

Doktori disszertáció

Pécsi Tudományegyetem Természettudományi Kar

Fizika Doktori Iskola

Kvantumoptika és Kvantuminformatika Program

Molnár Emese

A fény nemklasszikus állapotainak előállítása
koherens állapot szuperpozíciókkal

témavezető: **Dr. Ádám Péter**

habil. egyetemi docens



Pécsi Tudományegyetem

Pécs, 2020

Tartalomjegyzék

Bevezetés	3
1. Elméleti háttér	5
1.1. A kvantumoptikai alapismeretek	5
1.2. A fény nemklasszikus állapotai	12
2. Irodalmi áttekintés	17
2.1. Koherens állapot reprezentációk	17
2.2. A fény nemklasszikus állapotainak előállítása	20
2.3. A kvantált elektromágneses tér állapotainak univerzális előállítása	22
3. Célkitűzés	24
4. Eredmények	26
4.1. Nemklasszikus állapotok közelítése diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal	26
4.2. Nemklasszikus állapotok haladó hullámú előállítása koherens állapotok szuperpozíciókkal	39
4.2.1. Általános lineáris optikai rendszer koherens állapot szuperpozíciók előállítására . .	39
4.2.2. Egyszerűsített lineáris optikai rendszer koherens állapot szuperpozíciók előállítására	53
5. Összefoglalás	61
6. Summary (Angol nyelvű összefoglaló)	64
Publikációk jegyzéke	67
Irodalomjegyzék	70

Bevezetés

A fény nemklasszikus állapotainak előállítása egy jelenleg is intenzíven kutatott téma a kvantumoptikában. Nemklasszikus állapotnak nevezünk minden olyan állapotát a fénynek, melyeket nem sorolhatunk az ideális lézerefény állapotai, azaz a koherens állapotok közé. A nemklasszikus állapotok fontos szerepet játszanak a nagy pontosságú mérés-technikában, a kvantuminformatikai eljárásokban, és az alapvető kvantummechanikai és kvantumoptikai kísérletekben.

A fény nemklasszikus állapotainak különbözői reprezentációi ismertek. A fotonszám-állapot szerinti kifejtés és a teljes téren vett koherens állapot reprezentáció mellett jól használhatók az egydimenziós koherens állapot reprezentációk is, amelyek a fázistér origó középpontú körén, illetve azon átmenő egyenesen vett folytonos koherens állapot szuperpozíciók. Érdekes eredmény, hogy több nemklasszikus állapot nagy pontossággal közelíthető kis számú koherens állapot szuperpozíciójával is az említett alakzatok mentén. Dolgozatomban megmutatom, hogy a fázistéren vett ellipszis menti, illetve rácson vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal több nemklasszikus állapot az eddig ismert előállításoknál nagyobb pontossággal közelíthető.

A különböző nemklasszikus állapotok előállítására számos eljárást dolgoztak ki és több állapotot sikeresen előállítottak kísérletileg is. A rezonátorban, üregben történő előállítás mellett a gyakorlati alkalmazások szempontjából fontosak az állapotokat haladó hullámú módon előállító eljárások. Különösen érdekesek a kvantumállapot tervezésen alapuló kísérleti elrendezések. Ezek célja, hogy egy rendszerben lehessen több nemklasszikus állapotot, ideális esetben tetszőleges kvantumállapotú fényt előállítani. A jelenleg ismert ilyen rendszerek a fotonkivonás és fotonhozzáadás módszerére épülnek. Ezeknél a rendszereknél az optikai elemek és mérések száma arányos a célállapotok fotonszám kifejtésében szereplő

fotonszámállapotok számával. Ennek eredményeként nagyobb fotonszám szuperpozíciók esetén csökken a sikeres előállítás valószínűsége és a vizsgálatok szerint az előállítás pontossága is. Dolgozatomban két olyan haladó hullámú elrendezést javaslok nemklasszikus állapotok előállítására, amelyek csak három, illetve kettő mérést tartalmaznak. Ezek olyan egyenes mentén és rácson vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciókat állítanak elő, amelyek nagy pontossággal közelítik az előállítani kívánt nemklasszikus állapotokat. A berendezésekben a sikeres előállítás valószínűsége nagyobb az eddig ismert eljárásokban elérhetőnél.

Ezúton szeretném megköszönni témavezetőmnek, Dr. Ádám Péternek a rengeteg hasznos tanácsot, útmutatást, amit a közös munka során kaptam. Szeretném megköszönni Dr. Mechler Mátyás Illésnek a rengeteg szakmai tanácsot, beszélgetést és segítséget, Bódog Ferencnek és Mogyorósi Gábornak a közös munkát. Valamint köszönöm a PTE TTK Fizikai Intézet minden volt és jelenlegi dolgozójának a közös munkát, továbbá a GINOP-2.3.2-15-2016-00022 számú projekt támogatását.

1. fejezet

Elméleti háttér

Ebben a fejezetben a disszertációban használt alapismereteket mutatjuk be. Feltételezzük, hogy az olvasó rendelkezik általános kvantummechanikai ismeretekkel.

1.1. A kvantumoptikai alapismeretek

A fény kvantumozásának kiinduló pontja az, hogy a szabad elektromágneses sugárzást adott térrészben, periodikus határfeltétel mellett normál módusaira bontjuk, majd a téregyenletekkel összhangban minden módushoz egy egységnyi tömegű harmonikus oszcillátort rendelünk, annak kanonikusan konjugált koordináta- és impulzusváltozóit megfelelő módon összekapcsolva a sorfejtésben szereplő amplitúdókkal. A kvantumozás során az oszcillátort leíró mennyiségeket kvantáljuk. Az eljárás eredményeként az elektromágneses tér elektromos és mágneses térerősségeinek $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \mathbf{t})$ és $\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, \mathbf{t})$ operátorait kapjuk, melyek Heisenberg képben egy L élhosszúságú kocka alakú térrészben periodikus határfeltételek mellett [1, 2]:

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = i \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \left(\frac{\hbar \omega_{\mathbf{k}}}{2 \varepsilon_0 L^3} \right)^{1/2} \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda} \left(\hat{\mathbf{a}}_{\mathbf{k}, \lambda} \exp(-i \omega_{\mathbf{k}} t + i \mathbf{k} \mathbf{r}) - \hat{\mathbf{a}}_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger \exp(i \omega_{\mathbf{k}} t - i \mathbf{k} \mathbf{r}) \right), \quad (1.1)$$

$$\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t) = i \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \left(\frac{\hbar c^2}{2 \mu_0 L^3 \omega_{\mathbf{k}}} \right)^{1/2} \mathbf{k} \times \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda} \left(\hat{\mathbf{a}}_{\mathbf{k}, \lambda} \exp(-i \omega_{\mathbf{k}} t + i \mathbf{k} \mathbf{r}) - \hat{\mathbf{a}}_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger \exp(i \omega_{\mathbf{k}} t - i \mathbf{k} \mathbf{r}) \right) \quad (1.2)$$

ahol $\mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda}$ a polarizációs vektor, a λ index ($\lambda = 1, 2$) a két független polarizációs irányt jelöli, a ε_0 a vákuum dielektromos állandója, μ_0 a vákuum mágneses permeabilitása, c

a fény vákuumbeli sebessége, ω_k a körfrekvencia és \mathbf{k} a hullámszámvektor, mely eleget tesznek a következő feltételnek:

$$k_i = \frac{2\pi}{L} n_i, \quad n_i = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (1.3)$$

$$\omega_k = c|\mathbf{k}|, \quad (1.4)$$

valamint $\mathbf{e}_{\mathbf{k},\lambda} \mathbf{k} = 0$. A továbbiakban az elektromágneses tér egy módusával foglalkozunk.

Az (1.1) és az (1.2) egyenletekben szereplő $\hat{\mathbf{a}}$ és $\hat{\mathbf{a}}^\dagger$ operátorok a harmonikus oszcillátor keltő és eltüntető operátorai, melyek a hermitikus koordináta $\hat{\mathbf{q}}$ és impulzus $\hat{\mathbf{p}}$ operátorokkal a következőképpen írhatóak fel:

$$\hat{\mathbf{a}} = (2\hbar\omega)^{-1/2}(\omega\hat{\mathbf{q}} + i\hat{\mathbf{p}}), \quad (1.5)$$

$$\hat{\mathbf{a}}^\dagger = (2\hbar\omega)^{-1/2}(\omega\hat{\mathbf{q}} - i\hat{\mathbf{p}}). \quad (1.6)$$

Felhasználva az (1.1)-(1.2) és az (1.5)-(1.6) egyenleteket a sugárzási tér egy módusának energiaoperátora $V = L^3$ térfogatban:

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{2} \int_V (\varepsilon_0 \hat{\mathbf{E}}^2 + \mu_0 \hat{\mathbf{H}}^2) dV = \hbar\omega \left(\hat{\mathbf{a}}^\dagger \hat{\mathbf{a}} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{p}}^2 + \omega^2 \hat{\mathbf{q}}^2). \quad (1.7)$$

Azaz az elektromágneses tér egy módusának energiaoperátora felírható a harmonikus oszcillátor számoperátorának, azaz a $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{a}}^\dagger \hat{\mathbf{a}}$ fotonszám operátor segítségével. Ennek az operátornak a sajátállapota a fotonszámállapot:

$$\hat{\mathbf{a}}^\dagger \hat{\mathbf{a}} |n\rangle = \hat{\mathbf{n}} |n\rangle = n |n\rangle. \quad (1.8)$$

. Az energia-sajátértékek pedig a következők:

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.9)$$

A keltő és eltüntető, azaz a léptető operátorok hatása a harmonikus oszcillátor sajátállapotaira:

$$\hat{\mathbf{a}} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle \quad (1.10)$$

$$\hat{\mathbf{a}}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle. \quad (1.11)$$

A számsajátállapotok a vákuumállapot gerjesztéseiként kaphatóak meg:

$$|n\rangle = \frac{(\hat{\mathbf{a}}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle. \quad (1.12)$$

A $\hat{\mathbf{q}}$ és $\hat{\mathbf{p}}$ operátorok helyett célszerű bevezetni az ún. kvadratúraoperátorokat:

$$\hat{\mathbf{X}} = \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{a}} + \hat{\mathbf{a}}^\dagger) = \left(\frac{\omega}{2\hbar}\right)^{1/2} \hat{\mathbf{q}}, \quad (1.13)$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = \frac{1}{2i}(\hat{\mathbf{a}} - \hat{\mathbf{a}}^\dagger) = \frac{1}{(2\hbar\omega)^{1/2}} \hat{\mathbf{p}}. \quad (1.14)$$

Ezen operátorokra a következő felcserélési reláció érvényes:

$$[\hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{Y}}] = \frac{i}{2}, \quad (1.15)$$

így szórásaikra bármely állapotban teljesül a

$$\Delta\hat{\mathbf{X}}\Delta\hat{\mathbf{Y}} \geq \frac{1}{4} \quad (1.16)$$

Heisenberg-féle határozatlansági reláció.

A kvantált elektromágneses tér nevezetes állapotai a koherens állapotok, amelyek az eltűntető operátor sajátállapotai [3–5]:

$$\hat{\mathbf{a}}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle, \quad (1.17)$$

ahol $\alpha = |\alpha| \exp(i\phi)$. Az $|\alpha|$ szám a koherens állapot amplitúdója, ϕ a koherens állapot fázisa. Ez az állapot az egymódusú ideális lézerefény kvantumállapotát írja le. A koherens állapotok fotonszámállapotok szerinti kifejtése a következő:

$$|\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (1.18)$$

A koherens állapotok a vákuumállapotból a Glauber-féle eltolási operátorral hozhatók létre [5]:

$$|\alpha\rangle = \hat{\mathbf{D}}(\alpha)|0\rangle, \quad \hat{\mathbf{D}}(\alpha) = \exp(\alpha\hat{\mathbf{a}}^\dagger - \alpha^*\hat{\mathbf{a}}). \quad (1.19)$$

Ebben az állapotban a fotonszám operátor várható értéke és szórása:

$$\langle\hat{\mathbf{n}}\rangle = \langle\alpha|\hat{\mathbf{n}}|\alpha\rangle = |\alpha|^2, \quad \Delta n^2 = |\alpha|^2. \quad (1.20)$$

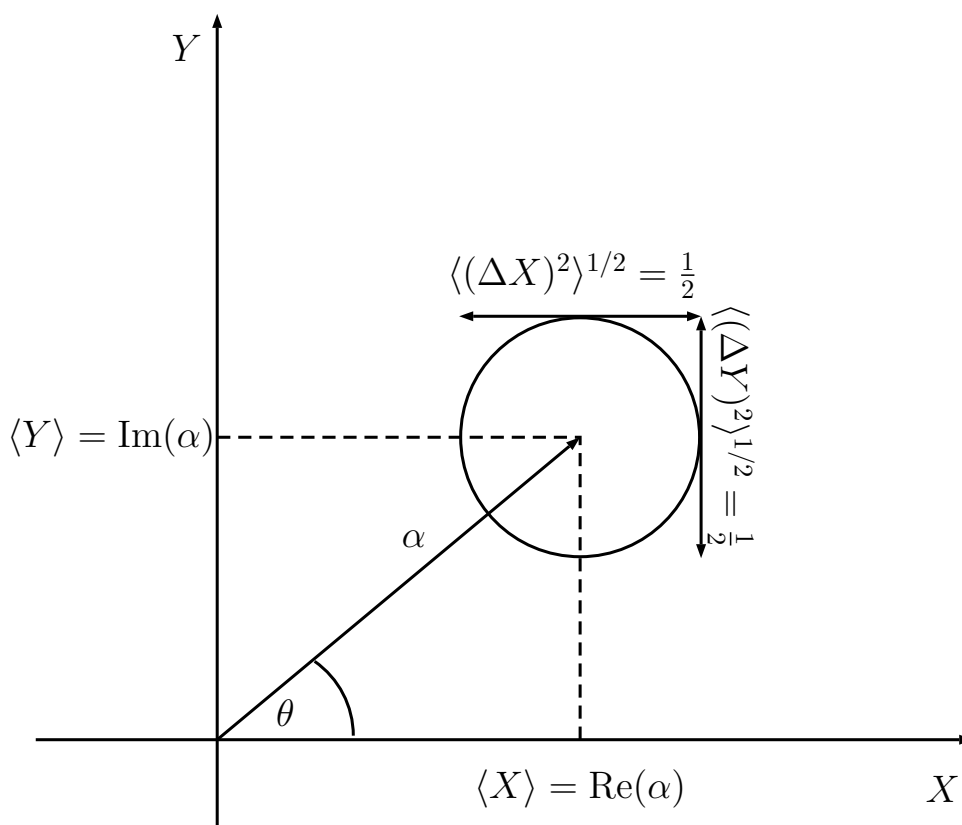
A koherens állapotok túlteljes rendszert alkotnak, azaz a megszámlálhatatlanul végtelen sok koherens állapokra igaz, hogy

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\alpha |\alpha\rangle \langle\alpha| = 1. \quad (1.21)$$

A koherens állapotok nem ortogonálisak egymásra, azaz:

$$|\langle\alpha|\beta\rangle|^2 = \exp(-|\alpha - \beta|^2). \quad (1.22)$$

Az egymódusú sugárzási tér fázissterének minden pontja megfelel egy koherens állapotnak, mivel a kvadratúra operátorok középértéke koherens állapotban $\langle\hat{\mathbf{X}}\rangle_\alpha = \text{Re}(\alpha)$ és $\langle\hat{\mathbf{Y}}\rangle_\alpha = \text{Im}(\alpha)$. Az 1.1. ábrán a koherens állapot bizonytalansági képe látható a fázis térben.



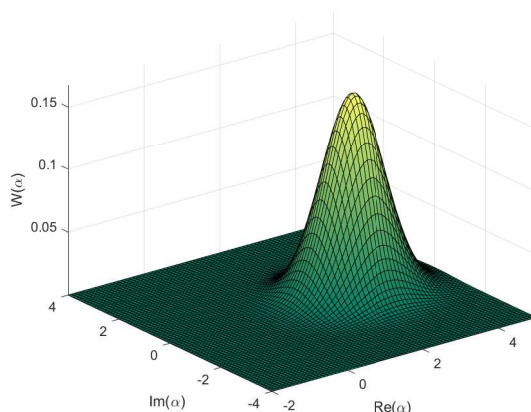
1.1. ábra. A koherens állapot bizonytalansági ábrája a fázis térben

Az 1.1. ábráról leolvasható a koherens állapotban a kvadratúraoperátorok szórása egyenlő, és a szórásokra az (1.16) egyenlőtlenség egyenlőségként teljesül, azaz a koherens állapot minimális bizonytalanságú állapot.

A fázistéren értelmezhetünk ún. kvázivalószínűség-eloszlás függvényeket, melyekkel reprezentálhatók a kvantált elektromágneses tér állapotai. Az irodalomban többféle kvázivalószínűség-eloszlás függvényt definiáltak. Legismertebbek a Husimi-féle Q-függvény[6], a Glauber-Sudarshan-féle P-függvény[7], illetve a Wigner-féle kvázivalószínűség-eloszlás függvény [4, 8]. Dolgozatban a Wigner-függvényt használjuk, így a továbbiakban ezt mutatjuk be. Ennek definíciója:

$$W(\alpha) = \frac{1}{\pi^2} \int \exp[\alpha\eta^* - \alpha^*\eta] \cdot \hat{\mathbf{T}}r [\hat{\rho} \exp(\eta\hat{\mathbf{a}}^\dagger - \eta^*\hat{\mathbf{a}})] d^2\eta, \quad (1.23)$$

ahol $\hat{\rho}$ az állapot sűrűségoperora. Az 1.2. ábrán példaként a $|\alpha = 2\rangle$ koherens állapot Wigner-függvényét mutatjuk be.



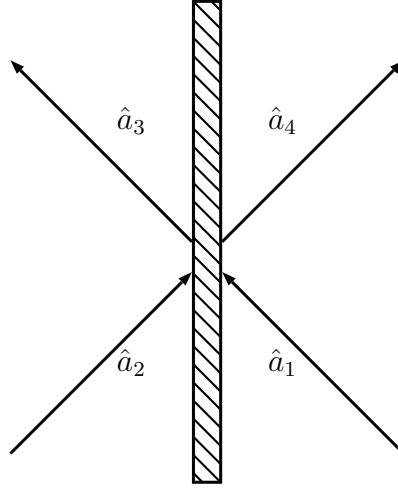
1.2. ábra. $|\alpha = 2\rangle$ koherens állapot Wigner-függvénye

A következőkben azokat az optikai elemeket ismertetjük amelyeket a 4.2 fejezetben ismeretett nemklasszikus állapotok előállítására kifejlesztett optikai elrendezésekben felhasználunk. A kvantumoptikai kísérletekben a leggyakrabban használt optikai elem a nyalábosztó, amelyet az 1.3. ábrán láthatunk.

Egy nyalábosztó két bemenettel és két kimenettel rendelkezik. Ezen módusok eltűntető operátorai közötti kapcsolatot általánosan egy SU(2) csoportbeli unitér mátrix írja le [9]:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_3 \\ \hat{\mathbf{a}}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{T} \exp(i\phi_T) & \sqrt{R} \exp(i\phi_R) \\ -\sqrt{R} \exp(-i\phi_R) & \sqrt{T} \exp(-i\phi_T) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_1 \\ \hat{\mathbf{a}}_2 \end{pmatrix}, \quad (1.24)$$

ahol T a nyalábosztó transzmittanciája, azaz áteresztő képessége, R pedig a reflektivitása, azaz visszaverődési együtthatója, melyekre teljesül a $T + R = 1$ feltétel. Minden



1.3. ábra. A veszteségmentes nyálábosztó sémája, az \hat{a}_1 , \hat{a}_2 a bemenő állapotok eltüntető operátora, \hat{a}_3 , \hat{a}_4 pedig a kimenő állapotok eltüntető operátora

transzformáció megvalósítható kísérletileg. Szimmetrikus nyálábosztó esetén $T = R = \frac{1}{2}$. Megkülönböztetünk fázistolásos és fázistolásmentes eseteket. Fázistolás esetén $\phi_T = 0$ és $\phi_R = \frac{\pi}{2}$, fázistolásmentes esetben $\phi_T = \phi_R = 0$. A dolgozatban fázistolásmentes nyálábosztókat használunk.

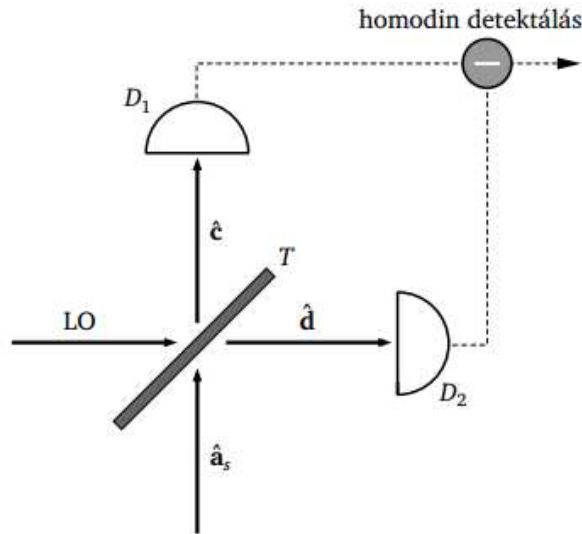
A következőkben az ún. homodin mérést ismertetjük, amely a kvadratúrák mérésére kidolgozott eljárás [10, 11]. A homodin mérés során a mérendő módust egy azonos frekvenciájú koherens jellel, a „lokális oszcillátor” jellel keverjük össze. A homodin mérés sematikus ábráját az 1.4. ábra mutatja.

Az ábrán a \hat{a}_s a mérendő módust az LO pedig a lokális oszcillátort jelöli. A homodin detektálás „kiegyensúlyozott”, ha a módusok keveréséhez használt nyálábosztó átteresztőképessége $T = \frac{1}{2}$. A homodin detektálás során a fotodetektorokban generált fotoáramok különbségét mérjük. Megmutatható, hogy

$$i_{diff} \approx |\alpha_{LO}| (\hat{a}_s \exp -i\theta + \hat{a}_s^\dagger \exp(i\theta)) \approx \hat{X}_\theta, \quad (1.25)$$

ahol az $|\alpha_{LO}|$ a koherens állapot amplitúdója, a θ a koherens állapot fázisa, az \hat{X}_θ operátor pedig a θ szöggel elforgatott kvadratúra operátor. A homodin mérés tehát $|X_\theta\rangle \langle X_\theta|$ projektor alkalmazásának felel meg, ahol $|X_\theta\rangle$ az \hat{X}_θ operátor sajátállapota. Az $|X_\theta\rangle$ állapot és egy $|\alpha\rangle$ koherens állapot skalárszorzata a következő [4]:

$$\langle X_\theta | \alpha \rangle = \pi^{-1/4} \exp \left(-\frac{1}{2} X_\theta^2 + \sqrt{2} \alpha X_\theta e^{-i\theta} - \frac{1}{2} \alpha^2 e^{-2i\theta} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2} |\alpha|^2 \right). \quad (1.26)$$



1.4. ábra. Az ideális homodin mérés sematikus ábrája. Az \hat{a}_s operátor a mérendő módus eltűntető operátorát az LO a lokális oszcillátort, a \hat{c} , \hat{d} a kimenő módusok eltűntető operátorait, a D_1 , D_2 a nagy hatásfokú fotodetektorokat jelöli

Végül a dolgozatban használt numerikus eljárást, a genetikus algoritmust ismertetjük. Az evolúciós algoritmusok családjába tartozó genetikus algoritmus célja egy adott függvény lokális szélsőértékének megtalálása [12]. Ehhez a célfüggvény paramétereit adott intervallumon véletlenszerűen választják meg (1. generáció), és eme paraméterhalmazokból álló populáció minden egyedéhez kiszámítva a függvényértéket, megkeresik a legkisebb (legnagyobb) értékek egy halmazát (szelekció). Az így kapott „szülőhalmaz” elemeihez tartozó paraméterek körül bizonyos szabály szerint újabb paraméterhalmazokat (gyermek egyedeket) választanak (2. generáció), a függvényt kiértékelik az így kapott új populáció egyedein. Az algoritmus megfelelő működésében jelentős szerepe van a populáció méretének és a generációk számának, de bizonyos esetekben az optimalizációs technika egyéb paramétereinek (így például inicializációs függvény, mutációs függvény, stb.) megfelelő megválasztása is fontos.

1.2. A fény nemklasszikus állapotai

A következőkben áttekintjük fénynek azon nevezetes nemklasszikus állapotait, amelyeket a dolgozatban bemutatott, nemklasszikus állapotok előállítására kidolgozott haladó hullámú eljárásokban célállapotként használunk. Több állapotot használunk célállapotként munkánk azon részében is, ahol eddig nem vizsgált diszkrét koherens állapot szuperpozíciókat elemzünk nemklasszikus állapotok közelítésre.

Először tekintsük az összenyomott állapotokat, amelyek olyan állapotai a kvantált elektromágneses térnek, amelyekben valamely mérhető fizikai mennyiség kvantumzaja kisebb, mint koherens állapotban. A definícióhoz be kell vezetnünk az összenyomási operátort, amely a következő unitér operátor:

$$\hat{S}(\zeta) = \exp\left(\frac{1}{2}\zeta^* \hat{a}^2 - \frac{1}{2}\zeta \hat{a}^{\dagger 2}\right), \quad (1.27)$$

ahol $\zeta = re^{i\theta}$ az összenyomási paraméter, r az összenyomás erősségét jellemző paraméter, a θ pedig az összenyomás fázisszögét adja meg.

