált rendszer esetén is elvégeztem, és azt találtam, hogy az időben elsőként érkező fotonok választásával az elérhető egyfoton-valószínűség mindig alacsonyabb. A két különböző logika összehasonlításának részleteit ezért a továbbiakban nem tüntetem fel.

A 4.3. ábrán az egyfoton-valószínűségek abszolút maximuma az $M = 128$ és $N = 1$ értékeknél található, tehát ebben az esetben a legjobb választás az, ha kizárólag térbeli multiplexelést alkalmazunk. 128 nemlineáris forrás térbeli multiplexelése a kísérleti megvalósítás szempontjából gyakorlatilag kivitelezhetetlen. A kombinált multiplexelés megoldást kínál erre a problémára, hiszen ebben az esetben 85-86% közötti egyfoton-valószínűségek érhetőek el mindössze 4 nemlineáris forrás alkalmazásával. Vegyük észre, hogy 4 nemlineáris forrás alkalmazásával az egyfoton-valószínűségek csekély mértékben magasabbak, mint az időbeli multiplexer önálló alkalmazásával, $N = 128$ időablak multiplexelése mellett elérhető $P_{1,\max}^T = 0.854$ egyfoton-valószínűség. Ezekben az esetekben azonban kevesebb multiplexelt időablakra van szükség, amelyből Δt véges értéke miatt következik, hogy a kombinált multiplexer T periódusa rövidebb lesz. A kombinált multiplexelés ezen előnye több M és N érték konfigurációja mellett igaz. Ezen pontoknál a kombinált multiplexeléssel elérhető egyfoton-valószínűség az önálló időbeli és térbeli multiplexeléssel elérhető értékek között található. Minden ilyen konfigurációra igaz, hogy M és N értékei kisebbek az önállóan alkalmazott rendszerek optimális $M_{S,\text{opt}}$ és $N_{T,\text{opt}}$ értékeinél. Mindemellett, az említett pontokban elérhető egyfoton-valószínűség szignifikánsan magasabb, mint amit az $M \leq M_{S,\text{opt}}/4$ szuboptimális számú nemlineáris forrás térbeli multiplexelésével elérhetünk.

Most áttérek annak az esetnek a vizsgálatára, amikor az időbeli multiplexelés önálló alkalmazásával érhető el magasabb egyfoton-valószínűség ($P_{1,\max}^S < P_{1,\max}^T$). A 4.4. ábrán egy ilyen tulajdonságú berendezéshez tartozó $P_{1,\max}$ maximális egyfoton-valószínűségeket ábrázoltam a multiplexelt időablakok N számának függvényében a térben multiplexelt időbeli multiplexerek M számának különböző értékei mel-



4.4. ábra. $P_{1,\max}$ maximális egyfoton-valószínűségek a multiplexelt időablakok N számának függvényében a térben multiplexelt időbeli multiplexerek M számának különböző értékei mellett. Az optimalizált berendezés veszteségi paramétere a következők: $V_{re} = 0.996$, $V_t = 0.97$, $V_p = 0.95$, $V_{p0,S} = 0.985$, $V_D = 0.9$, $V_b = 1$.

lett. Jelen esetben a térbeli multiplexerben a terjedési veszteséget jellemző alaptranszmisszió értéke $V_{p0,S} = 0.985$, amellyel 64 nemlineáris forrás multiplexelésével $P_{1,\max}^S = 0.82$ egyfoton-valószínűség érhető el. Az alkalmazott időbeli multiplexer paramétereit nem változtattam, az elérhető maximális egyfoton-valószínűség $N_{T,\text{opt}} = 128$ időablak mellett továbbra is $P_{1,\max}^T = 0.854$, amely jelen esetben az abszolút maximum is egyben. A kombinált multiplexelés ebben az esetben sem javítja ezt az értéket. Amennyiben az időbeli multiplexerben az optimálisnál jóval kevesebb ($N \leq N_{T,\text{opt}}/4$) időablakot multiplexelünk, az elérhető egyfoton-valószínűség szignifikánsan kisebb, mint számos M és N kombinációjával elérhető érték. Továbbra is fennáll tehát a kombinált multiplexelés azon előnye, hogy növelhető vele a forrás ismétlési frekvenciája, hiszen $P_{1,\max}$ szignifikáns csökkenése nélkül, több nemlineáris forrás alkalmazásával lehet csökkenteni a multiplexelt időablakok számát.

Számos veszteségi paraméter mellett megvizsgáltam az imént bemutatott kettő lehetőséget. Minden esetben az eddigiekben ismerttetett karakterisztikák voltak érvényesek. Végül áttérek a harmadik lehetőség vizsgálatára, amikor az önállóan alkalmazott térbeli és időbeli multiplexerekkel elérhető egyfoton-valószínűségek egy

4.2. táblázat. *A kombinált multiplexerekkel elérhető $P_{1,\max}^C$ maximális egyfoton-valószínűség és az optimális működéshez szükséges térben multiplexelt időbeli multiplexerek M_{opt}^C , valamint multiplexelt időablakok N_{opt}^C optimális száma különböző veszteségi paraméterek mellett. A térbeli és időbeli multiplexelés önálló alkalmazásával elérhető egyfoton-valószínűség jelen esetben $P_{1,\max}^{T,S} = P_{1,\max}^T = P_{1,\max}^S$.*

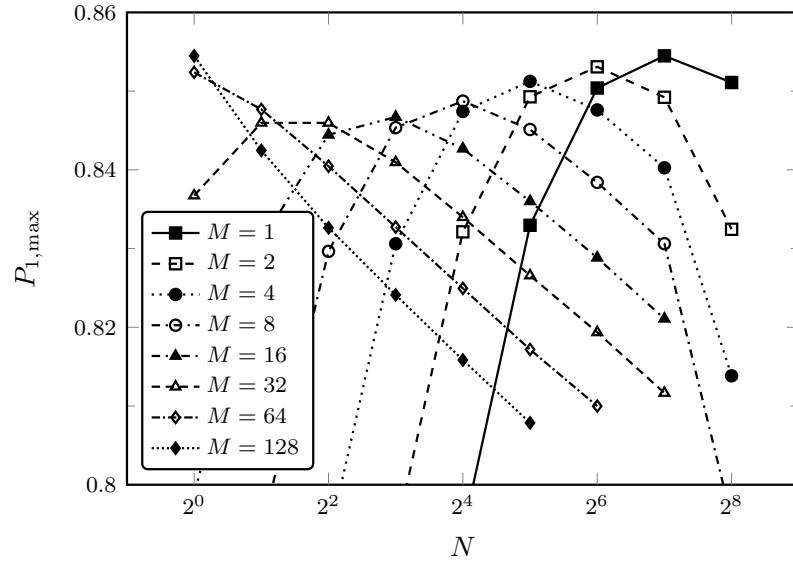
No.	V_t	V_{re}	V_p	$V_{t,S}$	$V_{r,S}$	$V_{p0,S}$	$P_{1,\max}^{T,S}$	$M_{S,\text{opt}}$	$N_{T,\text{opt}}$	$P_{1,\max}^C$	$M_{C,\text{opt}}$	$N_{C,\text{opt}}$
1.	0.970	0.996	0.9500	0.970	0.996	0.9922	0.8545	128	128	0.8531	2	64
2.	0.988	0.991	0.9589	0.988	0.991	0.9950	0.8784	128	256	0.8784	2	128
3.	0.988	0.992	0.9568	0.990	0.991	0.9949	0.8812	128	256	0.8806	2	128
4.	0.988	0.990	0.9507	0.988	0.990	0.9940	0.8683	128	128	0.8684	2	64
5.	0.990	0.996	0.9297	0.986	0.993	0.9950	0.8834	128	256	0.8840	2	128
6.	0.990	0.996	0.9508	0.990	0.996	0.9943	0.8996	256	256	0.8999	2	128
7.	0.970	0.993	0.9606	0.980	0.993	0.9910	0.8506	128	128	0.8475	2	64
8.	0.980	0.993	0.9656	0.990	0.996	0.9901	0.8740	128	128	0.8720	2	64
9.	0.980	0.996	0.9655	0.990	0.992	0.9950	0.8860	128	256	0.8822	2	128
10.	0.980	0.990	0.9501	0.970	0.996	0.9917	0.8516	128	128	0.8541	2	64
11.	0.990	0.991	0.9493	0.980	0.995	0.9940	0.8762	128	256	0.8799	4	64
12.	0.990	0.993	0.9518	0.980	0.996	0.9951	0.8869	128	256	0.8906	4	64

adott tűréshatáron belül megegyeznek ($P_{1,\max}^S = P_{1,\max}^T = P_{1,\max}^{T,S}$). Számos veszteségi paraméter mellett végeztem számításokat, amelyek esetén ez az egyenlőség teljesül. Minden esetben elmondható, hogy az ilyen tulajdonságú alrendszerekből felépített kombinált multiplexer $P_{C,\max}$ maximális egyfoton-valószínűsége alig kisebb/nagyobb $P_{1,\max}^{T,S}$ értékénél. A különbség a két érték között általában olyan kicsi, amelyet kísérleti úton kimérni nem lehet. Mindemellett találtam néhány, speciálisnak mondható paraméterértéket, amelyek esetében a kombinált multiplexerrel elérhető maximális egyfoton-valószínűség valamivel nagyobb mértékben különbözött $P_{1,\max}^{T,S}$ értékétől, a javulás/csökkenés azonban még mindig nem szignifikáns.

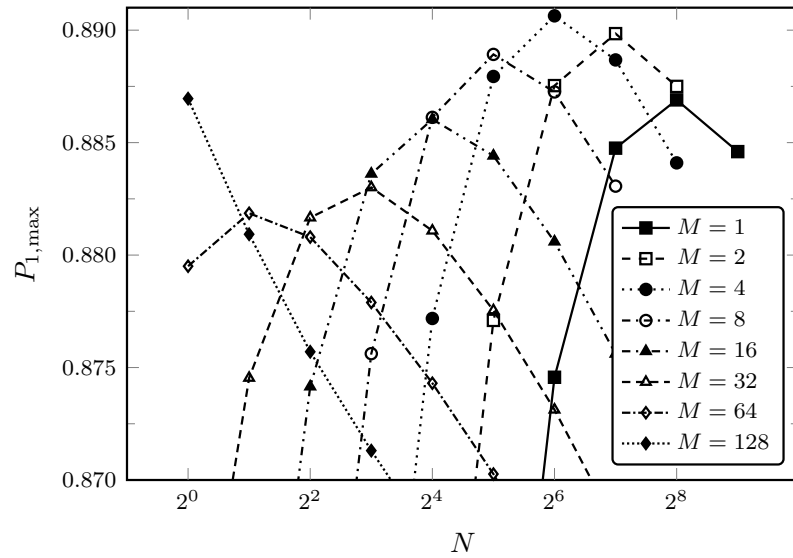
A 4.2. táblázatban összefoglaltam néhány válogatott rendszer optimalizálásának eredményeit, amelyek mutatják az imént ismertetett viselkedést. A táblázat tartalmazza a kombinált multiplexerekkel elérhető $P_{1,\max}^C$ maximális egyfoton-

valószínűségeket, valamint az optimális működéshez szükséges térben multiplexelt időbeli multiplexerek $M_{C,opt}$ és multiplexelt időablakok $N_{C,opt}$ számát. A különálló időbeli és térbeli multiplexeléssel elérhető $P_{1,max}^{T,S}$ egyfoton-valószínűségeket is feltüntettem a hozzájuk tartozó multiplexelt egységek optimális számával $(M_{S,opt}, N_{T,opt})$. A 4.2. táblázat első hat sora azokat az eseteket tartalmazza, amikor a különálló rendszerekkel és a kombinált multiplexerrel elérhető egyfoton-valószínűség körülbelül megegyezik. A táblázat első három sorában olyan paraméterértékeket gyűjtöttem össze, amelyekkel $P_{1,max}^C$ értéke valamivel alacsonyabb vagy éppen egyenlő, a második hármas blokkban pedig olyan paramétereket, amelyekkel $P_{1,max}^C$ valamivel nagyobb, mint $P_{1,max}^{T,S}$ értéke. A táblázat harmadik blokkjában azokra a veszteségi paraméterekre adtam példát, ahol $P_{1,max}^C$ egyértelműen alacsonyabb, míg az utolsó blokkban $P_{1,max}^C$ értéke egyértelműen nagyobb $P_{1,max}^{T,S}$ értékénél. Ezekben az esetekben az elérhető egyfoton-valószínűségek különbsége $|P_{1,max}^C - P_{1,max}^{T,S}| > 0.2\%$. Ekkora különbség csak akkor jelenik meg, ha a térbeli és időbeli multiplexerekben alkalmazott polarizációs nyálábosztók legalább egy veszteségi paraméterükben eltérők. Egy érdekes effektus is leolvasható a táblázatban közölt adatokból. A kombinált multiplexer optimális méretét meghatározó $M_{C,opt}$ és $N_{C,opt}$ számpár szorzata éppen az önállóan alkalmazott időbeli multiplexer optimális működéséhez szükséges időablakok $N_{T,opt}$ számát adja. Ez a tulajdonság bizonyos M és N értékek mellett a 4.3-4.6. ábrákon bemutatott veszteségi paraméterű kombinált multiplexerekre is igaz. Az ábrákon ezek az M értékek rendre: $M \leq 32, 16, 16, 32$. A 4.2. táblázatból az is leolvasható, hogy a kísérleti megvalósításokban elérhető veszteségi paraméterek mellett a kombinált multiplexeléssel 85-89% közötti egyfoton-valószínűségek érhetőek el.

A 4.5. és 4.6. ábrákon rendre a 4.2. táblázat első és utolsó sorához tartozó veszteségi paraméterek mellett ábrázoltam a $P_{1,max}$ maximális egyfoton-valószínűséget a multiplexelt időablakok N számának függvényében a térben multiplexelt időbeli multiplexerek M számának különböző értékei mellett. A 4.6. ábrán látható, hogy az abszolút maximum egyfoton-valószínűséghez tartozó $M_{C,opt}$ és $N_{C,opt}$ mellett számos más (M, N) kombinációval magasabb egyfoton-valószínűség érhető el, mint önálló térbeli vagy időbeli multiplexeléssel. Ilyenek például a $(2, 64)$, $(2, 128)$, $(2, 256)$,



4.5. ábra. $P_{1,\max}$ maximális egyfoton-valószínűségek a multiplexelt időablakok N számának függvényében a térben multiplexelt időbeli multiplexerek M számának különböző értékei mellett. Az optimalizált berendezés veszteségi paramétereai a következők: $V_{re} = V_{re,S} = 0.996$, $V_t = V_{t,S} = 0.97$, $V_p = 0.95$, $V_{p0,S} = 0.9922$, $V_D = 0.9$, $V_b = 1$.



4.6. ábra. $P_{1,\max}$ maximális egyfoton-valószínűségek a multiplexelt időablakok N számának függvényében a térben multiplexelt időbeli multiplexerek M számának különböző értékei mellett. Az optimalizált berendezés veszteségi paramétereai a következők: $V_{re} = 0.993$, $V_{re,S} = 0.996$, $V_t = 0.97$, $V_{t,S} = 0.98$, $V_p = 0.95$, $V_{p0,S} = 0.995$, $V_D = 0.9$, $V_b = 1$.

(4,32), (4,128), (8,32) és (8,64) kombinációk. Ezekben a rendszerekben is igaz marad az állítás, hogy számos szuboptimális (M,N) kombináció eredményez szignifikánsan magasabb egyfoton-valószínűséget, mint ami az önállóan alkalmazott térbeli és időbeli multiplexeléssel szuboptimális M és N mellett elérhető.

Végezetül megjegyzem, hogy a bemutatott számításokban a kísérletileg elérhető legjobb veszteségi paramétereket vettem alapul, ugyanakkor az eddig ismertett kvalitatív tulajdonságok nagyobb veszteségekkel jellemezhető berendezések esetén is megjelennek.

4.2. Fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt periodikus egyfotonforrások

Ahogy azt a fejezet elején már említettem, egy valószínűségi fotonforrás kimenetén, egynél több foton megjelenésének a valószínűsége fotonszámfeloldó detektor alkalmazásával is csökkenthető. Ehhez a detektort úgy kell konfigurálni, hogy kizárólag egyetlen tétlen foton regisztrálása esetén jelezzen. Ebben a fejezetben általános statisztikai modellt mutatok be, amellyel optimalizálhatók a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt multiplexelt egyfotonforrások. A leírásmódban tetszőleges detektálási stratégiát veszek figyelembe, ami annyit jelent, hogy a jelfotonok előre meghatározott fotonszámok detektálása esetén léphetnek csak be a multiplexerbe. A matematikai leírásmód ismertetését követően az irodalmi áttekintésben bemutatott szimmetrikus térbeli multiplexeren keresztül hasonlítom össze a küszöbdetektorokkal és a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt egyfotonforrások egyfotonvalószínűségét. Ezt követően szimmetrikus térbeli multiplexelés esetén meghatározom az optimális detektálási stratégiát a vizsgált paramétertartomány egészén. A szakasz zárásában pedig különböző, fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt időben multiplexelt források maximális egyfoton-valószínűségét határozom meg.

