Pécsi Tudományegyetem

Bölcsészettudományi Kar

Pszichológia Doktori Iskola

Alkalmazott Pszichológia Doktori Program

Krisztián Ágota

Matematikai nehézséggel küzdő gyerekek fejlesztő módszerének kidolgozása és hatásvizsgálata

Doktori (PhD) értekezés

Témavezetők:

Dr. habil. Révész György

Prof. Dr. Vereczkei Lajos

Pécs, 2016

Tartalom

BEVEZETŐ

Mitől olyan nehéz sokunk számára a matematika? Mi az oka annak, hogy az iskolában tanult tárgyak közül a matematika elsajátítása okozza a legtöbb nehézséget? Rossz oktatási módszerek, szülői elvárások, társadalmi sztereotípiák, szorongás, figyelmi, téri, vagy munkamemória problémák? Esetleg ezek együtt, vagy valami egyéb faktor okozza a nehézséget? Miért tart sok ember attól, ha nyilvánosan számolnia kell? Miért csupán kevés ember tartja a matematikát annak, ami: izgalmas játéknak.

Ugyanakkor a matematika kimutatottan elengedhetetlen készség a természettudományos területeken, a technológiai vagy a mérnöki munka során. Így, ha a matematikát már az általános iskolában megutálják a gyerekek, a foglalkozások közül is igyekeznek majd elkerülni azt, amelyikhez matematikatudás szükséges, ezzel viszont hiányszakmák alakulnak ki, ami gazdasági problémákat okoz. Az egyén oldaláról is komoly probléma „a számolási nehézség nagyobb hátrányt jelent az egyén életében, mint az írás-olvasás hiánya: kevesebbet keresnek, kevesebbet költenek, könnyebben megbetegednek, hamarabb kerülnek összetűzésbe a törvénnyel és több segítségre van szükségük az iskolában." (Butterworth, Varma és Laurillard, 2015, 648 o.). Pedig a hétköznapi életben gyakrabban találkozunk a számokkal, mint általában gondoljuk. A nyelvben a tő- és sorszámnevek tízszer gyakrabban fordulnak elő, mint a nagy gyakoriságú főnevek, például a kutya (Roelofs, 2006).

A matematikai nehézséggel küzdő gyerekek körében a matematikán belül az aritmetikai feladatok jelentik a legnagyobb problémát (Ashcraft, 1992; van Lehn, 1990). A négy alapművelet helyes elvégzéséhez több kognitív működés együttes működése szükséges: számjegyek beazonosítása, eltérő számformák átkódolása, az eseteleges maradék fejben tartása, amihez munkamemória kapacitás szükséges, procedúra és számtények felidézése, téri irányok helyes megtartása a procedúrák elvégzésekor és folyamatos figyelem. Ha csak az egyik elem hiányzik, akkor már helytelen lesz a végeredmény. A munkamemória kapacitása érzékeny a matematikai szorongásra, ami a matematikai nehézséggel küzdő gyerekeknél sajnos nagyon könnyen kiváltható, ami akadályozza a feladat helyes megoldását. További nehezítő tényező, hogy az aritmetikai feladatokban csak egyetlen helyes megoldás van, amihez több út is vezet, de tapasztalatunk alapján a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek a legritkábban mernek rugalmasan, kreatívan viszonyulni egy számolási problémához.

Disszertációmban interdiszciplináris megközelítésben, a kognitív pszichológia, a kognitív neuropszichológia és a fejlesztőpedagógia eredményeinek felhasználásával egy olyan elméleti keret bemutatására törekedtem, ami megalapozza egy, a gyakorlati fejlesztésben felhasználható fejlesztő módszer kidolgozását. Ezt a módszert is bemutatom atipikusan fejlődő 5. és 6. osztályos matematikai nehézséggel küzdő gyerekek vizsgálatával. A kutatásban a gyerekek jellemzőit vizsgáltuk tesztekkel, illetve a preteszt és a posztteszt alatt tapasztalt viselkedéses jellemzőik megfigyelésével, illetve egy új, fejlesztő módszer kidolgozásával és annak hatásvizsgálatával. Ezzel alaposabban rávilágítva ennek a probléma csoportnak a komplex kognitív, érzelmi és szociális jellemzőire.

A disszertáció a numerikus képességek tipikus fejlődésének vizsgálatával kezdődik. Itt a számmodelleket vizsgáljuk, mivel ezek elemzik és rendezik struktúrába az alapműveletek elvégzéséhez szükséges mentális folyamatokat. Először Michael McCloskey (1992) számfeldolgozási modelljét elemezzük, majd ezt követően Stanislas Dehaene (1992) hármas kódolás modellje révén részletezzük ezt az összetett kognitív működést. Dehaene modelljének analóg nagysági kódjánál emeli be a mentális számegyenes fogalmát, aminek pontos és stabil kialakulása fontos bázisa minden további mennyiséggel kapcsolatos feladatmegoldásnak. Ez kimutathatóan kapcsolatban áll a vizuális-téri képességgel, ami gyakran hiányos a matematikai nehézséggel küzdő embereknél.

A második fejezetben a téri- és a matematikai képességek közötti kapcsolatot elemezzük. Először a téri képesség fogalmi sokszínűségét tekintjük át. Ezt követően megmutatjuk, hogy a téri- és matematikai képesség közötti kapcsolat velünkszületett, amit a genetikai és csecsemő vizsgálatok bizonyítanak, idegrendszeri hordózója pedig az egymást átfedő téri- és matematikai feldolgozással kapcsolatos agyi területek. Így a csecsemőkortól a felnőttkorig minden korosztálynál kimutatható. Azt is megmutatjuk, milyen eljárásokkal fejleszthető a téri képesség, ezen belül kiemeljük az origami használatát.

A harmadik fejezetben a numerikus képességek atipikus fejlődése kapcsán a fejlődési diszkalkulia jelenségének változását vizsgáljuk definíciós és diagnosztikus szempontból, mely alapján megállapítható, hogy a friss tudományos kutatások alapján az egypólusú diszkalkulia fogalmát felváltja a heterogén matematikai nehézség fogalma (Karagiannakis et al., 2014), ami a DSM-IV és a DSM-V közötti különbségben is megjelenik.

Ezekre az elemekre építve dolgoztuk ki a fejlesztő módszerünket, amelynek leírását, illetve hatásvizsgálatát tartalmazza a dolgozat negyedik fejezete.

Az utolsó fejezetben pedig a matematikai szorongást vizsgáljuk a történeti kezdetektől. Elemezzük a matematikai szorongás és a matematikai teljesítmény közötti kapcsolatot. Megmutatjuk, hogy a matematikai szorongás a korlátozott munkamemória kapacitáson és a gyenge gátló folyamatokon keresztül fejti ki hatását. Végül áttekintünk néhány matematikai szorongást mérő kérdőíveket és bemutatjuk a MAS-UK magyar adaptációját.