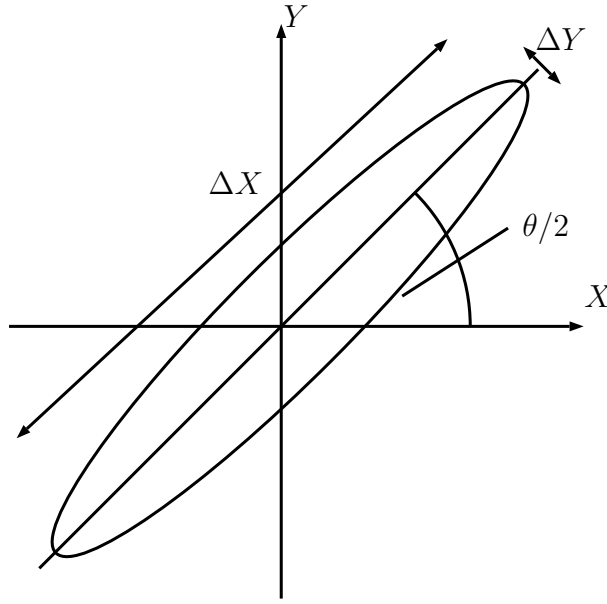
Az $S(\zeta)$ összenyomási operátor a vákuumállapotot a $|\zeta, 0\rangle$ összenyomott vákuumállapotba viszi át. A (1.19) egyenletben ismertetett $\hat{D}(\alpha)$ koherens eltolási operátort hattatva az összenyomott vákuumállapotra pedig az összenyomott koherens állapotot kapjuk:

$$|\zeta, \alpha\rangle = \hat{D}(\alpha) |\zeta, 0\rangle = \hat{D}(\alpha) \hat{S}(\zeta) |0\rangle. \quad (1.28)$$

Ezeknek az állapotoknak a fotonszámállapot szerinti kifejtése a következő:

$$|\zeta, \alpha\rangle = \frac{e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2 - \frac{1}{2}(\alpha^*)^2 - e^{i\theta} \tanh(r)}}{\sqrt{\cosh(r)}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}e^{i\theta} \tanh(r)\right)^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{n!}} H_n\left(\alpha [e^{i\theta} \sinh(2r)]^{-\frac{1}{2}}\right) |n\rangle, \quad (1.29)$$

ahol H_n az n -ed rendű Hermite-polinom. Ezeknek az állapotoknál a kvadratúraoperátorok szórása kisebb, mint a vákuumállapot esetén, ezért ezeket *kvadratúra-összenyomott állapotoknak* nevezzük. Az kvadratúra-összenyomott állapotokat a fázistérben ellipszissel ábrázolhatjuk. Az „összenyomott állapot” elnevezés onnan ered, hogy míg a vákuumállapot, illetve a koherens állapot szimmetrikus, kör alakú bizonytalansági képpel rendelkezik, addig az összenyomott vákuum- és koherens állapotok bizonytalansági ábrája egy ellipszis, mintha „összenyomtuk” volna. Az 1.5. ábrán példaként az összenyomott vákuumállapot bizonytalansági ábráját láthatjuk.



1.5. ábra. Összenyomott vákuumállapot bizonytalansági ábrája

Az összenyomott állapotok felhasználására több javaslatot tettek az irodalomban. Ezek közül kiemeljük a gravitációshullámok detektálásában és az optikai kommunikációban való alkalmazásukat [13].

Az *eltolt összenyomott számállapotokat* a következőképpen definiáljuk:

$$|n, \zeta, \alpha\rangle_{\text{DSN}} = \hat{\mathbf{D}}(\alpha)\hat{\mathbf{S}}(\zeta) |n\rangle, \quad (1.30)$$

ahol $|n\rangle$ a fotonszámállapot. A $\zeta = 0$ esetben eltolt fotonszám, $\alpha = 0$ esetben összenyomott fotonszám, illetve $\zeta = 0$, $\alpha = 0$ esetben pedig a fotonszámállapotot kapjuk meg. Az összenyomott fotonszámállapotok számállapot szerinti kifejtése a következő [14–16]:

$$\begin{aligned} |n, \zeta\rangle_{\text{NS}} &= \hat{S}(\zeta) |n\rangle = \\ &= \sum_m |m\rangle \langle m| \hat{S}(\zeta) |n\rangle = \\ &= \sum_m G_{mn}(\zeta) |n\rangle. \end{aligned} \quad (1.31)$$

A $G_{mn}(\zeta)$ kifejtési együttható a következő [17]:

$$G_{mn}(\zeta) = \begin{cases} e^{-i(n-m)\theta/2} (-1)^{m+n/2} \left(\frac{m!n!}{\cosh r}\right)^{1/2} \left(\frac{\tanh r}{2}\right)^{(m+n)/2} \sum_{\lambda} \frac{\left(-\frac{4}{\sinh^2 r}\right)^{\lambda}}{(2\lambda)! \left(\frac{m}{2}-\lambda\right)! \left(\frac{n}{2}-\lambda\right)!}, & \text{ha } m, n \text{ páros,} \\ e^{-i(n-m)\theta/2} (-1)^{m+n/2-3/2} \left(\frac{m!n!}{\cosh^3 r}\right)^{1/2} \left(\frac{\tanh r}{2}\right)^{(m+n)/2-1} \times \\ \quad \times \sum_{\lambda} \frac{\left(-\frac{4}{\sinh^2 r}\right)^{\lambda}}{(2\lambda+1)! \left(\frac{m-1}{2}-\lambda\right)! \left(\frac{n-1}{2}-\lambda\right)!}, & \text{ha } m, n \text{ páratlan,} \\ 0, & \text{egyéb esetben,} \end{cases}$$

Az *összenyomott számállapotokat* több kvantumoptikai eljárásban használják, például az alacsony fotonszámú rendszerek fázismérésében [4].

A *Schrödinger-macska állapotok* két azonos amplitúdójú koherens állapot szuperpozíciói:

$$|\alpha\rangle_C^\pm = \mathcal{N} (|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle), \quad (1.32)$$

ahol $\mathcal{N} = \frac{1}{\sqrt{2(1 \pm e^{-2\alpha^2})}}$ a normálási tényező. Az állapotcsalád a nevét Schrödinger gondolatkísérletéről kapta, mivel a két „kváziklasszikus” ellentétes fázisú koherens állapot szuperpozíciója az ott leírtakat valósítja meg. Kezdetben páros és páratlan koherens állapotoknak nevezték ezeket az állapotokat [18], tulajdonságait többen vizsgálták [19–21].

A Schrödinger-macska állapotokat a kvantumoptika számos területén használják. Az egyik legfontosabb alkalmazási terület a lineáris optikai kvantumszámítások területe, melyben bázisként, kvantumbitként használhatóak fel ezek az állapotok [22–27]. Ezen kívül a folytonos változójú kvantumszámításban [25, 28], a kvantumhibajavító kódolásban [29, 30], a különböző fundamentális tesztekben [24, 31–35] és precíziós méréstechnikában is [36–38] használják a Schrödinger-macska állapotokat.

Az *összenyomott Schrödinger-macska állapotokat* a következő egyenlettel írhatjuk fel:

$$|\alpha, \zeta\rangle_{SC}^\pm = \mathcal{N} \hat{S}(\zeta) (|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle), \quad (1.33)$$

ahol \mathcal{N} a normálási tényező. A páros(+) és páratlan(-) összenyomott Schrödinger-macska állapotok $\alpha > 2$ esetén szintén közel ortogonálisak egymásra. Ezek az állapotok helyettesíthetők a Schrödinger-macska állapotokat a gyakorlati alkalmazások során.

Az *amplitúdó-összenyomott állapotok* a fény olyan állapotai, ahol a fotonszám szórása kisebb, mint koherens állapotban. Ezen állapotok speciális esetei a Pegg-Barnett-féle határozatlansági reláció intelligens állapotai, amelyek koherens állapotok körön vett Gauss-szuperpozíciójaként írhatóak fel [39–41]:

$$|\alpha_0, u, \delta\rangle_{AS} = c \int \exp\left(\frac{1}{2}u^2\phi^2 - i\delta\phi\right) |\alpha_0 \exp(i\phi)\rangle d\phi, \quad (1.34)$$

ahol α_0 a körön vett szuperpozícióban szereplő koherens állapotok amplitúdója, a c a normálási tényező, δ paraméter egy modulációs konstans, az u paraméter pedig meghatározza az eloszlás szélességét. A δ paraméterre pedig ún. illesztett esetben igaz, hogy $\delta^2 = \alpha_0$. Az

eloszlás szélességének $u \ll 1$ határtértékében az állapot a $|\delta\rangle$ fotonszámállapothoz tart, az $u \rightarrow \infty$ esetben pedig $|\alpha_0\rangle$ koherens állapotba megy át. Az állapotok fotonszámállapotok szerinti kifejtése a következő:

$$|\alpha_0, u, \delta\rangle = c \exp\left(-\frac{\alpha_0^2}{2}\right) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{2\pi}\alpha_0^n}{u\sqrt{n!}} \exp\left[-\frac{(\delta-n)^2}{2u^2}\right] |n\rangle. \quad (1.35)$$

Az (1.35) egyenletben szereplő amplitúdó-összenyomott állapotok nem csak a Pegg-Barnett határozatlansági összefüggés, hanem a bizonyos paramétertartományok esetén a fotonszámoperátor-fotoneltüntető operátor határozatlansági összefüggés intelligens állapotai is [42, 43]. Az amplitúdó-összenyomott állapotokat határozatlansági összefüggések tesztelésére használhatjuk [44, 45].

A *binomiális állapotokat* a következő módon definiáljuk [46, 47]:

$$|p, M\rangle_{\text{B}} = \sum_{n=0}^M \left[\binom{M}{n} p^n (1-p)^{M-n} \right]^{1/2} |n\rangle, \quad (1.36)$$

ahol $M \geq n$ tetszőleges egész és a p paraméterre igaz, hogy $0 \leq p \leq 1$. Ha M véges és $p = 0$ értéket vesz fel, akkor a $|p, M\rangle_{\text{B}}$ állapot a vákuumállapot, $p = 1$ esetén pedig $|n = M\rangle$ számállapot. Abban az esetben, hogy ha $p \rightarrow 0$ és $M \rightarrow \infty$ az állapot az $|\alpha = pM\rangle$ koherens állapot. A binomiális állapotok felhasználhatók az optikai kommunikációban [48], a Bell-egyenlőtlenségek sérülésének tesztjeiben [49], valamint a fény kvantumállapotainak kanonikus fázismérésére kidolgozott rendszerekben [50].

A dolgozatban még vizsgálni fogjuk fotonszámállapotok véges szuperpozícióit is. Ezek az állapotok fontos szerepet játszanak az univerzális folytonos változójú kvantumszámítás megvalósításában [51–56]. A vákuum és az $|1\rangle$ és $|2\rangle$ fotonszámállapotok szuperpozíciói felhasználhatók különböző kvantumkapuk megvalósításához, példáuluk nemdeterminisztikus CNOT-kapuk alapelemeiként [57]. A véges fotonszám-szuperpozíciók speciális esete az ún. forrásállapot [55], melynek definíciója:

$$|\psi(\zeta, \chi)\rangle_{\text{RS}} = \hat{\mathbf{S}}(\zeta) \left(|0\rangle + \chi \frac{3}{2\sqrt{2}} |1\rangle + \chi \frac{\sqrt{3}}{2} |3\rangle \right), \quad (1.37)$$

ahol a χ paraméter harmadrendű nemlineáris szuszceptibilitást jelöl. A forrásállapotok harmadrendű nemlineáris kvantumkapuk kísérleti megvalósításához szükségesek.

Ebben a fejezetben áttekintettük a dolgozatban használt alapismereteket, a kvantumoptika elemeit és azon kvantumállapotait a fénynek, melyek diszkrét koherens állapot

szuperpozíciókkal való közelítésére és kísérleti előállítására javaslatot teszünk a tudományos eredményeink bemutatása során.

2. fejezet

Irodalmi áttekintés

Ebben a fejezetben áttekintjük azokat a fontosabb eredményeket az irodalomból, amelyek a nemklasszikus állapotok koherens állapot reprezentációihoz, illetve az állapotok haladóhullámú előállításához kapcsolódnak.

2.1. Koherens állapot reprezentációk

Koherens állapot reprezentációkkal elsőként Glauber foglalkozott[5]. Megmutatta, hogy a koherens állapotok teljes bázist alkotnak, azaz bármely állapota a kvantált elektromágneses sugárzási térnek leírható koherens állapot reprezentációval.

Az 1990-es években megmutatták, hogy a nemklasszikus állapotok leírhatók egydimenziós koherens állapot reprezentációkkal is [39, 41, 58–62]. Ugyanis bizonyos nemklasszikus állapotoknak létezik a fázistér origó középpontú körei, illetve valós egyenes mentén vett egydimenziós reprezentációja, azaz felírhatók a következő módon:

$$|\psi\rangle_{\text{egyenes}} = \int_{-\infty}^{\infty} F(x) |x\rangle dx, \quad (2.1)$$

$$|\psi\rangle_{\text{kör}} = \int_0^{2\pi} F_R(\phi) |Re^{i\phi}\rangle d\phi. \quad (2.2)$$

A kör reprezentáció létezésének feltétele:

$$\sum_n \frac{\sqrt{n!} |c_n|}{R^{n+1}} < \infty, \quad (2.3)$$

ahol R a kör sugara, c_n pedig az állapot fotonszámSORÁNAK n -edik együtthatója. Ez az egyenlőtlenség a fotonszámállapotok szerinti kifejtés csokolásával mindig kielégíthető, így tetszőleges állapothoz lehet az állapotot közelítő kör mentén vett egydimenziós reprezentációt találni.

Az összenyomott koherens állapotok egydimenziós egyenes menti reprezentációja a [58, 59, 62] közlemények szerint a következő:

$$\hat{S}(\zeta) |\alpha\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[-\frac{1}{2} |\alpha|^2 - \frac{u}{2} \alpha^2 \right] \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{u-v}{2v} x^2 + \frac{\alpha}{v} x \right) |x\rangle dx, \quad (2.4)$$

ahol $\operatorname{Re} \left(\frac{u-v}{2v} > 0 \right)$.

A (2.4) egyenletben az u , v paraméterek a ζ komplex összenyomási paraméterből származtathatók a ζ összenyomási paraméterből, az α pedig a koherens állapot komplex amplitúdója. Az eltolt összenyomott számállapotoknak is létezik koherens állapot reprezentációja, melyekben a koherens állapotok a fázis tér valós egyenesén helyezkednek el [60].

Az eltolt, összenyomott fotonszámállapotok egyenes menti koherens állapot reprezentációja a következő:

$$|n, \zeta, \alpha\rangle = \sqrt{\frac{(u/v)^n}{2^{n+1} \pi n! v}} \exp \left(-\frac{1}{2} |\alpha|^2 - \frac{u}{2v} \alpha^2 \right) \int_{-\infty}^{\infty} H_n \left(\frac{x-W}{\sqrt{2uv}} \right) \times \quad (2.5)$$

$$\times \exp \left(-\frac{u-v}{2v} x^2 + \frac{\alpha}{v} x \right) |x\rangle dx,$$

ahol $\operatorname{Re} \left(\frac{u-v}{2v} > 0 \right)$.

A (2.5) egyenletben az α a koherens eltolás mértéke, a ζ az összenyomási paraméter, az u , v paraméterek pedig az előzőekhez hasonlóan a ζ összenyomási paraméterből származtathatók.

A leírt egyenes menti szuperpozíciók mellett több állapot origó középpontú körön vett koherens állapot reprezentációit is megadták. Az amplitúdó-összenyomott állapotokat megfelelően írja le koherens állapotok körív menti Gauss-szuperpozíciója [39, 41], amelyet az (1.34) egyenletben bemutatunk.

A fotonszámállapotok kör menti koherens állapot reprezentációja a következő:

$$|n\rangle = \frac{1}{2\pi} e^{R^2/2} \sqrt{n!} R^{-n} \int \exp(-in\varphi) |Re^{i\varphi}\rangle d\varphi, \quad (2.6)$$

ahol R a szuperpozícióban szereplő koherens állapotok amplitúdója. Felhasználva, hogy bármely állapot kifejezhető a fotonszámállapotok szerint, minden állapot koherens állapot reprezentációja megadható a (2.6) egyenlet felhasználásával a (2.3) feltétel teljesülése esetén a korábban leírtak szerint.

Az egydimenziós reprezentációk ismeretében ekvidisztans diszkrét koherens szuperpozíciók származtathatók, amelyek nagy pontossággal közelítik az adott kvantumállapotot [63–65]. Ezek a szuperpozíciók a következő alakban definiálhatók:

$$|\psi_m\rangle_{\text{egyenes}} = \mathcal{N} \sum_{k=1}^N c_k^{\text{egyenes}} |x_k\rangle, \quad (2.7)$$

$$|\psi_m\rangle_{\text{kör}} = \mathcal{N} \sum_{k=1}^N c_k^{\text{kör}} |Re^{i\phi_k}\rangle, \quad (2.8)$$

ahol \mathcal{N} normálási tényező. Az összefüggésekben a koherens állapotok helyét a

$$x_k = x_0 + \left(k - \frac{N+1}{2}\right) d, \quad k = 1, \dots, N, \quad (2.9)$$

$$\phi_k = \phi_0 + \left(k - \frac{N+1}{2}\right) \Delta\phi, \quad k = 1, \dots, N, \quad (2.10)$$

egyenletek adják meg, ahol x_0 , ϕ_0 a szuperpozíció középpontját határozzák meg, a d a fázistéren vett távolság. A $\Delta\phi$ pedig a fáziskülönbség két szomszédos koherens állapot között. A (2.9)-(2.10) egyenletekben szereplő c_k együtthatók az egydimenziós folytonos reprezentációkból származtathatók:

$$c_k^{\text{egyenes}} = F(x_k) \quad (2.11)$$

$$c_k^{\text{kör}} = F_R(\phi_k). \quad (2.12)$$

Az eljárásban a d távolság és a $\Delta\phi$ fáziskülönbség optimális értékét numerikusan határozhatjuk meg úgy, hogy a $|\Psi\rangle$ célállapot és a $|\psi_n\rangle$ közelítő koherens állapot szuperpozíció a lehető legjobban hasonlítson egymáshoz, amelyet a következő paraméter minimalizálásával érhetünk el:

$$\varepsilon = 1 - |\langle\psi_N|\Psi\rangle|^2. \quad (2.13)$$

Az irodalomban számos módszert javasoltak egyenes menti és körön vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciók létrehozására rezonátorokban, üregekben [61, 64, 66–71] továbbá csapdázott ionok tömegközépponti mozgási terében [72, 73].

Csonkolt von Neumann-rácson összenyomott koherens állapotokat és fotonszámállapotokat közelítettek a [74, 75] közleményekben. A közölt eredményekből megállapítható, hogy az ilyen közelítés pontossága kisebb, mint ugyanezeknek az állapotoknak körön vagy egyenes mentén vett szuperpozícióval történő közelítésével elérhető pontosság. A csonkolt von Neumann rácson vett koherens állapot szuperpozíciókat kísérletileg egy csapdázott ion tömegközépponti mozgási terében hoztak létre [76]. A [77] közleményben ún. elliptikus állapotokat vezettek be, amelyek ellipszis mentén azonos együtthatóval vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciók. Egy kísérleti elrendezésre is javaslatot tettek ilyen állapotok léterhozására csapdázott ion tömegközépponti mozgási terében.

2.2. A fény nemklasszikus állapotainak előállítása

A kvantált elektromágneses tér speciális kvantumállapotainak előállítása napjainkban is aktívan kutatott témája a kvantumoptikának [20, 21, 78]. Nemklasszikus állapotok előállításának alapvetően két módját különböztetjük meg. Az első az optikai rezonátorokban, üregekben történő előállítás, a második pedig az állapotok haladó hullámú előállítása. Az általunk javasolt és a dolgozatban ismertetett kísérleti elrendezés a második típusba tartozik.

Az irodalomban kidolgozott eljárások többsége a fény egy adott kvantumállapotát tudja előállítani. Így számos olyan közleményt ismerünk, melyek fotonszámállapotok [79–82], összenyomott állapotok [41, 83–88], binomiális állapotok [47, 49], Schrödinger-macska állapotok [89–92] és tetszőleges fotonszám-szuperpozíciók [79, 80, 93, 94] előállítására javasolnak eljárásokat optikai rezonátorban, üregben csapdázott és áthaladó atomok kölcsönhatását felhasználva.

A haladó hullámú módszerek között megkülönböztetünk közvetlen módszereket és feltételes módon történő állapotelőállításokat. Az első típus esetén valamely nemlineáris optikai folyamaton alapul az előállítás. Erre példa amikor spontán parametrikus lekonverzió segítségével hozzák létre a kvantált elektromágneses tér összenyomott állapotait. Abban az esetben, hogy ha a lekonverzió rezonátorban történik, akkor parametrikus oszcillátorról beszélünk. Degenerált parametrikus oszcillátorral egymódusú [83, 84], nemdegenerált parametrikus oszcillátorral pedig kétmódusú összenyomott állapotok [95, 96] hozhatók létre.

Összenyomott állapotokat üvegszálakban is sikeresen állítottak elő négyhullámkeverésen, illetve optikai Kerr-effektuson alapuló eljárásokban [86, 97]. Amplitúdó-összenyomott állapotokat roncsolásmentes kvantumméréssel és negatív visszacsatolás alkalmazásával, továbbá zajcsökkentett, illetve félvezető lézerekkel hoztak létre [98–101].

A feltételes haladó hullámú előállítás alapelve az, hogy egy haladó hullámú kétmódusú állapot egyik módusán elvégzett adott eredményű mérés következtében, a másik módus a kívánt állapotba kerül. Erre nevezetes példa azok az egyfotonforrások, amely kétmódusú összenyomott állapotok egyik módusán elvégzett fotondetektálással állítják elő az egyfoton állapotokat [43, 102, 103]. Az irodalomban található haladó hullámú feltételes rendszerek többségét emellett a Schrödinger-macska állapotok előállítására fejlesztették ki [104–115]. Több sikeres kísérletet is közöltek Schrödinger-macska állapot előállítására a [105, 110, 111, 113, 116] közleményekben. Ezekben a kísérletekben a létrehozott legnagyobb amplitúdójú Schrödinger-macska állapotok esetében $\alpha = \sqrt{3}$. A további kutatások célja, hogy nagy amplitúdójú ($\alpha > 2$) Schrödinger-macska állapotokat hozzanak létre, amelyre a gyakorlati alkalmazások során szükség lenne.

A Schrödinger-macska állapotokat előállító sémák közül kiemelnénk azt, amelyből kiindulva a dolgozatban ismertetett több nemklasszikus állapot előállítására alkalmas rendszert terveztük meg [114]. Ezt a sémát a 2.1. ábrán mutatjuk be.

A kísérleti elrendezésben szereplő nyalábosztó 50:50 típusú és fázistolásmentes. A nyalábosztó két bemenetén a

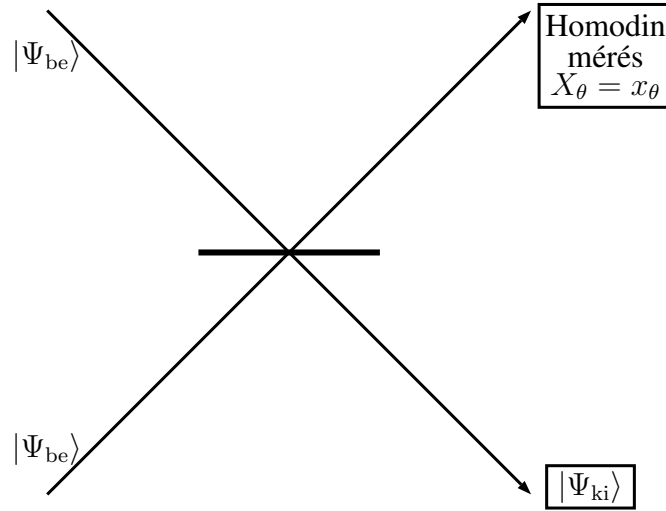
$$|\Psi_{be}\rangle = \mathcal{N}_\Psi (|\alpha_0\rangle + |\alpha_0 e^{-i\varphi}\rangle), \quad (2.14)$$

állapotok megegyeznek. Ezek két egymástól csak fázisban eltérő koherens állapotok szuperpozíciói. Ez a szuperpozíció például a [117] közleményben leírt módszerrel állítható elő.

A fent említett bemenet mellett a kimenet:

$$|\Psi\rangle_4 = \mathcal{N} \left(c_1 |0\rangle_4 + c_2 \left(\left| \sqrt{2}\alpha_0 \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 + \left| -\sqrt{2}\alpha_0 \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 \right) \right) \quad (2.15)$$

alakú, ahol a c_1 , c_2 együtthatók a homodin mérés eredményétől függenek, a $\left| \sqrt{2}\alpha_0 \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 + \left| -\sqrt{2}\alpha_0 \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4$ állapot pedig a kívánt Schrödinger-macska állapot. A [114] közleményben megállapították, hogy a c_1 együttható bizonyos feltételek mellett elhanyagolható. Ezért az eljárás valóban Schrödinger-macska állapotokat hoz létre.