4.2.1. A fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt multiplexelt egyfotonforrások statisztikai leírása

Ebben a szakaszban ismertetem azt a statisztikai modellt, amely alkalmas az összes fotonszámfeloldó detektorral felszerelt periodikus egyfotonforrás kimeneti fotonstatisztikájának meghatározására. A számításaim során feltételezem, hogy a fotonszámfeloldó detektorok a beérkező tétlen fotonok számát egy adott J_b határig képesek meghatározni. A detektorok hatásfokát továbbra is V_D -vel jelölöm, az egyéb detektálási hibákat (sötétzaj, fotonszámok hibás meghatározása) elhanyagolom. Az elhanyagolás indokoltságát a későbbiekben elemzem.

Tekintsünk egy térben vagy időben multiplexelt egyfotonforrást, amelyben a multiplexelt egységek száma (nemlineáris források vagy időablakok száma) N . Tegyük

fel, hogy az n -edik multiplexelt egységben j fotonpár érkezik a nemlineáris forrásból, és a multiplexer bemenetein egy előre definiált l detektált fotonszám esetén léphetnek be jelfotonok. Annak a valószínűsége, hogy a beérkező j foton közül i éri el a forrás kimenetét, a következőképpen határozható meg:

$$P_i^{(S)} = \left(1 - \sum_{l \in S} P^{(D)}(l)\right)^N \delta_{i,0} + \sum_{n=1}^N \left[\left(1 - \sum_{l \in S} P^{(D)}(l)\right)^{n-1} \times \sum_{l \in S} \sum_{j=\max(i,l)}^{\infty} P^{(D)}(l|j) P^{(\lambda)}(j) V_n(i|j) \right]. \quad (4.21)$$

Az egyenletben $P^{(D)}(l)$ jelöli l foton detektálásának valószínűségét, $P^{(D)}(l|j)$ jelöli azt a feltételes valószínűséget, hogy a detektor l fotont észlel, feltéve, hogy j foton érkezett a felületére, $P^{(\lambda)}(j)$ pedig j fotonpár keletkezésének a valószínűségét jelöli. Az egyenletben megjelenő $V_n(i|j)$ az a feltételes valószínűség, hogy i foton éri el az egyfotonforrás kimenetét, feltéve, hogy az n -edik multiplexelt egységből j foton érkezett. A j -re való összegzésben j kezdőértékét az határozza meg, hogy i vagy l a nagyobb szám. Az S halmaz tartalmazza azokat az előre meghatározott fotonszámokat, amelyek rögzítése esetén a jelfotonok beléphetnek a multiplexerbe. Ez a halmaz egy detektálási stratégiát határoz meg, amelyet csak fotonszámfeloldó detektorokkal lehet megvalósítani. A korábban említett J_b határértékig bármely pozitív egész szám eleme lehet az S halmaznak.¹

A (4.21) egyenlet első tagja annak az eseménynek a valószínűsége, amikor egyetlen multiplexelt egységben sem jeleztek a detektorok. Ez csak annak az eseménynek a valószínűségéhez járul hozzá, amikor egyetlen jelfoton sem éri el a forrás kimenetét.

A $P^{(D)}(l|j)$ feltételes valószínűséget, azaz l foton detektálásának a valószínűségét, feltéve, hogy j foton érkezett a detektorra, az elméleti háttérismeretekben ismertetett fotonszámfeloldó detektorhoz tartozó POVM alapján a következőképpen írhatjuk:

$$P^{(D)}(l|j) = \binom{j}{l} V_D^l (1 - V_D)^{j-l}. \quad (4.22)$$

¹Megjegyzem, hogy amennyiben megengedjük, hogy $S = \mathbb{Z}^+$ legyen, a (4.21) egyenlet a korábban ismertetett küszöbdetektorokat feltételező formulát adja vissza, természetesen vagy önálló térbeli, vagy önálló időbeli multiplexelés esetén.

Annak a valószínűsége, hogy a detektor l fotont regisztrál az érkező j fotonból a fotonszámfeloldó detektor POVM elemét az (1.24) egyenletbe helyettesítve az alábbiak szerint számítható:

$$P^{(D)}(l) = \sum_{j=l}^{\infty} \binom{j}{l} V_D^l (1 - V_D)^{j-l} P^{(\lambda)}(j), \quad (4.23)$$

ahol $P^{(\lambda)}(j)$ j fotonpár keletkezésének a valószínűsége. Itt továbbra is az SPL források tárgyalásakor ismertetett termikus és Poisson-eloszlások vehetők figyelembe a számítások során. Az optimalizálás eredményeinek részletes tárgyalásában ismét Poisson-eloszlást feltételezek. Ugyanakkor fontosabb esetekben feltüntettem az optimalizálás eredményét egymódusú parametrikus lekonverzió esetén is, azaz ha a keletkező fotonpárok száma termikus eloszlást követ.

A veszteségeket továbbra is az elméleti háttérismeretekben bemutatott módon veszem figyelembe, amelyek alapján a $V_n(i|j)$ feltételes valószínűséget a következőképpen határozhatjuk meg:

$$V_n(i|j) = \binom{j}{i} V_n^i (1 - V_n)^{j-i}. \quad (4.24)$$

Az alsó indexben megjelenő n jelzi, hogy a veszteség függhet attól, hogy melyik multiplexelt egységből érkeznek a jelfotonok.

A következőkben néhány, a detektorok egyéb hibaforrásaival kapcsolatos megjegyzést teszek. Ahogy azt már korábban említettem, a detektorok egységénél kisebb V_D hatásfokán kívül elhanyagolok minden más lehetséges detektálási hibát. Ilyen hibaforrás lehet például a a detektor sötétzaja, vagy a fotonok számának hibás meghatározása. A sötétzaj tekintetében elmondható, hogy több, multiplexelt egyfotonforrások elméleti vizsgálatával foglalkozó publikációban sem veszik figyelembe [68, 71, 72, 76, 79, 83, 86]. Ennek az az oka, hogy a szóban forgó multiplexelt egyfotonforrások esetében a detektorok nagyon rövid ideig aktívak, így ezalatt a rövid időtartam alatt a sötétzaj előfordulásának a valószínűsége elhanyagolhatóan alacsony. A detektor aktív ideje alatt a sötétzaj bekövetkezésének a valószínűsége [66, 67, 70, 81] hivatkozások alapján $10^{-4} - 10^{-6}$ nagyságrendre tehető. Mindemellett a mikrokalorimétereken (Transition Edge Sensor) alapuló fotonszámfeloldó detektorok sötétzaja teljesen elhanyagolható [103, 104]. Amennyiben mégis figyelembe vennénk

ezt a detektorhibát, az általában véve az elérhető egyfoton-valószínűség csökkenését eredményezné. Ez a csökkenés a gyakorlatban azonban nem lenne számottevő.

A fotonszámok hibás azonosításának valószínűségére meglehetősen hiányos kísérleti adatok állnak rendelkezésre. Schmidt és munkatársai az általuk fejlesztett mikrokaloriméteren alapuló fotonszámfeloldó detektorról azt állítják, hogy kevesebb mint 5% valószínűséggel azonosítja tévesen a detektált fotonszámot [110]. A fotonszámok meghatározásának pontossága kevés beérkező foton esetén ideálisnak tekinthető, a tévedés valószínűsége csak magasabb fotonszámoknál számottevő.

A (4.21) egyenletből a j -re való összegzés elvégzésével egyszerűbb formulák vezethetők le a források kimeneti fotonstatisztikájára mindkét bemeneti eloszlás esetében. Poisson-eloszlást feltételezve l foton detektálásának valószínűségére a következő összefüggést kapjuk:

$$\begin{aligned} P^{(D)}(l) &= \sum_{j=l}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^j}{j!} \frac{j!}{l!(j-l)!} V_D^l (1-V_D)^{j-l} \\ &= \frac{e^{-\lambda} \lambda^l V_D^l}{l!} \sum_{j=l}^{\infty} \frac{\lambda^{j-l} (1-V_D)^{j-l}}{(j-l)!} = e^{-\lambda V_D} \frac{(\lambda V_D)^l}{l!}, \end{aligned} \quad (4.25)$$

amelyből látszik, hogy $P^{(D)}(l)$ egyszerűen λV_D várható értékű Poisson-eloszlás, amit a végleges formulában $\mathcal{P}(\lambda V_D, l)$ -el jelölök.

A (4.21) egyenletben megjelenő j -re való összegzésre a $p_{il} = \sum_{j=\max(i,l)}^{\infty} P^{(D)}(l|j) P^{(\lambda)}(j) V_n(i|j)$ jelölést használom. Amennyiben $i = l$, az összegzést l -ről indítom. Így a következő két esetet különböztetjük meg:

1. $l \geq i$ eset:

$$\begin{aligned} p_{il} &= \sum_{j=l}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^j}{j!} \frac{j!}{l!(j-l)!} V_D^l (1-V_D)^{j-l} \frac{j!}{i!(j-i)!} V_n^i (1-V_n)^{j-i} \\ &= \frac{e^{-\lambda} \lambda^i V_D^l V_n^i}{i! l!} (1-V_D)^{i-l} \sum_{j=l}^{\infty} \frac{j!}{(j-i)!} \frac{[\lambda(1-V_D)(1-V_n)]^{j-i}}{(j-l)!}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Tömörebb jelölés érdekében legyen $z_p = \lambda(1-V_D)(1-V_n)$, és $\alpha_1 = \frac{e^{-\lambda} \lambda^i V_D^l V_n^i}{i! l!} (1 -$

$V_D)^{i-l}$. Ezzel a jelöléssel:

$$p_{il} = \alpha_1 \sum_{j=l}^{\infty} \frac{j!}{(j-i)!(j-l)!} \frac{z_p^{j-i}}{(j-l)!} = \alpha_1 \frac{d^{(i)}}{dz_p^{(i)}} \sum_{j=l}^{\infty} \frac{z_p^j}{(j-l)!} = \alpha_1 \frac{d^{(i)}}{dz_p^{(i)}} (z_p^l e^{z_p}). \quad (4.27)$$

2. $l < i$ eset:

$$\begin{aligned} p_{il} &= \sum_{j=i}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^j}{j!} \frac{j!}{l!(j-l)!} V_D^l (1-V_D)^{j-l} \frac{j!}{i!(j-i)!} V_n^i (1-V_n)^{j-i} \\ &= \frac{e^{-\lambda} \lambda^l V_D^l V_n^i}{i!l!} (1-V_n)^{l-i} \sum_{j=i}^{\infty} \frac{j!}{(j-l)!} \frac{[\lambda(1-V_D)(1-V_n)]^{j-l}}{(j-i)!}. \end{aligned} \quad (4.28)$$

A tömörebb jelölés érdekében ezúttal $z_p = \lambda(1-V_D)(1-V_n)$, $\alpha_2 = \frac{e^{-\lambda} \lambda^l V_D^l V_n^i}{i!l!} (1-V_n)^{l-i}$. Ezzel a jelöléssel:

$$p_{il} = \alpha_2 \sum_{j=i}^{\infty} \frac{j!}{(j-l)!(j-i)!} \frac{z_p^{j-l}}{(j-i)!} = \alpha_2 \frac{d^{(l)}}{dz_p^{(l)}} \sum_{j=i}^{\infty} \frac{z_p^j}{(j-i)!} = \alpha_2 \frac{d^{(l)}}{dz_p^{(l)}} (z_p^i e^{z_p}). \quad (4.29)$$

Az eddigi eredményekkel a következőt kapjuk a kimeneti fotonstatisztikára tetszőleges detektálási stratégia esetén, Poisson bemeneti fotonstatisztikát feltételezve:

$$P_i^{(S)} = \left(1 - \sum_{l \in S} \mathcal{P}(\lambda V_D, l)\right)^N \delta_{i,0} + \sum_{n=1}^N \left[\left(1 - \sum_{l \in S} \mathcal{P}(\lambda V_D, l)\right)^{n-1} \times \sum_{l \in S} p_{il} \right], \quad (4.30)$$

ahol p_{il} :

$$p_{il} = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \lambda^i V_D^l V_n^i}{i!l!} (1-V_D)^{i-l} \frac{d^{(i)}}{dz_p^{(i)}} (z_p^l e^{z_p}), & \text{ha } l \geq i \\ \frac{e^{-\lambda} \lambda^l V_D^l V_n^i}{i!l!} (1-V_n)^{l-i} \frac{d^{(l)}}{dz_p^{(l)}} (z_p^i e^{z_p}), & \text{ha } l < i \end{cases} \quad (4.31)$$

A következőkben elvégzem a (4.21) egyenletben található j -re való összegzést termikus eloszlás feltételezésével. Elsőként ismét $P^{(D)}(l)$ felösszegzett alakját határozom meg.

$$\begin{aligned} P^{(D)}(l) &= \sum_{j=l}^{\infty} \frac{\lambda^j}{(1+\lambda)^{(j+1)}} \frac{j!}{l!(j-l)!} V_D^l (1-V_D)^{j-l} \\ &= \frac{\lambda^l V_D^l}{(1+\lambda)^{(l+1)} l!} \sum_{j=l}^{\infty} \frac{j!}{(j-l)!} \left[\frac{\lambda(1-V_D)}{1+\lambda} \right]^{j-l}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

$z_1 = \frac{\lambda(1 - V_D)}{1 + \lambda}$ bevezetésével:

$$\begin{aligned} P^{(D)}(l) &= \frac{\lambda^l V_D^l}{(1 + \lambda)^{(l+1)} l!} \sum_{j=l}^{\infty} \frac{j!}{(j-l)!} z_1^{j-l} = \frac{\lambda^l V_D^l}{(1 + \lambda)^{(l+1)} l!} \frac{d^{(l)}}{dz_1^{(l)}} \sum_{j=l}^{\infty} z_1^j \\ &= \frac{\lambda^l V_D^l}{(1 + \lambda)^{(l+1)} l!} \frac{d^{(l)}}{dz_1^{(l)}} \left(\frac{z_1^l}{1 - z_1} \right) = \frac{(\lambda V_D)^l}{[(1 + \lambda)(1 - z_1)]^{l+1}} = \frac{(\lambda V_D)^l}{(1 + \lambda V_D)^{(l+1)},} \end{aligned} \quad (4.33)$$

ahol felhasználtam, hogy $\frac{d^{(l)}}{dz_1^{(l)}} \frac{z_1^l}{1 - z_1} = \frac{l!}{(1 - z_1)^{(l+1)}}$. Látható, hogy ezúttal λV_D várható értékű termikus eloszlást kaptunk $P^{(D)}(l)$ -re, amelyre a végső formulában a $\mathcal{T}(\lambda V_D, l)$ jelölést használom.

A (4.21) egyenletben található j -re való összegzésre ezúttal a $t_{il} = \sum_{j=\max(i,l)}^{\infty} P^{(D)}(l|j) P^{(\lambda)}(j) V_n^i(i|j)$ jelölést használom. Ahogy már említettem, az összegzést $i = l$ esetén l -ről indítom.