SZÁMFELDOLGOZÁSI MODELLEK

Bevezető

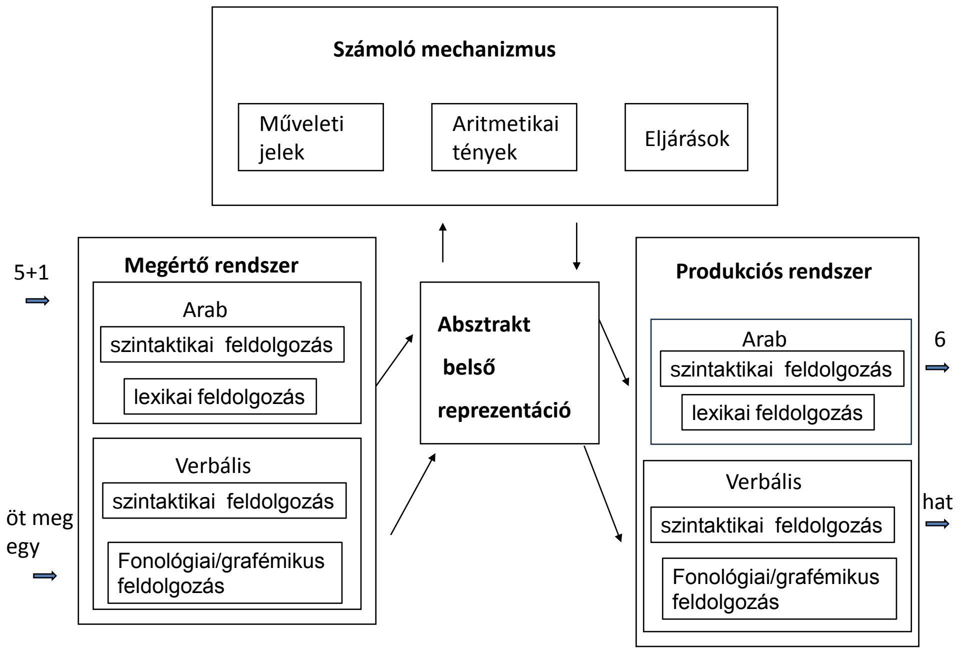
Az első, részletes beszámoló egy olyan agysérült betegről, akinek számolási zavara volt, 1908-ban jelent meg (Ardila és Rosselli, 2002, Boller és Grafman, 1983). A betegnek emellett írási nehézsége és jobb homoním hemianopiája is volt. Azt az elképzelést, hogy a számfogalom hiányának, a számolási műveletek megértése és végrehajtása képtelenségének hátterében valamilyen agyműködési zavar van, tovább erősítette a Gerstman (1940) által leírt szindróma (acalculia, agraphia, ujj agnosia és jobb-bal disorientáció. A korai tanulmányok vagy egyszerűen egyes esetek leírásaira szorítkoztak, vagy a szerzők afáziáról szóló elképzeléseinek alátámasztását célozták és nem született a számolási zavarok sokféleségét magyarázó, azok hátterében működő kognitív folyamatokat leíró elmélet (Boller és Grafman, 1983). Ebben hozott áttörést, alig két évvel Boller és Grafman tanulmánya után McCloskey számolási folyamatokat leíró kognitív modellje (McCloskey, Caramazza és Basili, 1985). Ezt a modellt McCloskey maga is tovább finomította (McCloskey, Sokol, Goodman, 1986, McCloskey, 1992) illetve más szerzők további modelleket alakítottak ki a számfeldolgozásról, a számokkal való műveletek hátterében lévő folyamatokról. Ezeknek a modelleknek kezelni kell egyrészt azt, hogy sokféle lehet egy számolási folyamat az információ bemeneti formája alapján, ami lehet auditív vagy írott formában kapott *verbális szám* (pl. „négy"), illetve a gyakoribb megjelenési formája az *arab szám* (pl.„4"). Másrészt a vele végzendő művelet szempontjából is nagyon sokféle feladatunk lehet, például meg kell becsülnünk két halmaz közül melyik a több, vagy egyszerű aritmetikai feladatokat kell elvégeznünk velük (összeadás, kivonás, szorzás és osztás). A harmadik elem, amit a számmodelleknek kezelniük kell az, hogy a bemeneti formához hasonlóan a kimeneti forma is lehet többféle, annak megfelelően, hogy a választ milyen formában kell megadnunk, például arab számként kell leírnunk, vagy auditív formában kell kiejtenünk. A következő számmodellek ezt az összetett működét írják le különböző információs bázisra építve.

McCloskey számfeldolgozási modellje

Michael McCloskey et al. (1985, 1986, 1992, 1995) szerzett diszkalkuliás betegek olyan tünetei alapján építette fel a modellt, ahol a betegek egyes matematikai képességei kiestek, míg mások érintetlenek maradtak. Arra alapozta elméletét, hogy a matematikai feladatok elvégzéséhez sok részfunkció együttese szükséges, mely idegrendszerileg több helyen lokalizálódik, így sérülés során nem feltétlenül esik ki minden terület. A betegek disszociációinak megtapasztalásakor emelt be a modelljében egy-egy újabb elemet annak megfelelően, hogy a számolási képesség deficitje nagyon sokféle lehet, vagyis a közel egységesnek tűnő számolási nehézség mögött az alképességek kiesésének változatos formája húzódhat meg.

A szisztematikusan kidolgozott modell a klasszikus táras modelleket követi. Egyik jellemzője, hogy nagyon rugalmas, ha például betegség miatt kiesik egy elem, akkor a többi még működik. Másik, mellyel a legtöbb kritikát kiváltotta az a feltételezése, hogy a különböző formájú input egy egységes, belső, amodális, absztrakt kóddá alakul, ami az outputnak megfelelő formába fordítódik vissza.

1985-ös cikkében (McCloskey, Caramazza és Basili, 1985) tette közzé a modell első változatát, ahol négy nagy egységet különböztetett meg: a számmegértő-, a számprodukciós rendszert, a kalkulációs rendszert és az absztrakt belső reprezentációt (lásd 1. ábra).



1. ábra McCloskey modellje (McCloskey, Caramazza és Basili, 1985. nyomán)

A számmegértési- és a számprodukciós rendszer különválasztását McCloskey et al. (1985) egy olyan beteg tüneteire alapozta, aki nem tudott megoldani egyszerű aritmetikai alapműveleteket. Ugyanakkor ki tudta választani a helyes választ a helytelenek közül, de reprodukálni, azaz leírni vagy kimondani nem tudta. A megértési- és a produkciós rendszeren belül az arab és a verbális számok elkülönülnek egymástól. Ezt az elkülönülést bizonyítja K. páciens (McCloskey et al., 1985), aki ha számszavakkal leírva látta a feladatot, akkor el tudta dönteni, hogy a „hét" vagy a „nyolc" a nagyobb, de ha ugyanezt a feladatot arab számokkal kapta („7 vagy 8 a nagyobb?"), már nem tudta helyesen megválaszolni. H. Y. beteg (McCloskey et al., 1985) alrendszerek közti disszociációja ennek ellentéte: számszavakkal leírt feladatot nem tudta helyesen megválaszolni, ellenben ha ugyanezt a feladatot arab számokkal leírva kellett megoldani, ott nem jelentett gondot a helyes válasz.

A számmegértési és számprodukciós rendszerek további alegységei a *lexikai feldolgozást és a szintaktikai feldolgozást biztosítják.* A szintaxis szükséges egy számszónál és egy arab számnál is. Ennek az az oka, hogy nem elég lexikailag a számjegyeket (0-tól 9-ig), vagy a számszavakat beazonosítani, hanem fontos annak a szabálynak az ismerete, hogy a számjegyek a helyzetük alapján hogyan kapnak más jelentést (ugyanaz a számjegy más értéket képvisel, ha az egyes helyén áll, mint amikor a tízesek helyén). Ez utóbbi a *helyiérték szabály*, amit a szintaktikai alrendszer ad a számhoz.

A szintaktikai és lexikai alrendszer is disszociálódhat, amit a következő eset bizonyít (McCloskey et al., 1985), ahol a betegtől azt kérték, hogy a szóban diktált számokat arab számmal írja le. A beteg a lexikai elemeket helyesen írta le, de a helyiérték szabályt rosszul alkalmazta, így a kiejtett „kétezer-negyvenkettőt" ő 20042-nek írta le, azaz a szintaktikai alrendszer hibásan működött nála, miközben a lexikai ép maradt. Az alrendszerek fordított disszociálódási lehetősége, ha a lexikai feldolgozás a hibás, és a szintaktikai megtartott. Erre példa az a beteg (McCloskey et al., 1985), aki a szóban közölt számokat szintaktikailag helyesen, azonban lexikai hibával írta le, például „kétszázhuszonegy"-gyet „215"-nek írta. Azaz a leírt számjegy helyiérték szerkezete helyes volt, csak a lexikai elemeket írta le rosszul.