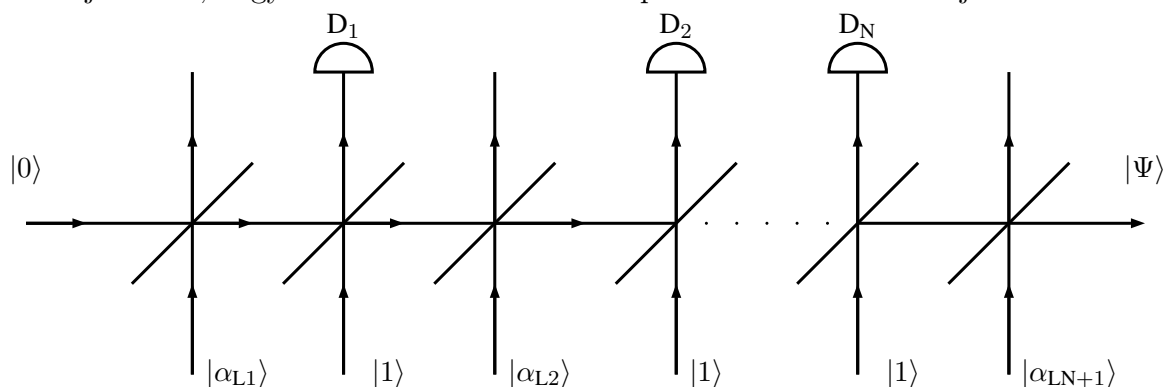


2.1. ábra. *Schrödinger-macska állapotok kísérleti előállítása. A nyalábosztó 50:50 típusú, fázistolásmentes. A bemeneti állapotok a $|\Psi_{be}\rangle = \mathcal{N}_\Psi (|\alpha_0\rangle + |\alpha_0 e^{-i\varphi}\rangle)$ koherens állapot szuperpozíciók.*

2.3. A kvantált elektromágneses tér állapotainak univerzális előállítása

A kvantált elektromágneses tér állapotai előállításának egy másik típusa a kvantum-állapot-tervezés, azaz angolul quantum state engineering [78]. Ennek az eljárásnak a célja, hogy egyetlen kísérleti elrendezésben többféle állapotot hozzunk létre [64, 116, 118–124]. Az állapotelőállítások ezen típusában a haladó hullámú módszerek esetén a kísérleti elrendezések lineáris optikai elemeket, nyalábosztókat, detektorokat tartalmaznak. Az eddig kidolgozott rendszerek a fotonhozzáadás és fotonkivonás módszerére épülnek és a célállapotok fotonszámsorát állítják elő szisztematikus módon. A fotonhozzáadás módszerén alapuló kísérleti elrendezés sematikus vázlatát a 2.2. ábrán mutatjuk be, melyet a [119] közleményben javasoltak. A rendszer bemeneti állapota a $|0\rangle$ vákuumállapot. A rendszerben váltakozva a koherens eltolás és a fotonhozzáadás műveletei ismétlődnek. A koherens eltolásnál a nyalábosztó transzmittanciája közel 1. A fotonhozzáadásnál az egyik bemenő állapot az $|1\rangle$ egyfoton állapot, a nyalábosztó transzmittanciáját pedig a célállapot határozza meg. Az előállítani kívánt állapot akkor jön létre, hogy ha egyik fotodetektor sem jelez a rendszerben. A [120] közleményben egy olyan rendszert javasoltak, amely a

fotonkivonás módszerére épül. Az ilyen rendszer elrendezése hasonló a 2.2. ábrán bemutatott elrendezéshez. A különbség, hogy a bemeneti állapot egy összenyomott vákuum állapot, a kimeneten pedig a bemenettel ellentétes irányú összenyomási műveletet használnak. Emellett az egyfoton állapotok helyett vákummállapotok szerepelnek és a célállapot akkor jön létre, hogy ha az elrendezésben szereplő összes fotodetektor jelez.



2.2. ábra. Fotonhozzáadás módszerén alapuló kísérleti elrendezés sematikus ábrája

A leírt rendszereknél az elrendezésekben szereplő optikai elemek, nyalábosztók, detektorok száma arányos a célállapotok fotonszám kifejtésében szereplő fotonszámállapotok számával, illetve a legnagyobb számállapot fotonszámával. Mivel egy mérés esetén a megfelelő mérési eredmény valószínűsége kisebb egynél, ezért a mérések számának növelésével csökken a sikeres előállítás valószínűsége. A tapasztalat szerint a mérések és az optikai elemek számának növelésével a [118–120] közleményekben vizsgált állapotoknál csökken az előállítás pontossága is. Ezen probléma megoldását egy olyan kísérleti séma jelentheti, melyben az optikai elemek száma független az előállítandó állapot fotonszám sorában szereplő állapotok számától.

Ebben a fejezetben röviden áttekintettük a fény nemklasszikus állapotainak előállítására az irodalomban kidolgozott módszereket.

3. fejezet

Célkitűzés

Az előző fejezetben a diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal történő állapotközelítésre vonatkozó eredményekből kiindulva felmerült, hogy olyan alakzatokon is érdemes lenne megvizsgálni a közelítést, ahol a diszkrét szuperpozíciók megtalálásához egydimenziós reprezentációk nem állnak rendelkezésre. Az irodalomban tapasztalat az is, hogy az állapotok Wigner-függvényére illeszkedő alakzatokon vett koherens állapot szuperpozíciók közelítik jól ezen állapotokat. Ezért célom, hogy numerikus módszert dolgozzak ki különböző nemklasszikus állapotokat közelítő, a fázistér origó középpontú ellipszisei mentén és rácson vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciók megtalálására. Célom, hogy az összenyomott és eltolt fotonszámállapotok esetén megvizsgáljam, hogy a fázistér origó középpontú ellipszisein vett koherens állapot szuperpozíciók megfelelő pontossággal közelítik-e az adott állapotot. Célom, hogy megállapítsam, hogy a kvantált elektromágneses tér mely állapotai közelíthetők nagy pontossággal rácson vett koherens állapot szuperpozíciókkal.

Az előző fejezetben bemutattuk, hogy többféle kvantumállapot előállítására alkalmas, az irodalomban eddig javasolt berendezésekben az optikai elemek és mérések száma arányos a célállapot fotonszám kifejtésében szereplő számállapotok számával. Ezekben a rendszerekben az optikai elemek növelésével a sikeres előállítás valószínűsége csökken és a tapasztalat szerint az előállítás pontossága is. A probléma megoldását egy olyan kísérleti berendezés jelentheti, melyben az optikai elemek és mérések száma független az előállítandó állapot fotonszámsorában szereplő állapotok számától. Célom olyan kevés optikai elemből és mérésből álló kísérleti elrendezések kifejlesztése, melyekkel különböző

nemklasszikus állapotok haladó hullámú módon állíthatók elő nagy pontossággal. Cél, hogy a berendezések az állapotokat közelítő egyenes mentén és rácson vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciókat hozzanak létre. Továbbá célom, hogy numerikus eljárást dolgozzak ki a berendezések optimalizálására. Ezen felül célom elemezni a fény nevezetes kvantumállapotainak, így például összenyomott számállapotok, amplitúdó-összenyomott, binomiális, Schrödinger-macska és összenyomott Schrödinger-macska állapotok, továbbá különböző fotonszámállapot szuperpozíciók előállíthatóságát a kifejlesztett berendezésekben.

4. fejezet

Eredmények

Ebben a fejezetben az elért kutatási eredményeimet mutatom be. A 4.1. fejezetben nemklasszikus kvantumállapotok közelítésének lehetőségét mutatjuk be diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal a fázistéren vett rácson, illetve ellipszis mentén. A közelítések eredményeit összehasonlítjuk a fázistéren vett körön, illetve egyenes mentén vett szuperpozíciókkal történő előállításokkal. A 4.2. fejezetben pedig az általunk javasolt kísérleti berendezéseket mutatjuk be, amelyekkel a nemklasszikus állapotokat egyenesen és rácson vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal állítjuk elő.

4.1. Nemklasszikus állapotok közelítése diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal

Ebben a fejezetben különböző nemklasszikus állapotok közelítését vizsgáljuk a fázistéren ellipszis menti és egyenközű rácson vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal.

Az ellipszis mentén vett koherens állapot szuperpozíciókat [77]-ben vezették be. Ebben a közleményben egy kísérleti sémát is bemutatnak, mellyel ekvidisztans koherens állapot szuperpozíciókat hoztak létre azonos együtthatókkal egy ellipszis mentén a fázistéren egy csapdázott ion tömegközépponti mozgási állapotainak terében. Ez a séma nagy valószínűséggel használható tetszőleges koherens állapot szuperpozíció létrehozására is.

Az ellipszisen vett koherens állapot szuperpozícióval való közelítés esetén a kvantum-

állapotot a következő alakban keressük:

$$|\psi_N\rangle_{\text{ellipszis}} = \mathcal{N} \sum_{k=1}^N c_k^{\text{ellipszis}} |\alpha_k\rangle, \quad (4.1)$$

ahol

$$\alpha_k = r_k \exp(i\phi_k), \quad (4.2)$$

$$\phi_k = \phi_0 + \frac{2\pi k}{N}, \quad (4.3)$$

$$r_k = \left(\frac{\cos^2 \phi_k}{a^2} + \frac{\sin^2 \phi_k}{b^2} \right)^{-1/2}, \quad (4.4)$$

ahol a az ellipszis nagytengelyét, b pedig az ellipszis kistengelyét jelöli. Az ellipszis úgy helyezkedik el a fázistérben, hogy mind a fázistér valós és képzetes egyenesére szimmetrikus. A (4.1) egyenletben szereplő szuperpozícióban szereplő koherens állapotok egy ellipszis mentén ekvidisztansan vannak elhelyezve a fázisuk szerint.

A feladat tehát az, hogy a $c_k^{(\text{ellipszis})}$ és az a , és a b paramétereket meghatározzuk úgy, hogy kapott koherens állapot szuperpozíció minél pontosabban közelítse az adott célállapotot. Ennek jellemzésére bevezetjük a következő ε hibaparamétert.

$$\varepsilon = 1 - |\langle \psi_N | \Psi \rangle|^2, \quad (4.5)$$

ahol $|\Psi\rangle$ a közelítendő célállapotot, míg a $|\psi_N\rangle$ a közelítő koherens állapot szuperpozíciót jelöli. Az ε hibaparaméter kifejezi az eljárás pontosságát, vagyis azt, hogy a (4.5) egyenletben szereplő két állapot mennyire „hasonlít” egymásra. Ha a közelítés tökéletes, a hibaparaméter értéke $\varepsilon = 0$. Ahogy a közelítés pontossága romlik az ε hibaparaméter értéke növekszik, maximumát $\varepsilon = 1$ -ben veszi fel, amikor a közelítés teljesen pontatlan. Az optimalizáció eredményeként megkapjuk azokat $c_{k,\text{opt}}^{(\text{ellipszis})}$, a_{opt} és b_{opt} értékeket, melyekre a közelítés a legpontosabb.

Mivel a (4.5) egyenletben szereplő mennyiség egy nem-konvex függvénye a paramétereknek, ezért egy nem-konvex optimalizációs eljárást, az 1.1. fejezetben bemutatott genetikus algoritmust [12] használtuk. A genetikus algoritmus sztohasztikus természetű, így az eljárás bizonytalanságát úgy csökkentettük, hogy az optimalizációt többször futtatunk, majd azt a paraméterkészletet választottuk, ahol a hibaparaméter értéke minimális volt. A számolásokhoz a Matlab programozási környezetet használtuk, és annak beépített

„ga” genetikus algoritmus függvényét. A generációk számát 4000-ben limitáltuk, a populáció mérete 1000 volt. A célfüggvény paramétereinek nagy száma miatt ezek az értékek viszonylag kicsiknek tűnhetnek. Ezért ellenőrzésképpen nagyobb generációs szám és populációméret mellett is végeztünk szimulációkat, az ekkor kapott eredmények összhangban voltak a többségében használt kisebb értékek mellett kapott eredményeinkkel.

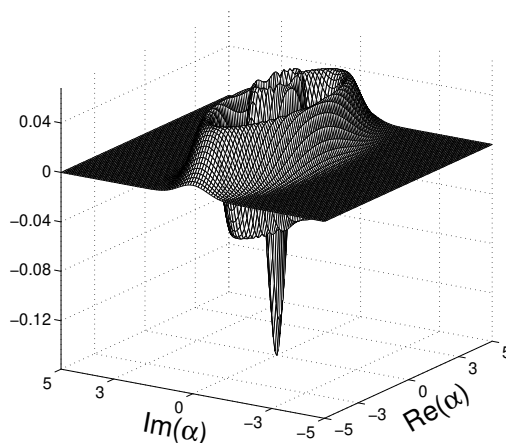
Ahhoz, hogy eldönthessük, hogy az ellipszisen vett közelítés adott állapot esetén megfelelő-e, megvizsgáltuk, hogy a fázistér valós egyenes mentén vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal történő közelítés ugyanazon állapotra mit ad. A fázistér valós egyenes menti diszkrét koherens állapot szuperpozíció a következőképpen írható fel:

$$|\psi_N\rangle_{\text{egyenes}} = \mathcal{N} \sum_{k=1}^N c_k^{\text{egyenes}} |x_k\rangle, \quad (4.6)$$

ahol \mathcal{N} normálási tényező. Az $|x_k\rangle$ koherens állapotok pedig a következőképpen helyezkednek el az egyenes mentén:

$$x_k = x_0 + \left(k - \frac{N+1}{2}\right) d, \quad k = 1, \dots, N. \quad (4.7)$$

Az egyenesen vett szuperpozíciók esetén az együtthatók meghatározására szintén a genetikus algoritmust használtuk.



4.1. ábra. A $|3; 0,5; 0\rangle$ összenyomott számállapot $W_{SN}(\alpha)$ Wigner-függvénye

Az ellipszis menti diszkrét koherens állapot szuperpozíciók vizsgálatára az eltolt, összenyomott számállapotokat választottuk. Ezen állapotok Wigner-függvénye ellipszis alakú,

ahogy az a 4.1. ábrán látható. Ezért az állapotok a 3. fejezetben leírtakkal összhangban várhatóan ellipszis menti diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal jól közelíthetők. Az eltolt összenyomott fotonszámállapotok $|n, \zeta, \alpha\rangle$ fotonszámsorát az (1.31) egyenletben írtuk le, ahol n a fotonszámot, ζ az összenyomási paramétert, illetve α koherens eltoltási paramétert jelöli. Az állapot fotonszámsorát a (4.5) egyenletben definiált hibaparaméter meghatározásához használtuk fel.

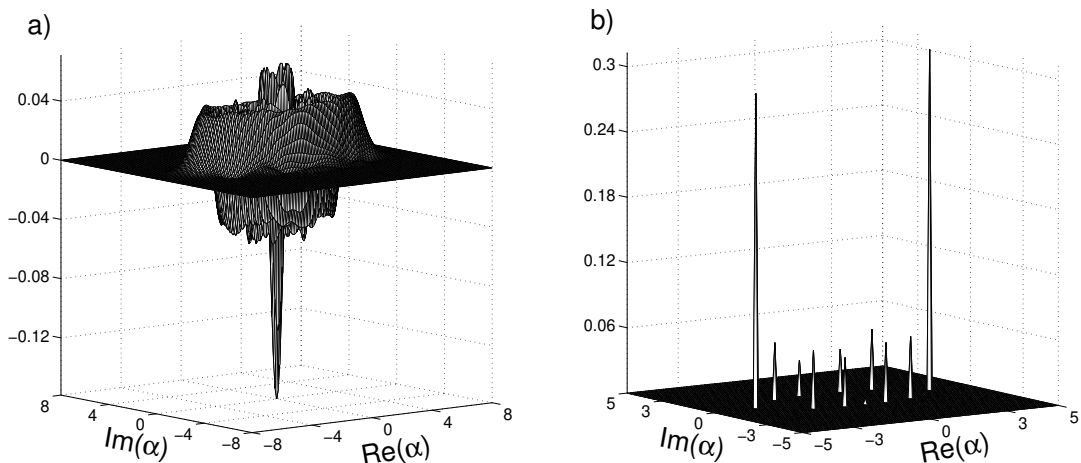
A 4.1-4.4. táblázatokban az eltolt és összenyomott számállapotokra vonatkozó eredményeinket mutatjuk be. A vizsgálat során 12 koherens állapot diszkrét szuperpozícióját tekintettük egyenesen, illetve ellipszis mentén szimmetrikusan elhelyezve. Azért választottuk a koherens állapotok ennyinek, mert így a fázistér minden negyedében egyenlő számú koherens állapot szerepel az ellipszis mentén vett szuperpozíció esetén.

A táblázatokban az $\varepsilon^{(\text{ellipszis})}$ és $\varepsilon^{(\text{egyenes})}$ hibaparaméterek a közelítés pontosságát mutatják ellipszisen, illetve egyenesen vett szuperpozíciók esetén, az a_{opt} , b_{opt} paraméterek pedig az ellipszis optimális kis és nagy tengelyeit jelölik (lásd (4.4) egyenlet). A d_{opt} paraméter pedig két koherens állapot optimális távolságát jelöli az egyenes menti diszkrét koherens állapot szuperpozícióban.

A 4.1. táblázatban összenyomott számállapotokra vonatkozó eredményeket láthatunk ugyanazon összenyomási paraméter ($\zeta = 0,5$) és különböző fotonszám értékek mellett. Megállapíthatjuk, hogy a számállapot magnitúdóját növelve a közelítés pontossága csökken mind az egyenesen, mind az ellipszisen vett szuperpozíciók esetén. Az ellipszisen vett szuperpozíció jobb közelítést eredményezett, mint az egyenesen vett szuperpozíció, kivételt képez az összenyomott vákuumállapot.

A 4.2. táblázatban összenyomott fotonszámállapotok közelítése szerepel azonos $n = 3$ fotonszám esetén különböző összenyomási paraméterek mellett. Láthatjuk, hogy az összenyomott számállapotoknál az összenyomási paramétert növelve a közelítés pontossága romlik mindkét alakzaton vett szuperpozíciók esetén. A $\zeta = 0,1$ és az $\zeta = 0,3$ esetek kivételével az egyenes menti szuperpozíciókkal történő közelítés jobb eredményt adott.

A 4.3. táblázatban eltolt és összenyomott fotonszámállapotok közelítése szerepel azonos $n = 3$ fotonszám és $\zeta = 0,5$ összenyomási paraméter esetén különböző eltolási paraméterek mellett. Látható, hogy az eltolási paraméter növelésével a hibaparaméter értéke



4.2. ábra. Az $|5; 0,5; 0\rangle$ összenyomott számállapot közelítése $N = 12$ koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával ellipszisen (a) koherens állapot szuperpozíció $W(\alpha)$ Wigner-függvénye. (b) A koherens állapotok helyét és együtthatójának abszolútértékét jelző tüskék.

nő. Az ellipszisen vett koherens állapot szuperpozíciókkal való közelítés jobb eredményt adott minden esetben, mint az egyenes menti eset eredményei.

A 4.4. táblázatban összenyomott fotonszámállapotok közelítése szerepel azonos $n = 3$ fotonszám és $r = 0,5$ összenyomási erősség mellett, változó θ összenyomási fázisszög esetén. A táblázat alapján megállapíthatjuk, hogy ha az összenyomási paraméter fázisszögét forgatjuk, akkor a közelítés pontossága akkor nagy, ha az összenyomott számállapot ellipszis alakú Wigner-függvényének nagytengelye egybeesik a közelítéshez használt ellipszis nagytengelyével. Kis szögű forgatás esetén az egyenesen illetve, ellipszisen vett szuperpozíciók hasonlóan jól közelítik az állapotokat. A $\theta = \pi/6$ fázisszög esetén, illetve ennél nagyobb forgatási szögeknél az ellipszisen való közelítés nagyobb pontosságot eredményezett. Az optimális d_{opt} távolságok az egyenesen egyre kisebbek a forgatási szög növekedésével. Ennek oka, hogy az összenyomott számállapot Wigner-függvénye egyre inkább a függőleges, imaginárius tengelyhez fordul be a forgatás során.

A következőkben a fázistéren egy ekvidisztans 3×3 -as rácson elhelyezett diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal való állapotközelítést vizsgáljuk. Az adott közelítést a fázistér origó középpontú körön vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal való közelítéssel hasonlítjuk össze.

állapot	$\varepsilon^{(\text{ellipszis})}$	a_{opt}	b_{opt}	$\varepsilon^{(\text{egyenes})}$	d_{opt}
$ 0; 0,5; 0\rangle$	6×10^{-4}	1,26	0,17	$1,4 \times 10^{-5}$	0,27
$ 3; 0,5; 0\rangle$	0,001	2,63	0,97	0,0015	0,47
$ 5; 0,5; 0\rangle$	0,006	3,39	1,44	0,018	0,6
$ 7; 0,5; 0\rangle$	0,0172	4,09	1,54	0,052	0,74

4.1. táblázat. Az $|n; 0,5; 0\rangle$ összenyomott számállapotok optimális közelítése ellipszis, illetve egyenes mentén 12 koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával. Az $\varepsilon^{(\text{ellipszis})}$ és $\varepsilon^{(\text{egyenes})}$ a megfelelő hibaparaméterek, az a_{opt} , b_{opt} az optimális ellipszis tengelyei, a d_{opt} pedig a koherens állapotok optimális távolsága az egyenes mentén.

állapot	$\varepsilon^{(\text{ellipszis})}$	a_{opt}	b_{opt}	$\varepsilon^{(\text{egyenes})}$	d_{opt}
$ 3; 0,1; 0\rangle$	5×10^{-5}	1,48	1,56	0,0099	0,3
$ 3; 0,3; 0\rangle$	$2,7 \times 10^{-4}$	2,07	0,89	0,0035	0,41
$ 3; 0,5; 0\rangle$	0,001	2,63	0,97	0,0015	0,53
$ 3; 0,7; 0\rangle$	0,011	3,12	0,94	0,0033	0,71
$ 3; 0,8; 0\rangle$	0,017	3,55	0,99	0,0028	0,76
$ 3; 1,2; 0\rangle$	0,12	4,91	0,75	0,0086	1,16

4.2. táblázat. A $|3; \zeta; 0\rangle$ összenyomott számállapotok optimális közelítése ellipszis, illetve egyenes mentén 12 koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával. Az $\varepsilon^{(\text{ellipszis})}$ és $\varepsilon^{(\text{egyenes})}$ a megfelelő hibaparaméterek, az a_{opt} , b_{opt} az optimális ellipszis tengelyei, a d_{opt} pedig a koherens állapotok optimális távolsága az egyenes mentén.

állapot	$\varepsilon^{(\text{ellipszis})}$	a_{opt}	b_{opt}	$\varepsilon^{(\text{egyenes})}$	d_{opt}
$ 3; 0,5; 0,2i\rangle$	0,0041	2,62	1	0,0078	0,46
$ 3; 0,5; 0,3i\rangle$	0,0035	2,64	1,33	0,0046	0,67
$ 3; 0,5; 0,5i\rangle$	0,009	2,49	1,6	0,028	0,7
$ 3; 0,5; 0,8i\rangle$	0,038	2,37	1,73	0,12	0,62
$ 3; 0,5; i\rangle$	0,088	2,58	1,72	0,29	0,53
$ 3; 0,5; 1,5i\rangle$	0,026	2,87	1,94	0,47	0,5
$ 3; 0,5; 1,8i\rangle$	0,068	2,63	2,52	0,56	0,55
$ 3; 0,5; 2i\rangle$	0,12	2,5	3,41	0,65	0,24

4.3. táblázat. A $|3; 0,5; \alpha\rangle$ eltolt, összenyomott számállapotok optimális közelítése ellipszis, illetve egyenes mentén 12 koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával. Az $\varepsilon^{(\text{ellipszis})}$ és $\varepsilon^{(\text{egyenes})}$ a megfelelő hibaparaméterek, az a_{opt} , b_{opt} az optimális ellipszis tengelyei, a d_{opt} pedig a koherens állapotok optimális távolsága az egyenes mentén.

állapot	$\varepsilon^{(\text{ellipszis})}$	a_{opt}	b_{opt}	$\varepsilon^{(\text{egyenes})}$	d_{opt}
$ 3; 0,5; 0\rangle$	0,001	2,63	0,97	0,0015	0,53
$ 3; 0,5 \exp(i\pi/12); 0\rangle$	0,006	2,77	1,33	0,0018	0,52
$ 3; 0,5 \exp(i\pi/6); 0\rangle$	0,017	2,62	1,61	0,012	0,47
$ 3; 0,5 \exp(i\pi/4); 0\rangle$	0,03	2,37	1,6	0,09	0,46
$ 3; 0,5 \exp(i\pi/2); 0\rangle$	0,022	2,06	2,01	0,29	0,4
$ 3; 0,5 \exp(i5\pi/6); 0\rangle$	0,0173	1,64	2,6	0,59	0,29
$ 3; 0,5 \exp(i11\pi/12); 0\rangle$	0,0067	1,42	2,66	0,55	0,24
$ 3; 0,5 \exp(i\pi); 0\rangle$	0,0011	0,97	2,59	0,6	0,28

4.4. táblázat. A $|3; 0,5 \exp(i\theta); 0\rangle$ összenyomott számállapotok optimális közelítése ellipszis, illetve egyenes mentén 12 koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával. Az $\varepsilon^{(\text{ellipszis})}$ és $\varepsilon^{(\text{egyenes})}$ a megfelelő hibaparaméterek, az a_{opt} , b_{opt} az optimális ellipszis tengelyei, a d_{opt} pedig a koherens állapotok optimális távolsága az egyenes mentén.