1. $l \geq i$ eset:

$$\begin{aligned} t_{il} &= \sum_{j=l}^{\infty} \frac{\lambda^j}{(1 + \lambda)^{j+1}} \frac{j!}{l!(j-l)!} V_D^l (1 - V_D)^{j-l} \frac{j!}{i!(j-i)!} V_n^i (1 - V_n)^{j-i} \\ &= \frac{\lambda^i V_D^l V_n^i}{(1 + \lambda)^{i+1} i! l!} (1 - V_D)^{i-l} \sum_{j=l}^{\infty} \frac{j!}{(j-i)!} \frac{j!}{(j-l)!} \left[\frac{\lambda(1 - V_D)(1 - V_n)}{1 + \lambda} \right]^{j-i}. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Ezúttal a $\beta_1 = \frac{\lambda^i V_D^l V_n^i}{(1 + \lambda)^{i+1} i! l!} (1 - V_D)^{i-l}$ és $z_2 = \frac{\lambda(1 - V_D)(1 - V_n)}{(1 + \lambda)}$ jelöléseket használom, melyekkel:

$$\begin{aligned} t_{il} &= \beta_1 \sum_{j=l}^{\infty} \frac{j!}{(j-i)!} \frac{j!}{(j-l)!} z_2^{j-i} = \beta_1 \frac{d^{(i)}}{dz_2^{(i)}} \sum_{j=l}^{\infty} \frac{j!}{(j-l)!} z_2^j = \beta_1 \frac{d^{(i)}}{dz_2^{(i)}} \left[z_2^l \sum_{j=l}^{\infty} \frac{j!}{(j-l)!} z_2^{j-l} \right] \\ &= \beta_1 \frac{d^{(i)}}{dz_2^{(i)}} \left[z_2^l \frac{d^{(l)}}{dz_2^{(l)}} \sum_{j=l}^{\infty} z_2^j \right] = \beta_1 \frac{d^{(i)}}{dz_2^{(i)}} \left[z_2^l \frac{d^{(l)}}{dz_2^{(l)}} \frac{z_2^l}{1 - z_2} \right] = \beta_1 \frac{d^{(i)}}{dz_2^{(i)}} \left[\frac{z_2^l l!}{(1 - z_2)^{l+1}} \right]. \end{aligned} \quad (4.35)$$

2. $l < i$ eset:

$$\begin{aligned} t_{il} &= \sum_{j=i}^{\infty} \frac{\lambda^j}{(1 + \lambda)^{j+1}} \frac{j!}{l!(j-l)!} V_D^l (1 - V_D)^{j-l} \frac{j!}{i!(j-i)!} V_n^i (1 - V_n)^{j-i} \\ &= \frac{\lambda^l V_D^l V_n^i}{(1 + \lambda)^{l+1} i! l!} (1 - V_n)^{l-i} \sum_{j=i}^{\infty} \frac{j!}{(j-i)!} \frac{j!}{(j-l)!} \left[\frac{\lambda(1 - V_D)(1 - V_n)}{1 + \lambda} \right]^{j-l}. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Most a $\beta_2 = \frac{\lambda^l V_D^l V_n^i}{(1+\lambda)^{l+1} i! l!} (1-V_n)^{l-i}$ és $z_2 = \frac{\lambda(1-V_D)(1-V_n)}{(1+\lambda)}$ jelöléseket használva azt kapjuk, hogy:

$$\begin{aligned} t_{il} &= \beta_2 \sum_{j=i}^{\infty} \frac{j!}{(j-i)! (j-l)!} z_2^{j-l} = \beta_2 \frac{d^{(l)}}{dz_2^{(l)}} \sum_{j=i}^{\infty} \frac{j!}{(j-i)!} z_2^j = \beta_2 \frac{d^{(l)}}{dz_2^{(l)}} \left[z_2^i \sum_{j=i}^{\infty} \frac{j!}{(j-i)!} z_2^{j-i} \right] \\ &= \beta_2 \frac{d^{(l)}}{dz_2^{(l)}} \left[z_2^i \frac{d^{(i)}}{dz_2^{(i)}} \sum_{j=i}^{\infty} z_2^j \right] = \beta_2 \frac{d^{(l)}}{dz_2^{(l)}} \left[z_2^i \frac{d^{(i)}}{dz_2^{(i)}} \frac{z_2^i}{1-z_2} \right] = \beta_2 \frac{d^{(l)}}{dz_2^{(l)}} \left[\frac{z_2^i i!}{(1-z_2)^{i+1}} \right]. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Az eddigi eredményeket felhasználva, a következőt írhatjuk a kimeneti fotonstatisztikára tetszőleges detektálási stratégia esetén, termikus eloszlást feltételezve:

$$P_i^{(S)} = \left(1 - \sum_{l \in S} \mathcal{T}(\lambda V_D, l) \right)^N \delta_{i,0} + \sum_{n=1}^N \left[\left(1 - \sum_{l \in S} \mathcal{T}(\lambda V_D, l) \right)^{n-1} \times \sum_{l \in S} t_{il} \right], \quad (4.38)$$

ahol t_{il} :

$$t_{il} = \begin{cases} \frac{\lambda^i V_D^l V_n^i}{(1+\lambda)^{i+1} i! l!} (1-V_D)^{i-l} \frac{d^{(i)}}{dz_2^{(i)}} \left[\frac{z_2^l l!}{(1-z_2)^{l+1}} \right], & \text{ha } l \geq i \\ \frac{\lambda^l V_D^l V_n^i}{(1+\lambda)^{l+1} i! l!} (1-V_n)^{l-i} \frac{d^{(l)}}{dz_2^{(l)}} \left[\frac{z_2^i i!}{(1-z_2)^{i+1}} \right], & \text{ha } l < i \end{cases} \quad (4.39)$$

A kapott formulák segítségével tetszőleges multiplexelt periodikus egyfotonforrás, tetszőleges detektorral vagy fotonszámfeloldó detektorokkal megvalósított detektálási stratégiával optimalizálható, annak érdekében, hogy az egyfoton-kibocsátás valószínűsége maximális legyen.

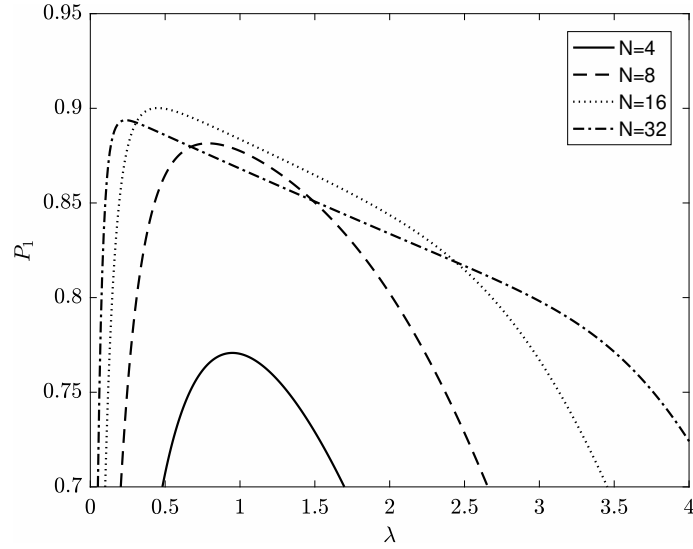
4.2.2. Multiplexelt egyfotonforrások optimalizálása

Ebben a szakaszban a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt periodikus egyfotonforrások optimalizálásának eredményeit mutatom be. Az optimalizálás célja, hogy maximalizáljuk a vizsgált rendszerek egyfoton-valószínűségét. Intuitív módon azt gondolnánk, hogy a fejlettebbnek mondható fotonszámfeloldó detektorok alkalmazása minden esetben javítja az elérhető egyfoton-valószínűséget a küszöbdetektorok alkalmazásával elérhetőhöz képest. Az egységes leírásmód segítségével a két különböző detektorral felszerelt rendszerek összehasonlíthatók. A soron következő analízis meglepő effektusokat tár fel.

4.2.2.1. Szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrások optimalizálása

Elsőként a küszöbdetektorokkal és a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló források egyfoton-valószínűségeit hasonlítom össze. Ebben a szakaszban a fotonszámfeloldó detektorok úgy vannak konfigurálva, hogy kizárólag egyetlen tétlen foton rögzítése esetén jeleznek. A fotonszámfeloldó detektorokat az így meghatározott működés mellett *egyfotondetektoroknak* (EFD) nevezem a továbbiakban. Az előző szakaszban bemutatott matematikai formulák segítségével az optimalizálás a következőképpen zajlik. Elsőként rögzítem a multiplexelő rendszert jellemző veszteségi paraméterek, azaz a V_r routertranszmisszió és a V_b alaptranszmisszió értékét. Jelen esetben a térbeli multiplexer olyan routerekből épül fel, amelyeket egyetlen transzmissziós paraméter jellemez. N forrás multiplexelése esetén az n -edik ághoz tartozó áthaladás valószínűsége ekkor $V_n^{\text{SSM}} = V_b V_r^{\log_2 N}$ alakú [86]. A veszteségek rögzítése után kettő paraméter marad, amelyet az optimalizálás változójának lehet tekinteni: a nemlineáris forrásokban keletkező fotonpárok λ átlagos számát, valamint a multiplexelt egységek N számát. Ezt követően a multiplexelt egységek számát $N = 1$ -től kezdve növelve, meghatározom az egyfoton-valószínűségeket λ függvényében a különböző N értékek mellett. Ezekre a függvényekre mutat példát a 4.7. ábra. Ezután meghatározom minden N érték esetében P_1 maximumát, majd kiválasztom azt az N_{opt} értéket, amelyre P_1 a legmagasabb. Az az átlagos fotonszám, amely ehhez a kiválasztott $P_{1,\text{max}}$ értékhez tartozik a λ_{opt} optimális átlagos fotonszám.

A 4.3. táblázat az egyfotondetektorokkal felszerelt térbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrások optimalizációjának válogatott eredményeit tartalmazza. A detektorok határfokának vizsgált tartománya $0.3 \leq V_D \leq 0.98$, a routertranszmissziók vizsgált tartománya pedig $0.3 \leq V_r \leq 0.99$. A V_b alaptranszmissziót egynek feltételeztem. Összehasonlítóképpen, a küszöbdetektorokkal felszerelt szimmetrikus térbeli multiplexer optimalizálásának eredményeit a 4.4. táblázatban mutatom be. Az optimalizálás eredményeinek szemléltetése érdekében a 4.8. ábrán a



4.7. ábra. Szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló periodikus egyfotonforrás P_1 egyfoton-valószínűsége a keletkező fotonpárok λ átlagos számának függvényében. Az egyfotondetektorok hatásfoka $V_D = 0.95$, egyfotondetektálást alkalmazva. A rendszer veszteségei: $V_r = 0.98$, $V_b = 1$. Az optimalizálás eredménye: $P_{1,\max}^{\text{EFD}} = 0.9$, az optimális átlagos fotonszám $\lambda_{\text{opt}} = 0.45$, a multiplexelt egységek optimális száma pedig $N_{\text{opt}} = 16$.

$\Delta_P = P_{1,\max}^{\text{EFD}} - P_{1,\max}^{\text{KD}}$ különbséget ábrázoltam a detektorok V_D hatásfokának és a routerek V_r transzmissziójának függvényében mindkét paraméter esetében a $[0.3,1]$ tartományon. $P_{1,\max}^{\text{EFD}}$ jelöli az egyfotondetektorokkal felszerelt források által elérhető egyfoton-valószínűséget, $P_{1,\max}^{\text{KD}}$ pedig a küszöbdetektorokkal elérhető egyfoton-valószínűséget.

A 4.3. és 4.4. táblázatokban és a 4.8. ábrán közölt adatokból megállapítható, hogy $V_r > 0.81$ routertranszmissziók esetében az egyfotondetektorokkal felszerelt térbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrásokkal magasabb egyfoton-valószínűség érhető el, mint ugyanezen rendszerek küszöbdetektorokkal való működtetésével, V_D értékétől függetlenül. Ezen a tartományon a V_D detektorhatásfok csökkentése az egyfoton-valószínűségek különbségének csökkenéséhez vezet, azaz alacsonyabb detektorhatásfokok mellett az egyfotondetektorok alkalmazásának előnye is csökken. A routertranszmissziók $0.92 \leq V_r \leq 0.99$ és a detektorhatásfokok $0.9 \leq V_D \leq 0.98$ közötti tartományán a Δ_P különbség legalább 2%. Ezen a tartományon a különbség

4.3. táblázat. *Egyfoton-detektorokkal felszerelt, szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló optimalizált egyfotonforrások Poisson-eloszlást feltételezve a lekonverzió során. A $P_{1,\max}^{\text{EFD}}$ maximális egyfoton-valószínűséget, az optimális működéshez szükséges multiplexelt források N_{opt} számát, valamint a keletkező fotonpárok λ_{opt} optimális átlagos számát különböző V_r routertranszmissziók és öt különböző V_D detektorhatásfok mellett tüntettem fel.*

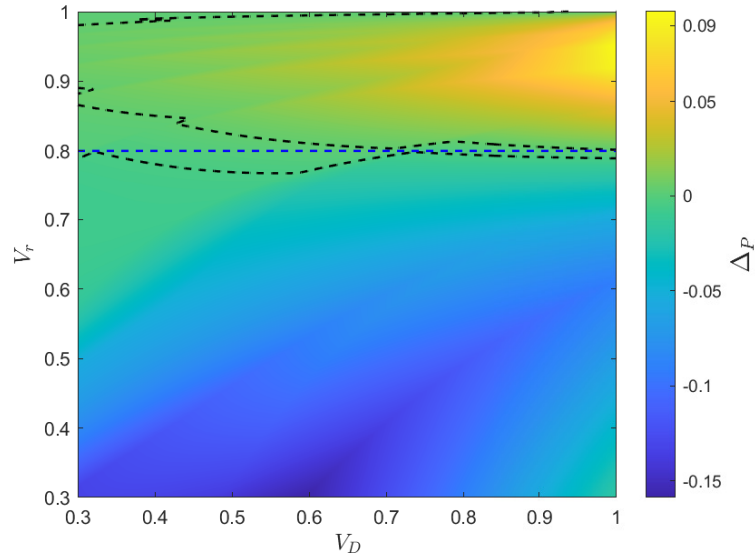
	$V_D = 0.3$			$V_D = 0.6$			$V_D = 0.8$			$V_D = 0.9$			$V_D = 0.98$		
V_r	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{EFD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{EFD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{EFD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{EFD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{EFD}}$	λ_{opt}
0.30	2	0.236	3.117	1	0.221	1.000	1	0.294	1.000	1	0.331	1.000	1	0.361	1.000
0.40	4	0.290	4.754	2	0.258	1.704	1	0.294	1.000	1	0.331	1.000	1	0.361	1.000
0.50	8	0.326	6.482	2	0.288	1.515	2	0.298	1.228	1	0.331	1.000	1	0.361	1.000
0.55	8	0.352	5.510	4	0.309	2.088	2	0.320	1.195	1	0.331	1.000	1	0.361	1.000
0.60	8	0.368	4.384	4	0.341	1.870	2	0.342	1.162	2	0.352	1.078	1	0.361	1.000
0.65	8	0.380	3.256	4	0.371	1.655	4	0.366	1.309	2	0.377	1.063	2	0.388	1.012
0.70	8	0.393	2.337	4	0.400	1.456	4	0.411	1.225	4	0.412	1.109	2	0.417	1.010
0.75	8	0.408	1.713	8	0.430	1.641	4	0.456	1.144	4	0.466	1.072	4	0.471	1.014
0.80	16	0.431	1.316	8	0.479	1.116	4	0.503	1.068	4	0.522	1.035	4	0.535	1.007
0.85	16	0.477	0.850	8	0.534	0.864	8	0.569	0.871	8	0.584	0.919	4	0.602	1.000
0.88	16	0.508	0.713	8	0.568	0.770	8	0.618	0.786	8	0.641	0.851	8	0.659	0.962
0.90	32	0.544	0.444	16	0.604	0.483	8	0.652	0.740	8	0.680	0.812	8	0.704	0.948
0.92	32	0.584	0.396	16	0.645	0.445	8	0.687	0.701	8	0.721	0.777	8	0.751	0.934
0.94	64	0.639	0.226	32	0.692	0.252	16	0.736	0.407	8	0.763	0.745	8	0.799	0.920
0.95	64	0.672	0.215	32	0.724	0.243	16	0.763	0.396	16	0.787	0.429	8	0.824	0.913
0.96	128	0.712	0.123	64	0.728	0.172	16	0.792	0.386	16	0.818	0.419	8	0.850	0.906
0.97	128	0.759	0.118	64	0.798	0.133	32	0.827	0.214	16	0.850	0.409	16	0.876	0.545
0.98	256	0.818	0.066	128	0.846	0.074	32	0.867	0.209	32	0.885	0.219	16	0.912	0.534
0.99	1024	0.892	0.021	256	0.908	0.040	128	0.920	0.064	64	0.930	0.117	16	0.949	0.525

legnagyobb értéke $\Delta_P = 0.089$ a $V_r = 0.95$ és $V_D = 0.98$ pontban. A maximális egyfoton-valószínűség értéke ugyanebben a pontban $P_{1,\max}^{\text{EFD}} = 0.824$, amely $N_{\text{opt}} = 8$ forrás multiplexelésével érhető el. Megjegyezném, hogy az ultragyors fotonrouterek

4.4. táblázat. *Küszöbdetektorokkal felszerelt, szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló optimalizált egyfotonforrások Poisson-eloszlást feltételezve a lekonverzió során. A $P_{1,\max}^{\text{KD}}$ maximális egyfoton-valószínűséget, az optimális működéshez szükséges multiplexelt források N_{opt} számát, valamint a keletkező fotonpárok λ_{opt} optimális átlagos számát különböző V_r routertranszmissziók és öt különböző V_D detektorhatásfok mellett tüntettem fel.*