A harmadik nagy rendszer a *kalkulációs rendszer*, melyen belül McCloskey et al. (1985) három alrendszert különböztet meg. Az alrendszerek közül az első a *számolási műveletek jeleinek* feldolgozása (pl. + az összeadás jele), illetve az ezt jelölő szavaké. Második alrendszer a *számolási tények visszaszerzése* (ilyenek a szorzótábla adatai, illetve kis számokkal végzett egyszerű műveletek, melyek eredményei túltanult információk, így számolás helyett az emlékezetünkből hívjuk elő az eredményeket), ami a tények hosszútartamú memóriából való visszahívását jelenti. Harmadik alrendszer a *számolási tények végrehajtásának folyamata*, annak a mechanizmusa, hogy például két számjegyet milyen procedúra szerint adok össze.

Egy számolási folyamat során több alfolyamatot kell helyesen megoldani: először a számolási művelet jelét kell megfelelően beazonosítani, ehhez kell helyesen illeszteni a számolási tények végrehajtásának folyamatát. Harmadik komponens a számolási tények helyes visszaszerzése, amennyiben egy tanult adatot kellene előhívnunk (például mennyi 8x9?). A kalkulációs rendszeren belüli alrendszerek közti disszociáció is lehetséges. Az egyik ilyen lehetőség, ha a *műveleti jelek és a kapcsolódó számolási folyamatok* válnak külön. A beteg (McCloskey et al., 1985), ha arab formában látta a számolási folyamatot összeadás helyett szorzást végzett (például: 3x5=8), illetve fordítva, szorzás helyett összeadást végzett (például: 6+3=18). Másik disszociációs lehetőség, ha a helyes *számolási folyamatok* mellett az *aritmetikai tényeket* rosszul idézi fel. Erre példa D. R. C. beteg (McCloskey et al., 1985), aki az aritmetikai folyamatok elvégzéséről tökéletesen beszámolt, az aritmetikai tények helytelen felidézése miatt mégis rosszul oldotta még például az alábbi egyszerű összeadási feladatot: „5+7=13”.

McCloskey et al. (1985) R. R. nevű betegének sajátos számkiolvasási tévesztései voltak. Szintaktikai hibát ugyan nem vétett a számok kiolvasásakor, de lexikait igen, ugyanakkor a tévesztései szabályosak voltak, mivel mindig csak egy számosztályon belül rontott. Ha a kiolvasandó szám egyjegyű volt, akkor egy másik egyjegyűt olvasott (pl. „három” helyett „ötöt”, de sosem „tizenhármat”, vagy „harmincat”). Ugyanilyen szabályszerűséget figyeltek meg a tízesek és a dekádok körében is. Hasonlóan szabályszerű lexikai tévesztései voltak H. Y. betegnek is (McCloskey et al., 1986). Ez alapján McCloskey et al. (1985) a következő számosztályokat különböztette meg: *egyjegyűek* (1-9), a *tízesek* (10, 11, 12…19), és *dekádok* (20, 30, 40…90). Ezt a három számosztályt később kiegészítette (McCloskey et al., 1986) egy *szorzó osztállyal* (száz, ezer, tízezer stb.).

McCloskey és Macaruso (1995) kidolgozták minden bemeneti számformára a feldolgozási folyamat lépéseit. Az input típusa alapján lehet verbális szám reprezentáció, fonológiai reprezentáció, grafémikus reprezentáció és végül arab szám reprezentáció, sőt foglalkoztak a római számok feldolgozásával is. Ezt követi egy un. köztes (intermediate) reprezentációs lépés, mely a legnagyobb tag bázisára építve alakítja ki a *szintaktikai keretet*. A lexikai információt a számjegyek alkotják, majd ezeket az egyjegyű számokat kiegészíti a három számosztállyal, illetve a szorzó osztállyal. A fonológiai reprezentáció a következõ lépésekben zajlik: az akusztikus ingert fonológiai reprezentációvá alakítjuk (minden szót egy fonológiai szekvencia jelöl), majd kikeressük a 'fonológiai lexikonban' a szóalakhoz tartozó jelentést (szemantikai reprezetáció). A szám produkciónál a folyamat megfordul. A verbális számok vizuális információja grafémikus formába konvertálódik és így jut el a szemantikai feldolgozáshoz. A folyamat a produkciós oldalon fordított irányú. Az arab számok esetében szintén a grafémikus formán keresztül jutunk el az egységes, szemantikus reprezetációhoz. Miután a grafémikus reprezetáció alkalmas mind az írott verbális, mind az arab számok közvetítésére, ez a reprezentáció érzéketlen a vizuális jelek külsõ megjelenésére, így például a római számok esetén is működik.

A fonológiai és a grafémikus reprezetáció közti disszociációt támasztja alá H.Y. beteg esete, aki hibátlanul oldotta meg a matematikai feladatot, ha a azt szóban mondták, de amikor ugyanezt a feladatot írott formában kapta, hibás választ adott (McCloskey, 1992).

McCloskey szerint egy arab szám/verbális szám bemenet esetén belül átalakul arab szám szintaktikai keretté/szintaktikai szó keretté, majd a kimeneti forma igénye szerint visszaalakul verbális, vagy arab kimenetté, a válasz szükségleteinek megfelelően. Abban az esetben, ha különböző formájú számokkal kell műveletet végeznünk, szükséges egy további, un. átkódolási lépés (transcoding), ami közös formába fordítja és ezáltal összevethetővé teszi az eltérő bemeneti ingereket. Amikor például arab szám formában látunk egy számot, amit ki kell ejtenünk, azaz verbális fonológiai produkcióra van szükség, ott olyan belső rendszer kell, ami átkonvertálja az egyik számformát a másikba. A belső feldolgozás további lépése, hogy ezek a még bemeneti inger specifikus formák átalakítódnak egy amodális, belső szemantikai reprezentációs formává. Mivel a külső modalitási forma jellegzetességei elvesznek, lehetővé válnak akár a különböző formában bemutatott számokkal végzett műveletek és összehasonlítások például, ha a feladat különböző formájú számok nagysági összevetése. McCloskey véleménye szerint minden számforma ebbe a közös, amodális reprezentációba fordítódik át. A belső kódforma szerkezete a következő: egy alapérték (számjegy), és a 10 megfelelő hatványa (helyiérték), azaz a matematikai normálalak (McCloskey, Macaruso, 1995).

Példa egy számfeldolgozási folyamatra, ahol egy arab bemenet absztrakt feldolgozását, majd verbális kimenetté alakítását látjuk McCloskey és Macaruso (1995) alapján.

arab bemenet: 346

↓

szintaktikai *arab szám* keret: [[egyes{3}]szorzó:száz tízes:{4}egyes:{6}]

↓

belső szemantikai reprezentáció: $\mathbf{\{3\}10^2\{4\}10^1\{6\}}$

↓

szintaktikai *verbális szám* keret: [[egyes{három}]szorzó:száz tízes:{négy}egyes:{hat}]

↓

verbális kimenet: három-száz-negyven-hat

A folyamatábra példája alapján az arab szám bemenet átíródik egy szintaktikai arab számkeretté, majd átkódolódik egy belső szemantikai reprezentációba. Ha a bemeneti arab számot ki szeretnénk ejteni, akkor ezt vissza kell fordítani a kimenetnek megfelelő szintaktikai verbális szám keretté, majd a verbális output során kiejtjük a számjegyet. További fontos sajátossága a belső reprezentációnak, hogy itt történik meg a szám szemantikai feldolgozása.

Összességében McCloskey modelljét sok alegység együttes működése jellemzi. A betegek egyes számolási képességeinek kiesését csak a moduláris felépítésű modellel lehet magyarázni, ami egy rugalmas rendszert eredményez, ugyanakkor az amodális, szemantikai belső reprezentációba való átfordítás szükségessége rugalmatlanná teszi a belső feldolgozást. Ez alapján látni, hogy a sok alrendszer között számtalan elcsúszási lehetőség van egy számolási folyamat során. Bár McCloskey balesetben sérült betegeket vizsgált, de ezekből a tapasztalatokból leszűrt részfolyamatok segítenek analizálni azt az összetett folyamatot, amikor például egy atipikusan fejlődő gyerek próbál megoldani egy aritmetikai feladatot. Fontos, hogy ne csak a végeredmény esetleges hibáját tekintsük, hanem a számolási folyamat egészét: melyik lépésben és miben tévesztett a gyerek?