Az egyenközű 3x3-as rácson elhelyezett 9 koherens állapot szuperpozíciója a következő:

$$|\psi_{N=9}\rangle_{\text{rács}} = \mathcal{N} \sum_{l=-1}^1 \sum_{k=-1}^1 c_{k,l}^{(\text{rács})} |l \cdot d + k \cdot id\rangle, \quad (4.8)$$

ahol d a rácsparaméter, két szomszédos koherens állapot távolsága, míg az \mathcal{N} normálási tényező.

Az összehasonlítás érdekében a körön vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciókat is $N = 9$ koherens állapot esetén vizsgáltuk. A körön vett koherens állapot szuperpozíció a következő:

$$|\psi_{N=9}\rangle_{\text{kör}} = \mathcal{N} \sum_{k=1}^N c_k^{\text{kör}} |Re^{i\phi_k}\rangle, \quad (4.9)$$

ahol \mathcal{N} normálási tényező, R pedig a fázistéren vett kör sugara. Az összefüggésekben a koherens állapotok helyét a

$$\phi_k = \phi_0 + \left(k - \frac{N+1}{2}\right) \Delta\phi, \quad k = 1, \dots, N, \quad (4.10)$$

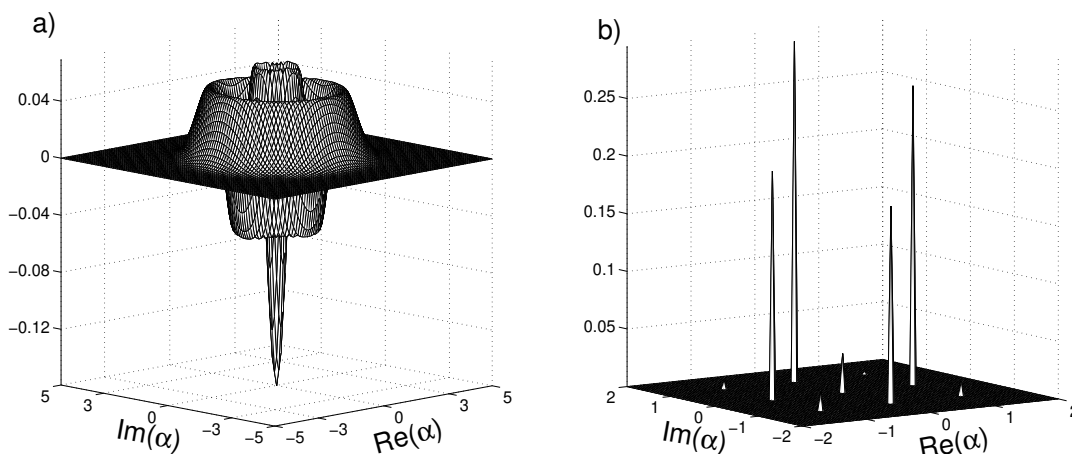
összefüggés írja le. Ahol $\Delta\phi$ a fáziskülönbség két szomszédos koherens állapot között.

Az optimális $c_{k,\text{opt}}^{\text{rács}}$, $c_{k,\text{opt}}^{\text{kör}}$ komplex együtthatók és a d_{opt} ráczállandó, valamint az optimális kör sugara, azaz az R_{opt} meghatározásához ebben az esetben is genetikus algoritmust

használtuk. Az optimális ráczállandóhoz és sugár meghatározásához a (4.5) egyenletben definiált $\varepsilon^{(\text{rács})}$, $\varepsilon^{(\text{kör})}$ hibaparamétereket minimalizáljuk.

Az összehasonlítás során fotonszámállapotok, fotonszámállapot szuperpozíciók, amplitúdó-összenyomott állapotok és összenyomott számállapotok közelítését vizsgáltuk meg.

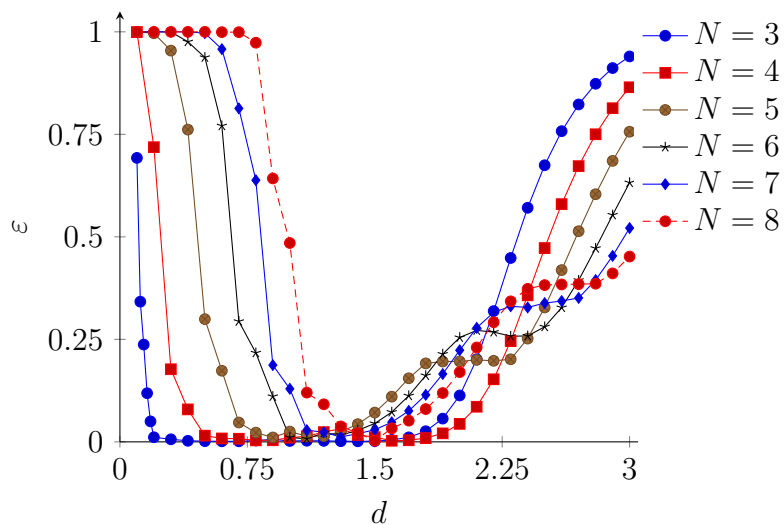
Elsőként a számállapotok közelítését mutatjuk be. Az eredmények a 4.5. táblázatban láthatók. Az első nyolc számállapot ($n \leq 8$) nagy pontossággal közelíthető mindkét alakzaton. Az adatok alapján kijelenthető, hogy a körön vett szuperpozíció nagyobb pontosságú közelítést ad, mint a rácson vett eset kivéve az $n = 1$ eset. A d_{opt} optimális ráczállandó és az R_{opt} optimális sugár n fotonszám növelésével nő, a célállapotok Wigner-függvényeinek változásával összhangban.



4.3. ábra. A $|3\rangle$ számállapot közelítése $N = 9$ koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával rácson (a) a diszkrét koherens állapot szuperpozíció Wigner-függvénye. (b) a szuperpozícióban résztvevő koherens állapotok helyét, és az együtthatók abszolútértékét ábrázoló tüskeábra látható.

A 4.3.(a) ábrán látható az $n = 3$ számállapotot rácson közelítő diszkrét koherens szuperpozíció Wigner-függvénye, ami majdnem azonos a célállapot $|3\rangle$ Wigner-függvényével. Valamint a 4.3.(b) ábrán a koherens állapotok helyét és együtthatók abszolútértékét jelző túskeábra látható.

Számállapotok esetében azt találtuk, hogy a nagy pontosságot nem csak az optimális d_{opt} paraméter esetén kapunk, hanem az optimális ráczállandó kis környezetében is. Ezt a



4.4. ábra. A közelítés pontossága (ε) az $|N\rangle$ számállapotokra a d rácsállandó függvényében.

jelenséget ábrázoltuk a 4.4. ábrán. Az ábráról leolvasható, hogy N fotonszám növelésével, a minimális hiba elfogadható tartománya csökken. Ennek a tartománynak az alsó határa a nagyobb távolságok irányába változik, míg a felső határa bonyolultabb viselkedést mutat, de a közelítés pontossága $d > 1,7$ esetén rohamosan csökken.

állapot	$\varepsilon^{(\text{rács})}$	d_{opt}	$\varepsilon^{(\text{kör})}$	R_{opt}
$ 1\rangle$	$2,2 \cdot 10^{-6}$	0,22	$3,4 \cdot 10^{-6}$	0,23
$ 2\rangle$	$3,1 \cdot 10^{-4}$	0,39	$5,6 \cdot 10^{-6}$	0,3
$ 3\rangle$	$3,5 \cdot 10^{-4}$	0,5	$3,9 \cdot 10^{-5}$	0,55
$ 4\rangle$	$5 \cdot 10^{-6}$	0,73	$1,3 \cdot 10^{-5}$	0,8
$ 5\rangle$	0,004	1,03	$2,8 \cdot 10^{-4}$	1,25
$ 6\rangle$	0,0085	1,2	$4,8 \cdot 10^{-5}$	1,73
$ 7\rangle$	0,009	1,35	$8,3 \cdot 10^{-5}$	1,92
$ 8\rangle$	0,0097	1,5	$2,1 \cdot 10^{-4}$	1,99

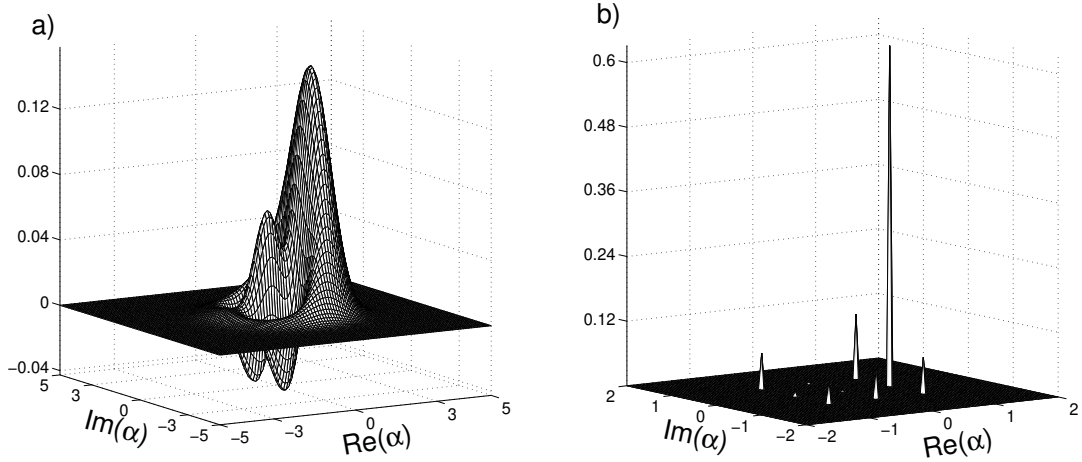
4.5. táblázat. Különböző számállapotok közelítése 9 koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával rácson és körön. Az $\varepsilon^{(\text{rács})}$ és az $\varepsilon^{(\text{kör})}$ a megfelelő hibaparaméterek. A d_{opt} az optimális távolságot és az R_{opt} az optimális sugarat jelölik.

A következő állapottípus, melyet megvizsgáltunk a fotonszámállapot szuperpozíciók. A 4.6. táblázatban különböző számállapot szuperpozíciók közelítése látható rácson vett koherens állapot szuperpozíciókkal, illetve körön vett koherens állapot szuperpozíciók-

kal. A táblázat adatai azt mutatják, hogy a rácson vett koherens állapot szuperpozíciók nagyobb pontossággal közelítik a vizsgált fotonszám szuperpozíciókat. A célállapotban, a fotonszám szuperpozícióban szereplő állapotok számának növelésével a d_{opt} optimális rácscsillók és az R_{opt} optimális sugarak nőnek, valamint a közelítés pontossága csökken.

állapot	$\varepsilon^{(\text{rácscsillók})}$	d_{opt}	$\varepsilon^{(\text{kör})}$	R_{opt}
$\frac{1}{\sqrt{2}} (0\rangle + 1\rangle)$	$2 \cdot 10^{-6}$	0,257	$2,2 \cdot 10^{-5}$	0,54
$\frac{1}{\sqrt{3}} (0\rangle + 1\rangle + 2\rangle)$	$1,8 \cdot 10^{-5}$	0,53	$4 \cdot 10^{-4}$	0,9
$\frac{1}{2} (0\rangle + 1\rangle + 2\rangle + 3\rangle)$	$6,6 \cdot 10^{-5}$	0,79	0,0016	1,17
$\frac{1}{\sqrt{5}} (0\rangle + 1\rangle + 2\rangle + 3\rangle + 4\rangle)$	0,0017	1,37	0,0061	1,32
$\frac{1}{\sqrt{72}} (7 0\rangle + 3 1\rangle + 2 2\rangle + 3\rangle + 3 4\rangle)$	0,0016	1,33	0,0035	1,15

4.6. táblázat. Számállapot szuperpozíciók közelítése 9 koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával rácson és körön. Az $\varepsilon^{(\text{rácscsillók})}$ és az $\varepsilon^{(\text{kör})}$ a megfelelő hibaparaméterek. A d_{opt} az optimális rácscsillók, és az R_{opt} az optimális kör sugara.

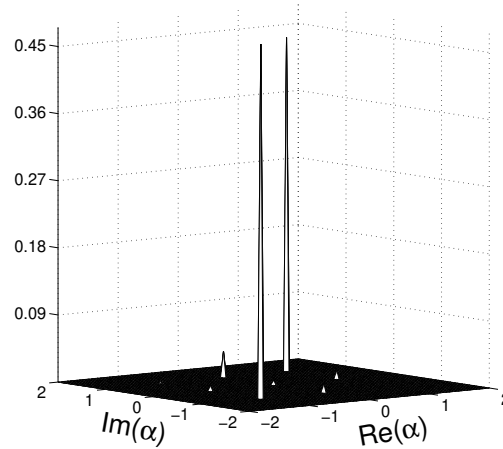


4.5. ábra. A $|\Psi_{012}\rangle$ számállapot szuperpozíció közelítése $N = 9$ koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával rácson. (a) A koherens állapot szuperpozíció $W(\alpha)$ Wigner-függvénye. (b) A koherens állapotok helyét és együtthatóik abszolútértékét jelző tűskék.

A 4.5. ábrán a $\frac{1}{\sqrt{3}} (|0\rangle + |1\rangle + |2\rangle)$ fotonszám szuperpozíciót közelítő koherens állapot szuperpozíció Wigner-függvénye, illetve az együtthatók abszolútértékét, a koherens állapotok helyét mutató tűskék láthatók. A koherens állapot szuperpozíció Wigner-függvényén jól látható, hogy nagy pontossággal közelítettük a célállapotot.

A következőkben összenyomott számállapotok közelítését mutatjuk be. A 4.7. táblázatban $|1; 0,5 \exp(i\theta)\rangle$ alakú összenyomott állapotok a fázistérben vett rácson, illetve körön vett koherens állapot szuperpozícióval való közelítésére vonatkozó eredmények szerepelnek különböző θ összenyomási fázisszög esetekre. A rácson vett szuperpozícióval való közelítés általánosan jó, azonban kiemelkedően pontos a $\theta = 0$, a $\theta = \pi$ és a $\theta = \pi/2$ összenyomási fázisszögek esetén. Az előbbi esetek $|\Delta\theta| \lesssim \pi/12$ környezetében szintén megfelelő pontosságú közelítéseket kaptunk. Ezekben az esetekben az állapot Wigner-függvénye a valós tengely mentén elnyújtott alakú. A rácson vett szuperpozíció pontosabb közelítést ad, mint a körön vett szuperpozíció. Nincs megfigyelhető szabály a d_{opt} optimális távolságok és az R_{opt} optimális sugarak változásában, azonban észrevehető, hogy $\pi/2$ ($\pi/2 \pm \pi/6$) összenyomási fázisok esetén kisebbek ezek az optimális értékek.

A 4.6. ábrán a $|1; 0,5 \exp(i\pi/12)\rangle$ összenyomott számállapot $N = 9$ koherens állapot rácson vett szuperpozíciójával való közelítése látható. A tüskék a koherens állapotok helyét, és együtthatóik abszolútértékét mutatják.



4.6. ábra. Az $|1; 0,5 \exp(i\pi/12)\rangle$ összenyomott számállapot közelítése $N = 9$ koherens állapot diszkrét szuperpozíciójaként rácson: a koherens állapotok helyét és abszolútértékét jelző tüskék.

Végül az $|\alpha_0; u; \delta\rangle_{\text{AS}}$ amplitúdó-összenyomott állapotokkal foglalkozunk, amelyet az (1.34) körön vett folytonos koherens állapot szuperpozícióval definiáltunk. Az amplitúdó-összenyomott állapotok fotonzsámsorát az (1.35) egyenletben határoztuk meg. Az α_0 a körön

állapot	$\varepsilon^{(\text{racs})}$	d_{opt}	$\varepsilon^{(\text{kor})}$	R_{opt}
$ 1; 0,5\rangle$	0,0017	1,44	0,0019	1,53
$ 1; 0,5 \exp(i\pi/12)\rangle$	0,0069	1,34	0,0034	1,53
$ 1; 0,5 \exp(i\pi/6)\rangle$	0,008	1,15	0,0012	1,63
$ 1; 0,5 \exp(i\pi/3)\rangle$	0,0065	1,14	0,004	1,49
$ 1; 0,5 \exp(i5\pi/12)\rangle$	0,0025	1,13	0,0049	1,44
$ 1; 0,5 \exp(i\pi/2)\rangle$	0,0033	1,04	0,0042	1,39
$ 1; 0,5 \exp(i7\pi/12)\rangle$	0,0032	1,07	0,0063	1,43
$ 1; 0,5 \exp(i2\pi/3)\rangle$	0,006	1,13	0,0044	1,43
$ 1; 0,5 \exp(i5\pi/6)\rangle$	0,0074	1,1	0,005	1,51
$ 1; 0,5 \exp(i11\pi/12)\rangle$	0,007	1,35	0,0032	1,54
$ 1; 0,5 \exp(i\pi)\rangle$	0,0018	1,44	0,0029	1,48

4.7. táblázat. Az $|1; 0,5 \exp(i\theta)\rangle$ alakú összenyomott számállapotok közelítése 9 koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával rácson és körön. Az $\varepsilon^{(\text{racs})}$ és az $\varepsilon^{(\text{kör})}$ a megfelelő hibaparaméterek. A d_{opt} a rács optimális távolsága és R_{opt} a kör optimális sugara.

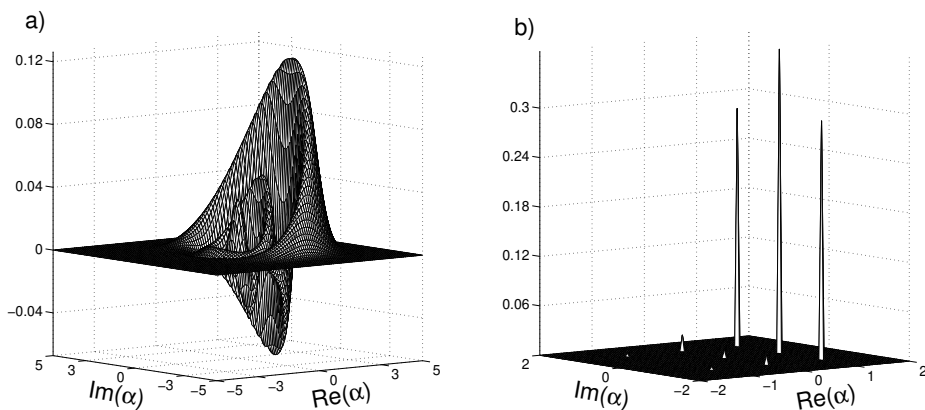
vett koherens állapotok amplitúdója, a δ modulációs konstans, az u pedig az eloszlás szélessége.

állapot	$\varepsilon^{(\text{racs})}$	d_{opt}	$\varepsilon^{(\text{kör})}$	R_{opt}
$ 2; 0,5; 2\rangle_{\text{AS}}$	0,003	0,9	$5 \cdot 10^{-5}$	1,65
$ 2; 1; 4\rangle_{\text{AS}}$	0,0048	0,98	$2 \cdot 10^{-4}$	1,74
$ 2; 1,5; 4\rangle_{\text{AS}}$	0,0066	1,15	$4 \cdot 10^{-4}$	1,79
$ 2; 1,6; 4\rangle_{\text{AS}}$	0,0093	1,16	$2,2 \cdot 10^{-4}$	1,72
$ 2; 1,7; 4\rangle_{\text{AS}}$	0,0058	1,16	$9 \cdot 10^{-4}$	1,87
$ 2; 1,9; 4\rangle_{\text{AS}}$	0,0142	1,51	0,01	1,84
$ 2; 2; 4\rangle_{\text{AS}}$	0,0105	1,41	0,012	1,86
$ 2; 3; 4\rangle_{\text{AS}}$	0,011	1,9	0,0013	1,78
$ 2; 5; 4\rangle_{\text{AS}}$	0,0031	1,95	$7 \cdot 10^{-4}$	1,93
$ 2; 10; 4\rangle_{\text{AS}}$	$3 \cdot 10^{-4}$	1,95	$1,3 \cdot 10^{-4}$	1,98

4.8. táblázat. A $|2; u; 4\rangle_{\text{AS}}$ amplitúdó-összenyomott állapotok közelítése 9 koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával rácson és körön. Az $\varepsilon^{(\text{racs})}$ és az $\varepsilon^{(\text{kör})}$ a megfelelő hibaparaméterek. A d_{opt} a rács optimális rácsállandója, az R_{opt} a kör optimális sugara

A 4.8. táblázatban a $|2; u; 4\rangle_{\text{AS}}$ típusú amplitúdó-összenyomott állapotok közelítését vizsgáljuk a fázistérben vett rácson, illetve körön. Az adatok azt mutatják, hogy a kö-

zelítés pontossága mindkét alakzat esetén megfelelő. A vizsgált állapotoknál a körön vett koherens állapot szuperpozíció bizonyul nagyobb pontosságúnak, kivéve a $|2; 2; 4\rangle_{AS}$ állapot esetén. A d_{opt} optimális rácsállandó az u paraméter növelésével nő.



4.7. ábra. A $|2; 1; 4\rangle_{AS}$ amplitúdó-összenyomott állapot közelítése $N = 9$ koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával rácson (a) A koherens állapot szuperpozíció $W(\alpha)$ Wigner-függvénye. (b) A koherens állapotok helyét és együtthatóik abszolútértékét jelző tüskék.

A 4.7. ábrán $N = 9$ koherens állapot helyét és együtthatóik abszolútértékét láthatjuk, melyeknek szuperpozíciója közelíti a $|2; 1; 4\rangle_{AS}$ amplitúdó összenyomott állapotot, illetve ezen szuperpozíció Wigner-függvényét.

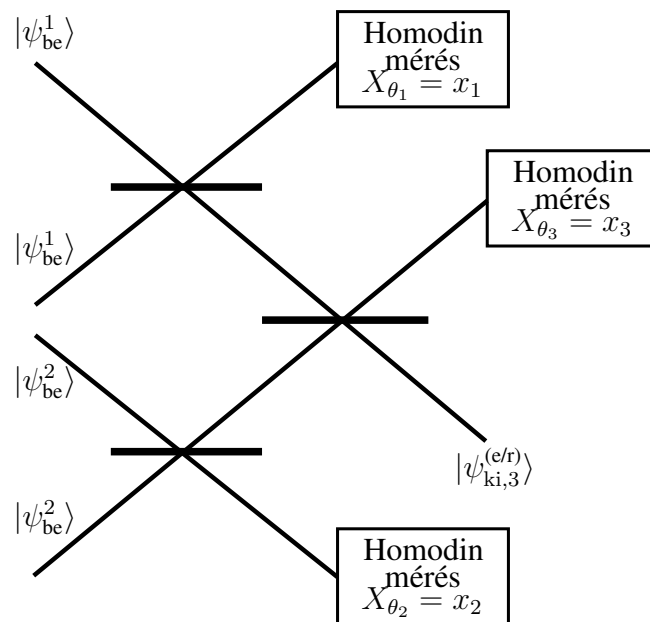
Ebben a részben ismertetett eredményekből kiolvasható, hogy a fény számos nem-klasszikus állapota közelíthető a fázistér origó középpontú rácson vett koherens állapot szuperpozíciókkal. A közelítés pontossága a vizsgált állapotok esetén nagy. Azon állapotoknál, ahol az állapot Wigner-függvényének körszimmetriája van, a körön vett szuperpozíció jobb közelítést ad.

4.2. Nemklasszikus állapotok haladó hullámú előállítása koherens állapotok szuperpozíciókkal

A következőkben két általunk javasolt kísérleti elrendezést mutatunk be, amellyel a fény különböző nemklasszikus állapotait közelítő egyenes menti, illetve rácson vett koherens állapot szuperpozíciókat lehet létrehozni.

4.2.1. Általános lineáris optikai rendszer koherens állapot szuperpozíciók előállítására

Elsőként a 4.8. ábrán látható kísérleti rendszert tárgyaljuk. Az elrendezés három nyalábosztót és három homodin mérést tartalmaz. A kísérleti elrendezésben a nyalábosztók 50:50 típusúak és fázistolásmentesek. Az elrendezésben a homodin mérések az X_θ kvadrátúrát mérik. A mért kvadrátúra értéke mérésenként változtatható, a szöge pedig rögzített.