	$V_D = 0.3$			$V_D = 0.6$			$V_D = 0.8$			$V_D = 0.9$			$V_D = 0.98$		
V_r	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{KD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{KD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{KD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{KD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{KD}}$	λ_{opt}
0.30	4	0.369	10.900	2	0.378	3.021	2	0.385	2.854	2	0.385	2.814	2	0.385	2.799
0.40	4	0.372	5.735	2	0.379	2.243	2	0.399	2.030	2	0.405	1.948	2	0.408	1.891
0.50	4	0.377	3.464	4	0.381	3.354	2	0.411	1.594	2	0.423	1.517	2	0.432	1.462
0.55	4	0.376	2.833	4	0.392	2.494	2	0.416	1.443	2	0.432	1.374	2	0.443	1.324
0.60	8	0.379	3.819	4	0.405	1.910	2	0.420	1.319	2	0.439	1.258	2	0.453	1.214
0.65	8	0.388	2.663	4	0.420	1.537	4	0.430	1.376	2	0.446	1.162	2	0.462	1.124
0.70	8	0.401	1.908	4	0.435	1.285	4	0.455	1.124	4	0.461	1.062	2	0.471	1.048
0.75	8	0.415	1.453	4	0.449	1.103	4	0.480	0.961	4	0.491	0.906	4	0.499	0.868
0.80	16	0.431	1.089	8	0.477	0.809	4	0.504	0.843	4	0.521	0.797	4	0.532	0.765
0.85	16	0.475	0.750	8	0.520	0.658	8	0.546	0.561	8	0.556	0.525	4	0.565	0.689
0.88	32	0.502	0.465	16	0.551	0.418	8	0.581	0.510	8	0.594	0.479	8	0.604	0.458
0.90	32	0.538	0.406	16	0.585	0.384	16	0.605	0.322	8	0.621	0.454	8	0.632	0.435
0.92	32	0.576	0.364	16	0.620	0.356	16	0.646	0.300	16	0.656	0.280	16	0.663	0.267
0.94	64	0.632	0.211	32	0.672	0.211	32	0.690	0.175	16	0.702	0.264	16	0.711	0.252
0.95	128	0.664	0.123	32	0.701	0.204	32	0.722	0.169	32	0.729	0.157	16	0.735	0.246
0.96	128	0.707	0.117	64	0.739	0.119	32	0.754	0.164	32	0.763	0.153	32	0.769	0.145
0.97	256	0.754	0.066	128	0.780	0.067	64	0.796	0.095	64	0.801	0.088	64	0.805	0.083
0.98	512	0.814	0.036	128	0.834	0.065	128	0.844	0.053	128	0.848	0.049	64	0.852	0.081
0.99	1024	0.890	0.020	512	0.901	0.020	256	0.907	0.029	256	0.909	0.027	256	0.911	0.025

esetében a $V_r = 0.95$ a jelenlegi kísérletekben a transzmissziós együttható legmagasabb elérhető értéke [64]. A 4.8. ábrán a szaggatott vonalakkal határolt tartományon $V_r \approx 0.8$ körül a kettő különböző detektorral felszerelt egyfotonforrás által



4.8. ábra. *Különböző detektorokkal felszerelt szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrásokkal elérhető egyfoton-valószínűségek $\Delta_P = P_{1,\max}^{\text{EFD}} - P_{1,\max}^{\text{KD}}$ különbsége a V_D detektorhatásfok és V_r routertranszmisszió függvényében, Poisson bemeneti fotonstatisztika mellett. A fekete szaggatott vonalakkal határolt régiókban ($V_r \approx 1$ és $V_r \approx 0.8$ körül) a különbségek abszolút értéke $|\Delta_P| < 0.004$.*

elérhető egyfoton-valószínűség egyenlőnek tekinthető, a különbségük abszolút értéke ezen a tartományon $|\Delta_P| < 0.004$, V_D értékétől függetlenül. A routertranszmissziók $0.3 \leq V_r \leq 0.78$ tartományán a küszöbdetektorokkal felszerelt egyfotonforrások magasabb valószínűséggel állítanak elő egyfotonállapotokat, mint az egyfotondetektorokkal felszerelt források. Ezen a tartományon tehát a fejlettebbnek mondható detektorok alkalmazása hátrányt jelent. Ennek a fizikai magyarázata az, hogy a routertranszmissziók alacsony értéke esetén a multiplexerbe belépő jelfotonok nagy valószínűséggel elvesznek az áthaladás során. Az optimális stratégia ezen a tartományon az, hogy egynél több jelfotont engedünk belépni a multiplexerbe. A szóban forgó tartományon a különbség legnagyobb értéke $|\Delta_P| = 0.158$ a $V_r = 0.3$ és $V_D = 0.59$ pontban.

Az eddig tárgyalt számításokat elvégeztem abban az esetben is, amikor a keletkező fotonpárok statisztikája termikus eloszlást követ. Az optimalizálás eredményeit termikus eloszlás esetén a 4.5. és a 4.6. táblázatok tartalmazzák. Az eredmények

szemléltetése érdekében a 4.9. ábra mutatja a $\Delta_P = P_{1,\max}^{\text{EFD}} - P_{1,\max}^{\text{KD}}$ különbség V_r routertranszmissziótól és V_D detektorhatásfoktól való függését termikus eloszlás esetén.

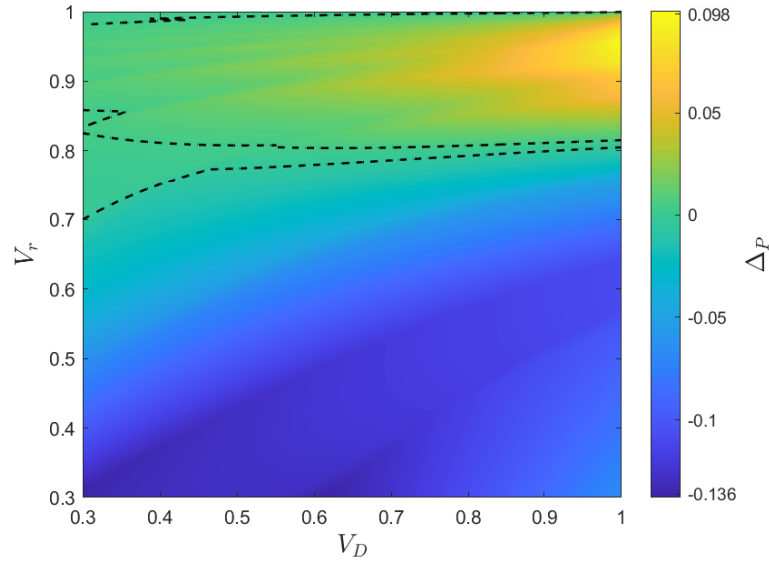
4.5. táblázat. *Egyfoton-detektorokkal felszerelt, szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló optimalizált egyfotonforrások termikus eloszlást feltételezve a lekonverzió során. A $P_{1,\max}^{\text{EFD}}$ maximális egyfoton-valószínűséget, az optimális működéshez szükséges multiplexelt források N_{opt} optimális számát, valamint a keletkező fotonpárok λ_{opt} optimális átlagos számát különböző V_r routertranszmissziók és öt különböző V_D detektorhatásfok mellett tüntetem fel.*

	$V_D = 0.3$			$V_D = 0.6$			$V_D = 0.8$			$V_D = 0.9$			$V_D = 0.98$		
V_r	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{EFD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{EFD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{EFD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{EFD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{EFD}}$	λ_{opt}
0.30	2	0.160	2.973	2	0.155	1.838	1	0.200	1.000	1	0.225	1.000	1	0.245	1.000
0.40	4	0.209	4.326	2	0.184	1.657	1	0.200	1.000	1	0.225	1.000	1	0.245	1.000
0.50	8	0.249	5.953	4	0.214	2.040	2	0.217	1.223	1	0.225	1.000	1	0.245	1.000
0.55	8	0.281	4.958	4	0.243	1.896	2	0.233	1.194	2	0.238	1.093	1	0.245	1.000
0.60	8	0.306	3.898	4	0.271	1.749	4	0.260	1.334	2	0.256	1.080	2	0.261	1.015
0.65	8	0.324	2.912	8	0.302	2.274	4	0.296	1.279	4	0.293	1.132	4	0.290	1.025
0.70	16	0.346	3.606	8	0.347	1.915	4	0.333	1.222	4	0.335	1.107	4	0.335	1.021
0.75	16	0.371	1.783	8	0.391	1.546	8	0.390	1.310	8	0.385	1.156	4	0.384	1.016
0.80	16	0.400	1.094	8	0.433	1.219	8	0.454	1.157	8	0.459	1.087	8	0.460	1.018
0.85	32	0.439	0.586	16	0.491	0.722	8	0.521	1.008	8	0.539	1.014	8	0.550	1.004
0.88	32	0.479	0.455	16	0.536	0.577	16	0.568	0.644	8	0.590	0.969	8	0.609	0.995
0.90	32	0.507	0.399	16	0.567	0.513	16	0.611	0.567	16	0.630	0.674	8	0.650	0.989
0.92	64	0.554	0.226	32	0.610	0.270	16	0.656	0.510	16	0.682	0.609	16	0.703	0.870
0.94	128	0.609	0.122	32	0.662	0.245	16	0.703	0.467	16	0.736	0.559	16	0.765	0.834
0.95	128	0.646	0.115	64	0.694	0.133	32	0.734	0.233	16	0.764	0.537	16	0.797	0.816
0.96	256	0.688	0.064	64	0.733	0.128	32	0.768	0.225	16	0.793	0.518	16	0.830	0.799
0.97	256	0.740	0.061	128	0.777	0.070	64	0.805	0.116	32	0.830	0.239	16	0.864	0.782
0.98	512	0.803	0.034	256	0.830	0.038	64	0.853	0.112	32	0.870	0.232	16	0.899	0.765
0.99	2048	0.884	0.010	512	0.900	0.020	256	0.911	0.032	128	0.921	0.061	32	0.941	0.313

4.6. táblázat. *Küszöbdetektorokkal felszerelt, szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló optimalizált egyfotonforrások termikus eloszlást feltételezve a lekonverzió során. A $P_{1,\max}^{\text{KD}}$ maximális egyfoton-valószínűséget, az optimális működéshez szükséges multiplexelt források N_{opt} optimális számát, valamint a keletkező fotonpárok λ_{opt} optimális átlagos számát különböző V_r routertranszmissziók és öt különböző V_D detektorhatásfok mellett tüntettem fel.*

	$V_D = 0.3$			$V_D = 0.6$			$V_D = 0.8$			$V_D = 0.9$			$V_D = 0.98$		
V_r	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{KD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{KD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{KD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{KD}}$	λ_{opt}	N_{opt}	$P_{1,\max}^{\text{KD}}$	λ_{opt}
0.30	4	0.296	7.856	2	0.290	2.751	2	0.306	2.550	2	0.311	2.475	2	0.314	2.424
0.40	4	0.306	4.263	4	0.308	4.060	2	0.313	1.907	2	0.323	1.837	2	0.329	1.787
0.50	8	0.310	4.779	4	0.331	2.357	4	0.332	2.260	4	0.331	2.239	2	0.341	1.424
0.55	8	0.322	3.259	4	0.341	1.904	4	0.348	1.772	4	0.349	1.727	4	0.350	1.699
0.60	8	0.333	2.352	4	0.350	1.581	4	0.364	1.440	4	0.368	1.388	4	0.370	1.352
0.65	8	0.343	1.795	4	0.357	1.339	4	0.379	1.206	4	0.387	1.154	4	0.391	1.117
0.70	8	0.350	1.424	8	0.378	1.136	4	0.394	1.032	4	0.405	0.984	4	0.412	0.950
0.75	16	0.371	1.095	8	0.404	0.874	8	0.416	0.778	4	0.423	0.856	4	0.433	0.827
0.80	16	0.398	0.793	8	0.431	0.706	8	0.454	0.618	8	0.462	0.585	8	0.467	0.561
0.85	32	0.436	0.470	16	0.477	0.427	8	0.493	0.515	8	0.507	0.487	8	0.516	0.468
0.88	32	0.472	0.383	16	0.512	0.370	16	0.536	0.316	16	0.545	0.297	16	0.551	0.283
0.90	64	0.502	0.232	32	0.544	0.224	16	0.567	0.292	16	0.579	0.274	16	0.587	0.262
0.92	64	0.547	0.203	32	0.587	0.203	32	0.607	0.170	32	0.614	0.159	16	0.624	0.244
0.94	128	0.603	0.113	64	0.640	0.114	32	0.658	0.157	32	0.669	0.147	32	0.676	0.140
0.95	128	0.639	0.107	64	0.673	0.109	64	0.691	0.091	64	0.698	0.084	32	0.706	0.135
0.96	256	0.683	0.061	128	0.713	0.062	64	0.729	0.087	64	0.737	0.081	64	0.742	0.077
0.97	512	0.734	0.034	128	0.760	0.060	128	0.774	0.049	128	0.779	0.045	64	0.784	0.075
0.98	512	0.798	0.032	256	0.819	0.033	256	0.828	0.027	128	0.832	0.044	128	0.837	0.042
0.99	2048	0.882	0.010	1024	0.892	0.010	512	0.898	0.015	512	0.901	0.014	512	0.902	0.013

Összevetve a Poisson-eloszláshoz tartozó 4.3. és 4.4. táblázatokban közölt értékeket a termikus eloszláshoz tartozó 4.5. és 4.6. táblázatokban közöltekkel, valamint a Poisson-eloszláshoz tartozó 4.8. és a termikus eloszláshoz tartozó 4.9. ábrákat,



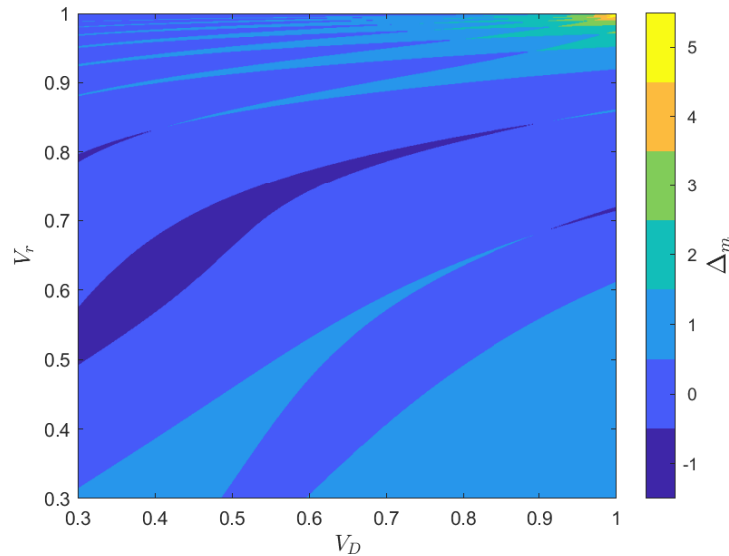
4.9. ábra. *Különböző detektorokkal felszerelt, szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrásokkal elérhető egyfoton-valószínűségek $\Delta_P = P_{1,\max}^{\text{EFD}} - P_{1,\max}^{\text{KD}}$ különbsége a V_D detektorhatásfok és V_r routertranszmisszió függvényében, termikus eloszlást feltételezve a lekonverzió során.*

megállapítható, hogy a Poisson-eloszlás esetén ismertetett kvalitatív tulajdonságok termikus eloszlást feltételezve is igazak maradnak. A különbségek pusztán kvantitatív jellegűek. Az elérhető egyfoton-valószínűségek mindig kisebbek, mint Poisson-eloszlás esetében. Az optimális működéshez szükséges multiplexelt egységek száma pedig néhány esetben azonos, de a veszteségi paraméterek legtöbb értéke mellett nagyobb, mint a Poisson-eloszlás feltételezése mellett. A korábban már említett $V_r = 0.95$ routertranszmisszió és $V_D = 0.98$ detektorhatásfok mellett termikus eloszlást feltételezve a maximális egyfoton-valószínűség értéke $P_{1,\max}^{\text{EFD}} = 0.797$, amelyet $N_{\text{opt}} = 16$ forrás multiplexelésével érhetünk el.