McCloskey modelljének számos pozitívuma van: egyik a kalkulációs rendszer kidolgozottsága, másrészt a modell fontos eleme a számformák sokfélesége (modalitása), illetve az ehhez kapcsolódó átkódolási folyamat kidolgozása. Ugyanakkor a szemantikus feldolgozást megkövetelő, bemeneti kódformától független, belső átkódolási lépés több kritikus, alternatív modell kidolgozását eredményezte.

Alternatív modellek: az összetett kódolási- és a preferált belépési kód modell

Campbell és Clark (1992) *összetett kódolási modellje*.

Sok különböző belső kódolási formát feltételeznek: minden külső számformának megvan a belső kódja, így a számok a belső feldolgozás során sem veszítik el a specifikumukat. Ebből egy egész hálózat alakul ki, ahol párhuzamosan futnak a formátum specifikus folyamatok, melyek asszociációs hálót alkotnak, ahol az egyik forma aktivizálja a többbit is.

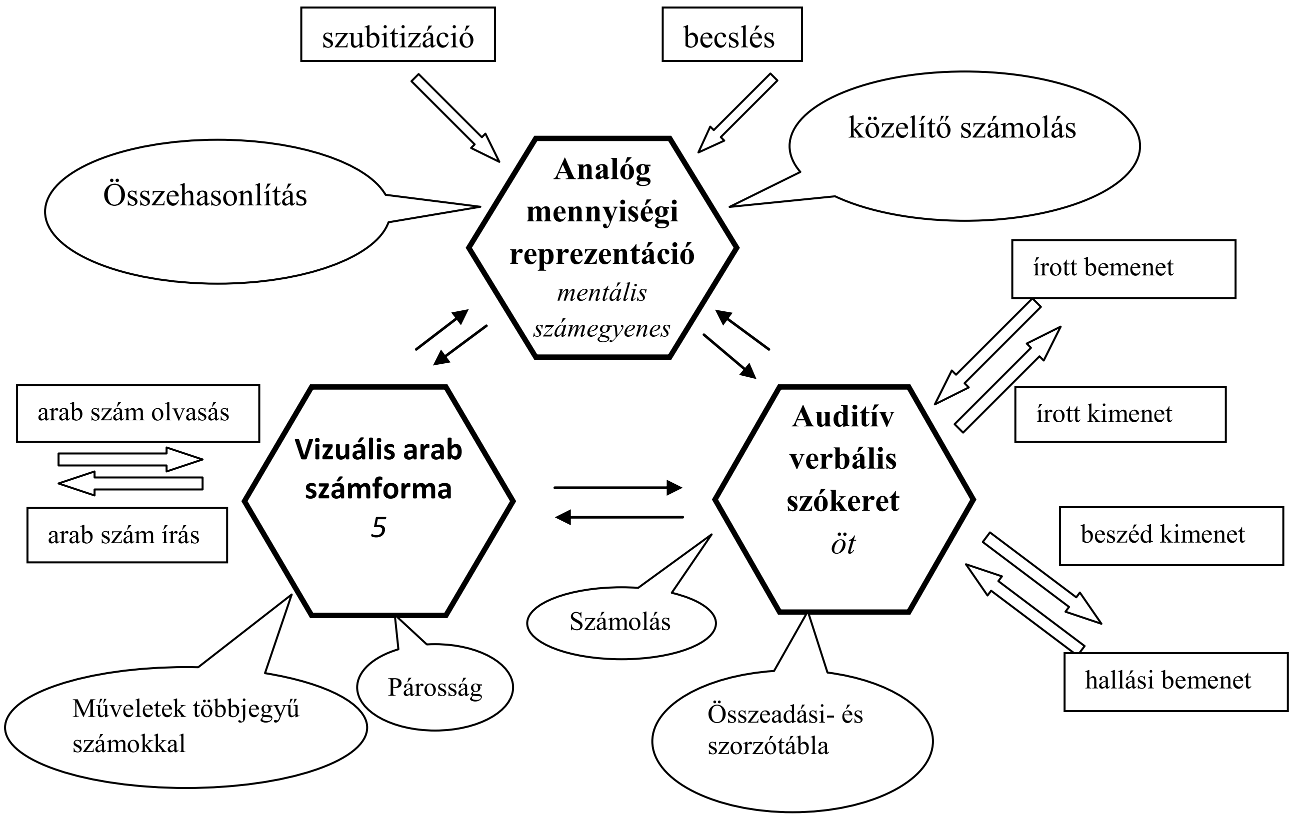
Noel és Seron (1997) *preferált belépési kód modellje.*

Véleményük szerint Campbell és Clark modelljével szemben kevesebb a belső kódok száma, de azt az egyéni preferencia dönti el, hogy melyik az a számforma, amit az alany számokkal kapcsolatos feladatok során alkalmaz. A modell szerint a bemeneti számformát erre, a személy által preferált formára fordítja.

Dehaene hármas kód modellje

Dehaene (1992) hármas kód modellje egységes belső reprezentációjával szemben három leggyakrabban használt kódformát feltételez. Az első az analóg-mennyiségi kód, ami akkor aktivizálódik, ha például tárgyak mennyiségét kell megbecsülni, a második a vizuális-arab kód, amely az arab számként megjelenő mennyiségek feldolgozását végzi, a harmadik a verbális kód, amely a hallott, vagy a betűkkel leírt számok esetétben aktiválódik. A háromféle kód típushoz három nagy rendszer illeszkedik, az egyik az *analóg mennyiségi reprezentáció*, másik a *vizuális arab számforma,* végül a harmadik az *auditív verbális szókeret* (ld. 2. ábra). A rendszerek között kölcsönös átjárhatóságot feltételez, mely rugalmassá teszi a modellt.

Dehaene (1992) feltevése szerint a külső kódformák a belső feldolgozási folyamat során is megtartják sajátosságaikat, nem fordítódnak át egy olyan egységes, szemantikus, amodális kódba, mint azt McCloskey et al. (1985, 1986) modelljében feltételezik. Dehaene (1992) szerint minden számolási folyamat kapcsolódik egy adott input és output kódhoz. Ezáltal a számok elkülönülve jutnak el a meghatározott feldolgozási egységükhöz, nincs köztes amodális, átkódolási lépés. Ezzel nem zárja ki a modellből azokat a szemantikai feldolgozást nélkülöző, preverbális számolási folyamatokat, mint amilyen a becslés vagy a szubitizáció, ami az 1-4 elemből álló mennyiségek számlálás nélküli gyors és pontos azonosítását jelenti. A bemeneti forma eltérésén túl minden egységhez meghatározott jellegzetesség társul, illetve meghatározott matematikai funkció, mint például a vizuális arab szám formátumhoz kapcsolódó párosság meghatározás.



2. ábra Dehaene hármas kód modellje (Dehaene, 1992. alapján).

A továbbiakban Dehaene (1992) alapján tekintsük át a rendszer felépítését és működését.

A **vizuális arab szám forma** specifikuma az arab számok írása és olvasása, az arab számok szimbólumával tárolja az értékeket, illetve akkor aktív, ha írásban hajtunk végre számolási műveletet. Funkciója a *párosság* meghatározása, illetve a *többjegyű számokkal végzett műveletek.*

A másik rendszer az **auditív verbális szókeret**, amely az írott és beszélt információk feldolgozásával foglalkozik. A numerikus információkat mindig pontosan tárolja, diszkrét egységekre bontja. Mivel ez a rendszer a verbalitáshoz kötődik, ehhez kapcsolódik a számolási funkciók közül a *számolás* folyamata, továbbá minden, memóriát igénylő funkció is, mint az *egyszerűbb összeadások eredményei* és a *szorzótábla tényeinek* ismerete, amit gyakorlottságot szerezve már nem kiszámolnunk, hanem a hosszú távú emlékezetből hívunk elő. Pontos számolást végez, de az analóg nagysági reprezentáció nélkül csak „üres” számszavak, azaz nem tudja tartalommal megtölteni az adott számszót.