4.8. ábra. Kísérleti elrendezés fázistérbeli rácson, illetve egyenes mentén vett koherens állapot szuperpozíciók előállítására

A kísérleti elrendezés bemeneti állapotai a következő koherens állapot szuperpozíciók:

$$|\psi_{be}^j\rangle = \mathcal{N}_{be} \cdot (|\alpha_j\rangle + |\alpha_j \exp(-i\varphi)\rangle), \quad j = 1, 2, \quad (4.11)$$

ahol a \mathcal{N}_{be} normalizációs faktort jelöl, a φ pedig a szuperpozícióban szereplő két állapot fáziskülönbsége. Ilyen bemeneti állapotokat kereszt-Kerr effektust használó kísérleti berendezésekkel lehet létrehozni [117]. A $|\psi_{be}^1\rangle$ és $|\psi_{be}^2\rangle$ a bemenő állapotokban a koherens állapotok amplitúdója megegyezik, azaz $|\alpha_1| = |\alpha_2|$. A koherens állapotok fázisai különböznek attól függően, hogy egyenes menti vagy rácson vett koherens állapot szuperpozíciót akarunk létrehozni. Egyenes menti koherens állapot szuperpozíció esetén a két bemenő állapot megegyezik, azaz $|\psi_{be}^1\rangle = |\psi_{be}^2\rangle$. A bemeneti állapotokban a koherens állapot fázisát, azaz $\arg\alpha$ -t $\pi/2 + \varphi/2$ -nek választjuk, és a továbbiakban a koherens állapot amplitúdójának jelölésében az abszolútérték kiírását elhagyjuk, tehát azt α -val jelöljük. A fázistér rácson vett koherens állapot szuperpozíció esetén, az első bemeneti állapot $|\psi_{be}^1\rangle$ megegyezik az egyenes menti esettel, a $|\psi_{be}^2\rangle$ állapotban a koherens állapotok amplitúdójának fázisát pedig $\varphi/2$ -nek választjuk.

Egyenesen vett koherens állapot szuperpozíció esetén a homodin mérés fázisszögét $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$ -nak, a rácson vett szuperpozíció esetén pedig $\theta_1 = \theta_3 = 0$ -nak és $\theta_2 = \pi/2$ -nek választjuk. A második esetben a második homodin mérés a választott szög mellett valójában az Y kvadratúrát méri.

A következőkben bizonyítjuk, hogy a javasolt berendezés kimenő állapotai a következő alakot veszik fel:

$$|\psi_{ki}^{(e)}\rangle = \mathcal{N}_{egyenes} \cdot \sum_{n=-2}^2 c_n |n\beta\rangle, \quad (4.12)$$

$$|\psi_{ki}^{(r)}\rangle = \mathcal{N}_{rács} \cdot \sum_{k,l=-1}^1 |k\beta + il\beta\rangle, \quad (4.13)$$

ahol a β két szomszédos koherens állapot távolsága. Látni fogjuk, hogy a β koherens amplitúdó a (4.12) és a (4.13) egyenletekben valós az $|\alpha\rangle$ koherens állapotok fázisának fentebb leírt választása esetén.

Elsőként az egyenes menti koherens állapot szuperpozíciók előállítását tárgyaljuk.

A nyalábosztók bemeneteire a következő kétmódusú állapot érkezik:

$$\begin{aligned} & \left| \psi_{\text{be}}^{1(\text{e})} \right\rangle \otimes \left| \psi_{\text{be}}^{1(\text{e})} \right\rangle = \\ & = \left| \alpha i e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_1 \left| \alpha i e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_2 + \left| \alpha i e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_1 \left| \alpha i e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_2 + \left| \alpha i e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_1 \left| \alpha i e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_2 + \left| \alpha i e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_1 \left| \alpha i e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_2. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Ebben az egyenletben és a továbbiakban az egyes állapotok előtt a normálási tényezőket elhagyjuk. A koherens állapotok nyalábosztón való transzformációjára a jól ismert összefüggést használjuk:

$$|\alpha_1\rangle_1 \otimes |\alpha_2\rangle_2 \rightarrow \left| \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\sqrt{2}} \right\rangle_3 \otimes \left| \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\sqrt{2}} \right\rangle_4. \quad (4.15)$$

Ezt felhasználva, mindkét nyalábosztó kimenetén a következő kétmódusú állapot keletkezik:

$$\begin{aligned} \left| \psi_{\text{ki},1}^{(\text{e})} \right\rangle_{34} = \left| \psi_{\text{ki},2}^{(\text{e})} \right\rangle_{34} &= \left| \sqrt{2} \alpha i e^{i\frac{\varphi}{2}} \right\rangle_3 |0\rangle_4 + \left| \sqrt{2} \alpha i e^{-i\frac{\varphi}{2}} \right\rangle_3 |0\rangle_4 + \\ & \left| \sqrt{2} \alpha i \cos \frac{\varphi}{2} \right\rangle_3 \left(\left| \sqrt{2} \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 + \left| -\sqrt{2} \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 \right). \end{aligned} \quad (4.16)$$

Az első nyalábosztó után a homodin mérés során az $X_{\theta_1} = x_1$, a második nyalábosztó után az $X_{\theta_2} = x_2$ kvadratúrákat mérjük. Ezek a mérések az (1.26) egyenlet szerint az $|X_{\theta_1} = x_1\rangle \langle X_{\theta_1} = x_1|$ projektor, illetve az $|X_{\theta_2} = x_2\rangle \langle X_{\theta_2} = x_2|$ projektor alkalmazásának felelnek meg. Ennek alapján az első és második nyalábosztó után a kimeneti állapotokat következő alakban kapjuk meg:

$$\left| \psi_{\text{ki},1}^{(\text{e})} \right\rangle = a_1 |0\rangle + a_2 \left(\left| \sqrt{2} \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle + \left| -\sqrt{2} \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle \right), \quad (4.17)$$

$$\left| \psi_{\text{ki},2}^{(\text{e})} \right\rangle = b_1 |0\rangle + b_2 \left(\left| \sqrt{2} \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle + \left| -\sqrt{2} \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle \right). \quad (4.18)$$

Ezekben a kifejezésekben az együtthatók a következők:

$$a_1 = \left\langle X_{\theta_1} = x_1 \left| \sqrt{2} \alpha i e^{i\frac{\varphi}{2}} \right. \right\rangle, \quad (4.19a)$$

$$a_2 = \left\langle X_{\theta_1} = x_1 \left| \sqrt{2} \alpha i \cos \frac{\varphi}{2} \right. \right\rangle, \quad (4.19b)$$

$$b_1 = \left\langle X_{\theta_2} = x_2 \left| \sqrt{2} \alpha i e^{i\frac{\varphi}{2}} \right. \right\rangle, \quad (4.19c)$$

$$b_2 = \left\langle X_{\theta_2} = x_2 \left| \sqrt{2} \alpha i \cos \frac{\varphi}{2} \right. \right\rangle. \quad (4.19d)$$

A harmadik nyalábosztó bemenetére tehát a következő kétmódusú állapot érkezik:

$$\begin{aligned}
& \left| \psi_{\text{ki},1}^{(e)} \right\rangle \otimes \left| \psi_{\text{ki},2}^{(e)} \right\rangle = \\
& = a_1 b_1 |0\rangle_1 |0\rangle_2 + a_1 b_2 \left(|0\rangle_1 \left| \sqrt{2}\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_2 + |0\rangle_1 \left| -\sqrt{2}\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_2 \right) + \\
& + a_2 b_1 \left(\left| \sqrt{2}\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_1 |0\rangle_2 + \left| -\sqrt{2}\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_1 |0\rangle_2 \right) + \\
& + a_2 b_2 \left| \sqrt{2}\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_1 \left| \sqrt{2}\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_2 + a_2 b_2 \left| \sqrt{2}\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_1 \left| -\sqrt{2}\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_2 + \\
& + a_2 b_2 \left| -\sqrt{2}\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_1 \left| -\sqrt{2}\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_2 + a_2 b_2 \left| -\sqrt{2}\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_1 \left| \sqrt{2}\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_2.
\end{aligned} \tag{4.20}$$

A harmadik nyalábosztó után pedig a következő kétmódusú állapot keletkezik:

$$\begin{aligned}
& \left| \psi_{\text{ki},3}^{(e)} \right\rangle_{34} = a_1 b_1 |0\rangle_3 |0\rangle_4 + a_1 b_2 \left| \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_3 \left| \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 + \\
& + a_1 b_2 \left| -\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_3 \left| \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 + a_2 b_1 \left| \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_3 \left| \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 + \\
& + a_2 b_1 \left| -\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_3 \left| -\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 + a_2 b_2 \left| 2\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_3 |0\rangle_4 + \\
& + a_2 b_2 |0\rangle_3 \left| 2\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 + a_2 b_2 |0\rangle_3 \left| -2\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 + a_2 b_2 \left| -2\alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_3 |0\rangle_4.
\end{aligned} \tag{4.21}$$

A harmadik nyalábosztó után az $X_{\theta_3} = x_3$ homodin mérést végezzük el, amely során az $|X_{\theta_3} = x_3\rangle \langle X_{\theta_3} = x_3|$ projektort alkalmazzuk. Így a $\left| \psi_{\text{ki},3}^{(e)} \right\rangle$ állapotot a következő alakban kapjuk meg:

$$\left| \psi_{\text{ki},3}^{(e)} \right\rangle = c_1 |-2d\rangle + c_2 |-d\rangle + c_3 |0\rangle + c_4 |d\rangle + c_5 |2d\rangle, \tag{4.22}$$

ahol a $d = \alpha \sin \frac{\varphi}{2}$, az együtthatók pedig a következők:

$$\begin{aligned}
c_1 &= a_2 b_2 \langle X_{\theta_3} = x_3 | 0 \rangle, \\
c_2 &= a_1 b_2 \langle X_{\theta_3} = x_3 | d \rangle + a_2 b_1 \langle X = x_3 | -d \rangle, \\
c_3 &= a_1 b_1 \langle X_{\theta_3} = x_3 | 0 \rangle + a_2 b_2 \langle X_{\theta_3} = x_3 | 2d \rangle + a_2 b_2 \langle X_{\theta_3} = x_3 | -2d \rangle, \\
c_4 &= a_1 b_2 \langle X_{\theta_3} = x_3 | -d \rangle + a_2 b_1 \langle X_{\theta_3} = x_3 | d \rangle, \\
c_5 &= a_2 b_2 \langle X_{\theta_3} = x_3 | 0 \rangle.
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Láthatjuk, hogy $d = \beta$ esetén a $\left| \psi_{\text{ki},3}^{(e)} \right\rangle$ állapot megegyezik a (4.12) egyenletben megadott $\left| \psi_{\text{ki}}^{(e)} \right\rangle$ állapottal. Tehát a $\left| \psi_{\text{ki},3}^{(e)} \right\rangle$ állapot öt koherens állapot ekvidisztans egyenes menti szuperpozíciója.

A következőkben a rácson vett koherens állapot szuperpozíciók esetét tárgyaljuk. A két bemenő állapot, figyelembe véve az ebben az esetben a koherens állapotok fázisáról korábban leírtakat a következő alakban írható fel:

$$\left| \psi_{\text{be},1}^{(r)} \right\rangle = \mathcal{N} \left| \alpha i e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle + \left| \alpha i e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle, \quad (4.24)$$

$$\left| \psi_{\text{be},2}^{(r)} \right\rangle = \mathcal{N} \left| -\alpha e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle + \left| -\alpha e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle. \quad (4.25)$$

Az előző részhez hasonlóan ebben a részben is az egyenletekben szereplő egyes állapotok előtt a normálási tényezőket a továbbiakban elhagyjuk. Tehát az első nyalábosztó bemenetére a

$$\begin{aligned} & \left| \psi_{\text{be},1}^{(r)} \right\rangle \otimes \left| \psi_{\text{be},1}^{(r)} \right\rangle = \\ & = \left| \alpha i e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_1 \left| \alpha i e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_2 + \left| \alpha i e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_1 \left| \alpha i e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_2 + \left| \alpha i e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_1 \left| \alpha i e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_2 + \left| \alpha i e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_1 \left| \alpha i e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_2, \end{aligned} \quad (4.26)$$

a második nyalábosztó bemenetére pedig a

$$\begin{aligned} & \left| \psi_{\text{be},2}^{(r)} \right\rangle \otimes \left| \psi_{\text{be},2}^{(r)} \right\rangle = \\ & = \left| -\alpha e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_1 \left| -\alpha e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_2 + \left| -\alpha e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_1 \left| -\alpha e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_2 + \left| -\alpha e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_1 \left| -\alpha e^{\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_2 + \left| -\alpha e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_1 \left| -\alpha e^{-\frac{i\varphi}{2}} \right\rangle_2 \end{aligned} \quad (4.27)$$

kétmódusú állapot érkezik. Az első nyalábosztó után a $\left| \psi_{\text{ki},1}^{(r)} \right\rangle_{34}$ állapotot, a második nyalábosztó után pedig a $\left| \psi_{\text{ki},2}^{(r)} \right\rangle_{34}$ kétmódusú állapotot kapjuk:

$$\begin{aligned} \left| \psi_{\text{ki},1}^{(r)} \right\rangle_{34} &= \left| \sqrt{2} \alpha i e^{i\frac{\varphi}{2}} \right\rangle_3 |0\rangle_4 + \left| \sqrt{2} \alpha i e^{-i\frac{\varphi}{2}} \right\rangle_3 |0\rangle_4 + \\ & \left| \sqrt{2} \alpha i \cos \frac{\varphi}{2} \right\rangle_3 \left(\left| \sqrt{2} \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 + \left| -\sqrt{2} \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 \right), \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \left| \psi_{\text{ki},2}^{(r)} \right\rangle_{34} &= \left| -\sqrt{2} \alpha e^{i\frac{\varphi}{2}} \right\rangle_3 |0\rangle_4 + \left| -\sqrt{2} \alpha e^{-i\frac{\varphi}{2}} \right\rangle_3 |0\rangle_4 + \\ & \left| -\sqrt{2} \alpha \cos \frac{\varphi}{2} \right\rangle_3 \left(-\left| \sqrt{2} \alpha i \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 + \left| -\sqrt{2} \alpha i \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle_4 \right). \end{aligned} \quad (4.29)$$

Az első nyalábosztó után az $X_{\theta_1} = x_1$ kvadratúrát mérjük a homodin mérés során, azaz az $|X_{\theta_1} = x_1\rangle \langle X_{\theta_1} = x_1|$ projektort alkalmazzuk. A második nyalábosztó után a $Y_2 = y_2$ kvadratúrát mérjük, tehát az $|Y_2 = y_2\rangle \langle Y_2 = y_2|$ projektort alkalmazzuk. A homodin mérések után a következő állapotokat kapjuk:

$$\left| \psi_{\text{ki},1}^{(r)} \right\rangle = a_1 |0\rangle + a_2 \left(\left| \sqrt{2} \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle + \left| -\sqrt{2} \alpha \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle \right), \quad (4.30)$$

$$\left| \psi_{\text{ki},2}^{(r)} \right\rangle = b_1 |0\rangle + b_2 \left(\left| \sqrt{2} \alpha i \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle + \left| -\sqrt{2} \alpha i \sin \frac{\varphi}{2} \right\rangle \right). \quad (4.31)$$

Az együtthatók a következőképpen alakulnak:

$$a_1 = \left\langle X_{\theta_1} = x_1 \left| \sqrt{2}\alpha i e^{i\frac{\varphi}{2}} \right\rangle + \left\langle X_{\theta_1} = x_1 \left| \sqrt{2}\alpha i e^{-i\frac{\varphi}{2}} \right\rangle, \quad (4.32a)$$

$$a_2 = \left\langle X_{\theta_1} = x_1 \left| \sqrt{2}\alpha i \cos \frac{\varphi}{2} \right\rangle, \quad (4.32b)$$

$$b_1 = \left\langle Y = y_2 \left| \sqrt{2}\alpha e^{i\frac{\varphi}{2}} \right\rangle + \left\langle Y = y_1 \left| \sqrt{2}\alpha e^{-i\frac{\varphi}{2}} \right\rangle, \quad (4.32c)$$

$$b_2 = \left\langle Y = y_2 \left| \sqrt{2}\alpha \cos \frac{\varphi}{2} \right\rangle. \quad (4.32d)$$

A harmadik nyalábosztóra a következő kétmódusú állapot kerül, itt is felhasználva az előzőekben használt jelölést ($d = \alpha \sin \frac{\varphi}{2}$):

$$\begin{aligned} & \left| \psi_{ki,1}^{(r)} \right\rangle \otimes \left| \psi_{ki,2}^{(r)} \right\rangle = a_1 b_1 |0\rangle_1 |0\rangle_2 + a_1 b_2 |0\rangle_1 \left| \sqrt{2}id \right\rangle_2 + \\ & + a_1 b_2 |0\rangle_1 \left| -\sqrt{2}id \right\rangle_2 + a_2 b_1 \left| \sqrt{2}d \right\rangle_1 |0\rangle_2 + a_2 b_1 \left| -\sqrt{2}d \right\rangle_1 |0\rangle_2 + \\ & + a_2 b_2 \left| \sqrt{2}d \right\rangle_1 \left| \sqrt{2}id \right\rangle_2 + a_2 b_2 \left| \sqrt{2}d \right\rangle_1 \left| -\sqrt{2}id \right\rangle_2 + \\ & + a_2 b_2 \left| -\sqrt{2}d \right\rangle_1 \left| \sqrt{2}id \right\rangle_2 + a_2 b_2 \left| -\sqrt{2}d \right\rangle_1 \left| -\sqrt{2}id \right\rangle_2. \end{aligned} \quad (4.33)$$

A harmadik nyalábosztó után az $\left| \psi_{ki,3}^{(r)} \right\rangle_{34}$ kétmódusú állapotot kapjuk:

$$\begin{aligned} & \left| \psi_{ki,3}^{(r)} \right\rangle_{34} = a_1 b_1 |0\rangle_3 |0\rangle_4 + a_1 b_2 |di\rangle_3 |-di\rangle_4 + a_1 b_2 |-di\rangle_3 |di\rangle_4 + \\ & + a_2 b_1 |d\rangle_3 |-d\rangle_4 + a_2 b_1 |-d\rangle_3 |d\rangle_4 + \\ & + a_2 b_2 |d(i+1)\rangle_3 |-d(i-1)\rangle_4 + a_2 b_2 |-d(i-1)\rangle_3 |d(i+1)\rangle_4 + \\ & + a_2 b_2 |-d(i+1)\rangle_3 |d(i-1)\rangle_4 + a_2 b_2 |d(i+1)\rangle_3 |-d(i-1)\rangle_4 \end{aligned} \quad (4.34)$$

A harmadik nyalábosztó után az $X_{\theta_3} = x_3$ homodin mérés során az $|X_{\theta_3} = x_3\rangle \langle X_{\theta_3} = x_3|$ projektort alkalmazzuk. Így az $\left| \psi_{ki,3}^{(r)} \right\rangle$ állapotot a következő alakban kapjuk meg:

$$\begin{aligned} \left| \psi_{ki,3}^{(r)} \right\rangle = & c_1 |-d + id\rangle + c_2 |id\rangle + c_3 |d + id\rangle \\ & + c_4 |-d\rangle + c_5 |0\rangle + c_6 |d\rangle \\ & + c_7 |-d - id\rangle + c_8 |-id\rangle + c_9 |d - id\rangle, \end{aligned} \quad (4.35)$$

ahol az együtthatók a következők:

$$\begin{aligned}
c_1 &= a_2 b_2 \langle X_{\theta 3} = x_3 | -d - id \rangle \\
c_2 &= a_1 b_2 \langle X_{\theta 3} = x_3 | -id \rangle, \\
c_3 &= a_2 b_2 \langle X_{\theta 3} = x_3 | d - id \rangle, \\
c_4 &= a_2 b_1 \langle X_{\theta 3} = x_3 | -d \rangle, \\
c_5 &= a_1 b_1 \langle X_{\theta 3} = x_3 | 0 \rangle, \\
c_6 &= a_2 b_1 \langle X_{\theta 3} = x_3 | d \rangle, \\
c_7 &= a_2 b_2 \langle X_{\theta 3} = x_3 | -d + id \rangle, \\
c_8 &= a_1 b_2 \langle X_{\theta 3} = x_3 | id \rangle, \\
c_9 &= a_2 b_2 \langle X_{\theta 3} = x_3 | d + id \rangle.
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Láthatjuk, hogy $d = \beta$ esetén a $|\psi_{\text{ki},3}^{(r)}\rangle$ állapot megegyezik a (4.13) egyenletben megadott $|\psi_{\text{ki}}^{(r)}\rangle$ állapottal. Tehát a $|\psi_{\text{ki},3}^{(r)}\rangle$ állapot kilenc koherens állapot 3x3-as ekvidisztans rácson vett szuperpozíciója.

Megmutattuk tehát, hogy a 4.8. ábrán látható berendezéssel a korábban leírt bemenő állapotokat választva egyenes menti vagy rácson vett koherens állapot szuperpozíciókat tudunk előállítani, amelyeknek együtthatóit és a szuperpozícióban szereplő koherens állapotok paramétereit a bemenő állapotok és a mérések paramétereit határozzák meg. A rendszer optimalizációja során a célunk, hogy ezeket a paramétereket úgy határozzuk meg, hogy a rendszer kimenő állapota a lehető legjobban közelítse az általunk választott célállapotot. Ahhoz, hogy a közelítés pontosságát jellemezni tudjuk a már korábban a (4.5) egyenletben bevezetett ε hibaparamétert használjuk, amelynek definíciója esetünkben:

$$\varepsilon = 1 - \left| \langle \psi_{\text{ki}}^{(e/r)} | \psi_{\text{cél}} \rangle \right|^2, \tag{4.37}$$

ahol a $|\psi_{\text{ki}}^{(e/r)}\rangle$ a kísérleti elrendezés által létrehozott egyenes menti vagy rácson vett koherens állapot szuperpozíció, a $|\psi_{\text{cél}}\rangle$ pedig a előállítani kívánt állapot. Az optimalizáció során a bemeneti állapotok paramétereinek és a homodin mérések kvadratúra értékeinek meghatározására az 1.1. fejezetben bemutatott genetikus algoritmust használtuk.

A speciális kvantumállapotok feltételes előállításának jellemzésére bevezetjük a sikeres előállítás valószínűségét is. Homodin mérések esetén a valószínűség egy adott sajátérték

mérésekor nulla. Így a valószínűséget úgynevezett mérési tartomány segítségével határozzuk meg. Az i -edik mérés esetén a sikeres előállítás valószínűségét a következő képlet adja meg [125]:

$$P^{(i)}(x_i^{\text{opt}}, \delta_i) = \int_{x_i^{\text{opt}} - \delta_i}^{x_i^{\text{opt}} + \delta_i} dx_i \text{Tr} \left[\rho_3^{(i)} |x_i\rangle \langle x_i| \right], \quad (4.38)$$

ahol

$$\rho_3^{(i)} = \text{Tr}_4 \left[|\psi^{(i)}\rangle_{34} \langle \psi^{(i)}| \right] \quad (4.39)$$

annak a módusnak a sűrűségoperátora melyen az i -edik homodin mérést elvégeztük, δ_i pedig a mérési tartomány méretének fele. Az x_i^{opt} az i -edik nyalábosztó utáni mérés optimális értékét jelöli. A $|\psi^{(i)}\rangle_{34}$ állapot azt a kétmódusú állapotot jelöli, mely az i -edik nyalábosztó kimenetein keletkezik. Az $i = 3$ esetben a kimeneti állapot függ az előző két homodin mérés eredményétől. Ha a mérési tartományok elég kicsik, akkor a 3 mérés valószínűsége független egymástól, így használható a független eseményekre vonatkozó tétel, mely szerint így a három valószínűség összeszorozható. Tehát a sikeres előállítás teljes valószínűsége:

$$P = \prod_i P^{(i)}(x_i^{\text{opt}}, \delta_i). \quad (4.40)$$

Mivel a hibaparaméter értéke függ a mérési paraméterek értékétől, így egy-egy mérési tartományban a hibaparaméter értéke is változni fog. Ezért bevezetünk egy átlagos hibaparamétert. Az átlagos hibaparaméter kiszámolásához egyenlő részekre osztottuk a mérési tartományt, és minden ilyen kis intervallumnak a közepén kiszámoltuk a valószínűséget és a hibaparamétert. Így a mérési tartományban a közelítés pontosságára bevezetett paraméter a következőképpen számolható:

$$\varepsilon_{\text{avg}} = \frac{\sum_j P_j \cdot \varepsilon_j}{\sum_j P_j}, \quad (4.41)$$

ahol P_j és ε_j a j -edik tartományban kiszámolt valószínűség és hibaparaméter értékeket jelölik. Az ε_{avg} átlagos hibaparaméter értéke függ a δ_i mérési tartományok méretétől. Általánosan a δ_i mérési tartományok növelésével nő a P sikeres előállítás valószínűsége, de csökken az ε_{avg} átlagos hibaparaméter. A vizsgálatok során a továbbiakban a három mérés δ_i paraméterét azonosnak választjuk.

Az eljárás során az optimalizálandó paraméterek megfelelő értékét olyan paramétertartományokon keressük, hogy a paraméterek kísérletileg megvalósíthatóak legyenek, továbbá az adott tartományon az optimalizáció numerikusan stabil legyen. Ehhez elsőként a x_i kvadratúra mérési paramétereket olyan határok között kell megválasztani, hogy a tőlük függő együtthatók a (4.12) és a (4.13) egyenletekben a célállapot közelítéséhez szükséges értékeiket felvehessék. A vizsgálat során azt kaptuk, hogy mindhárom mérés esetében elegendő a $[-10, 10]$ intervallumon keresni az optimális mérési paramétereket.