Amennyiben a detektorok hatásfoka közel egységnyi, és a routerek transzmissziója a $0.3 \leq V_r \leq 0.613$ tartományon vesz fel értéket, a $P_{1,\max}^{\text{EFD}}$ egyfoton-valószínűség értéke e^{-1} -hez tart, amely nem más, mint a Poisson-eloszláshoz tartozó maximális egyfoton-valószínűség értéke. Az említett tartományon $N_{\text{opt}} = 1$, azaz egyáltalán nem optimális a forrásokat ilyen paraméterek mellett multiplexelni. Az egyfoton-valószínűség maximális értéke egyszerűen az egyetlen valószínűségi forrással elér-

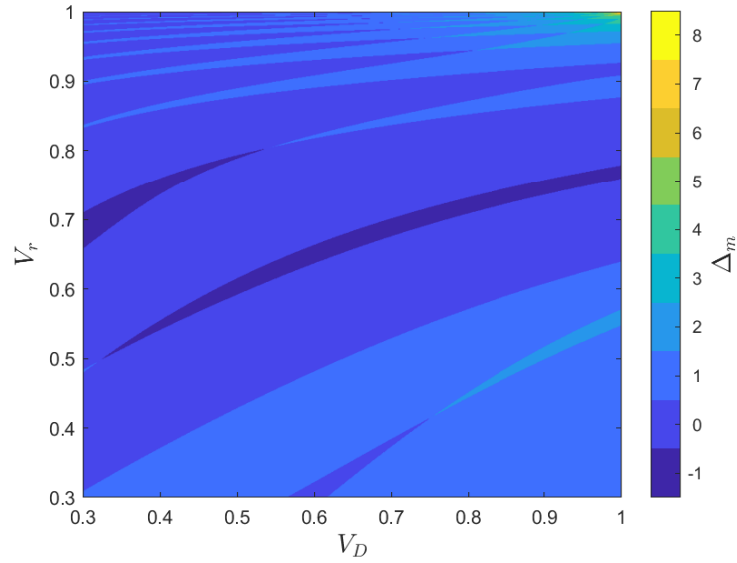
hető maximum értékhez tart. Ha ugyanezen a V_r tartományon a detektorok hatásfoka $V_D < 1$, akkor az elérhető egyfoton-valószínűség értékek mindig kisebbek e^{-1} értékénél. Termikus eloszlást feltételezve ugyanez a viselkedés megfigyelhető. Természetesen ebben az esetben, ha a V_D hatásfok 1-hez tart, a $P_{1,\max}^{\text{EFD}}$ maximális egyfoton-valószínűség az egyetlen forrás alkalmazása esetén termikus eloszlással elérhető egyfoton-valószínűség maximum értékéhez, azaz 25%-hoz tart. A routertranszmissziók azon tartománya, amikor ez a viselkedés megfigyelhető, $0.3 \leq V_r \leq 0.571$.

A 4.3-4.6. táblázatokban közölt adatokból az is kiderül, hogy a detektorok típusától függetlenül, alacsony detektorhatásfokok esetében a multiplexelt egységek optimális száma nagyobb, mint magas detektorhatásfokok esetén. A 4.10. ábrán



4.10. ábra. A routerszintek optimális számának $\Delta_m = m_{\text{opt}}^{\text{KD}} - m_{\text{opt}}^{\text{EFD}} = \log_2 N_{\text{opt}}^{\text{KD}} - \log_2 N_{\text{opt}}^{\text{EFD}}$ különbsége szimmetrikus térbeli multiplexerekben, küszöbdetektorok és egyfotondetektorok alkalmazása esetén, Poisson bemeneti fotonstatisztikát feltételezve.

a $\Delta_m = m_{\text{opt}}^{\text{KD}} - m_{\text{opt}}^{\text{EFD}} = \log_2 N_{\text{opt}}^{\text{KD}} - \log_2 N_{\text{opt}}^{\text{EFD}}$ különbséget ábrázoltam V_D detektorhatásfok és V_r routertranszmisszió függvényében, Poisson-eloszlást feltételezve. $m_{\text{opt}}^{\text{KD}}$ és $m_{\text{opt}}^{\text{EFD}}$ a térbeli multiplexerben az optimális működéshez szükséges routerek szintjeinek számát jelölik küszöb-, illetve egyfotondetektorok alkalmazása esetén. Az ábra alapján megállapítható, hogy a vizsgált paramétertartomány nagy részén az egyfotondetektorokkal működtetett szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló

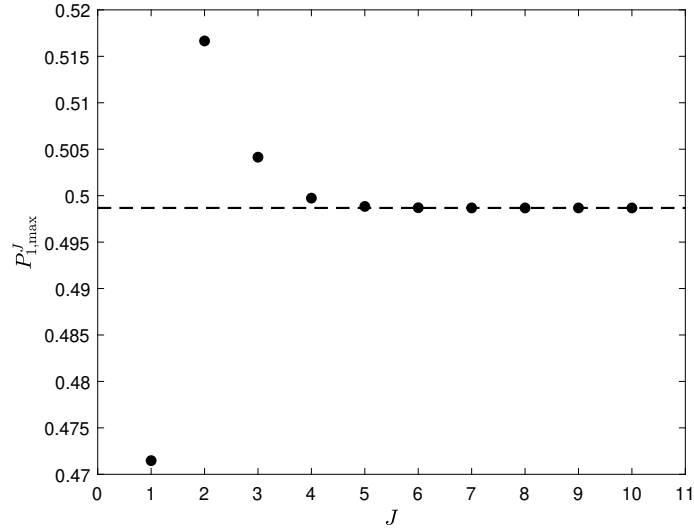


4.11. ábra. *A routerszintek optimális számának $\Delta_m = m_{\text{opt}}^{\text{KD}} - m_{\text{opt}}^{\text{EFD}} = \log_2 N_{\text{opt}}^{\text{KD}} - \log_2 N_{\text{opt}}^{\text{EFD}}$ különbsége szimmetrikus térbeli multiplexerekben, küszöbdetektorok és egyfotondetektorok alkalmazása esetén, termikus bemeneti fotonstatisztikát feltételezve.*

egyfotonforrások optimális rendszermérete kisebb vagy egyenlő, mint a nekik megfelelő küszöbdetektorokkal működtetett rendszerek optimális mérete. A fejlettebb detektorok alkalmazása egyes tartományokon tehát nemcsak magasabb egyfotonvalószínűséget eredményez, hanem a multiplexelt egységek optimális számát is alacsonyan tartja. Az egyfotonforrások kísérleti megvalósításának szempontjából ez mindenképpen fontos tulajdonság. A 4.11. ábrán ugyanezt a különbséget ábrázoltam abban az esetben, amikor a keletkező fotonpárok száma termikus eloszlást követ. Az ábráról látható, hogy az egyfotondetektorok alkalmazásának gyakorlati előnye termikus eloszlás esetén is fennáll.

4.2.2.2. Optimalizált detektálási stratégia

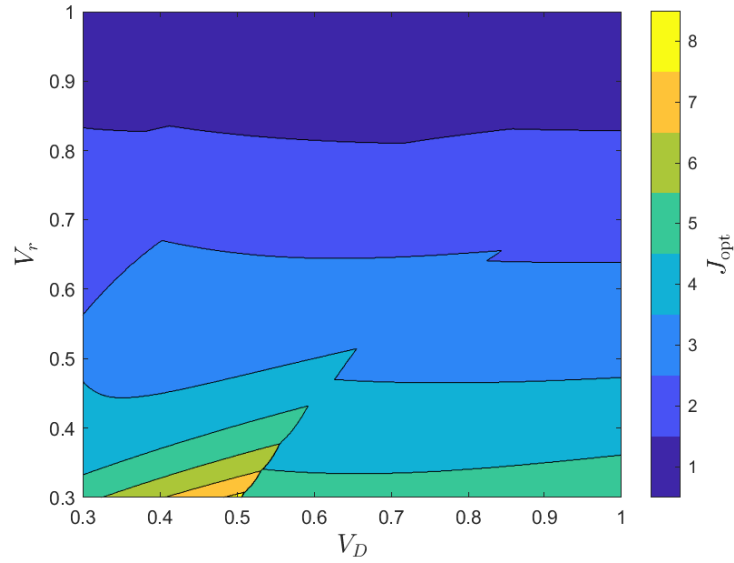
A következőkben a detektálási stratégia optimalizálásának eredményeit mutatom be. Tegyük fel, hogy a nemlineáris forrásokból érkező jelfotonokat csak abban az esetben engedjük belépni a multiplexerbe, ha a tétlen fotonok útjába helyezett fotonszámfeloldó detektorok által rögzített fotonszám egy előre meghatározott S halmaz eleme. Az S halmazzról feltesszük, hogy $S = \{1, 2, \dots, J\}$ alakú, ahol $J \leq J_b$. Ezáltal S ha-



4.12. ábra. $P_{1,\max}^J$ egyfoton-valószínűség a maximálisan beengedhető jelfotonok J számának függvényében. A vizsgált rendszer paramétereit: $V_r = 0.75$, $V_D = 0.98$, $V_b = 1$. A szaggatott vonal a küszöbdetektorok alkalmazásával elérhető egyfoton-valószínűséget jelöli. $J_{\text{opt}} = 2$ érték mellett az optimális detektálási stratégiát jelen esetben az $S = \{1, 2\}$ halmaz definiálja.

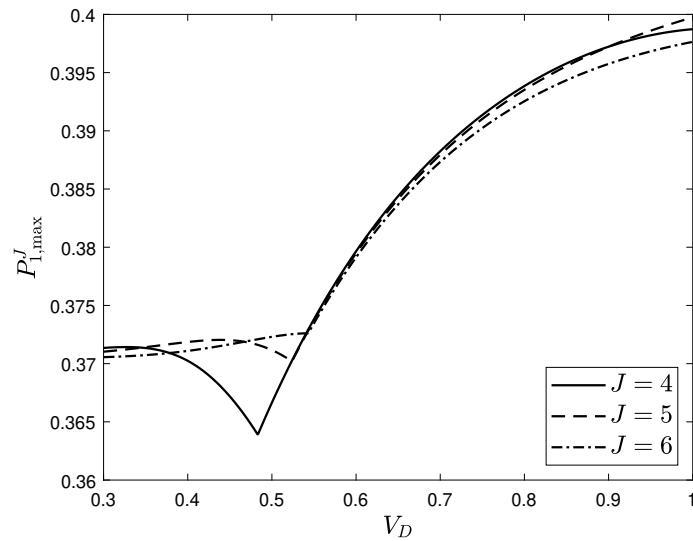
tárazza meg az alkalmazott detektálási stratégiát, S -t pedig egyértelműen definiálja J értéke.

Jelölje a maximálisan beengedhető jelfotonok optimális számát J_{opt} . Ennek értékét úgy határozzuk meg, hogy kiszámítjuk a $P_{1,\max}^J$ maximális egyfoton-valószínűségeket minden figyelembe vehető J érték mellett a vizsgált V_D és V_r tartományon. Az így kiszámított egyfoton-valószínűségek maximumához tartozó J érték lesz a maximálisan beengedhető jelfotonok J_{opt} optimális száma. Az imént elmondottakat szemlélteti a 4.12. ábra. Az ábrán vizsgált rendszerben a routerek transzmissziója $V_r = 0.75$, a fotonszámfeloldó detektorok hatásfoka pedig $V_D = 0.98$. A szaggatott vonal a küszöbdetektorok alkalmazásával elérhető egyfoton-valószínűséget jelöli ugyanebben a rendszerben. Látható, hogy az optimális detektálási stratégia ebben az esetben $S = \{1, 2\}$. Az ábra azt is jól mutatja, hogy ezek mellett a paraméterek mellett az $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ detektálási stratégia már a küszöbdetektorok alkalmazásával egyező egyfoton-valószínűséget eredményez. A 4.13. ábrán J_{opt} értékét ábrázoltam V_D detektorhatásfok és V_r routertranszmisszió függvényében. Látható, hogy a routerveszteségek növelésével J_{opt} értéke is növekszik, azaz az optimális detektálási



4.13. ábra. A maximálisan beengedhető jelfotonok J_{opt} optimális száma a V_D detektorhatásfok és V_r routertranszmisszió függvényében, Poisson bemeneti fotonstatisztikát feltételezve..

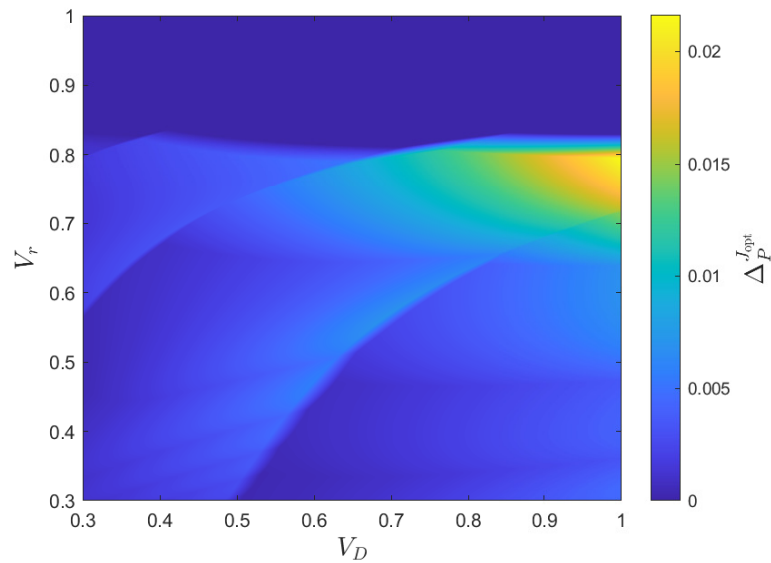
stratégia a növekvő veszteségekkel egyre inkább a küszöbdetektorok alkalmazása felé tolódik el.



4.14. ábra. $P_{1,\text{max}}^J$ egyfoton-valószínűség a V_D detektorhatásfok függvényében a J maximálisan beengedhető fotonszám különböző értékei mellett. A routertranszmisszió értéke a vizsgált rendszerben $V_r = 0.35$.

A 4.14. ábra J több értékére a maximális egyfoton-valószínűséget mutatja a de-

tektorhatásfok függvényében, rögzített $V_r = 0.35$ routertranszmisszió esetén. Az ábrán azon J értékekhez tartozó egyfoton-valószínűségek szerepelnek, amelyek a 4.13. ábrán $V_r = 0.35$ esetén megjelennek. Látható, hogy a különböző J értékekhez tartozó függvények metszik egymást, emiatt V_D változtatásával J_{opt} értéke is változik a 4.13. ábrán. Azok a csúcspontok, amelyek adott V_r és V_D értékek esetén jelennek meg a 4.13. ábrán, azokhoz az esetekhez tartoznak, amikor a J_{opt} és $J_{\text{opt}} + 1$ értékekhez tartozó egyfoton-valószínűségek függvényei érintik egymást. Érdekeség, hogy a 4.14. ábrán bemutatott függvények nem monotonok: bizonyos tartományokon az is előfordulhat, hogy a detektor hatásfokának növelésével az egyfoton-valószínűség csökken. Ennek az a fizikai magyarázata, hogy növekvő hatásfokkal a detektor egyre pontosabban határozza meg a beérkező fotonszámot, így a multiplexerbe belépő fotonok számát is egyre inkább limitálja, holott az optimális működéshez több fotonnak kellene bejutni a multiplexerbe. Így egy bizonyos V_D értéket elérve egy nagyobb J érték lesz optimális. További érdekesség a 4.14. ábrán, hogy az egyfoton-valószínűségek függvényei bizonyos V_D értékeknél megtörnek. Ezek a töréspontok N_{opt} értékének megváltozásához tartoznak. Az ábrázolt görbék első részén a multiplexelt egységek optimális száma $N_{\text{opt}} = 4$, míg a töréspont utáni részén $N_{\text{opt}} = 2$.

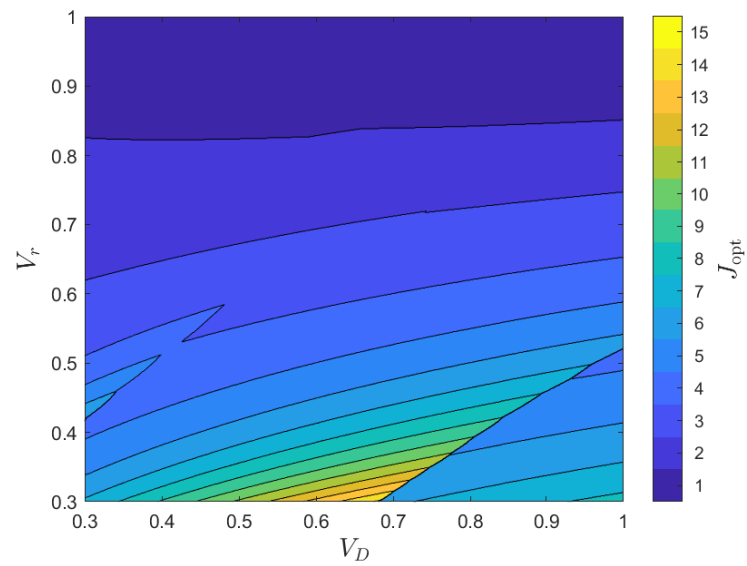


4.15. ábra. $\Delta P^{J_{\text{opt}}} = P_{1,\text{max}}^{J_{\text{opt}}} - \max(P_{1,\text{max}}^{\text{KD}}, P_{1,\text{max}}^{\text{EFD}})$ különbség a V_D detektorhatásfok és V_r routertranszmisszió függvényében, Poisson bemeneti fotonstatisztikát feltételezve.