A verbális rendszer deficitje mellett a többi számolási rendszer intakt maradhat. Erre példa Dehaene és Cohen (1997) által publikált „M” beteg esete, aki bal bazális ganglion hiányában képtelen volt felidézni a szorzótáblát, ami a verbális rendszerhez köthető emlékezeti teljesítményt igényel, ugyanakkor képes volt összehasonlítani számokat, és hibátlanul megoldani egyszerű összeadásokat, kivonásokat. Ez is jelzi, hogy a számolás több központú folyamat.

Analóg mennyiségi reprezentáció

A modell harmadik eleme az **analóg mennyiségi reprezentáció,** melyet azért tárgyalok a legrészletesebben, mert vizsgálatom során, a gyerekeket megfigyelve, ezt a rendszert, illetve az ehhez a rendszerhez köthető működéseket láttam a leghiányosabbnak. Véleményem szerint a matematikai nehézséggel küzdő gyerekeknek már itt is hiányosságokkal, bizonytalanságokkal rendelkeznek, így a ráépülő, későbbi számolási folyamatok is bizonytalanná válnak. Ezért fontos a legősibb funkciókat fejleszteni először, hogy a ráépülő számolási folyamatok biztos lábakon álljanak.

Az analóg mennyiségi reprezentáció egyrészt azokat a funkciókat látja el, ahol nincs szükség pontos számolásra. Ilyen a *becslés*, ami pontatlan folyamat, ugyanakkor a megszámlálandó elemek száma nem befolyásolja a folyamatot. A becslésnek egy alesete a *szubitizáció* (subitize), ami gyors és pontos folyamat, amennyiben a megbecsülendő elemek száma négynél kevesebb, és az elemek elrendezése geometrikus alakzatot alkot (Mandler és Shebo, 1982). Ebben az esetben a mennyiség meghatározása elhelyezkedési forma alapján történik. 1-3 elemszám esetén gyors választ tesz lehetővé, azonban, ha növeljük az elemek számát, minden további elemnél plusz 300 ms-mal nő a reakcióidő. Újabb vizsgálatok már megkérdőjelezik, hogy a szubitizáció analóg mennyiségi rendszerhez tartozik-e (Rekvin, Piazza, Izard, Cohen, Dehaene, 2008). Krajcsi et al. (2013) vizsgálata is azt támasztja alá, hogy a szubitizációs folyamat inkább egy perceptuális folyamat, a gyors minta felismerő mechanizmus eredménye és kevésbé köthető az analóg mennyiségi rendszerhez.

Másrészt ez a rendszer felelős a mennyiségi információkért is. A számok *összehasonlításánál* (melyik a nagyobb: a 6 vagy a 8) is az analóg nagysági kódot használjuk. A beérkező szám formájának megfelelően először a vizuális arab számforma vagy az auditív verbális szókeret aktiválódik, majd analóg kódba konvertálódnak a számok és ebben a formában történik meg az összehasonlítás azáltal, hogy aktiválódik a *mentális számegyenes* megfelelő szegmense. Az aktiválódás azonban attól is függ, mekkora a számok közötti különbség. Nagyobb különbség esetén gyorsabban döntünk, például 2 és 8 esetén rövidebb a reakcióidő, mint 6 és 8 esetén – ez a *távolság hatás* (Moyer és Landauer, 1967). Azt jelzi, hogy a számok nem szimbolikusan, hanem a távolsággal analóg módon- és a számok növekedésével egyre jobban sűrűsödve, azaz a Weber-Fechner törvénynek megfelelően logaritmikusan reprezentálódnak. Egy becslési feladat megoldása során, ahol értékeket kell összevetnünk, a képzeletbeli számegyenes is segíthet bennünket. Ez a munkamód feltételezi a számegyenes ismeretét, ami a konkrét számegyenessel való gyakorlás során képzeletbeli, *mentális számegyenessé* (mental number line) válik. Emiatt iskoláskorú gyerekek és felnőttek feladat megoldása során aktivizálódhat (Dehaene, 1992). Jellemzője, hogy folytonos formában tárolja az információkat, mely nincs diszkrét egységekre osztva, így ez egy pontatlan mennyiségi rendszer. Épp ezért olyan feladatoknál aktív, ahol a cél nem a pontos érték meghatározása, hanem két halmaz összehasonlítása, vagy közelítő számolás. A mentális számegyenesnek iránya van, amit a *SNARC-hatás* (Spatial-Numerical Association of Response Codes) bizonyít. Eszerint a nagyobb számok estén a jobboldali, a kisebb számok esetén a baloldali válaszgombbal vagyunk gyorsabbak és az oldal számít, nem a kéz, mert keresztezett kezek esetén is ugyanez az eredmény. Tehát a számegyenes orientációja bal-jobb irányú, a kisebb számok a bal-, a nagyobb számok a jobboldalon reprezentálódnak, de ez az írás irányának függvénye, mert azokban a kultúrákban, ahol az olvasás jobbról balra történik, a mentális számegyenes iránya is jobb-bal (Dehaene, Bossini és Giraux, 1993). Dehaene et al. (1993) további érdekes eredménye, hogy a SNARC-hatás csak az arab számok esetében volt kimutatható, a verbális számok esetében gyengébb volt, vagy teljesen hiányzott. Ennek alapján feltételezhetjük, hogy az arab számok aktivizálják a mentális számegyenest, ahol a számjegyek téri mintázatba rendeződnek. Ugyanezt a verbális számok nem hozzák működésbe.

SNARC-hatás a tipikusan fejlődő gyerekeknél 7-8 éves kor előtt nem mutatták ki (Berch, Foley, Hill, Ryan, 1999). Vizsgálatuk alapján ez az az életkor, amikor a mentális számegyenes jobb-bal orientációja kialakul. Speciális populációt jelentenek a fejlődési diszkalkuliás gyerekek, akik, ha vizuális-téri deficittel is rendelkeztek, akkor a SNARC-hatás 12 éves korukig nem volt kimutatható (Bachot, Gevers, Fias, Roeyers, 2005). A fejlődési diszkalkuliás gyerekeknél a mentális számegyenes jobb-bal irányultságának kialakulatlansága nehezíti, hogy a számok elnevezése „tartalommal" telítődjön meg, mennyiség is kapcsolódjon hozzá.

A SNARC-hatás létezése felveti azt, hogy a vizuális-téri képesség és a számolási képesség között ezen a nagyon elemi szinten lehet a kapcsolat. Ezt mutatták ki Bachot, Gevers, Fias és Roeyers (2005) egy olyan kísérletben, ahol kombinált, a vizuális-téri képesség és a számolás zavarával küzdő (fejlődési diszkalkuliás) és normál kontroll gyerekeknél vizsgálták a SNARC-hatást. Ez kimutatható volt a kontroll csoportnál, de a vizuális-téri képesség zavara esetén nem (legalábbis 12 éves korig nem). A fejlődési diszkalkuliás gyerekeknél a mentális számegyenes jobb-bal irányultságának kialakulatlansága nehezíti, hogy a számok elnevezése „tartalommal" telítődjön meg, mennyiség is kapcsolódjon hozzá. Tehát a vizuális-téri képesség zavara és a numerikus képesség zavara közötti kapcsolatot a számok nagyságának hibás reprezentációja a mentális számegyenesen közvetíti (Bachot et al., 2005).