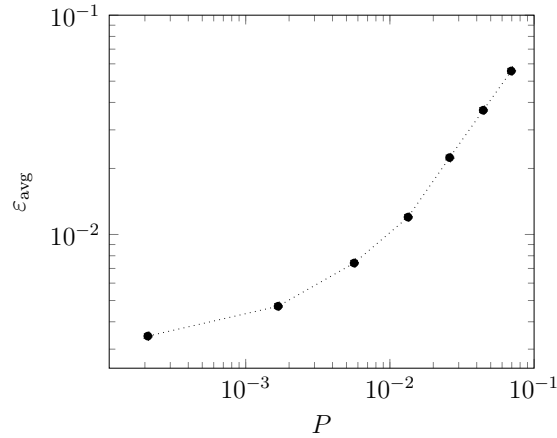
A következő lépésben a bemenő állapotok α amplitúdójának és φ fázisának értéktartományát vizsgáltuk meg. A (4.12) és a (4.13) egyenletekben ezen bemenő paraméterek határozzák meg a β paraméter, azaz a koherens állapot szuperpozícióban szereplő, szomszédos állapotok távolságának értékét. Az irodalomban ismert adott állapotokat közelítő diszkrét koherens állapot szuperpozíciók esetén β távolság értéke nagyságrendileg 1, amelyet a 4.1 fejezetben is láthattunk [124]. Ez az érték biztosítja a szükséges kvantuminterferenciát az állapotok közelítése, illetve előllítása során. Ebből azt a következtetést lehet levonni, hogy az α és φ paraméterek viszonylag szabadon választhatóak, figyelembe véve, hogy $\beta = \alpha \sin \frac{\varphi}{2}$ nagyságrendileg 1. Ennek a szabadságnak a bemutatására több célállapot esetén elvégeztük az optimalizálást úgy, hogy a φ fázis optimalizációs tartományát 10^{-6} és 10^{-2} értékek között vett különböző tartományokban választottuk, az α koherens amplitúdók tartományait pedig a leírtaknak megfelelően rögzítettük. A vizsgálat során azt kaptuk, hogy hasonlóan jó ε hibaparamétereket kapunk az α és φ paraméterek optimális megválasztásával minden vizsgált tartományon. Erre a vizsgálatra mutatunk egy példát a 4.9. táblázatban, ahol az $|1; 2; 1\rangle_{\text{AS}}$ amplitúdó-összenyomott állapot 3×3 -as ekvidisztans rácson vett különböző előállításait adjuk meg.

A 4.9. táblázatban látható, hogy az esetek többségében a β rácsállandó $0,8 - 0,9$ közötti értékei bizonyultak a optimálisnak. A táblázatból továbbá kiolvasható, hogy a φ paraméter bármely vizsgált nagyságrendű választása esetén ugyanolyan pontosságú közelítés érhető el. Ezt kihasználva a továbbiakban 10^{-3} nagyságrendű φ bemeneti paraméterrel számolt eredményeket mutatunk be, mivel a $|\psi_{\text{be},1}^{(e/r)}\rangle$ bemeneti állapotokat ezen a tartományon kísérletileg létre lehet hozni [126–130].

A 4.9. ábrán a $|2,5; 0\rangle_{\text{SC}}^+$ Schrödinger-macska állapot 5 koherens állapot egyenes menti

ε	α	φ	β	x_1	x_2	x_3
$1,131 \cdot 10^{-4}$	354241	$4,7 \cdot 10^{-6}$	0,84	2,1	-2,2	3,9
$1,421 \cdot 10^{-4}$	22981	$7,1 \cdot 10^{-5}$	0,82	2,26	-2,18	4,13
$1,031 \cdot 10^{-4}$	4363	$3,9 \cdot 10^{-4}$	0,85	2,039	-2,2	3,81
$1,137 \cdot 10^{-4}$	886	$2 \cdot 10^{-3}$	0,89	1,83	2,15	3,54
$1,586 \cdot 10^{-4}$	698	$2,3 \cdot 10^{-3}$	0,8	2,35	-2,19	4,241
$1,034 \cdot 10^{-4}$	442	$3,8 \cdot 10^{-3}$	0,86	2	2,19	3,77
$1,046 \cdot 10^{-4}$	417	$4,2 \cdot 10^{-3}$	0,88	-1,89	2,17	3,62
$1,027 \cdot 10^{-4}$	349	$4,9 \cdot 10^{-3}$	0,86	1,97	-2,18	3,75
$1,046 \cdot 10^{-4}$	347	$5,1 \cdot 10^{-3}$	0,87	-1,91	2,17	3,65
$1,106 \cdot 10^{-4}$	307	$5,5 \cdot 10^{-3}$	0,85	2,08	2,2	3,87
$1,055 \cdot 10^{-4}$	238	$7,3 \cdot 10^{-3}$	0,88	1,88	-2,16	3,62
$1,105 \cdot 10^{-4}$	187	$9,4 \cdot 10^{-3}$	0,88	1,86	2,16	3,59
$1,044 \cdot 10^{-4}$	27	$6,4 \cdot 10^{-2}$	0,88	1,91	-2,17	3,65

4.9. táblázat. Az $|1; 2; 1\rangle_{AS}$ amplitúdó-összenyomott állapot közelítése esetén rácson vett koherens állapot szuperpozíciókkal. Az ε a megfelelő hibaparaméter alakulása különböző $\alpha - \varphi$ párosok esetén



4.9. ábra. $|2,5; 0\rangle_{SC}^+$ Schrödinger-macska állapot előállításának ε_{avg} átlagos hibaparamétere különböző P sikeres előállítási valószínűségek függvényében

szuperpozíciójával való előállításának ε_{avg} átlagos hibaparamétere a P sikeres előállítás valószínűségnek függvényében látható. Figyelembe véve a (4.41) egyenlet után leírtakat, amennyiben ez az összefüggés ismert egy adott állapotra, ennek segítségével megtalálhatjuk azt az optimális δ tartományt, amelynél a sikeres előállítás valószínűsége és az előállítás átlagos pontossága az általunk elfogadott tartományba esik. A nemklasszikus állapotok előállításának vizsgálata során a δ paramétert úgy állítottuk be, hogy az ε_{avg} átlagos hibaparaméter értéke a 10^{-2} nagyságrend tartományában legyen.

A továbbiakban különböző nemklasszikus állapotok előállítását mutatjuk be a 4.8. ábrán látható berendezéssel, először a fázistér valós egyenese mentén elhelyezett, majd a fázistér 3×3 -as rácsán vett koherens állapot szuperpozíciókkal.

A 4.10. táblázatban különböző nemklasszikus állapotok 5 koherens állapot egyenes mentén vett szuperpozíciójával való előállítására vonatkozó eredmények találhatók.

A táblázatból megállapítható, hogy egyenes mentén vett koherens állapotok szuperpozíciójával a vizsgált amplitúdó-összenyomott, binomiális, Schrödinger-macska, és összenyomott Schrödinger-macska állapotok, illetve speciális fotonszámállapot szuperpozíciók nagy pontossággal hozhatók létre a javasolt kísérleti elrendezéssel. A hibaparaméterek a $10^{-7} - 10^{-3}$ tartományba esnek. A sikeres előállítás valószínűségei ezeknél az állapotoknál $10^{-3} - 10^{-1}$ tartományban vannak. Ezek a valószínűségek a több mérést tartalmazó kvantumállapot tervezési módszerekhez képest [119, 120] magasabbak.

A következőkben a Schrödinger-macska és az összenyomott Schrödinger-macska állapotok előállítását elemezzük részletesebben. Az erre vonatkozó eredmények a 4.11. táblázatban láthatóak.

Megfigyelhető, hogy a vizsgált összenyomott Schrödinger-macska állapotok előállításának hibaparaméterei nagyobbak mint a vizsgált Schrödinger-macska állapotok előállításának hibaparaméterei. A Schrödinger-macska állapotokban szereplő koherens állapotok amplitúdójának növelésével az előállítás hibaparamétere csökken, vagyis az előállítás pontossága nő. A hibaparaméterek a $10^{-7} - 10^{-2}$ tartományba esnek. A sikeres előállítás valószínűsége a $10^{-2} - 10^{-1}$ tartományban vannak.

állapot	ε	α	φ	β	x_1	x_2	x_3	δ	P	ε_{avg}
$ 1; 1,5; 1\rangle_{\text{AS}}$	$8,8 \cdot 10^{-5}$	616	$1,7 \cdot 10^{-3}$	0,55	1,14	0,82	2,63	0,75	0,004	0,073
$ 1; 2; 1\rangle_{\text{AS}}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$	245	$6,3 \cdot 10^{-3}$	0,77	-1,97	-0,25	-1,94	0,35	0,025	0,011
$ \sqrt{2}; 2,5; 2\rangle_{\text{AS}}$	$7,510^{-3}$	698	$3,7 \cdot 10^{-3}$	1,29	2,13	-1,03	-1,52	0,3	0,005	0,043
$ \sqrt{2}; 3; 2\rangle_{\text{AS}}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$	691	$3,1 \cdot 10^{-3}$	1,31	-2,17	-1,0	-1,61	0,4	0,012	0,068
$ 0,1; 5\rangle_{\text{B}}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	780	$6,4 \cdot 10^{-3}$	0,6	0,29	3,72	2,62	1,0	0,004	0,041
$ 0,3; 6\rangle_{\text{B}}$	$9,6 \cdot 10^{-3}$	492	$5,2 \cdot 10^{-3}$	1,29	-0,38	2,52	0,8	0,4	0,014	0,024
$ 0,2; 8\rangle_{\text{B}}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$	939	$2,910^{-3}$	1,39	0,54	-1,86	2,17	0,5	0,017	0,024
$ 1,5; 0\rangle_{\text{SC}}$	$5,4 \cdot 10^{-4}$	487	$2,9 \cdot 10^{-3}$	0,71	0	0	0,11	0,5	0,048	0,058
$ 2,5; 0\rangle_{\text{SC}}$	$3,6 \cdot 10^{-5}$	947	$2,6 \cdot 10^{-3}$	1,25	0	0	0	1,0	0,076	0,034
$ 3; 0\rangle_{\text{SC}}$	$2,510^{-6}$	732	$4,1 \cdot 10^{-3}$	1,5	0	0	0	1,2	0,096	0,011
$ 4; 0\rangle_{\text{SC}}$	$9,6 \cdot 10^{-7}$	491	$8,1 \cdot 10^{-3}$	2	0	0	0	2,1	0,124	0,025
$ 1,5; 0,05\rangle_{\text{SC}}$	$5,16 \cdot 10^{-3}$	857	$1,68 \cdot 10^{-3}$	0,72	-0,12	0,25	0	0,5	0,183	0,067
$ 1,8; 0,05\rangle_{\text{SC}}$	$7,2 \cdot 10^{-3}$	658	$2,7 \cdot 10^{-3}$	0,9	0,11	0,11	0	0,6	0,123	0,058
$ 2; 0,05\rangle_{\text{SC}}$	$8,1 \cdot 10^{-3}$	457	$4,3 \cdot 10^{-3}$	0,98	-0,11	0,42	0	0,5	0,135	0,035
$ \psi_{012}\rangle''$	$3,4 \cdot 10^{-4}$	269	$1,9 \cdot 10^{-3}$	0,26	-3,99	0,1	-0,45	0,5	0,085	0,019
$ \psi(0,15; 0,1)\rangle_{\text{RS}}$	$4 \cdot 10^{-3}$	225	$7,8 \cdot 10^{-3}$	0,92	3	-1,98	0,78	0,5	0,022	0,067
$ \psi(0,3; 0,1)\rangle_{\text{RS}}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$	177	$2,5 \cdot 10^{-3}$	0,22	2,3	1,59	0,5	0,4	0,028	0,048

4.10. táblázat. Amplitúdó-összenyomott és binomiális, illetve Schrödinger-macska és összenyomott Schrödinger-macska állapotok továbbá speciális fotonszámállapot szuperpozíciók előállítása 5 koherens állapot egyenes menti szuperpozíciójával. Az ε az optimális közelítés hibapatamétere, az α az optimális bemeneti állapot amplitúdója, a φ az optimális bemeneti állapot fázisát meghatározó szög, a β két szomszédos koherens állapot optimális távolsága, az x_i az ideális mérések helye. A δ a mérési tartományok mérete, a P a sikeres előállítási valószínűség és az ε_{avg} a közelítés átlagos pontossága a mérési tartományon belül. A táblázatban szereplő fotonszámállapot szuperpozíció: $|\psi_{012}\rangle'' = \frac{1}{3}(2|0\rangle + 2|1\rangle + |2\rangle)$.

állapot	ε	α	φ	β	x_1	x_2	x_3	δ	P	ε_{avg}
$ 1; 0\rangle_{\text{SC}}^+$	$2,24 \cdot 10^{-3}$	467	$2,1 \cdot 10^{-3}$	0,5	0	0	0,33	0,5	0,273	0,045
$ 1; 0,05\rangle_{\text{SC}}^+$	$7,53 \cdot 10^{-3}$	792	$1,37 \cdot 10^{-3}$	0,55	0,065	0,066	0	0,6	0,494	0,053
$ 1; 0,3\rangle_{\text{SC}}^+$	$1,55 \cdot 10^{-2}$	802	$1,83 \cdot 10^{-3}$	0,73	-0,88	-0,77	1,23	0,2	0,004	0,0611
$ 1; 0,5\rangle_{\text{SC}}^+$	$6,17 \cdot 10^{-2}$	871	$1,52 \cdot 10^{-3}$	0,662	0,744	0,744	1,1	0,15	0,002	0,096
$ 1,5; 0\rangle_{\text{SC}}^+$	$5,4 \cdot 10^{-4}$	487	$2,9 \cdot 10^{-3}$	0,71	0	0	0,11	0,5	0,193	0,058
$ 1,5; 0,05\rangle_{\text{SC}}^+$	$5,16 \cdot 10^{-3}$	857	$1,68 \cdot 10^{-3}$	0,72	-0,12	0,25	0	0,5	0,183	0,067
$ 1,8; 0\rangle_{\text{SC}}^+$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	505	$3,5 \cdot 10^{-3}$	0,88	0	0	-0,13	0,6	0,255	0,053
$ 1,8; 0,05\rangle_{\text{SC}}^+$	$7,2 \cdot 10^{-3}$	658	$2,74 \cdot 10^{-3}$	0,9	-0,11	-0,11	0	0,6	0,245	0,058
$ 1,8; 0,1\rangle_{\text{SC}}^+$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	650	$2,74 \cdot 10^{-3}$	0,89	-0,15	0,55	0	0,5	0,1305	0,082
$ 2,5; 0\rangle_{\text{SC}}^+$	$3,55 \cdot 10^{-5}$	947	$2,64 \cdot 10^{-3}$	1,25	0	0	0	1	0,616	0,034
$ 2,5; 0,05\rangle_{\text{SC}}^+$	$1,39 \cdot 10^{-2}$	320	$7,77 \cdot 10^{-3}$	1,24	0,51	0,51	0,19	0,9	0,4103	0,065
$ 2,5; 0,1\rangle_{\text{SC}}^+$	$5,2 \cdot 10^{-2}$	289	$8,6 \cdot 10^{-3}$	1,24	0,52	0,52	0,82	0,6	0,128	0,071
$ 3; 0\rangle_{\text{SC}}^+$	$2,47 \cdot 10^{-6}$	732	$4,1 \cdot 10^{-3}$	1,5	0	0	0	1,2	0,0959	0,011
$ 3; 0,05\rangle_{\text{SC}}^+$	$2,04 \cdot 10^{-2}$	925	$3,2 \cdot 10^{-3}$	1,488	-1,29	-0,138	0	0,7	0,094	0,078
$ 4; 0\rangle_{\text{SC}}^+$	$9,6 \cdot 10^{-7}$	491	$8,1 \cdot 10^{-3}$	2	0	0	0	2,3	0,127	0,074

4.11. táblázat. *Különböző Schrödinger-macska és összenyomott Schrödinger-macska állapotok előállítása a fázistér egyenesé mentén vett 5 koherens állapot diszkrét szuperpozíciójával. Az ε az optimális előállítás hibaparamétere, az α az optimális bemeneti állapot amplitúdója, a φ az optimális bemeneti állapot fázisát meghatározó szög, a β két szomszédos koherens állapot optimális távolsága, x_i az optimális mérések helye. A δ a mérési tartomány mérete, a P a sikeres előállítás valószínűsége és az ε_{avg} az előállítás átlagos hibaparamétere a mérési tartományon belül.*

A táblázatból megállapítható, hogy nagy méretű, $\alpha > 2$ Schrödinger-macska állapotok is létrehozhatók nagy pontossággal ($\varepsilon_{\text{avg}} < 4 \cdot 10^{-2}$). A sikeres előállítás valószínűsége $P > 4 \cdot 10^{-2}$ nagy. A [105, 110, 111, 113, 116] közleményekben a legnagyobb elért amplitúdó $\alpha < 2$. Ezért eredményünk fontos lehet a nagy amplitúdójú Schrödinger-macska állapotok előállításában.

A következőkben a fény különböző nemklasszikus állapotainak előállítását tárgyaljuk koherens állapotok 3×3 rácson vett szuperpozíciójával. Az erre vonatkozó eredmények a 4.12. táblázatban láthatóak.

állapot	ε	α	φ	β	x_1	x_2	x_3	δ	P	ε_{avg}
$ 1; 1; 1\rangle_{\text{AS}}$	$2,3 \cdot 10^{-4}$	1114	$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,63	1,77	0,23	2,02	0,5	0,005	0,078
$ \sqrt{2}; 1,5; 2\rangle_{\text{AS}}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	341	$5,1 \cdot 10^{-3}$	0,86	0,92	-1,04	2,37	0,4	0,002	0,082
$ 0,2; 4\rangle_{\text{B}}$	$1,71 \cdot 10^{-4}$	481	$2,3 \cdot 10^{-3}$	0,56	0,84	1,51	2,03	0,4	0,001	0,028
$ 0,4; 3\rangle_{\text{B}}$	$1,22 \cdot 10^{-3}$	1105	$1,9 \cdot 10^{-3}$	1,02	0	-1,58	1,55	0,3	0,003	0,049
$ 0,2; 8\rangle_{\text{B}}$	$6,3 \cdot 10^{-3}$	449	$6,9 \cdot 10^{-3}$	1,54	0	-2,15	2,1	0,5	0,004	0,054
$ 0,2; 10\rangle_{\text{B}}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	1679	$1,7 \cdot 10^{-3}$	1,42	0	-2,39	1,93	0,8	0,002	0,051
$ 0,3; 10\rangle_{\text{B}}$	$6,1 \cdot 10^{-3}$	407	$8,3 \cdot 10^{-3}$	1,71	0	-2,43	2,44	0,7	0,001	0,057
$ \psi_{02}\rangle'$	$6,4 \cdot 10^{-4}$	227	$1,5 \cdot 10^{-3}$	0,17	-0,09	-2,99	0	0,3	0,003	0,062
$ \psi_{012}\rangle''$	$7,9 \cdot 10^{-4}$	374	$5,8 \cdot 10^{-3}$	1,1	-2,47	-1,93	1,61	0,5	0,008	0,087

4.12. táblázat. *Amplitúdó-összenyomott és binomiális állapotok továbbá speciális foton-számállapot szuperpozíciók előállítása 9 koherens állapot rácson vett szuperpozíciójával. Az ε az optimális közelítés hibaparamétere, az α az optimális bemeneti állapot amplitúdója, a φ az optimális bemeneti állapot fázisát meghatározó szög, a β két szomszédos koherens állapot optimális távolsága, az x_i az ideális mérések helye. A δ a mérési tartományok mérete, a P az előállítás valószínűsége és az ε_{avg} az átlagos hibaparaméter a mérési tartományon belül. A táblázatban szereplő foton-számállapot szuperpozíciók: $|\psi_{02}\rangle' = \frac{1}{\sqrt{10}}(3|0\rangle + |2\rangle)$, $|\psi_{012}\rangle'' = \frac{1}{3}(2|0\rangle + 2|1\rangle + |2\rangle)$.*

A táblázat alapján megállapítható, hogy a vizsgált amplitúdó-összenyomott, binomiális állapotok, valamint különböző foton-számállapot szuperpozíciók nagy pontossággal állíthatók elő a javasolt kísérleti elrendezéssel. Valamennyi hibaparaméter a $10^{-4} - 10^{-3}$ tartományban van. A sikeres előállítás valószínűségei pedig a $10^{-3} - 10^{-4}$ tartományba esnek. Ezek a valószínűségek a több mérést tartalmazó kvantumállapot tervezési módsze-

rekhez képest [119, 120] magasabbak.

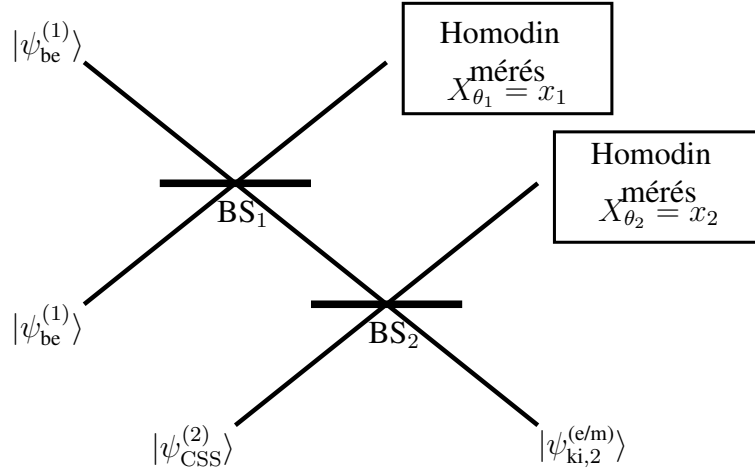
Az ebben a részben felsorolt eredményekből megállapítható, hogy a 4.8. ábrán látható kísérleti sémával mind a fázistéren vett egyenközű rácson vett, mind egyenes menti koherens állapot szuperpozíciók hozhatók létre. A javasolt kísérleti elrendezéssel a vizsgált amplitúdó-összennyomott, binomiális, Schrödinger-macska és összennyomott Schrödinger-macska állapotok, illetve speciális fotonszámállapot szuperpozíciók és forrásállapotok nagy pontossággal állíthatók elő. A sikeres előállítás valószínűségei a $10^{-3} - 10^{-1}$ tartományba esnek.

4.2.2. Egyszerűsített lineáris optikai rendszer koherens állapot szuperpozíciók előállítására

Az előző részben bemutatott kísérleti elrendezés esetén a sikeres előállítási valószínűségek viszonylag alacsonyak. Ennek oka az, hogy ez a mennyiség a nyalábosztók és homodin mérések számával arányosan csökken. A magasabb valószínűség értékek eléréséhez javasolunk egy olyan kísérleti elrendezést, melyben csak két nyalábosztó és két homodin mérés szerepel. Ezt a kísérleti elrendezést a 4.10. ábrán mutatjuk be. Az első nyalábosztó bemeneteire az előző részben bemutatott $|\psi_{be}^1\rangle$ két koherens állapotból álló szuperpozíciókat vezetünk. A második nyalábosztó bemeneteire az első nyalábosztó után a homodin mérést követően kialakult állapot és a $|\psi_{CSS}^{(2)}\rangle$ koherens állapot szuperpozíció kerül, amely egy ekvidisztans N elemből álló koherens állapot szuperpozíció egy egyenes mentén a fázistérben. Figyelemmel a gyakorlati megvalósíthatóságra, erről a koherens állapot szuperpozícióról feltesszük, hogy valójában egy $|\zeta, 0\rangle$ összennyomott vákuumállapotot közelít, ahol $\zeta = r \exp(i\theta)$ a komplex összennyomási paraméter. Az összennyomott vákuumállapotokat tehát a következő koherens állapot szuperpozíciókkal közelítjük:

$$|\psi_{CSS}^{(2)}\rangle = \sum_{l=-n}^n c_l' |l\gamma e^{i\frac{\theta}{2}}\rangle, \text{ ahol } n = \frac{N-1}{2}. \quad (4.42)$$

A (4.42) egyenletben a γ koherens amplitúdó valós. Amennyiben a ζ összennyomási paraméter valós ($\zeta = r$) az összennyomás az Y kvadratúrában történik. Ekkor a (4.42) szuperpozícióban a koherens állapotok a valós tengely mentén helyezkednek el. Teljesen



4.10. ábra. Kísérleti elrendezés fázistérbeli rács, illetve egyenes generálására két nyalábosztóval és két homodin detektorral

komplex összenyomási paraméter esetén ($\theta = \pi$) a koherens állapotok a képzetes tengely mentén helyezkednek el.