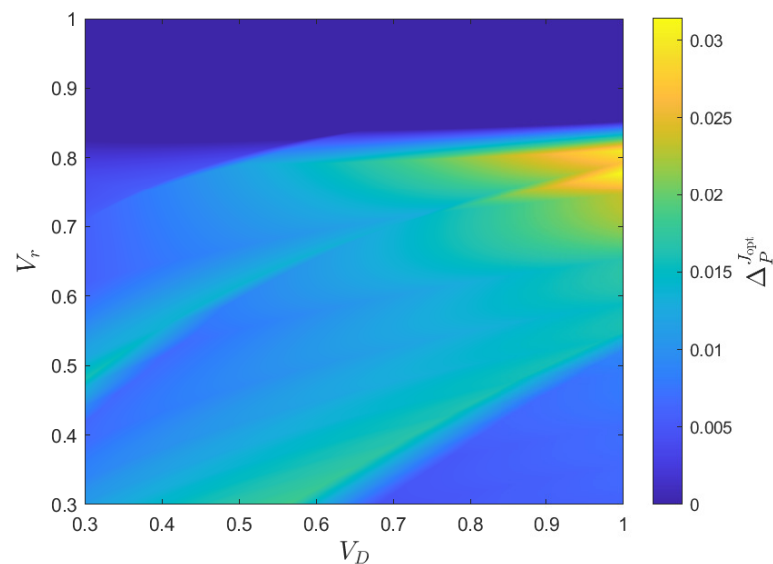
A 4.15. ábrán a $\Delta_P^{J_{\text{opt}}} = P_{1,\text{max}}^{J_{\text{opt}}} - \max(P_{1,\text{max}}^{\text{KD}}, P_{1,\text{max}}^{\text{EFD}})$ egyfoton-valószínűségek különbségét ábrázoltam a V_D detektorhatásfok és V_r routertranszmisszió függvényében. $P_{1,\text{max}}^{J_{\text{opt}}}$ az optimális detektálási stratégiával, $P_{1,\text{max}}^{\text{KD}}$ a küszöbdetektorokkal, $P_{1,\text{max}}^{\text{EFD}}$ pedig az egyfotondetektorokkal felszerelt egyfotonforrások maximális egyfoton-valószínűségét jelölik. Az ábra jól mutatja, hogy az optimális detektálási stratégia alkalmazása csak egy limitált ($0.65 \lesssim V_r \lesssim 0.8$, $0.7 \lesssim V_D$) paramétertartományon eredményez releváns növekedést az egyfoton-valószínűségben. Ezen a tartományon $J_{\text{opt}} = 2$, amely az $S = \{1, 2\}$ optimális detektálási stratégiát határozza meg. A legnagyobb különbség az egyfoton-valószínűségekben a $V_r = 0.795$ és $V_D = 1$ pontokban található, értéke $|\Delta_P| = 0.022$. Az imént meghatározott paraméterek kiegészítik azt a tartományt, amelyeken a fotonszámfeloldó detektorok alkalmazása előnyösebb, mint a küszöbdetektoroké.

Amennyiben Poisson-eloszlás helyett termikus eloszlást feltételezünk a párkeltés során, a 4.13. ábrán bemutatott karakterisztika kvalitatíve nem változik, ugyanúgy a nagyobb veszteségek felé haladva növekszik J_{opt} értéke, ahogy a 4.16. ábrán látható. A legmagasabb beengedhető fotonszám azonban itt magasabb, mint Poisson-eloszlás esetében. Ennek az az oka, hogy a termikus eloszlás jóval szélesebb, így nagyobb λ_{opt} átlagos bemenő fotonszám értékek esetén jóval magasabb fotonszámok keletkezésének a valószínűsége sem elhanyagolható. A 4.17. ábra mutatja $\Delta_P^{J_{\text{opt}}}$ értékét termikus eloszlás esetén. Látható, hogy jellegében megegyezik az ábra a Poisson-eloszlás esetén bemutatottal, ugyanakkor az egyfoton-valószínűségek különbsége nagyobb értékeket vesz fel. A legjelentősebb növekedés az egyfoton-valószínűségben ezúttal is az $S = \{1, 2\}$ detektálási stratégia esetén tapasztalható. Termikus eloszlás esetén az egyfoton-valószínűségek legnagyobb különbségére azt találtam, hogy $\Delta_P^{J_{\text{opt}}} = 0.032$, amely javulást az optimális detektálási stratégiával a $V_D = 1$ és $V_r = 0.779$ paramétereknél lehet elérni.

Végezetül megjegyzem, hogy az eddig tárgyalt detektálási stratégiáknál általánosabb, például $S = \{2\}$ vagy $S = \{2, 3\}$ detektálási stratégiákkal is elvégeztem a vizsgált rendszer optimalizációját. Ezekkel a detektálási stratégiákkal azonban az eddig tárgyaltaknál minden esetben szignifikánsan alacsonyabb egyfoton-valószínűségek



4.16. ábra. A maximálisan beengedhető jelfotonok J_{opt} optimális száma a V_D detektorhatásfok és V_r routertranszmisszió függvényében, termikus bemeneti fotonstatisztikát feltételezve.



4.17. ábra. $\Delta_P^{J_{\text{opt}}} = P_{1,\text{max}}^{J_{\text{opt}}} - \max(P_{1,\text{max}}^{\text{KD}}, P_{1,\text{max}}^{\text{EFD}})$ különbség a V_D detektorhatásfok és V_r routertranszmisszió függvényében, termikus bemeneti fotonstatisztikát feltételezve.

voltak elérhetőek.

4.2.2.3. Időbeli multiplexelés fotonszámfeloldó detektorokkal

A következőkben a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt, időbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrások optimalizálásával kapcsolatos eredményeimet ismertetem. A térbeli multiplexelés analíziséhez hasonlóan, itt is összehasonlítom a fotonszámfeloldó detektorokkal és a küszöbdetektorokkal működtetett rendszerek egyfotonvalószínűségeit, hogy képet kapjunk arról, mennyivel javítható a szóban forgó rendszerekkel elérhető egyfoton-valószínűség fejlettebb detektorok alkalmazása esetén. Az időbeli multiplexerek vizsgálata során azonban csak olyan veszteségi paramétereket veszek figyelembe, amelyek a jelenlegi kísérletekben a legjobbaknak mondhatók. Elsőként a tárolóhurok (*storage loop*) alapú időben multiplexelt forrásokat vizsgálom. Ezekben a rendszerekben az optimális működést úgy érik el, hogy az időben utoljára érkező fotont juttatják a kimenetre a veszteségek minimalizálása érdekében. Az n -edik multiplexelt időablakhoz tartozó teljes áthaladási valószínűség ebben az esetben a következőképpen számítható:

$$V_n = V_b V_c^n. \quad (4.40)$$

Az egyenletben V_b ismét a multiplexelt időablaktól független alaptranszmisszió, V_c pedig a hurok egyetlen körbejárásához tartozó transzmisszió. Ahogy azt az irodalmi áttekintésben már említettem, a szóban forgó rendszer kísérleti megvalósítását nemrég közölték [80]. A szerzők 66.7%-os egyfoton-valószínűségről számoltak be, amelyet 40 multiplexelt időablakkal értek el. A továbbiakban az optimalizáláshoz a hivatkozott cikkben közölt transzmissziós értékeket használom. A kísérletben a hurok körbejárásához tartozó transzmisszió értéke $V_c = 0.988$, az alaptranszmisszió értéke $V_b = 0.88$ volt. Ezekhez a paraméterekhez az $S = \{1\}$ detektálási stratégia az optimális választás. A 4.7. táblázat tartalmazza az optimalizálás eredményeit egyfotondetektorok és küszöbdetektorok alkalmazása esetén a detektorhatásfokok különböző értékeire. Az ismertett működési alapelv (utolsóként érkező foton kimenetre kapcsolása) miatt ezeknél a rendszereknél N_{opt} értéke nem egyértelmű, ugyanis N növelésével az elérhető egyfoton-valószínűség telítésbe megy. Az optimalizáció során

4.7. táblázat. *Különböző detektorokkal felszerelt, tárolóhurok alapú időbeli multiplexelésen alapuló optimalizált egyfotonforrások. A $P_{1,\max}$ maximális egyfotonvalószínűség értékek és a λ_{opt} optimális átlagos bemenő fotonszám értékek különböző V_D detektorhatásfokok, és a multiplexelt időablakok számának két különböző N értéke mellett szerepelnek. A hurok egyetlen körüjárásához tartozó transzmisszió értéke $V_c = 0.988$, az alaptranszmisszió értéke pedig $V_b = 0.88$.*

V_D	$P_{1,\max}^{\text{KD}}$	N	$\lambda_{\text{opt}}^{\text{KD}}$	$P_{1,\max}^{\text{EFD}}$	N	$\lambda_{\text{opt}}^{\text{EFD}}$
0.60	0.732	40	0.210	0.762	40	0.267
0.60	0.737	100	0.186	0.764	100	0.248
0.80	0.759	40	0.186	0.803	40	0.307
0.80	0.761	100	0.174	0.803	100	0.303
0.85	0.765	40	0.183	0.814	40	0.340
0.90	0.770	40	0.180	0.826	40	0.398
0.90	0.771	100	0.171	0.826	100	0.397
0.95	0.775	40	0.177	0.840	40	0.522
0.95	0.776	100	0.170	0.840	100	0.522
0.96	0.776	40	0.177	0.844	40	0.567
0.97	0.777	40	0.177	0.848	40	0.625
0.98	0.778	40	0.176	0.852	40	0.706
0.98	0.779	100	0.169	0.852	100	0.706

a hivatkozott cikkben megvalósított $N = 40$ időablakot vettem figyelembe. A telítődés szemléltetése érdekében feltüntettem az optimalizálás eredményeit $N = 100$ időablak esetén is. A táblázatban közölt eredményekből látszik, hogy a vizsgált rendszert egyfotondetektorokkal működtetve érhető el magasabb egyfotonvalószínűség a vizsgált paraméterek mellett. Magasabb detektorhatásfokok esetén az egyfotonvalószínűségek közötti különbség is nagyobb. A 4.7. táblázatban közölt értékeket Poisson-eloszlást feltételezve számítottam ki annak érdekében, hogy az optimalizálás eredménye összevethető legyen a korábbi szakaszban közölt, térbeli multiplexelésre

vonatkozó eredményekkel. A hivatkozott kísérleti cikkben a szerzők erős spektrális szűrést alkalmaztak, így kiszámítottam az elérhető egyfoton-valószínűséget termikus eloszlást feltételezve, $N = 40$ időablak és a cikkben közölt $V_D = 0.6$ detektorhatásfok mellett. Az elérhető egyfoton-valószínűség ezekkel a paraméterekkel $P_{1,\max}^{\text{EFD}} = 0.713$. A közleményben a fotonszámfeloldó detektor azonban térben multiplexelt küszöbde-
 detektorokból volt megvalósítva. Ugyanez az elrendezés, mikrokaloriméteren alapuló fotonszámfeloldó detektorral, $V_D = 0.98$ detektorhatásfok és $N = 100$ multiplexelt időablak esetén az optimalizálás alapján $P_{1,\max}^{\text{EFD}} = 0.829$ valószínűséggel bocsát ki egyfotonállapotokat.

4.8. táblázat. *Különböző detektorokkal felszerelt, bináris időbeli multiplexelésen alapuló optimalizált egyfotonforrások. A $P_{1,\max}$ maximális egyfoton-valószínűség értékek, az optimális működéshez szükséges multiplexelt egységek N_{opt} száma és a λ_{opt} optimális átlagos fotonszám különböző V_D detektorhatásfokok és rögzített veszteségi paraméterek mellett szerepelnek: A polarizációs nyalábosztók transzmissziós és reflexiós együtthatói rendre $V_t = 0.97$ és $V_{re} = 0.996$, a terjedési veszteséget jellemző transzmisszió $V_p = 0.95$, az alaptranszmisszió értéke pedig $V_b = 0.996$.*

V_D	$P_{1,\max}^{\text{KD}}$	$N_{\text{opt}}^{\text{KD}}$	$\lambda_{\text{opt}}^{\text{KD}}$	$P_{1,\max}^{\text{EFD}}$	$N_{\text{opt}}^{\text{EFD}}$	$\lambda_{\text{opt}}^{\text{EFD}}$
0.60	0.838	256	0.042	0.849	128	0.080
0.80	0.847	128	0.058	0.868	64	0.130
0.85	0.849	128	0.056	0.874	32	0.226
0.90	0.851	128	0.054	0.883	32	0.241
0.95	0.853	128	0.053	0.895	16	0.481
0.96	0.853	128	0.053	0.898	16	0.506
0.97	0.854	128	0.052	0.902	16	0.542
0.98	0.854	128	0.052	0.907	16	0.600

Végezetül áttérek a 4.1. szakaszban már vizsgált hagyományos optikai elemekből felépített bináris időbeli multiplexer optimalizálására. Ebben az esetben is a kísérletileg elérhető legmagasabb veszteségi paraméterek mellett végeztem el az op-

timalizációt. A polarizációs nyálábosztó kockák reflexiós és transzmissziós együtthatóinak rendre a $V_{re} = 0.996$ és $V_t = 0.97$ értékeket vettem alapul. A terjedési veszteséget jellemző transzmisszió értéke $V_p = 0.95$. Az optimalizálás eredményeit a 4.8. táblázat tartalmazza. Ezúttal is összehasonlítottam a küszöbdetektorokkal és egyfotondetektorokkal elérhető egyfoton-valószínűségeket.

Hasonlóan a tárolóhurok alapú rendszerhez, azt találtam, hogy a felsorolt veszteségi paraméterek mellett ebben az esetben is az $S = \{1\}$ az optimális detektálási stratégia. A táblázat eredményeiből jól látszik, hogy egyfotondetektorok alkalmazásával egyértelműen javítható a forrás egyfoton-valószínűsége. A detektorhatásfok növelésével a két különböző detektorral elérhető egyfoton-valószínűségek különbsége is növekszik az előző rendszerhez hasonlóan. Jól látszik az eredményekből, hogy a rendszerekben egyfotondetektorokat alkalmazva a multiplexelt időablakok N_{opt} optimális értéke magas detektorhatásfok esetén jóval alacsonyabb, mint küszöbdetektorokat alkalmazva. Ahogy ezt már korábban említettem, emiatt egyfotondetektorokat alkalmazva az egyfotonforrások ismétlési frekvenciája növelhető.

Az eddig közölt eredményekből kiderül, hogy a jelenlegi kísérletekben elérhető legjobb veszteségi paraméterek mellett a bináris időbeli multiplexerrel érhető el a legmagasabb egyfoton-valószínűség, amelynek értéke Poisson-eloszlást feltételezve $P_{1,\text{max}}^{\text{EFD}} = 0.907$. Termikus eloszlást feltételezve ez a valószínűség $P_{1,\text{max}}^{\text{EFD}} = 0.842$ értékre csökken.

5. fejezet

Összefoglalás

A disszertációban a multiplexelésen alapuló periodikus egyfotonforrások optimalizálásával kapcsolatos eredményeimet foglaltam össze. Elsőként a térbeli és időbeli multiplexelést egy rendszeren belül alkalmazó kombinált multiplexeléssel foglalkoztam. Erre az eljárásra javasoltam egy lehetséges elrendezést, amelyben az időbeli multiplexerek kimenetei kerülnek egy térbeli multiplexer bemeneteire. A sémában sem a térbeli, sem az időbeli multiplexerekre nem vonatkozik kikötés, az említett berendezések irodalomból ismert összes változata kombinálható a javasolt rendszeren belül. Kidolgoztam az általam javasolt kombinált multiplexelésen alapuló egyfotonforrások statisztikai leírását, amelyben valamennyi lehetséges veszteségi mechanizmust figyelembe vettem. Az elméleti modell segítségével az említett rendszerek rögzített veszteségi paraméterek mellett optimalizálhatók úgy, hogy az egyfoton-állapotok kibocsátási valószínűsége maximális legyen. Az optimalizálás során egyrészt a nemlineáris forrásokban keletkező fotonpárok λ_{opt} optimális átlagos számát, másrészt az optimális rendszerméretet, azaz a térben multiplexelt időbeli multiplexerek optimális M_{opt} számát, valamint a multiplexelt időablakok N_{opt} optimális számát határoztam meg. A disszertációban a bináris időbeli multiplexerek térbeli multiplexelésén alapuló egyfotonforrásokat optimalizáltam. A döntésemet az motíválta, hogy a szakirodalom alapján az említett időbeli multiplexerekkel érhető el a legmagasabb egyfoton-valószínűség. A számításaimat kísérletileg elérhető veszteségi paraméterek feltételezésével végeztem. Az eredményekből levonható az a követ-

keztetés, hogy amennyiben a térbeli vagy időbeli multiplexer egyikével, optimális működés mellett magasabb egyfoton-valószínűség érhető el, kettejük kombinációja csak az alacsonyabb egyfoton-valószínűséggel bíró berendezéshez képest eredményez javulást. Amennyiben a két rendszer önállóan alkalmazva közel egyenlő valószínűséggel generál egyfoton-állapotokat, akkor a kombináció csak néhány speciális esetben eredményezhet javulást. Mindemellett fontos megjegyezni, hogy a kombinált rendszerekkel általában jóval magasabb egyfoton-valószínűség érhető el, mint az optimális rendszer méret alatt működtetett térbeli és időbeli multiplexerekkel külön-külön. A multiplexelt egyfotonforrások gyakorlati megvalósítása szempontjából ez fontos eredmény, ugyanis az optimális működéshez szükséges multiplexelt egységek száma sok esetben irreálisan nagy. A két különböző multiplexelés kombinálásával csökkenthető az alkalmazott nemlineáris források és detektorok száma, másrészt növelhető az egyfotonforrás ismétlési frekvenciája. Az említett rendszerek a kísérletek szempontjából így egyértelműen előnyösek.