Mivel az analóg nagysági rendszer független a nyelvi rendszertől, megjelenik preverbális szinten is. Ennek az a következménye, hogy legalábbis elemi számolási képességgel az állatok és a csecsemők is rendelkeznek. Dehaene (1992) még azokra a korai eredményekre hivatkozik, amelyekben csak mennyiségek összehasonlításának (több-kevesebb) képességét vizsgálták. Például idézi Sophian és Adams (1987) kísérletét, amelyben kimutatták, hogy már 14 hónaposok képesek 0, 1, 2 tárgy esetén több-kevesebb összehasonlításra. Ugyanezt a képességet kimutatták állatoknál is, például Rumbaugh, Savage-Rumbaugh és Hegel (1987) egy olyan kísérletben, aemelyben csimpánzoknak kellett két olyan tálca közül választani, ahol az egyiken kevesebb, a másikon több csokoládé volt. Rumbaugh et al. (1987) kísérleti eredménye azt is bizonyította, hogy a csimpánzok elemi összadásra is képesek, mert a tálcákon nem egy kupacban voltak a csokoládék, hanem az egyik tálcán 4 és 3, a másikon 5 és 1 csoki volt. Ahhoz, hogy melyik a több, először össze kellett adniuk a tálcákon levő csokidarabok számát.

A későbbi kutatások azt is kimutatták, hogy már az 5 hónapos csecsemők is képesek nem csak a mennyiségek összevetésére, hanem az összeadásra és a kivonásra is (Wynn, 1992). Wynn kísérletében a csecsemők egy Mickey egér figurát láttak, amit náhány másodperc után eltakartak egy lemezzel. Ezután a kísérletvezető a takaró lemez mögé rakott egy újabb Mickey egér figurát oldalról úgy, hogy ezt a baba látta. Amikor a takaró lemezt eltávolították és két Mickey egér figurát lehetett látni, a babák rövid ideig nézték, de amikor a takaró lemez eltávolítása után egy Mickey egeret láttak, megnőtt a nézési idő. Ebből Wynn (1992) arra következtetett, hogy a babák az előzmények alapján kialakítottak egy elvárást arról, hogy 2 Mickey egeret fognak látni, de ez meghiusúlt s ez okozta a megnövekedett nézési időt. A babák nem csak összeadni tudtak, hanem kivonni is. Amikor 2 Mickey egeret láttak először, majd eltakarták azokat, s a kísérletvezető kivette az egyiket és a takaró lemez eltávolítása után mégis 2 Mickey egeret lehetett látni, akkor szintén megnőtt a nézési idő, ami azt jelzi, hogy a babák meglepődnek, ha 2-1=2 Wynn (1992). Simon, Hespos és Roschat (1995) felvetették, hogy Wynn (1992) kísérlete úgy is értelmezhető, hogy a babák nem a mennyiségre alakítottak ki egy elvárást, hanem egyszerűen a tárgyállandóság megsértése az, ami a hosszabb nézési időt kiváltotta. Ezért megismételték Wynn kísérletét 3-5 hónapos babákkal és a Szezám utca két figurájával (Ernie és Elmo). Eredményük megerősítette azt, hogy a babák a mennyiség megsértésére reagálnak és nem a tárgy megváltozására – az nem növelte a nézési időt, ha Ernie+Ernie helyett 1 Ernie és 1 Elmo jelent meg, de az igen, ha csak 1 Ernie magában.

Szintén a babák számolási képességét - a mennyiségi információ feldolgolgozását - bizonyította Kobayashi, Hiraki, Mugitani és Hasegawa (2004). A Wynn (1992) kísérletéhez hasonló helyzetben a babák képesek voltak elvárást kialakítani a látott (Mickey egér) és hallott (gong ütés) összegéről – pl. 2 Mickey egér + 1 gong ütés után 3 Mickey egeret vártak, és ha ez nem teljesült, mert csak 2 Mickey egeret láttak, megnőtt a nézési idő. A babák képesek elemi számolásra különböző szenzoros modalitások egyidejű felhasználásával.

Egy integrált modell

A fejezetben tárgyalt McCloskey és Deahene modellje inkább kiegészítitik egymást, sem mint ellentmondanának egymásnak. McCloskey modelljének több pozitívuma is van: egyik a kalkulációs rendszer kidolgozottsága, melyet Krajcsi (2008) is kiemel. Ezen kívül az átkódolási folyamat részletes leírása is ezt modellt erősíti, továbbá a modell foglalkozik a számok modalitás-specifikumával, ami Dehaene modelljéből hiányzik, amit Szűcs és Csépe (2004) tanulmányukban kritikaként meg is fogalmaznak. Ugyanakkor Dehaene modellje foglalkozik az analóg mennyiségi rendszerrel és a preverbális számolási folyamatokkal, amelyeket McCloskey által feltételezett szükségszerű szemantikai feldolgozás kizár. A két modell egyesítésére tett javaslatot Igács, Janacsek, Krajcsi (2008) és Krajcsi (2010). Dehaene hármas kód modelljét kiegészítették McCloskey modelljéből a kalkulációs rendszerrel, ezáltal ez az integrált modell rendelkezik a korábbi modellek előnyeivel és kiküszöbölhető azok hiányossága.

A hármas kód modell neuroanatómiai vonatkozásai

Az egyes agyi területek kiesésének hatását vizsgálta Dehaene és Cohen (1991). Akalkuliában szenvedő páciensük nem tudta eldönteni egy pontos számolási műveletről, hogy igaz-e (pl. 2+2=5), azonban azt pontosan meg tudta *becsülni*, hogy igaz-e az, hogy 2+2=9. Ez is bizonyítja azt, hogy a pontos számolás és a becslési folyamat egymástól elkülönült működés. A neurológiai sérülés hatására az ősibb, preverbális funkció maradt meg, a verbalitáshoz kötődő, tanult rendszerhez kapcsolódó funkció kiesett. A disszociatív funkció kiesés bizonyíték arra, hogy a számolási rendszerünk moduláris felépítésű.

A hármas kód moduljainak anatómiai reprezentációját kísérelte meg feltárni Dehaene és Cohen (1997). Akalkuliás betegekről szóló tanulmányok áttekintése alapján csoportosították a betegség hátterében feltárt agysérüléseket és így két nagy csoportot tudtak elkülöníteni. Az egyik a klasszikus akalkulia, amely baloldali inferior parietális lézió esetén figyelhető meg, és amely gyakran együtt jár a Gerstman szindrómával (agráfia, ujj agnózia és bal-jobb tévesztés). A másik, ritkábban előforduló csoportba a baloldali szubkortikális területek sérülése miatt kialakuló esetek tartoznak. Ezeket részletesebben elemezve, a sérülések helye és a számolási feladatok típusa alapján az egyes agyi régiókat összekapcsolták a hármas kód modellel:

1. A vizuális arab kód a bal- és jobboldali inferior ventrális occipito-temporális gíruszba (fuziform gírusz) lokalizálható.

2. A verbális kód a balodali perisyilvian (más néven Broca) területhez kapcsolható.

3. Az analóg mennyiségi kód működését a bal- és jobboldali inferior parietális területek támogatják.

Ez viszont jól vizsgálható az agyi képalkotó eljárásokkal, így nem csoda, hopgy az elmúlt 2 évtizedben igen nagyszámú vizsgálat született ezen a területen. Dehaene, Piazza, Pinel és Cohen (2003) az addigi fMRI vizsgálati eredményekre alapozva, a különböző számolási feladatok során mutatott agyi aktivitás alapján 3 parietális területet („kört") különböztettek meg:

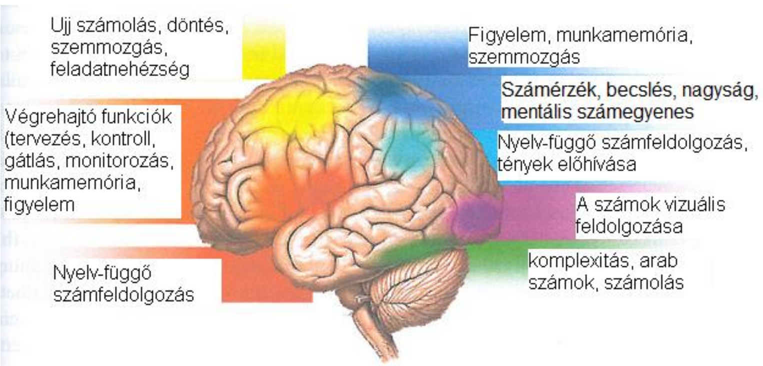
1. Az intraparietális szulkusz horizontális szegmense (HIPS): ez a terület a számformától függetlenül minden számolási feladat során aktív volt. Az aktivitás fokozódott mennyiségi

folyamatok során. Azt feltételezik, hogy ez a terület biztosítja a lényegi (core) mennyiségi rendszert, analóg a belső mentális számegyenessel, ami kiegészíti a másik két idegrendszeri kört.