A c'_l együtthatók és a γ koherens amplitúdók meghatározására a [64] közleményben leírt módszert alkalmazhatjuk. Ekkor a c'_l együtthatókat az összenyomott vákuumállapot egydimenziós koherens állapot reprezentációjának segítségével határozzuk meg. Eredményül a következőt kapjuk:

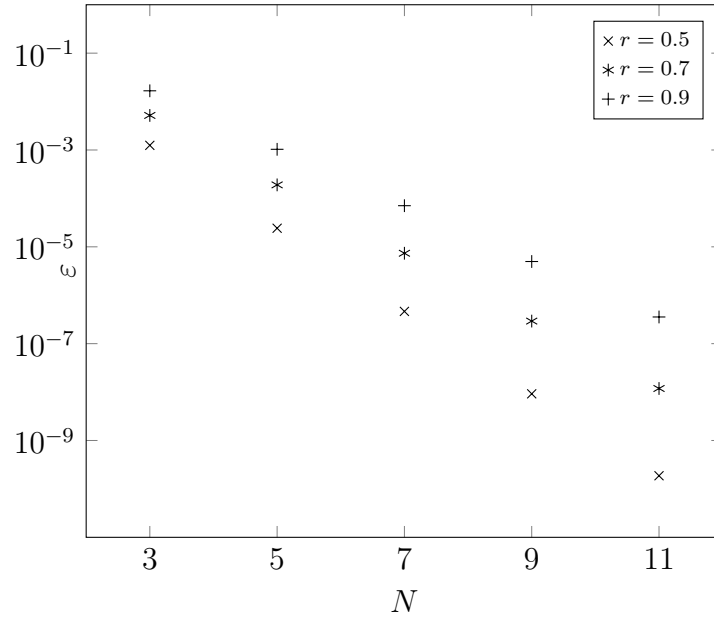
$$c'_l = \mathcal{N} \exp\left(-\frac{1}{e^{2r} - 1} |l_\gamma|^2\right). \quad (4.43)$$

A γ koherens amplitúdó értékét úgy határozzuk meg, hogy a $|\psi_{CSS}^{(2)}\rangle$ közelítő koherens állapot szuperpozíció és a $|\zeta, 0\rangle$ eredeti összenyomott vákuumállapot a lehető legközelebb legyen egymáshoz, tehát úgy, hogy az

$$\varepsilon = 1 - \left| \langle \psi_{CSS}^{(2)} | \zeta, 0 \rangle \right|^2 \quad (4.44)$$

hibaparaméter a minimális legyen.

A 4.11. ábrán összenyomott vákuumállapotok közelítésének hibaparaméterét láthatjuk a szuperpozícióban szereplő koherens állapotok számának függvényében különböző összenyomási paraméterek mellett. Az ábráról leolvasható, hogy a pontosság növelése érdekében a koherens állapot szuperpozícióban szereplő koherens állapotok számát is növelni kell. Látható az is, hogy már $N = 7$ koherens állapot szuperpozíciójával $\varepsilon < 10^{-4}$



4.11. ábra. Összenyomott vákuumállapotok közelítése különböző számosságú koherens állapot szuperpozícióval. Az N a koherens állapotok száma, az ε pedig az előállítás pontosságát jelző hibaparaméter.

pontosságú közelítés érhető el a vizsgált összenyomott vákuumállapotok esetén. Az ábráról látható, hogy a logaritmikus skála mellett az állapotok N számának növelésével az ε hibaparaméter a vizsgált tartományon lineárisan csökken, tehát a pontosság exponenciálisan javul. Példaként az $r = 0,7$ esetben az N változót folytonosnak tekintve az $\varepsilon = (-0,187 \pm 0,0177)N - 0,70464 \pm 0.00235$ egyenest illeszthetjük, ahol a relatív hiba kisebb, mint 9%. Megjegyezzük, hogy az $\varepsilon(N)$ függvény nem monoton, az N további növelése csökkentheti a pontosságot. Például az $r = 0,7$ esetben $N = 31$ értéknél a hibaparaméter $\varepsilon = 5,01 \cdot 10^{-5}$.

A 4.10. ábrán szereplő elrendezés kimenő állapota, felhasználva a bemenő állapotokat meghatározó a (4.11) és a (4.42) egyenleteket a következő:

$$\left| \psi_{ki,2}^{(e/r)} \right\rangle = \mathcal{N} \sum_{k=-1}^1 \sum_{l=-n}^n c_{kl} \left| k\beta - \frac{1}{\sqrt{2}} l\gamma e^{\frac{i\theta}{2}} \right\rangle, \quad (4.45)$$

ahol

$$c_{kl} = a_{|k|} c'_l \left\langle x_2 \left| k\beta + \frac{1}{\sqrt{2}} l\gamma e^{\frac{i\theta}{2}} \right\rangle, \quad (4.46)$$

ahol az \mathcal{N} a normálási tényező, az $a_{|k|}$ együtthatót pedig a (4.19) egyenletben definiáltuk.

A (4.45)-(4.46) egyenletek különböző koherens állapot szuperpozíciókat írnak le, melyeknek elhelyezkedése függ a θ fázisszög értékétől. A $\theta = 0$ esetén a $|\psi_{ki,2}^{(e)}\rangle$ állapot $N \times 3$ koherens állapot egyenes menti szuperpozíciója. A $\theta = \pi$ esetén pedig $|\psi_{ki,2}^{(r)}\rangle$ állapot koherens állapotok $N \times 3$ -as rácson vett szuperpozíciója. A továbbiakban $N = 7$ koherens állapot szuperpozíciójával közelített összenyomott vákuum állapotokat használunk a számolások során. Az előállítás pontosságának jellemzéséhez a korábban a (4.37) egyenletben bevezetett ε hibaparamétert használjuk.

A következőkben különböző nemklasszikus állapotok előállítását mutatjuk be a 4.10. ábrán látható kísérleti berendezéssel. Először a fázistér valós egyenese mentén elhelyezett, majd a fázistér 7×3 -es rácán vett koherens állapot szuperpozíciókkal.

A 4.13. táblázatban különböző nemklasszikus állapotok 21 koherens állapot egyenes mentén vett szuperpozíciójával való előállításaira vonatkozó eredményeket láthatjuk.

A táblázatból megállapítható, hogy a javasolt kísérleti elrendezéssel a vizsgált amplitúdó-összenyomott, binomiális, Schrödinger-macska, összenyomott Schrödinger-macska állapotok, illetve az $|n = 2\rangle$ fotonszámállapot, speciális fotonszámállapot szuperpozíciók és forrás állapotok nagy pontossággal előállíthatók. A hibaparaméterek a $10^{-5} - 10^{-3}$ tartományba esnek. A sikeres előállítás valószínűségei pedig $10^{-2} - 10^{-1}$ tartományba esnek a vizsgált állapotoknál. Ezek a valószínűségek a 4.10. táblázatban ismertetett sikeres előállítás valószínűségekkel megegyező, illetve eggyel nagyobb nagyságrendűek, a várakozásunkkal összhangban.

A táblázat alapján megállapítható, hogy a vizsgált amplitúdó-összenyomott, binomiális állapotok, speciális fotonszámállapotok szuperpozíciók és forrásállapotok nagy pontossággal előállíthatók a javasolt kísérleti elrendezés által létrehozott rácson vett koherens állapot szuperpozíciókkal. A hibaparaméterek a $10^{-6} - 10^{-2}$ tartományba esnek. Ezeknél az állapotoknál a sikeres előállítás valószínűsége pedig a $10^{-3} - 10^{-1}$ tartományba esik. Ezek a valószínűségek a 4.12. táblázatban ismertetett sikeres előállítás valószínűségeinél nagyobbak a várakozásunkkal összhangban.

A 4.13., és 4.14. táblázatokból kiderül, hogy az egyszerűsített elrendezéssel számos nemklasszikus állapot nagy pontossággal előállítható.

állapot	ε	α	φ	β	r	γ	x_1	x_2	δ	P	ε_{avg}
$ 1; 1; 1\rangle_{\text{AS}}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	549	$1,4 \cdot 10^{-3}$	0,38	0,1	0,44	0,68	1,25	0,25	0,032	0,045
$ 1; 2; 1\rangle_{\text{AS}}$	$3,4 \cdot 10^{-3}$	1355	$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,78	0,1	0,44	0,42	1,35	0,3	0,094	0,011
$ \sqrt{2}; 3; 2\rangle_{\text{AS}}$	$5,9 \cdot 10^{-3}$	383	$6,8 \cdot 10^{-3}$	1,31	0,002	0,32	0,5	0,92	0,3	0,039	0,011
$ 0,2; 8\rangle_{\text{B}}$	$6 \cdot 10^{-3}$	1883	$1,2 \cdot 10^{-3}$	1,14	0,1	0,44	0,41	1,08	0,35	0,098	0,012
$ 1; 0\rangle_{\text{SC}}^{(+)}$	$9,6 \cdot 10^{-5}$	245	$1,5 \cdot 10^{-3}$	0,19	0,43	0,79	0	0	0,3	0,107	0,025
$ 1; 0,5\rangle_{\text{SC}}^{(+)}$	$3 \cdot 10^{-3}$	579	$3,7 \cdot 10^{-3}$	1,07	1,04	1,35	0,67	0	0,3	0,024	0,012
$ 2; 0,3\rangle_{\text{SC}}^{(+)}$	$3,4 \cdot 10^{-4}$	1849	$1,6 \cdot 10^{-3}$	1,48	1,18	1,46	0	0	0,3	0,022	0,012
$ 3; 0,3\rangle_{\text{SC}}^{(+)}$	$3,1 \cdot 10^{-4}$	2316	$1,9 \cdot 10^{-3}$	2,22	1,15	1,43	0,04	0	0,4	0,014	0,031
$ 1; 0,3\rangle_{\text{SC}}^{(-)}$	$3,4 \cdot 10^{-4}$	893	$1,9 \cdot 10^{-3}$	0,83	0,79	1,13	0	0	0,35	0,059	0,049
$ 2; 0,3\rangle_{\text{SC}}^{(-)}$	$2,9 \cdot 10^{-4}$	2024	$1,5 \cdot 10^{-3}$	1,49	1,15	1,43	0	0	0,65	0,089	0,048
$ 2\rangle$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	442	$1,5 \cdot 10^{-3}$	0,33	0	0,32	0,51	0	0,12	0,013	0,051
$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 2\rangle)$	$9,1 \cdot 10^{-4}$	731	$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,38	0,002	0,32	0	0	0,15	0,028	0,025
$\frac{1}{\sqrt{3}}(0\rangle + 1\rangle + 2\rangle)$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	243	$1,8 \cdot 10^{-3}$	0,21	0	0,32	0,13	0,5	0,35	0,189	0,044
$\frac{1}{3}(2 0\rangle + 2 1\rangle + 2\rangle)$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	242	$3,9 \cdot 10^{-3}$	0,47	0,001	0,32	0,23	1,2	0,4	0,175	0,019
$ \psi(0,1; 0,15)\rangle_{\text{RS}}$	$8,7 \cdot 10^{-3}$	2155	$1,3 \cdot 10^{-3}$	1,4	0	0,32	2,78	2,21	0,3	0,048	0,021
$ \psi(0,3; 0,1)\rangle_{\text{RS}}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	227	$9,9 \cdot 10^{-3}$	1,12	0,14	0,48	2,053	1,69	0,6	0,176	0,041

4.13. táblázat. Amplitúdó-összenyomott, binomiális, Schrödinger-macska és összenyomott Schrödinger-macska állapot, továbbá a $|n = 2\rangle$ számállapot és speciális fotonszám-állapot szuperpozíciók, forrás állapotok előállítása a fázistérbeli egyenes mentén. A ε a megfelelő előállítás hibaparamétere, az α az optimális koherens amplitúdó, a φ az optimális bemenő állapot fázisa, a β két szomszédos koherens állapotok távolsága, az r az összenyomott vákuumállapot összenyomási paramétere, a γ az összenyomott vákuumállapotot közelítő szuperpozícióban két szomszédos koherens állapot optimális távolsága, az x_i az optimális mérés helye, a P a sikeres előállítás valószínűsége, a δ mérési tartományok mellett, az ε_{avg} az átlagos hibaparaméter a δ_i mérési tartományon belül.

állapot	ε	α	φ	β	r	γ	x_1	x_2	δ	P	ε_{avg}
$ 1; 1; 1\rangle_{\text{AS}}$	$3,2 \cdot 10^{-4}$	264	$2,5 \cdot 10^{-3}$	0,33	0,1	0,44	1,06	1,75	0,25	0,008	0,047
$ 1; 2; 1\rangle_{\text{AS}}$	$3,2 \cdot 10^{-6}$	586	$2,7 \cdot 10^{-3}$	0,78	0,13	0,47	0,42	1,5	0,35	0,126	0,003
$ \sqrt{2}; 1,5; 2\rangle_{\text{AS}}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	1595	$1,4 \cdot 10^{-3}$	1,14	0,37	0,73	1,51	1,72	0,25	0,026	0,048
$ 0,2; 8\rangle_{\text{B}}$	$6,9 \cdot 10^{-6}$	1810	$1,5 \cdot 10^{-3}$	1,31	0,2	0,55	0	1,46	0,35	0,134	0,001
$ 0,4; 6\rangle_{\text{B}}$	$3,7 \cdot 10^{-4}$	771	$4,6 \cdot 10^{-3}$	1,76	0,43	0,79	1,12	1,62	0,4	0,028	0,009
$ 0,5; 5\rangle_{\text{B}}$	$3,3 \cdot 10^{-3}$	2751	$1,3 \cdot 10^{-3}$	1,83	0,54	0,9	1,49	1,65	0,45	0,014	0,028
$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 2\rangle)$	$1,5 \cdot 10^{-6}$	267	$4,7 \cdot 10^{-3}$	0,63	0,11	0,45	0	0	0,15	0,016	0,033
$\frac{1}{\sqrt{2}}(1\rangle + 2\rangle)$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	644	$2,3 \cdot 10^{-3}$	0,74	0,21	0,56	0,63	0,47	0,13	0,011	0,059
$\frac{1}{\sqrt{6}}(2 0\rangle + 1\rangle + 2\rangle)$	$9,2 \cdot 10^{-5}$	90	$7,5 \cdot 10^{-3}$	0,33	0,1	0,44	0,11	1,04	0,2	0,051	0,003
$\frac{1}{3}(2 0\rangle + 2 1\rangle + 2\rangle)$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	403	$2,7 \cdot 10^{-3}$	0,55	0,13	0,47	0	0,4	0,15	0,031	0,011
$ \psi(-1,1; 0,03)\rangle_{\text{RS}}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	45	$7,9 \cdot 10^{-3}$	0,18	1,37	1,59	0,93	0,027	0,25	0,054	0,038
$ \psi(-1,1; 0,09)\rangle_{\text{RS}}$	$5,5 \cdot 10^{-3}$	404	$1,4 \cdot 10^{-3}$	0,28	1,4	1,61	1,13	0,07	0,2	0,033	0,039

4.14. táblázat. *Amplitúdó-összenyomott, binomiális állapotok, speciális fotonszámállapotok szuperpozíciók és forrásállapotok előállítása a fázistérbeli rácson vett koherens állapot szuperpozíciókkal. Az ε a megfelelő előállítás hibaparamétere, az α az optimális bemenő állapot koherens amplitúdója, a φ az optimális bemenő állapot fázisa, a β két szomszédos állapot optimális távolsága, az r a bemenő összenyomott vákuum állapot optimális összenyomási paramétere, a γ az összenyomott vákuumállapotot közelítő szuperpozícióban két szomszédos koherens állapot optimális távolsága, az x_i az optimális mérések helye, a P a sikeres előállítás valószínűsége, a δ mérési tartományok mellett, az ε_{avg} az átlagos hibaparaméter a mérési tartományon belül.*

Ahhoz, hogy más kvantumállapot-tervezési eljárásokkal össze tudjuk hasonlítani az eredményeinket, olyan állapotok előállítását is vizsgáltuk, melyekre vonatkozó eredmény található az irodalomban. Így a [120] közleményben ahol fotonkivonás módszerére alapuló kvantumállapot tervezési eljárást dolgoztak ki, több olyan állapot előállítását is vizsgálták, amelyekre vonatkozóan a mi munkánkban is vannak eredmények. Ezek a $|n = 2\rangle$ foton-számállapot, és a $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |2\rangle)$, $\frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |2\rangle)$ és a $\frac{1}{\sqrt{3}}(|0\rangle + |1\rangle + |2\rangle)$ foton-számállapot szuperpozíciók. Ezeknek az állapotoknak az előállítására a [120]-ben javasolt kísérleti elrendezés öt nyalábosztót, és két fotodetektort tartalmaz. Az eredmények azt mutatják, hogy mind az előállítás pontossága mind a sikeres előállítás valószínűsége nagyobb az általunk javasolt egyszerűsített berendezéssel, mint a fotonkivonásos módszer esetében (Lásd a 4.13. és a 4.14. táblázatokat és a [120] közlemény 6. ábráját.) Megjegyezzük továbbá, hogy az általunk vizsgált állapotok többségének foton-számállapot szerinti kifejtése $n > 2$ foton-számállapotot is tartalmaz nem elhanyagolható együtthatóval. Az ilyen állapotok előállítása a [120] közlemény szerinti módszerrel még több méréssel és optikai eszközzel valószínűsíthető meg, amely az előállítás pontosságának és a sikeres előállítás valószínűségének csökkenésével jár együtt. Így a két javasolt kísérleti elrendezés valóban előrelépés a nemklasszikus állapotok előállítására vonatkozó eredményekben.

Érdemes még kiemelni, hogy a nagy amplitúdójú összenyomott Schrödinger-macska állapotok nagy pontossággal állíthatók elő a fázistér egyenes mentén vett koherens állapot szuperpozíciókkal mindkét általunk javasolt kísérleti berendezéssel. Hasonló pontossággal hozhatók létre összenyomott koherens állapot szuperpozíciók a fotonkivonás és hozzáadás módszerével. Az utóbbi módszerek hátránya, hogy nagy amplitúdójú összenyomott koherens állapot szuperpozíciók előállításához az eljárást többször kell ismételni, így romlik a sikeres előállítás valószínűsége [131]. Az általunk javasolt berendezések alkalmazásával a sikeres előállítás valószínűsége nagyobb, mint a fotonkivonás és hozzáadás módszerével a nagy amplitúdójú összenyomott Schrödinger-macska állapotok esetén.

Ebben a részben megmutattuk, hogy a 4.8. és a 4.10. ábrákon látható kísérleti berendezések alkalmasak a fázistéren vett egyenes menti és egyenközű rácson vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciók előállítására. Megmutattuk, hogy sok nevezetes nemklasszikus állapot nagy pontossággal előállítható a javasolt elrendezésekkel létrehozott

koherens állapot szuperpozíciókkal. Valamint a a 4.10. ábrán szereplő egyszerűsített elrendezés alkalmazása hasonló optimális hibaparaméterek mellett nagyobb sikeres előállítás valószínűséget adott, mint a 4.8. ábrán ismertetett kísérleti elrendezés alkalmazása.

5. fejezet

Összefoglalás

A dolgozatban két témában elért eredményeimet foglaltam össze. Először a fény nemklasszikus állapotainak diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal történő közelítésének problémáját vizsgáltam. Két eddig nem elemzett közelítés lehetőségét vetettem fel, így a fázistér origó középpontú ellipszisén, illetve 3×3 -as rácson vett koherens állapot szuperpozíciókkal történő állapot előállítását. A vizsgálatokat az a tapasztalat motiválta az irodalomból, hogy egy adott állapotot a Wigner-függvényére illeszkedő alakzatokon vett koherens állapot szuperpozíció közelít nagy pontossággal. Ezért az ellipszis mentén vett koherens állapot szuperpozíciókkal történő közelítés esetén az eltolt összenyomott koherens állapotokat választottam célállapotként. A 3×3 -as rácson vett közelítés esetén pedig az amplitúdó-összenyomott állapotokat, fotonszámállapotokat és fotonszámállapot szuperpozíciókat választottam. Az optimális diszkrét koherens állapot szuperpozíció megtalálásához numerikus eljárást dolgoztam ki, amely egy genetikus algoritmust használ a feladat elvégzéséhez. A meghatározott közelítéseket összehasonlítottam az állapotok a fázistér valós tengelye mentén és origó középpontú körein vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciókkal történő közelítésekkel.

Megállapítottam, hogy a vizsgált alakzatokon vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciók nagy pontossággal közelítik a vizsgált állapotokat. Tisztáztam, hogy az állapotok milyen paramétereik esetén ad jobb közelítést az ellipszis mentén és rácson vett előállítás az irodalomból ismert más alakzatokon vett előállításokhoz képest. Az eredményeimet az 1. és 2. tézispontban foglaltam össze.

A doktori disszertáció második részében két olyan kísérleti elrendezésre adtam javaslatot, amellyel különböző nemklasszikus állapotok haladó hullámú módon nagy pontossággal közelíthetők. A munkát az motiválta, hogy az irodalomban eddig javasolt többféle kvantumállapot előállítására alkalmas berendezésekben az optikai elemek és mérések száma arányos a célállapot fotonszám kifejtésében szereplő számállapotok számával. Ezért ezekben rendszerekben az optikai elemek növelésével a sikeres előállítás valószínűsége csökken és a tapasztalat szerint az előállítás pontossága is. A javasolt elrendezések kettő, illetve három nyalábosztót, illetve homodin mérést tartalmaznak, tehát az optikai elemek száma független az előállítandó állapot fotonszámsorában szereplő állapotok számától. A javasolt elrendezések az állapotokat közelítő egyenes menti és rácson vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciókat hoznak létre, így az előző részben elért eredményekre épülnek.

Numerikus eljárást dolgoztam ki a kísérleti berendezések paramétereinek optimalizálására, amelynek során úgy határoztam meg a bemenő állapotok és a homodin mérések paramétereit, hogy a kívánt célállapotok előállításának pontossága a legnagyobb legyen.

A javasolt rendszerekkel amplitúdó-összenyomott, binomiális, Schrödinger-macska, és összenyomott Schrödinger-macska állapotok, továbbá speciális fotonszámállapot szuperpozíciók és forrásállapotok előállítását vizsgáltam, megmutattam, hogy a vizsgált állapotok nagy pontossággal állíthatók elő. A sikeres előállítás valószínűsége pedig nagyobb, mint az irodalomban található több állapot előállítására alkalmas rendszerekben elérhető valószínűség. Az elért eredményeket a 3-5. tézis pontokban foglaltam össze.

Tézisek

1. Megmutattam, hogy az összenyomott és eltolt fotonszámállapotok nagy pontossággal közelíthetők a fázistér origó középpontú ellipszisein vett koherens állapot szuperpozíciókkal. Numerikus módszerrel meghatároztam az adott állapotok legpontosabb közelítéséhez tartozó ellipszis paramétereit és a szuperpozícióban szereplő koherens állapotok koefficienseit. Megmutattam, hogy a vizsgált állapotokra a közelítés pontossága nagyobb, mint az irodalomból ismert egyenes mentén vett előállítás pontossága. [S1]

2. Megmutattam, hogy amplitúdó-összenyomott állapotok, összenyomott számállapotok, és számállapot szuperpozíciók nagy pontossággal közelíthetők a fázistér origó középpontú ekvidisztans 3×3 -as rácsain vett koherens állapot szuperpozíciókkal. Numerikus módszerrel meghatároztam az adott állapotok legpontosabb közelítéséhez tartozó rács rácsállandóját és a szuperpozícióban szereplő koherens állapotok koefficienseit. Megmutattam, hogy a vizsgált állapotokra meghatározott paraméterértékeknél a közelítés pontossága nagyobb, mint az irodalomból ismert origó középpontú körön vett előállítás pontossága. [S1]
3. Két kísérleti elrendezést javasoltam a fény nemklasszikus állapotainak haladó hullámú feltételes előállítására. Az elrendezések kettő, illetve három nyalábosztót, illetve homodin mérést tartalmaznak. Az optikai elemek száma tehát független az előállítandó állapot fotonszámában szereplő állapotok számától, így több különböző állapot előállítására is lehetőség van ezekben a berendezésekben. Az elrendezések bemenő állapotai kísérletileg előállítható koherens állapot szuperpozíciók, illetve az összenyomott vákuumállapot az egyik elrendezés esetén. A rendszerek kimenő állapotai a fázistér valós tengelyén vett, illetve origó középpontú rácsain vett diszkrét koherens állapot szuperpozíciók. [S2,P1P2,P3,P4,E1,E2]
4. Numerikus eljárást dolgoztam ki a javasolt optikai rendszerek optimalizálására. Az optimalizáció során a bemenő állapotok és az elrendezés paramétereit úgy határoztam meg, hogy az előállítás hibája minimális legyen a kitűzött célállapot esetén. Valamennyi célállapot esetén kiszámoltam a sikeres előállítás valószínűségét is. Megmutattam, hogy a javasolt rendszerek amplitúdó-összenyomott, binomiális, Schrödinger-macska, és összenyomott Schrödinger-macska állapotok, továbbá speciális fotonszámállapot szuperpozíciók és forrásállapotok nagy pontossággú előállítására alkalmasak. Megmutattam, hogy az adott állapotok esetén az előállítás pontossága a két elrendezésben megegyezik, a sikeres előállítás valószínűsége viszont az egyszerűbb berendezés esetében nagyobb. Megmutattam, hogy a sikeres előállítás valószínűsége a vizsgált állapotoknál nagyobb, mint az irodalomban található több állapot előállítására alkalmas rendszerekben elérhető valószínűség. [S2,P1P2,P3,P4,E1,E2]

6. fejezet

Summary (Angol nyelvű összefoglaló)

In the dissertation, we describe our achieved results concerning two problems. First, we present our results on approximating of certain nonclassical states with discrete coherent-state superpositions on an ellipse and on a lattice in phase space. First, we placed the coherent states equidistantly in their phase on an ellipse. As the ellipse fits to the shape of the Wigner function of certain states, we have expected that for such states we can obtain an approximation superior in quality to the one based on the one-dimensional coherent-state representation of the state, that is, constructed from states along a line in phase space. We have found this intuition to be appropriate. In particular, for squeezed number states in a certain parameter range, the elliptical approximation outperforms the one on a line. Next we have considered a 3×3 equidistant lattice around the origin of phase space. A relatively large set of states, including special number-state superpositions, and amplitude-squeezed states appear to be better approximated in this geometry when with a superposition on a circle. We have optimized numerically the parameters of the chosen geometry and the coefficients of the coherent states via a MATLAB's built in genetic algorithm function to obtain the best feasible approximation. I summarize the achieved result in this problem in the theses 1 and 2 .