A kutatómunka során megvizsgáltam annak a lehetőségét is, hogy fotonszámfeloldó detektorok alkalmazásával növelhető-e a multiplexelt egyfotonforrások egyfoton-valószínűsége. Megadtam a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt multiplexelt egyfotonforrások általános matematikai modelljét, amelyben a lehetséges veszteségek mellett figyelembe vettem az említett detektorokkal megvalósítható detektálási stratégiát is. Ezzel a stratégiával rögzíthető, hogy mennyi tétlen foton regisztrálásával léphessenek be a jelfotonok a multiplexelő rendszerbe. A matematikai modell speciális esetként a küszöbdetektorokkal felszerelt egyfotonforrások elméleti leírását is tartalmazza. A modell segítségével az egyfotonforrások rögzített veszteségi paraméterek mellett optimalizálhatók. Ebben az esetben a már említett rendszer méret és átlagos fotonszám mellett a detektálási stratégia is megjelenik, mint az optimalizálás egy további változója. Elsőként a küszöbdetektorokkal, valamint az egyfoton-detektorokkal felszerelt egyfotonforrásokat hasonlítottam össze az elérhető maximális egyfoton-valószínűségek szerint. Az optimalizálást széles paramétertartományon végeztem. A közölt eredmények alapján megállapítható, hogy alacsony veszteségek esetén, az alkalmazott detektorok hatásfokától függetlenül, az egyfoton-

detektorokkal felszerelt forrásokkal szignifikánsan magasabb egyfoton-valószínűség érhető el. További gyakorlati előnye a szóban forgó detektoroknak, hogy alkalmazásukkal az optimális működést jóval kevesebb nemlineáris forrás/időablak multiplexelésével lehet elérni. Az eredményekből az is kiderül, hogy nagyobb veszteségek mellett a küszöbdetektorok alkalmazása javasolt. Az optimalizálást kettő különböző fotonstatisztika feltételezésével is elvégeztem, az eddig elmondott jellegzetességek mindkét esetben azonosak voltak. Ezután meghatároztam az optimális detektálási stratégiát, azaz a maximálisan a rendszerbe beengedhető fotonok számát a teljes paramétertartományon. Ennek segítségével kibővítettem azt a tartományt, amelyen a fotonszámfeloldó detektorok alkalmazása előnyösebb a fotonforrásokban. A kutatás utolsó szakaszában fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt időbeli multiplexereket optimalizáltam. A közölt eredményekből kiderül, hogy a kísérletileg elérhető veszteségi paraméterek mellett az említett detektorokkal felszerelt bináris időbeli multiplexer rendelkezik a legjobb egyfoton-valószínűséggel, melynek értéke $P_{1,\max}^{\text{EFD}} = 0.907$. A magas egyfoton-valószínűség mellett további előnye az optimalizált forrásnak, hogy esetében több foton kibocsátásának a valószínűsége mindössze 1%. A lehetséges felhasználás tekintetében a forrás így ideális jelölt lehet kvantumkulcsszétosztás protokollokban. A termikus eloszlás esetében elérhető $P_{1,\max} = 0.842$ egyfoton-valószínűség pedig az irodalmi áttekintésben említett KLM protokoll implementálásában teszi ígéretes jelöltté az optimalizált egyfotonforrást.

Tézisek

1. Kombinált multiplexelésen alapuló periodikus egyfotonforrást javasoltam, amelyben az időbeli multiplexerek kimenetei a térbeli multiplexer bemeneteire kerülnek. Kidolgoztam a javasolt rendszer teljes statisztikai leírását, amelyben minden lényeges veszteséget figyelembe vettem. A statisztikai modell segítségével a kombinált multiplexelésen alapuló egyfotonforrások optimalizálhatók úgy, hogy az egyfotonállapotok kibocsátásának valószínűsége maximális legyen. [S1,E1]

2. Kísérletileg megvalósítható paraméterek mellett optimalizáltam az általam javasolt kombinált multiplexelésen alapuló periodikus egyfotonforrást. Meghatároztam azt a rendszerméretet és átlagos bemenő fotonszámot, amely mellett az egyfoton-valószínűség maximális. Megmutattam, hogy a maximális egyfoton-valószínűség csak bizonyos speciális esetekben növelhető a különböző multiplexelő rendszerek kombinálásával. Megmutattam, hogy a kombinált multiplexerekkel a maximális egyfoton-valószínűség értékének megtartása mellett csökkenthető az alkalmazott nemlineáris források száma, és növelhető a forrás ismétlési frekvenciája. [S1,E1]
3. Általános statisztikai modellt dolgoztam ki a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt, térbeli és időbeli multiplexelésen alapuló periodikus egyfotonforrások leírására. A modell a rendszerek minden lényeges veszteségét figyelembe veszi, és lehetővé teszi a fotonszámfeloldó detektorokkal megvalósítható detektálási stratégiák elemzését is. A statisztikai modell segítségével a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt periodikus egyfotonforrások optimalizálhatók úgy, hogy az egyfotonállapotok kibocsátásának valószínűsége maximális legyen. [S2,P1,P2,P3]
4. Optimalizáltam a fotonszámfeloldó detektorokat tartalmazó szimmetrikus térbeli multiplexelésen alapuló egyfotonforrásokat széles paramétertartományon termikus és Poisson bemenő fotonstatisztikát feltételezve. Meghatároztam a veszteségi paraméterek azon tartományát, amelyen a fotonszámfeloldó detektorok alkalmazása szignifikánsan javítja az elérhető egyfoton-valószínűséget. Megmutattam, hogy fotonszámfeloldó detektorokat használva általában kevesebb multiplexelt egységgel érhető el az optimális működés, mint küszöbdetektorok használata esetén. A teljes vizsgált veszteségi paramétertartományon meghatároztam a fotonszámfeloldó detektorokkal megvalósítható optimális detektálási stratégiát. [S2,P1,P2,P3]
5. Kísérletileg megvalósítható paraméterek mellett optimalizáltam a tárolóhurok alapú, illetve a bináris időbeli multiplexelésen alapuló periodikus egyfoton-

forrásokat. Meghatároztam a multiplexelt időablakok és a bemenő átlagos fotonszám azon értékét, amellyel a rendszerrel elérhető egyfoton-valószínűség maximális lesz. Megmutattam, hogy a fotonszámfeloldó detektorokkal felszerelt bináris időbeli multiplexelésen alapuló optimalizált periodikus egyfotonforrással érhető el a legmagasabb egyfoton-valószínűség. [S2,P1,P2,P3]

6. fejezet

Summary

In this work I presented my research results regarding the optimization of multiplexed periodic single-photon sources. I proposed a scheme in which spatial and temporal multiplexing can be combined in a single setup by spatially multiplexing the outputs of several time-multiplexed sources. The types of spatial and time multiplexers are not specified, any known schemes from the literature can be combined in the proposed setup. I presented a statistical framework which is capable of describing the proposed single-photon source based on combined multiplexing. In the presented mathematical model all the relevant loss mechanisms are taken into consideration. With the presented mathematical framework, the proposed combined multiplexing based single-photon source can be optimized in order to achieve maximal single-photon probability. With the optimization process the optimal input mean photon number λ_{opt} , the optimal number of spatially multiplexed time multiplexers M_{opt} , and the optimal number of multiplexed time windows N_{opt} are determined. I carried out the optimization of single-photon sources based on spatially multiplexed binary time multiplexers. This idea was motivated by the fact that single-photon sources based on binary time multiplexing can have the highest single-photon probabilities among all multiplexed single-photon sources. The optimization was carried out by assuming experimentally feasible loss parameters. Based on the presented results, if either the spatially or the time-multiplexed source outperforms the other one as a standalone system, the combination of them only enhances the

performance of the one with the lower single-photon probability. If the spatially and time-multiplexed sources have similar performances, then in some special cases the combination of them can yield a slight improvement in the single-photon probability. Single-photon sources based on combined multiplexing, however, achieve higher single-photon probabilities than the suboptimal use of standalone spatially or time-multiplexed sources. This is an important feature of combined multiplexing regarding the experimental realization of multiplexed single-photon sources. The optimal number of multiplexed units in standalone systems is unreasonable in many cases. With the application of combined multiplexing the number of required nonlinear sources and the time period of the single-photon source can be kept low, while maintaining a high single-photon probability.

I also considered multiplexed single-photon sources operated with photon-number-resolving detectors. I developed a general mathematical framework of spatially or time-multiplexed single-photon sources operated with photon-number-resolving detectors. The mathematical description takes into account all the relevant loss mechanisms, as well as the detection strategy which can be realized only by photon-number-resolving detectors. With the presented mathematical framework single-photon sources operated with photon-number-resolving detectors can be optimized in order to achieve maximal single-photon probability. I optimized single-photon sources based on symmetric spatial multiplexing operated with threshold and photon-number-resolving detectors, assuming Poissonian and thermal input photon statistics. I carried out the optimization over a broad range of loss parameters and determined the region where sources operated with photon-number-resolving detectors outperform sources with threshold detectors. It was found that the optimal number of multiplexed units is either the same or less in case of sources operated with photon-number-resolving detectors compared to the case of threshold detectors. This is an important feature of the application of more advanced detectors regarding the experimental realization of such sources. I determined the optimal detection strategy over the whole range of the considered loss parameters. The optimal detection strategy is the maximal number of detected photons, for which the corres-

ponding signal photons can enter the multiplexer. In the last part of my research I considered time multiplexed single-photon sources operated with photon-number-resolving detectors. It was found that sources based on binary time multiplexing operated with state-of-the-art photon-number-resolving detectors can have single-photon probabilities as high as $P_{1,\text{opt}}^{\text{SPD}} = 0.907$, which is the highest value among all presented results. Another feature of the optimized single-photon source is the low (1%) probability of generating multiple photons, which makes it a promising candidate for implementing secure quantum key distribution protocols. The single-photon probability $P_{1,\text{max}} = 0.842$ achieved by assuming thermal photon statistics on the other hand makes the source a promising candidate in the implementation of the KLM protocol.

New Scientific Results

1. I have proposed a scheme of a periodic single-photon source based on combined multiplexing, where the outputs of several time multiplexers are spatially multiplexed. I have developed a statistical description of single-photon sources based on the proposed combined multiplexing scheme in which all relevant loss mechanisms are taken into consideration. The proposed single-photon source based on combined multiplexing can be optimized with the statistical model in order to achieve maximal single-photon probability. [S1,E1]
2. I have carried out the optimization of the proposed single-photon source based on combined multiplexing assuming experimentally feasible loss parameters. I have determined the optimal system size and the optimal number of input mean photon number for which the single-photon probability is maximal. I have shown that the maximal single-photon probability of optimized standalone spatially or time-multiplexed sources can only be enhanced in rather special cases, when combined multiplexing is applied. I have also shown that the number of multiplexed time windows and the number of multiplexed non-linear sources can be reduced via the application of combined multiplexing,

while maintaining a relatively high single-photon probability. [S1,E1]

- 3.** I have developed a general statistical description of multiplexed periodic single-photon sources operated with photon-number-resolving detectors. The model includes all relevant loss mechanisms. All possible detection strategies that can be realized only by photon-number-resolving detectors can be analyzed with the proposed statistical description. With the presented mathematical framework, multiplexed single-photon sources with photon-number-resolving detectors can be optimized in order to achieve maximal single-photon probability. [S2,P1,P2,P3]
- 4.** I have optimized single-photon sources based on symmetric spatial multiplexing operated with photon-number-resolving detectors over a broad range of parameters assuming Poissonian and thermal input photon statistics. I have determined the range of parameters where single-photon sources operated with photon-number-resolving detectors outperform single-photon sources with threshold detectors. I have shown that higher single-photon probabilities are achievable with either the same or less multiplexed units when the sources are operated with photon-number-resolving detectors regardless of the input photon statistics. I have determined the optimal detection strategy over the whole parameter range under consideration for both photon statistics. [S2,P1,P2,P3]
- 5.** I have carried out the optimization of storage loop based and binary time multiplexing based time-multiplexed single-photon sources operated with photon-number-resolving detectors. I have found that the optimized binary time multiplexing based single-photon source can achieve the highest single-photon probability among all presented results. [S2,P1,P2,P3]

Publikációk jegyzéke

Az értekezéshez kapcsolódó saját publikációk

Referált folyóiratban megjelent publikációk

S1 **Ferenc Bodog**, Peter Adam, Matyas Mechler, Imre Santa, Mátyás Koniorczyk, *Optimization of periodic single-photon sources based on combined multiplexing*, Phys. Rev. A, **94**, 033853, (2016)

S2 **Ferenc Bodog**, Matyas Mechler, Mátyás Koniorczyk, Peter Adam, *Optimization of multiplexed single-photon sources operated with photon-number-resolving detectors*, Phys. Rev. A (2020) **publikálásra befogadva**

Előadások

E1 **Ferenc Bodog**, Peter Adam, Matyas Mechler, Imre Santa, and Matyas Koniorczyk *Optimization of periodic single-photon sources based on combined multiplexing*, 5th Work Meeting on Quantum Optics & Information 28-29. April 2017, Pécs, Hungary (2017)

Poszterek

P1 **Ferenc Bodog**, Peter Adam, Matyas Mechler, *Analysis of multiplexed single-photon sources operated with photon-number-resolving detectors*, 24th Central European Workshop on Quantum Optics 26-30 June 2017, Kongens Lyngby, Denmark (2017)

P2 **Ferenc Bodog**, Matyas Mechler, Peter Adam, *Enhancing the performance of multiplexed single-photon sources with photon-number-resolving detectors*, Quantum Optics IX 17 - 23.09.2017, Gdańsk, Poland (2017)

P3 **Ferenc Bodog**, Matyas Mechler, Peter Adam, *Enhancing the expected single-photon probability of multiplexed single-photon sources via optimized detection strategy*, „Kvantumelektronika 2018: VIII. Szimpózium a hazai kvantumelektronikai kutatások eredményeiről”, 2018. június 15., Budapest (2018)

Egyéb publikációk

K1 **Ferenc Bodog**, Matyas Mechler, Peter Adam, *Enhancing the performance of spatially multiplexed single-photon sources with optimized heralding strategy*, 25th Central European Workshop on Quantum Optics, 21-25 May, University of the Balearic Islands, Spain (2018)

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretném megköszönni Ádám Péternek a témavezetésem során nyújtott szakmai segítséget és számtalan tanácsot. Köszönettel tartozom továbbá Mechler Mátyásnak, akihez a munkám során mindig fordulhattam segítségért, legyen szó programozásról, elméleti kérdésekről, vagy a disszertáció tüzetes átolvasásáról. Szeretnék köszönetet mondani további szerzőtársaimnak, Sánta Imrének és Koniorczyk Mátyásnak a közös munkáért. Köszönöm továbbá Molnár Emesének és Mogyorósi Gábornak a közös munkát.

Hálával tartozom továbbá szüleimnek és testvéremnek, akik a sok év alatt önzetlenül, szüntelenül támogattak.

Irodalomjegyzék

- [1] A. Yariv, *Quantum Electronics*, 3. kiad. (John Wiley & Son, 1989), 676. old.
- [2] L. Mandel és E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press, 1995. szept.).
- [3] Yuen-Ron Shen, *Principles of Nonlinear Optics*, 1. kiad. (Wiley-Interscience, 2002).
- [4] D. Walls és G. J. Milburn, szerk., *Quantum Optics* (Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2008).
- [5] J. Garrison és R. Chiao, *Quantum Optics* (Oxford University Press, 2008. jún.).
- [6] A. Christ, B. Brecht, W. Mauere és C. Silberhorn, *New J. Phys.* **15**, 053038 (2013).
- [7] A. Christ, C. Lupo, M. Reichelt, T. Meier és C. Silberhorn, *Phys. Rev. A* **90**, 023823 (2014).
- [8] M. Benedict, *Kvantumelektrodinamika és Kvantumoptika* (Szegei Tudományegyetem, Természettudományi és Informatikai Kar, 2015), 166. old.
- [9] S. Barnett és P. Radmore, *Methods in Theoretical Quantum Optics* (Oxford University Press, 2002. nov.).
- [10] A. Christ és C. Silberhorn, *Phys. Rev. A* **85**, 023829 (2012).
- [11] M. A. Nielsen és I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, 2010).
- [12] P. Kok és B. W. Lovett, *Introduction to optical quantum information processing* (Cambridge university press, 2010).