2. Bal anguláris gírusz, kapcsolatban más bal oldali perisyilvian areákkal: verbális formájú számok manipulációjakor aktív.

3. Kétoldali posterior-superior-parietális rendszer: támogatja a mentális számegyenesen a figyelmi orientációt, ugyanúgy, mint más téri dimenziók esetében.

Arsalidou és Taylor (2011) 52 tanulmányban közölt 698 személy adatai alapján kapott fMRI eredményeket és ennek alapján pontosították a hármas kód modellt alátámasztó neuroanatómiai összefüggéseket. Az egyik, ami módosítja a korábbi eredményeket az, hogy a vizuális számformát Dehaene és Cohen (1997) a mindkét oldali fuziform gírusszal kapcsolta össze, ám az áttekintett, azóta felhalmozódott eredmények alapján Arsalidou és Taylor (2011) azt feltételezik, hogy csak a bal fuziform gírusz kapcsolható ehhez. Azt, hogy a jobboldali fuziform gírusz nem, azzal magyarázzák (Arsalidou és Taylor, 2011), hogy ennek szerepe a globális feldogozásban van, a számok feldolgozása viszont lokálisan történik. A másik eredményük megerősíti Dehaene et al., (2003) eredményét a számfeldolgozásban érintett 3 parietális körről. A harmadik észrevételük az áttekintett tanulmányok alapján az, hogy minden számokkal és számolással kapcsolatos feladatban kimutatható volt a prefrontális kéreg (dorsolaterális és frontopoláris) aktivációja, ami a munakamemória működésével kapcsolatos, de erről az eredeti modell nem ad számot. Ezért a modellt frissíteni kell, be kell építeni a munkamemória szerepét is. Erre lehet példa Kaufmann, Kucian és von Aster (2015) modellje, amelyben a numerikus feladatokban érintett aktív agyi régiók memória, figyelem és nyelvi funkciókkal való átfedését mutatják be (ld. 3. ábra).



3. ábra A numerikus agy (Kaufmann, Kucian és von Aster, 2015, 491. o. alapján)

Szintén a munkamemória működésével kapcsolatos areák szerepét mutatta ki Klein, Suchan, Moeller, Karnath, Knops, Wood, Nuerk és Willmes (2014) egy olyan elemzési technikával, amellyel az egyes területek kapcsolódásait vizsgálták. Ennek eredménye alpján ők is az eredeti modell bővítését javtasolják.

A *munkamemória* szerepének fontosságát másik oldalról szintén több tanulmány támasztja alá. A jobb munkamemóriával rendelkezők jobban teljesítenek az ún. multitasking helyzetekben, amikor egyszerre több feladatot kell végezni (Bühner, König, Prick és Krumm, 2006). Jobbak az érzelem-szabályozásban (Schmeichel, Volokhov és Demaree, 2008), 5-6 éves korban már jobban tudják követni az utasításokat (Gathercole, Durling, Evans, Jeffcock és Stone, 2008), a gondolkodási feladatokban is felülmúlják a gyengébb munkamemóriával rendelkezőket (Süß, Oberauer, Wittmann, Wilhelm és Schulze, 2002). Továbbá jobbak a matematikában és a nyelvtanulásban (Gathercole és Pickering, 2000; Swanson, Beebe-Frankenberger, 2004) és ez fennmarad végig a gyerekkor során (Gathercole, Pickering és Ambridge, 2004).

A matematikai megismerés és a munkamemória kapcsolatát vizsgáló kutatások eredményei két csoportba sorolhatóak. A vizsgálati eredmények első nagy csoportja a feladat jellegének hatását vizsgálja. Ezen belül az egyik a számok nagysága, a számjegyek száma, ahol kisebb számokkal végzett műveletek kevésbé terhelik meg a munkamemóriát (pl. 2+4 vs. 24+68) (Ashcraft 1992, 1995; Campbell, 1994). A feladat másik jellemzője, ami a többjegyű számokkal való számolást érinti, hogy az elvégzendő feladatban van-e maradék, amit tovább kell vinni a következő számjegyhez, vagy nincs (pl. 22+34 vs. 22+ 39) (Ashcraft 1992, 1995, Fürst, Hitch, 2000). Így kijelenthetjük, hogy a megoldandó matematikai feladat munkamemória kapacitás igénye jól jelzi a probléma összetettségét. A kutatási eredmények másik nagy köre a matematikai feladatot végző személy egyéni eltéréseire vonatkozik, illetve arra, hogy ezek a jellemzők mi módon vannak hatással a munkamemóriára. Ide tartozik a matematikai szorongás egyéni mértéke (Ashcraft, 2002, Ashcraft, Ridley, 2005), ami csökkenti a munkamemória kapacitását, ezzel rontja a matematikai feladatok megoldásának hatékonyságát. Másik egyéni jellemző, hogy a személynek van-e matematikai nehézsége. Geary, Hamson és Hoard (2000) kutatása szerint azok a gyerekek, akik matematikai nehézséggel rendelkeznek, nehezen memorizálnak matematikai tényeket, a fentiek alapján kijelenthetjük, hogy a munkamemória korlátozottsága okozhatja ezt a nehézséget.

Gathercole, Pickering és Ambridge (2004) eredménye alapján a munkamemória komponensei, a központi végrehajtó, a fonológiai hurok és a téri-vizuális vázlattömb kapacitása folyamatosan fejlődik, ugrásszerű változás nélkül 15 éves korig (a tanulmányban a 4-15 éves korosztályt vizsgálták). A munkamemória fejlődése kétféle: egyrészt általános területi változások révén az életkor előrehaladásával nő a funkcionális kapacitása (Gathercole et al., 2004), másrészt a terület specifikus változások vonatkozásában hatékonyabbá válik a problémamegoldó folyamatok elérése (Shrager, Siegler, 1998). Ez a két terület egyaránt fontos a matematikai feladatok kivitelezésében, és együttesen segítenek választ adni a matematikai fejlődés és a munkamemória folyamatok közti kapcsolatokra.

A szimbolikus és a nem-szimbolikus számolás neurológiai vonatkozásai

Mint láttuk, Dehaene és Cohen (1991) egy akalkuliás beteg vizsgálata alapján kimutatták, hogy a számolási és a becslési folyamat egymástól elkülönülten működik. A sérülés eredményeként a preverbális funkció, a nem-szimbolikus számolás - maradt meg, a verbalitáshoz kötődő szimbolikus számolás kiesett.

Egy későbbi fMRI vizsgáltukban egészséges személyeknél is kimutatták, hogy a kétféle számolás különválik. A kísérleti személyeknek vagy egzakt számolást igénylő feladatot kellett megoldaniuk (pl. a 4+5 után megjelenő 9 és 7 közül melyik a jó) vagy becslési feladatot (pl. a 4+5 után megjelenő 8 és 3 közül melyik van közelebb a jó megoldáshoz). Az fMRI eredemények alapján a különböző számolási feladat során kimutatható az eltérő agyi aktivitás. A pontos összeadást igénylő feladat során azok a régiók voltak aktívabbak, amelyek a verbális működéssel kapcsolatosak, míg a becslési feladat során inkább a vizuális-téri területekkel mutattak azonosságot.