Next we have proposed two quantum state engineering schemes for producing coherent-state superpositions along a line and on a lattice in phase space which approximate different nonclassical states conditionally in traveling optical fields. These schemes are constructed of a small number of linear optical elements and homodyne measurements.

The parameters have been determined numerically to achieve the maximal fidelity of the preparation for a large variety of nonclassical states, such as amplitude squeezed states, binomial states, squeezed cat states, and various photon number superpositions. We have compared our proposals to photon addition or subtraction based quantum state engineering schemes. In that schemes the required number of elements and measurements increases with the number of states in the photon-number expansions of the target states leading to a decrease in the achievable success probability and fidelity. In our schemes the required number of elements and measurements is fixed and small. In some situations, especially when the states can be expressed as a superposition of a large amount of photon number states the schemes we have proposed outperform. I summarize the achieved results in this problem in the theses 3-5 .

Theses

1. I have proved that the squeezed and displaced photon number states can be approximated with a high accuracy by discrete coherent-state superpositions on an ellipse in phase space. I have determined the parameters of the ellipse and the coefficients of the coherent-state superposition by a numerical method so that the misfit of the approximation should be minimal for a given target state. I have proved that the approximation by a discrete coherent-state superposition on an ellipse has higher accuracy than the one along a straight line for the considered states. [S1]
2. I have proved that amplitude-squeezed states, squeezed photon number states, and photon number states can be approximated with a high accuracy by discrete coherent-state superposition on an equidistant 3×3 lattice in phase space. I have determined the parameters of the lattice and the coefficients of the coherent-state superposition by a numerical method so that the misfit of the approximation should be minimal for a given target state. I have proved that the approximation by a discrete coherent-state superposition on an equidistant 3×3 lattice has higher accuracy than the one on a circle for the considered states for certain parameters. [S1]
3. I have proposed two experimental quantum state engineering schemes for high-

fidelity conditional generation of various nonclassical states of practical relevance in traveling optical fields. The first scheme contains three beam splitters and three homodyne measurements while the simplified scheme contains only two of them. The input states of the schemes are experimentally generable coherent-state superpositions and a squeezed vacuum state in the case of the simplified scheme. The output states of the two proposed schemes are discrete coherent-state superpositions along a straight line and on a lattice in phase space. [S2,P1P2,P3,P4,E1,E2]

4. I have developed a numerical method for the optimization of the proposed optical systems. During the optimization of the method I have determined the parameters of the input states and the parameters of the homodyne measurements so the misfit of the generation should be minimal for a given target state. I have also determined the success probability of the generation for all the considered states. I have shown that amplitude-squeezed states, binomial states, Schrödinger-cat states and squeezed Schrödinger-cat states, and special photon number superpositions and resource states can be prepared with a high accuracy by the proposed schemes. I have found that the considered states can be generated with the same range of accuracy with both of the schemes, but the success probability for the simplified scheme is greater than the one for the first scheme. I have shown that the achievable success probabilities in the proposed schemes are higher than the ones that can be achieved in the quantum state engineering schemes known in the literature. [S2,P1P2,P3,P4,E1,E2]

Publikációk jegyzéke

Az értekezéshez kapcsolódó saját publikációk

Referált folyóiratban megjelent publikációk

- S1 P. Adam, **E. Molnar**, G. Mogyorosi, A. Varga, M. Mechler, and J. Janszky, „*Construction of quantum states by special superpositions of coherent states*”, Phys. Scr. **90**, 074021 (2015)
- S2 **Emese Molnar**, Peter Adam, Gabor Mogyorosi, and Matyas Mechler, „*Quantum state engineering via coherent-state superpositions in traveling optical fields*”, Phys. Rev. A **97**, 023818 (2018)

Előadások

- E1 **Molnár Emese**, Mogyorósi Gábor, Varga Árpád, Mechler Mátyás, és Ádám Péter: „*A fény nemklasszikus állapotainak haladó hullámú előállítása*”, IV. Interdiszciplináris Doktorandusz Konferencia. Helyszín: Pécs, Magyarország, 2015. 05. 14–15., Pécsi Tudományegyetem Állam- és Jogtudományi Kar, ISBN: 978-963-642-830-3 (2015)
- E2 **Molnár Emese**: „*A fény nemklasszikus állapotainak haladó hullámú előállítása*”, IV. Fizikus Doktoranduszok Konferenciája. Helyszín: Balatonfenyves, Magyarország, 2015. 06. 11–14.

Poszterek

- P1 **Molnar E**, Varga A, Mogyorosi G, and Adam, P, „*Quantum state engineering with linear optical tools*”, Lézer Tea 2014. Konferencia helye, ideje: Szeged, Magyarország, 2014. 04. 23.
- P2 **Emese Molnar**, Arpad Varga, Gabor Mogyorosi, Peter Adam, „*Quantum state engineering with linear optical tools*”, P-63, 21th Central European Workshop on Quantum Optics. Helyszín: Bursels, Belgium, 2014. 06. 23–27.
- P3 **Molnar E**, Varga A, Mogyorosi G, and Adam P, „*Quantum state engineering with linear optical tools*”, P14, Kvantumelektronika 2014: VII. szimpózium a hazai kvantumelektronikai kutatások eredményeiről. Helyszín: Budapest, Magyarország, 2014. 11. 28., ISBN: 978-963-642-697-2 (2014)
- P4 **Emese Molnár**, Gábor Mogyorósi, Mátyás Mechler, Péter Ádám, „*Quantum state engineering via coherent-state superpositions in traveling optical fields*”, P12, Kvantumelektronika 2018: VIII. szimpózium a hazai kvantumelektronikai kutatások eredményeiről. Helyszín: Budapest, Magyarország, 2018. 06. 15., ISBN: 978-963-429-250-0 (2018)

Egyéb publikációk

- K1 Adam P., Mechler M., Szalay V., **Molnar E.**, Koniorczyk M., „*Intelligent states for number operator-annihilation operator uncertainty relation*” P-63, 21th Central European Workshop on Quantum Optics. Helyszín: Bursels, Belgium, 2014. 06. 23–27.
- K2 Adam P., Mechler M., Szalay V., **Molnar E.**, Koniorczyk M., „*Intelligent states for number operator-annihilation operator uncertainty relation*”, Kvantumelektronika 2014: VII. szimpózium a hazai kvantumelektronikai kutatások eredményeiről. Helyszín: Budapest, Magyarország, 2014. (2018)
- K3 Gabor Mogyorosi, Peter Adam, **Emese Molnar**, and Matyas Mechler,

„*Single-step quantum state engineering in traveling optical fields*”, Phys. Rev. A **100**, 013851 (2019)

- K4 Gabor Mogyorosi, **Emese Molnar**, Matyas Mechler, and Peter Adam, „*Single-Step Traveling-Wave Quantum State Engineering in the Coherent State Representation*”, J. Russ. Laser Res. **39**, 448 (2018)
- K5 Mogyorosi G, Adam P, **Molnar E**, Varga A, Mechler M, and Janszky J, „*Construction of quantum states by special superpositions of coherent states*”, P13, Kvantum-elektronika 2014: VII. szimpózium a hazai kvantumelektronikai kutatások eredményeiről. Helyszín: Budapest, Magyarország, 2014. 11. 28., ISBN: 978-963-642-697-2 (2014)
- K6 Gabor Mogyorosi, Peter Adam, and **Emese Molnar**, „*Conditional generation of superpositions of photon number states of traveling fields*”, 24th Central European Workshop on Quantum Optics. Helyszín: DTU Lyngby, Dánia, 2017. 06. 26–30.
- K7 Gabor Mogyorosi, Peter Adam, and **Emese Molnar**, „*Conditional generation of nonclassical states of traveling fields*”, Quantum Optics IX. Helyszín: Gdańsk, Lengyelország, 2017. 09. 17–23.
- K8 Gabor Mogyorosi, **Emese Molnar**, Matyas Mechler, and Peter Adam, „*Quantum state engineering via optimized photon subtraction in traveling optical fields*”, 25th Central European Workshop on Quantum Optics. Helyszín: University of the Balearic Islands, Mallorca, 2018. 05. 21–25.
- K9 Gábor Mogyorósi, **Emese Molnár**, Mátyás Mechler, Péter Ádám, „*Single step quantum state engineering in traveling optical fields*”, P11, Kvantum-elektronika 2018: VIII. szimpózium a hazai kvantumelektronikai kutatások eredményeiről. Helyszín: Budapest, Magyarország, 2018. 06. 15., ISBN: 978-963-429-250-0 (2018)

Irodalomjegyzék

- [1] K. Nagy, *Kvantummechanika* (Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2000).
- [2] P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. 243 (1927).
- [3] R. Loudon, *The Quantum Theory of Light*, 3rd ed. ed. (Oxford University Press, New York, 2000).
- [4] C. C. Gerry and P. L. Knight, *Introductory Quantum Optics* (Cambridge University Press, New York, 2005).
- [5] R. J. Glauber, Phys. Rev. **131**, 2766 (1963).
- [6] K. Husimi, Proc. Phys. Math. Soc. Jpn. 264 (1940).
- [7] E. C. G. Sudarshan, Phys. Rev. Lett. 277 (1963).
- [8] E. P. Wigner, Phys. Rev. 749 (1932).
- [9] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. 2044 (1987).
- [10] H. M. Wiseman and G. J. Milburn, Phys. Rev. A 642 (1993).
- [11] M. S. Kim and B. C. Sanders, Phys. Rev. A 4528 (1996).
- [12] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning* (Addison-Wesley, Boston, 1989).
- [13] C. M. Caves, Phys. Rev. D **23**, 1693 (1981).
- [14] M. S. Kim, F. A. M. Oliviera, and P. L. Knight, Phys. Rev. A **40**, 2494 (1989).

- [15] W. Liu and P. Tombesi, *J. Mod. Opt.* **5**, 181 (1993).
- [16] P. Kral, *J. Mod. Opt.* **37**, 889 (1990).
- [17] M. V. Satyanarayana, *Phys. Rev. D* **32**, 400 (1985).
- [18] V. Dodonov, I. Malkin, and V. Man'ko, *Physica* **72**, (1974).
- [19] V. Bužek, A. Vidiella-Barranco, and P. L. Knight, *Phys. Rev. A* **45**, 6570 (1992).
- [20] V. V. Dodonov, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* R1 (2002).
- [21] V. V. Dodonov, M. A. Man'ko, V. I. Man'ko, and A. Vourdas, *J. Russ. Laser Res.* 404 (2007).
- [22] H. Jeong, M. S. Kim, and J. Lee, *Phys. Rev. A* **64**, 052308 (2001).
- [23] S. J. van Enk and O. Hirota, *Phys. Rev. A* **64**, 022313 (2001).
- [24] H. Jeong, W. Son, M. S. Kim, D. Ahn, and C. Brukner, *Phys. Rev. A* **67**, 012106 (2003).
- [25] T. C. Ralph, A. Gilchrist, G. J. Milburn, W. J. Munro, and S. Glancy, *Phys. Rev. A* **68**, 042319 (2003).
- [26] J. K. Asbóth, P. Adam, M. Koniorczyk, and J. Janszky, *Eur. Phys. J. D* **30**, 403 (2004).
- [27] A. P. Lund, T. C. Ralph, and H. L. Haselgrove, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 030503 (2008).
- [28] J. S. Neergaard-Nielsen, M. Takeuchi, K. Wakui, H. Takahashi, K. Hayasaka, M. Takeoka, and M. Sasaki, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 053602 (2010).
- [29] P. T. Cochrane, G. J. Milburn, and W. J. Munro, *Phys. Rev. A* **59**, 2631 (1999).
- [30] D. Gottesman, A. Kitaev, and J. Preskill, *Phys. Rev. A* **64**, 012310 (2001).
- [31] B. C. Sanders, *Phys. Rev. A* **45**, 6811 (1992).

- [32] J. Wenger, M. Hafezi, F. Grosshans, R. Tualle-Brouri, and P. Grangier, *Phys. Rev. A* **67**, 012105 (2003).
- [33] M. Stobińska, H. Jeong, and T. C. Ralph, *Phys. Rev. A* **75**, 052105 (2007).
- [34] H. Jeong, *Phys. Rev. A* **78**, 042101 (2008).
- [35] J. Etesse, R. Blandino, B. Kanseri, and R. Tualle-Brouri, *New J. Phys.* **16**, 053001 (2014).
- [36] T. C. Ralph, *Phys. Rev. A* **65**, 042313 (2002).
- [37] W. J. Munro, K. Nemoto, G. J. Milburn, and S. L. Braunstein, *Phys. Rev. A* **66**, 023819 (2002).
- [38] J. Joo, W. J. Munro, and T. P. Spiller, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 083601 (2011).
- [39] P. Adam, J. Janszky, and A. Vinogradov, *Phys. Lett. A* **160**, 506 (1991).
- [40] Z. Kis, P. Adam, and J. Janszky, *Phys. Lett.* **16** (1994).
- [41] J. Janszky, P. Domokos, and P. Adam, *Phys. Rev. A* **48**, 2213 (1993).
- [42] I. Urizar-Lanz and G. Tóth, *Phys. Rev. A* **81**, 052108 (2010).
- [43] P. Adam, M. Mechler, I. Santa, and M. Koniorczyk, *Phys. Rev. A* **90**, 053834 (2014).
- [44] Y. Yao, X. Xiao, X. Wang, and C. P. Sun, *Phys. Rev. A* **91**, 062113 (2015).
- [45] S. Friedland, V. Gheorghiu, and G. Gour, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 230401 (2013).
- [46] D. Stoler, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich, *Opt. Acta* **32**, 345 (1985).
- [47] R. L. Franco, G. Compagno, A. Messina, and A. Napoli, *Phys. Rev. A* **045803** (2006).
- [48] L. Memarzadeh and S. Mancini, *Phys. Rev. A* **94**, 022341 (2016).
- [49] R. L. Franco, G. Compagno, A. Messina, and A. Napoli, *Phys. Rev. A* **0553806** (2005).

- [50] K. L. Pregnell and D. T. Pegg, Phys. Rev. Lett. **89**, 173601 (2002).
- [51] S. Lloyd and S. L. Braunstein, Phys. Rev. Lett. 1784 (1999).
- [52] D. Gottesman, A. Kitaev, and J. Preskill, Phys. Rev. A **64**, 012310 (2001).
- [53] S. Ghose and B. C. Sanders, J. Mod. Opt. **54**, 855 (2007).
- [54] P. Marek and J. Fiurášek, Phys. Rev. A **79**, 062321 (2009).
- [55] P. Marek, R. Filip, and A. Furusawa, Phys. Rev. A **84**, 053802 (2011).
- [56] M. Yukawa, K. Miyata, H. Yonezawa, P. Marek, R. Filip, and A. Furusawa, Phys. Rev. A. 053816 (2013).
- [57] S.-Y. Lee and H. Nha, Phys. Rev. A **82**, 053812 (2010).
- [58] P. Adam, J. Janszky, and A. V. Vinogradov, Opt. Commun. **80**, 155 (1990).
- [59] I. Földesi, P. Adam, and J. Janszky, Physics Letters A **173**, (1993).
- [60] I. Földesi, P. Adam, and J. Janszky, Physics Letters A **204**, (1995).
- [61] P. Domokos, J. Janszky, and P. Adam, Phys. Rev. A **50**, 3340 (1994).
- [62] P. Adam, I. Földesi, and J. Janszky, Phys. Rev. A **49**, (1994).
- [63] J. Janszky, P. Domokos, S. Szabo, and P. Adam, Phys. Rev. A **51**, 4191 (1995).
- [64] S. Szabo, P. Adam, J. Janszky, and P. Domokos, Phys. Rev. A **53**, 2698 (1996).
- [65] P. Adam, S. Szabo, and J. Janszky, Physics Letters A **215**, (1996).
- [66] L. G. Lutterbach and L. Davidovich, Phys. Rev. A **61**, 023813 (2000).
- [67] L. P. A. Maia, B. Baseia, A. T. Avelar, and J. M. C. Malbouisson, Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics **6**, 351 (2004).
- [68] P. K. Pathak and G. S. Agarwal, Phys. Rev. A **71**, 043823 (2005).

- [69] A. Avelar, T. da Rocha Filho, L. Losano, and B. Baseia, *Physics Letters A* **340**, 74 (2005).
- [70] S.-B. Zheng, *Optics Communications* **273**, 460 (2007).
- [71] Z.-B. Yang, B. Zhang, and S.-B. Zheng, *Optics Communications* **283**, 2872 (2010).
- [72] H. Moya-Cessa, S. Wallentowitz, and W. Vogel, *Phys. Rev. A* **59**, 2920 (1999).
- [73] W. D. José and S. S. Mizrahi, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **2**, 306 (2000).
- [74] L. K. Stergioulas and A. Vourdas, *J. Mod. Opt.* **45**, 1155 (1998).
- [75] L. K. Stergioulas, V. S. Vassiliadis, and A. Vourdas, *J. Phys. A: Math. Gen.* **32**, 3169 (1999).
- [76] L. M. Arévalo Aguilar and H. Moya-Cessa, *Phys. Scr.* **70**, 14 (2004).
- [77] Y. Wang, Q. Liao, Z. Liu, J. Wang, and S. Liu, *Opt. Commun.* **284**, 282 (2011).
- [78] F. Dell'Anno, S. D. Siena, and F. Illuminati, *Phys. Rep.* **428**, 53 (2006).
- [79] A. Parkins, P. Marte, P. Zoller, and H. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3095 (1993).
- [80] A. S. Parkins, P. Marte, P. Zoller, O. Carnal, and H. J. Kimble, *Phys. Rev. A* **51**, 1578 (1995).
- [81] S. Brattke, B. T. H. Varcoe, and H. Walther, *Phys. Rev. Lett.* 3534 (2001).
- [82] I. Dotsenko, M. Mirrahimi, M. Brune, S. Haroche, J.-M. Raimond, and P. Rouchon, *Phys. Rev. A* **80**, 013805 (2009).
- [83] L. A. Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall, and H. Wu, *Phys. Rev. Lett.* 2520 (1986).
- [84] L. A. Wu, M. Xiao, and H. J. Kimble, *J. Opt. Soc. Am. B* 1465 (1987).
- [85] U. L. Andersen, T. Gehring, C. Marquadt, and G. Leuchs, *Phys. Scr.* 053001 (2016).
- [86] J. Janszky and Y. Yushin, *Opt. Commun.* 92 (1986).
- [87] B. Yurke, *J. Opt. Soc. Am. B* 1551 (1987).

- [88] C. Kim and P. Kumar, Phys. Rev. Lett. 1605 (1994).
- [89] M. Brune, S. Haroche, J. M. Raimond, L. Davidovich, and N. Zagury, Phys. Rev. A **45**, 5193 (1992).
- [90] M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maître, A. Maali, C. Wunderlich, J. M. Raimond, and S. Haroche, Phys. Rev. Lett. **77**, 4887 (1996).
- [91] S. Haroche, M. Brune, and J.-M. Raimond, The European Physical Journal Special Topics 19 (2008).
- [92] S. Haroche, Rev. Mod. Phys. **85**, 1083 (2013).
- [93] K. Vogel, V. M. Akulin, and W. P. Schleich, Phys. Rev. Lett. **71**, 1816 (1993).
- [94] C. Law and J. Eberly, Phys. Rev. Lett. **76**, 1055 (1996).
- [95] A. M. Abdel-Hafez, Phys. Rev. A 6610 (1992).
- [96] W. Wasilewski, T. Fernholz, K. Jensen, K. H. Madsen, L. S., C. Muschik, and E. S. Polzik, Opt. Express 14444 (2009).
- [97] R. M. Shelby, M. D. Levenson, S. H. Perlmutter, R. G. Devoe, and D. F. Walls, Phys. Rev. Lett. 691 (1986).
- [98] Y. Yamamoto, N. Imoto, and S. Machida, Phys. Rev. A 3243 (1986).
- [99] Y. Yamamoto, S. Machida, and O. Nilsson, Phys. Rev. A (1986).
- [100] Y. Yamamoto, S. Machida, N. Imoto, M. Kitagawa, and G. Björk, J. Opt. Soc. Am. B 1645 (1987).
- [101] S. Machida, Y. Yamamoto, and Y. Itaya, Phys. Rev. Lett. 1000 (1987).
- [102] F. Bodog, P. Adam, M. Mechler, I. Santa, and M. Koniorczyk, Phys. Rev. A **94**, 033853 (2016).
- [103] B. G. and Y. Y., Phys. Rev. A 125 (1988).

- [104] J. Etesse, M. Bouillard, B. Kanseri, and R. Tualle-Brouri, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 193602 (2015).
- [105] T. Gerrits, S. Glancy, T. S. Clement, B. Calkins, A. E. Lita, A. J. Miller, A. L. Migdall, S. W. Nam, R. P. Mirin, and E. Knill, *Phys. Rev. A* **82**, 031802 (2010).
- [106] K. Huang, H. Le Jeannic, V. B. Verma, M. D. Shaw, F. Marsili, S. W. Nam, E. Wu, H. Zeng, O. Morin, and J. Laurat, *Phys. Rev. A* **93**, 013838 (2016).
- [107] M. Dakna, T. Anhut, T. Opatrný, L. Knöll, and D.-G. Welsch, *Phys. Rev. A* **55**, 3184 (1997).
- [108] A. P. Lund, H. Jeong, T. C. Ralph, and M. S. Kim, *Phys. Rev. A* **70**, 020101 (2004).
- [109] C. C. Gerry, *Phys. Rev. A* **55**, 2478 (1997).
- [110] J. S. Neergaard-Nielsen, B. M. Nielsen, C. Hettich, K. Mølmer, and E. S. Polzik, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 083604 (2006).
- [111] A. Ourjoumtsev, H. Jeong, R. Tualle-Brouri, and P. Grangier, *Nature* **448**, (2007).
- [112] S. Glancy and H. M. Vasconcelos, *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, 712 (2008).
- [113] H. Takahashi, K. Wakui, S. Suzuki, M. Takeoka, K. Hayasaka, A. Furusawa, and M. Sasaki, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 233605 (2008).
- [114] P. Adam, T. Kiss, Z. Darázs, and I. Jex, *Phys. Scr.* **T140**, 014011 (2010).
- [115] P. Adam, Z. Darázs, T. Kiss, and M. Mechler, *Phys. Scr.* **T143**, 014002 (2011).
- [116] K. Huang, H. Le Jeannic, J. Ruauudel, V. B. Verma, M. D. Shaw, F. Marsili, S. W. Nam, E. Wu, H. Zeng, Y.-C. Jeong, R. Filip, O. Morin, and J. Laurat, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 023602 (2015).
- [117] C. C. Gerry, *Phys. Rev. A* **59**, 4095 (1999).
- [118] M. Dakna, L. Knöll, and D.-G. Welsch, *Eur. Phys. J. D* **3**, 295 (1998).
- [119] M. Dakna, J. Clausen, L. Knöll, and D.-G. Welsch, *Phys. Rev. A* **59**, 1658 (1999).

- [120] J. Fiurásek, R. Garcia-Patron, and N. J. Cerf, *Phys. Rev. A* **72**, 033822 (2005).
- [121] C. C. Gerry and A. Benmoussa, *Phys. Rev. A* **73**, 063817 (2006).
- [122] E. Bimbard, N. Jain, A. MacRae, and A. I. Lvovsky, *Nat. Photon.* **4**, 243 (2010).
- [123] J. Sperling, W. Vogel, and G. S. Agarwal, *Phys. Rev. A* **89**, 043829 (2014).
- [124] P. Adam, E. Molnar, G. Mogyorosi, A. Varga, M. Mechler, and J. Janszky, *Phys. Scr.* **90**, 074021 (2015).
- [125] H. Jeong, M. S. Kim, T. C. Ralph, and B. S. Ham, *Phys. Rev. A* **70**, 061801 (2004).
- [126] V. Venkataraman, K. Saha, and A. L. Gaeta, *Nat. Photon.* **7**, 138 (2012).
- [127] N. Matsuda, R. Shimizu, Y. Mitsumori, H. Kosaka, and K. Edamatsu, *Nat. Photon.* **3**, 95 (2009).
- [128] B. He, Q. Lin, and C. Simon, *Phys. Rev. A* **83**, 053826 (2011).
- [129] I.-C. Hoi, A. F. Kockum, T. Palomaki, T. M. Stace, B. Fan, L. Tornberg, S. R. Sathyamoorthy, G. Johansson, P. Delsing, and C. M. Wilson, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 053601 (2013).
- [130] M. Bartkowiak, L.-A. Wu, and A. Miranowicz, *J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys.* **47**, 145501 (2014).
- [131] P. Marek, H. Jeong, and M. S. Kim, *Phys. Rev. A* **78**, 063811 (2008).