- [13] M. G. Paris, Eur. Phys. J-Spec. Top. **203**, 61 (2012).
- [14] C. Gerry és P. Knight, *Introductory Quantum Optics* (Cambridge University Press, 2004).
- [15] M. D. Eisaman, J. Fan, A. Migdall és S. V. Polyakov, Rev. Sci. Instrum. **82**, 071101 (2011).
- [16] J. McKeever, A. Boca, A. Boozer, R. Miller, J. Buck, A. Kuzmich és H. Kimble, Science **303**, 1992 (2004).
- [17] M. Hijlkema, B. Weber, H. P. Specht, S. C. Webster, A. Kuhn és G. Rempe, Nat. Phys. **3**, 253 (2007).
- [18] M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange és H. Walther, Nature **431**, 1075 (2004).
- [19] B. Lounis és W. E. Moerner, Nature **407**, 491 (2000).
- [20] R. Lettow, Y. Rezus, A. Renn, G. Zumofen, E. Ikonen, S. Götzinger és V. Sandoghdar, Phys. Rev. Lett. **104**, 123605 (2010).
- [21] A. Beveratos, R. Brouri, T. Gacoin, A. Villing, J.-P. Poizat és P. Grangier, Phys. Rev. Lett. **89**, 187901 (2002).
- [22] T. Gaebel, I. Popa, A. Gruber, M. Domhan, F. Jelezko és J. Wrachtrup, New J. Phys. **6**, 98 (2004).
- [23] E. Wu, J. Rabeau, G. Roger, F. Treussart, H. Zeng, P. Grangier, S. Praver és J.-F. Roch, New J. Phys. **9**, 434 (2007).
- [24] C. Santori, D. Fattal, J. Vučković, G. S. Solomon és Y. Yamamoto, Nature **419**, 594 (2002).
- [25] S. Strauf, N. G. Stoltz, M. T. Rakher, L. A. Coldren, P. M. Petroff és D. Bouwmeester, Nat. Photonics **1**, 704 (2007).
- [26] S. V. Polyakov, A. Muller, E. B. Flagg, A. Ling, N. Borjemscaia, E. Van Keuren, A. Migdall és G. S. Solomon, Phys. Rev. Lett. **107**, 157402 (2011).
- [27] B. J. Smith, P. Mahou, O. Cohen, J. S. Lundeen és I. A. Walmsley, Opt. Express **17**, 23589 (2009).

- [28] O. Cohen, J. S. Lundeen, B. J. Smith, G. Puentes, P. J. Mosley és I. A. Walmsley, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 123603 (2009).
- [29] C. Söller, O. Cohen, B. J. Smith, I. A. Walmsley és C. Silberhorn, *Phys. Rev. A* **83**, 031806 (2011).
- [30] C. Xiong, C. Monat, A. S. Clark, C. Grillet, G. D. Marshall, M. Steel, J. Li, L. O’Faolain, T. F. Krauss, J. G. Rarity és tsai., *Opt. Lett.* **36**, 3413 (2011).
- [31] A. S. Clark, C. Husko, M. J. Collins, G. Lehoucq, S. Xavier, A. De Rossi, S. Combrié, C. Xiong és B. J. Eggleton, *Opt. Lett.* **38**, 649 (2013).
- [32] J. B. Spring, B. J. Metcalf, P. C. Humphreys, W. S. Kolthammer, X.-M. Jin, M. Barbieri, A. Datta, N. Thomas-Peter, N. K. Langford, D. Kundys, J. C. Gates, B. J. Smith, P. G. R. Smith és I. A. Walmsley, *Science* **339**, 798 (2013).
- [33] J. B. Spring, P. L. Mennea, B. J. Metcalf, P. C. Humphreys, J. C. Gates, H. L. Rogers, C. Söller, B. J. Smith, W. S. Kolthammer, P. G. Smith és tsai., *Optica* **4**, 90 (2017).
- [34] S. Fasel, O. Alibart, S. Tanzilli, P. Baldi, A. Beveratos, N. Gisin és H. Zbinden, *New J. Phys.* **6**, 163 (2004).
- [35] P. J. Mosley, J. S. Lundeen, B. J. Smith, P. Wasylczyk, A. B. U’Ren, C. Silberhorn és I. A. Walmsley, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 133601 (2008).
- [36] T. Zhong, F. N. C. Wong, T. D. Roberts és P. Battle, *Opt. Express* **17**, 12019 (2009).
- [37] P. G. Evans, R. S. Bennink, W. P. Grice, T. S. Humble és J. Schaake, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 253601 (2010).
- [38] G. Brida, I. Degiovanni, M. Genovese, A. Migdall, F. Piacentini, S. Polyakov és I. R. Berchera, *Opt. Express* **19**, 1484 (2011).
- [39] M. A. Broome, M. P. Almeida, A. Fedrizzi és A. G. White, *Opt. Express* **19**, 22698 (2011).
- [40] M. Fiorentino, S. M. Spillane, R. G. Beausoleil, T. D. Roberts, P. Battle és M. W. Munro, *Opt. Express* **15**, 7479 (2007).

- [41] A. Eckstein, A. Christ, P. J. Mosley és C. Silberhorn, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 013603 (2011).
- [42] R. T. Horn, P. Kolenderski, D. Kang, P. Abolghasem, C. Scarcella, A. D. Frera, A. Tosi, L. G. Helt, S. V. Zhukovsky, J. E. Sipe, G. Weihs, A. S. Helmy és T. Jennewein, *Sci. Rep.* **3**, 2314 (2013).
- [43] S. Ramelow, A. Mech, M. Giustina, S. Gröblacher, W. Wieczorek, J. Beyer, A. Lita, B. Calkins, T. Gerrits, S. W. Nam és tsai., *Opt. Express* **21**, 6707 (2013).
- [44] M. Förtsch, J. U. Fürst, C. Wittmann, D. Strekalov, A. Aiello, M. V. Chekhova, C. Silberhorn, G. Leuchs és C. Marquardt, *Nat. Commun.* **4**, 1818 (2013).
- [45] E. Knill, R. Laflamme és G. J. Milburn, *Nature* **409**, 46 (2001).
- [46] P. Kok, W. J. Munro, K. Nemoto, T. C. Ralph, J. P. Dowling és G. J. Milburn, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 135 (2007).
- [47] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel és H. Zbinden, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 145 (2002).
- [48] V. Scarani, H. Bechmann-Pasquinucci, N. J. Cerf, M. Dušek, N. Lütkenhaus és M. Peev, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 1301 (2009).
- [49] L.-M. Duan, M. D. Lukin, J. I. Cirac és P. Zoller, *Nature* **414**, 413 (2001).
- [50] N. Sangouard, C. Simon, H. de Riedmatten és N. Gisin, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 33 (2011).
- [51] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres és W. K. Wootters, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993).
- [52] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter és A. Zeilinger, *Nature* **390**, 575 (1997).
- [53] Z. Merali, *Science* **331**, 1380 (2011).
- [54] M. Koniorczyk, L. Szabó és P. Adam, *Phys. Rev. A* **84**, 044102 (2011).
- [55] M. A. Broome, A. Fedrizzi, S. Rahimi-Keshari, J. Dove, S. Aaronson, T. C. Ralph és A. G. White, *Science* **339**, 794 (2013).

- [56] M. Tillmann, B. Dakić, R. Heilmann, S. Nolte, A. Szameit és P. Walther, *Nat. Photonics* **7**, 540 (2013).
- [57] J. G. Rarity, P. Owens és P. Tapster, *J. Mod. Opt.* **41**, 2435 (1994).
- [58] C. C. Gerry, *Phys. Rev. A* **59**, 4095 (1999).
- [59] P. Adam, T. Kiss, Z. Darázs és I. Jex, *Phys. Scr.* **T140**, 014011 (2010).
- [60] G. Brassard, N. Lütkenhaus, T. Mor és B. C. Sanders, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1330 (2000).
- [61] B. Lounis és M. Orrit, *Rep. Prog. Phys.* **68**, 1129 (2005).
- [62] A. L. Migdall, D. Branning és S. Castelletto, *Phys. Rev. A* **66**, 053805 (2002).
- [63] J. H. Shapiro és F. N. Wong, *Opt. Lett.* **32**, 2698 (2007).
- [64] X.-s. Ma, S. Zotter, J. Kofler, T. Jennewein és A. Zeilinger, *Phys. Rev. A* **83**, 043814 (2011).
- [65] M. J. Collins, C. Xiong, I. H. Rey, T. D. Vo, J. He, S. Shahnian, C. Reardon, T. F. Krauss, M. Steel, A. S. Clark és tsai., *Nat. Commun.* **4**, 2582 (2013).
- [66] T. Meany, L. A. Ngah, M. J. Collins, A. S. Clark, R. J. Williams, B. J. Eggleton, M. J. Steel, M. J. Withford, O. Alibart és S. Tanzilli, *Laser Photonics Rev.* **8**, L42 (2014).
- [67] R. J. A. Francis-Jones, R. A. Hoggarth és P. J. Mosley, *Optica* **3**, 1270 (2016).
- [68] T. Kiyohara, R. Okamoto és S. Takeuchi, *Opt. Express* **24**, 27288 (2016).
- [69] T. Pittman, B. Jacobs és J. Franson, *Phys. Rev. A* **66**, 042303 (2002).
- [70] E. Jeffrey, N. A. Peters és P. G. Kwiat, *New J. Phys.* **6**, 100 (2004).
- [71] J. Mower és D. Englund, *Phys. Rev. A* **84**, 052326 (2011).
- [72] L. Mazzarella, F. Ticozzi, A. V. Sergienko, G. Vallone és P. Villoresi, *Phys. Rev. A* **88**, 023848 (2013).
- [73] C. T. Schmiegelow és M. A. Larotonda, *Appl. Phys. B* **116**, 447 (2014).
- [74] R. J. A. Francis-Jones és P. J. Mosley, arXiv preprint arXiv:1503.06178 (2015).

- [75] F. Kaneda, B. G. Christensen, J. J. Wong, H. S. Park, K. T. McCusker és P. G. Kwiat, *Optica* **2**, 1010 (2015).
- [76] P. P. Rohde, L. G. Helt, M. J. Steel és A. Gilchrist, *Phys. Rev. A* **92**, 053829 (2015).
- [77] C. Xiong, X. Zhang, Z. Liu, M. J. Collins, A. Mahendra, L. G. Helt, M. J. Steel, D. Y. Choi, C. J. Chae, P. H. W. Leong és B. J. Eggleton, *Nat. Commun.* **7**, 10853 (2016).
- [78] R. A. Hoggarth, R. J. A. Francis-Jones és P. J. Mosley, *J. Opt.* **19**, 125503 (2017).
- [79] M. Heuck, M. Pant és D. R. Englund, *New J. Phys.* **20**, 063046 (2018).
- [80] F. Kaneda és P. G. Kwiat, *Sci. Adv.* **5** (2019).
- [81] E. Lee, S. M. Lee és H. S. Park, *Opt. Express* **27**, 24545 (2019).
- [82] A. G. Magnoni, I. H. López Grande, L. T. Knoll és M. A. Larotonda, *Quantum Inf. Process.* **18**, 311 (2019).
- [83] D. Bonneau, G. J. Mendoza, J. L. O'Brien és M. G. Thompson, *New J. Phys.* **17**, 043057 (2015).
- [84] C. Xiong, T. D. Vo, M. Collins, J. Li, T. Krauss, M. Steel, A. Clark és B. Eggleton, *Opt. Lett.* **38**, 5176 (2013).
- [85] G. J. Mendoza, R. Santagati, J. Munns, E. Hemsley, M. Piekarek, E. Martín-López, G. D. Marshall, D. Bonneau, M. G. Thompson és J. L. O'Brien, *Optica* **3**, 127 (2016).
- [86] P. Adam, M. Mechler, I. Santa és M. Koniorczyk, *Phys. Rev. A* **90**, 053834 (2014).
- [87] B. L. Glebov, J. Fan és A. Migdall, *Appl. Phys. Lett.* **103**, 031115 (2013).
- [88] I. Z. Latypov, A. V. Shkalikov és A. A. Kalachev, *J. Phys. Conf. Ser.* **613**, 012009 (2015).
- [89] M. G. Puigibert, G. Aguilar, Q. Zhou, F. Marsili, M. Shaw, V. Verma, S. Nam, D. Oblak és W. Tittel, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 083601 (2017).

- [90] T. Hiemstra, T. Parker, P. Humphreys, J. Tiedau, M. Beck, M. Karpiński, B. Smith, A. Eckstein, W. Kolthammer és I. Walmsley, arXiv preprint arXiv:1907.10355 (2019).
- [91] H. Paul, P. Törmä, T. Kiss és I. Jex, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2464 (1996).
- [92] H. Paul, P. Törmä, T. Kiss és I. Jex, *Phys. Rev. A* **56**, 4076 (1997).
- [93] J. Řeháček, Z. Hradil, O. Haderka, J. Peřina és M. Hamar, *Phys. Rev. A* **67**, 061801 (2003).
- [94] M. J. Fitch, B. C. Jacobs, T. B. Pittman és J. D. Franson, *Phys. Rev. A* **68**, 043814 (2003).
- [95] D. Achilles, C. Silberhorn, C. Śliwa, K. Banaszek és I. A. Walmsley, *Opt. Lett.* **28**, 2387 (2003).
- [96] D. Achilles, C. Silberhorn, C. Sliwa, K. Banaszek, I. A. Walmsley, M. J. Fitch, B. C. Jacobs, T. B. Pittman és J. D. Franson, *J. Mod. Opt.* **51**, 1499 (2004).
- [97] J. Sperling, W. Vogel és G. Agarwal, *Phys. Rev. A* **85**, 023820 (2012).
- [98] L. G. Helt és M. J. Steel, *Opt. Lett.* **42**, 4792 (2017).
- [99] R. Kruse, J. Tiedau, T. J. Bartley, S. Barkhofen és C. Silberhorn, *Phys. Rev. A* **95**, 023815 (2017).
- [100] X. Chen, C. Ding, H. Pan, K. Huang, J. Laurat, G. Wu és E. Wu, *Sci. Rep.* **7**, 44600 (2017).
- [101] M. Jönsson és G. Björk, *Phys. Rev. A* **99**, 043822 (2019).
- [102] M. Jönsson és G. Björk, *Phys. Rev. A* **101**, 013815 (2020).
- [103] B. Cabrera, R. M. Clarke, P. Colling, A. J. Miller, S. Nam és R. W. Romani, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 735 (1998).
- [104] A. J. Miller, S. W. Nam, J. M. Martinis és A. V. Sergienko, *Appl. Phys. Lett.* **83**, 791 (2003).
- [105] D. Rosenberg, A. E. Lita, A. J. Miller és S. W. Nam, *Phys. Rev. A* **71**, 061803 (2005).

- [106] A. E. Lita, A. J. Miller és S. W. Nam, *Opt. Express* **16**, 3032 (2008).
- [107] A. E. Lita, B. Calkins, L. A. Pellochoud, A. J. Miller, S. Nam, B. Young, B. Cabrera és A. Miller, *AIP Conf. Proc.* 31. köt. (2009), 351. old.
- [108] A. E. Lita, B. Calkins, L. A. Pellouchoud, A. J. Miller és S. Nam, *Advanced Photon Counting Techniques IV*, 7681. köt. (International Society for Optics and Photonics, 2010), 76810D. old.
- [109] D. Fukuda, G. Fujii, T. Numata, K. Amemiya, A. Yoshizawa, H. Tsuchida, H. Fujino, H. Ishii, T. Itatani, S. Inoue és T. Zama, *Opt. Express* **19**, 870 (2011).
- [110] M. Schmidt, M. von Helversen, M. López, F. Gericke, E. Schlottmann, T. Heindel, S. Kück, S. Reitzenstein és J. Beyer, *J. Low Temp. Phys.* **193**, 1243 (2018).
- [111] D. Fukuda, *IEICE Trans. on Electron.* **102**, 230 (2019).
- [112] R.-C. Tyan, A. A. Salvekar, H.-P. Chou, C.-C. Cheng, A. Scherer, P.-C. Sun, F. Xu és Y. Fainman, *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 1627 (1997).
- [113] S. Kim, G. P. Nordin, J. Cai és J. Jiang, *Opt. Lett.* **28**, 2384 (2003).