Ez alátámasztja egyrészt azt, hogy a preverbális számolásért felelős analóg mennyiségi reprezentációs rendszer a vizuális-téri agyi területeken lokalizálódik. Másrészt igazolja azt a felvetést, hogy a becslés, mint elemi matematikai képesség kapcsolatban áll a vizuális-téri képességgel. Végül azt is jelzi, hogy a számoláshoz nagyon sokféle agyi terület együttes működése szükséges. Emiatt előfordulhat, hogy több helyen alakul ki probléma a számolás során. Ugyanakkor azért is lényeges, mert visszafelé haladva, a téri-vizuális területek serkentése feltételezhetően facilitálja az analóg nagyságreprezentációt, ami által javul a számérzék és ettől pedig javulhat a matematikai teljesítmény.

Az eddigiek jól példázzák azt, hogy a számolási képesség nagyon összetettet folyamat. Ezt az összetettséget Dehaene (2003) a „*számérzék*" (number sense) fogalmával írja le, mely, több alképességből felépülő készség összefoglaló neve.

A TÉRI KÉPESSÉGEK FEJLESZTÉSE ÉS KAPCSOLATUK A MATEMATIKAI KÉPESSÉGEKKEL

A téri képességeket több fogalmommal is jelölik, szinonimaként használják, továbbá a hazai és a nemzetközi fogalomhasználat sem teljesen azonos, bár tartalmi szempontból nem lényegesek az eltérések. A hazai szakirodalomban Séra, Kárpáti, Gulyás (2002) nyomán térszemléletként használjuk. A nemzetközi szakirodalomban hol téri képességekként (*spatial abilities),* pl. Tosto, Hanscombe, Haworth, Davis, Petrill, Dale, Malykh, Plomin, és Kovas (2014), hol téri ismeretként (*spatial skills),* pl. Uttal, Meadow, Tipton, Hand, Aldden, Warren és Newcombe (2013) tárgyalják a jelenséget, esetenként vizuális-téri képességekként (*visuospatial abilities*) pl. Crollen, Noel, (2015).

Salat és Séra (2002) megfogalmazásában a vizualizációs képesség és az orientációs képesség együttesen eredményezi a térszemléletet. Séra, Kárpáti, Gulyás 2002-es tanulmánykötetükben a térszemléletet összetett képességként fogalmazzák meg, melyet nem lehet globálisan mérni, így globálisan fejleszteni sem. Ez a megközelítés egybecseng Newcombe „esernyő" hasonlatával (Newcombe, Shipley, 2015), amely szerint ez egy olyan fogalom, ami alá sok részképesség befér és ezt a sokféleséget jelzi a fogalmak többes száma is (téri képességek).

Uttal, Meadow, Tipton, Hand et al., (2013) a téri képességek fejlesztésével foglalkozó, 1984-2009 között megjelent 217 tanulmány meta-analízisét végezték el. Az összehasonlító kutatás során a definíció szempontjából arra jutottak, hogy a téri képességeknek nincsen általánosan elfogadott meghatározása. Definíció helyett Uttal et al., (2013) egy 2 dimenziós osztályozási rendszert ajánlanak, ahol definíció helyett a különböző téri élmények dimenziók mentén való besorolását javasolják. A téri élmények besorolásakor Newcombe és Shipley (2015) meghatározását veszik át, akik az egocentrikus és allocentrikus dimenzió (lásd később) helyett intrinzik és extrinzik illetve statikus és dinamikus dimenziót javasolnak. Az intrinzik dimenzió a tárgyak jellemzőit jelenti, például a formájukat, ezt használjuk olyankor, amikor leírunk egy tárgyat. Az extrinzik dimenziót a tárgyak egymáshoz viszonyított elhelyezkedésének leírására használjuk. A statikus-dinamikus dimenzió a tárgyakkal végzett tevékenység jellegét írja le. Ez a két dimenzió négy téri képességet ír le:

Az *intrinzik-statikus* képesség azokat a téri tevékenységeket érinti, amellyel a tárgyak téri konfigurációját, esetleg formáját kódoljuk, például a Beágyazott Figura teszt.

Az *intrinzik-dinamikus* képesség azokkal a tevékenységekkel kapcsolatos, ahol a tárgyak téri kódolásának transzformálását végezzük, például növeljük vagy csökkentjük a méretét, esetleg elforgatjuk a tárgyat, ide tartozik a 2D-ből 3D-be való transzformálás, továbbá a mentális forgatás és a mentális hajtogatás is ehhez a dimenzióhoz tartozik.
Az *extrinzik-statikus* képességekhez azokat, ahol a tárgyak téri elhelyezkedését, vagy pozícióját kódoljuk más tárgyakhoz, vagy egy referencia kerethez viszonyítva, ez segít az absztrakt téri elvek megértésében, mint például a vízszintmérő vagy a függőón működése.
Az *extrinzik-dinamikus* képesség a tárgyak együttesének vizualizálását jelenti egy másik nézőpontból, az ilyen típusú tevékenységek a tárgyak közti kapcsolatok transzformálására vonatkoznak, amikor egy vagy több elem, esetleg maga a megfigyelő is mozgásban van vagy legalább mentálisan mozgatható (pl. Piaget Három Hegy kísérlete).

A téri képességek dimenziókba sorolásán túl Harris, Hirsh-Pasek és Newcombe (2013) tovább pontosították az iménti felosztást. Vizsgálatukban két téri tevékenységet, a *mentális forgatást* és *mentális hajtogatást* vizsgálták. Eredményük szerint e kétféle manipuláció sok szempontból hasonló, ugyanakkor a mentális forgatás geometriai szempontból rigid transzformáció, míg a mentális hajtogatás nem az. Továbbá erős nemi eltérést mutat a mentális forgatás, ugyanakkor a mentális hajtogatásnál nemi hatás nem volt kimutatható.

A téri észlelés fejlődése

A téri lokalizációnak kétféle módja van, egyik a személyhez (self központú, egocentrikus), másik a tárgyakhoz (allocentrikus) viszonyítva Lábadi és Osváth (2004). A téri észlelés során, ennek megfelelően, az agyunk a tárgyaknak több reprezentációját hozza létre, így a térnek létezik egy egocentrikus, személyes része, amit végtagjaink által el tudunk érni, illetve van egy allocentrikus része, ami a test határain kívül esik, azonban perceptuálisan még elérhető a számunkra (Verseghy, Gerván és Donauer, 2007).

A felnőtt téri észlelés összetettségének elérését Verseghy és mtsai, (2007) a következő fejlődési lépések alapján határozza meg: 18-24 hónapos korig egocentrikus információkkal tájékozódunk, majd a hippocampus fejlődéséhez köthetően a tárgyak közti kapcsolatok megtanulására is képessé válunk. Öt éves korban két független dimenziót használunk egy pont lokalizálásához, majd 9 évesen alakul ki a tér felnőtt kódolási mintázata.

Lábadi, Osváth (2004) tanulmányukban a mászás fejlődését emelik ki, mely nagy hatással van a térlátás beindítására, azáltal, hogy a mászás révén folyton változó környezet miatt folyamatosan újra kell lokalizálni a céltárgyat a többi tárgyhoz képest, mivel mozgás közben folyamatosan meg kell újítania a képet, a kiszemelt céltárgyat pedig ehhez képest kell értelmezni. A tanulmány szerzői felvetik, hogy a motoros képesség indítja-e be a téri fejlődést, vagy az agy érése együttesen hat pozitívan a motoros és a téri fejlődésre.

Séra, Kárpáti, Gulyás (2002) is a mozgás, azon belül a manuális tevékenység jelentőségéről beszélnek a térlátás fejlődésében. Tanulmánykötetükben a Leonardo program tapasztalatait írják le, melynek keretében a térlátást fejlesztették. Kiemelték, hogy a 3D-s, azaz a térbeli tárgyakkal való manipuláció az, ami a térlátást igazán fejleszti. Shumakov és Shumakov (2000) az origamit, mint manuális tevékenységet emelték ki, és ennek idegrendszeri fejlesztő hatását vizsgálták kutatásukban.

A téri emlékezet lokalizációja

A téri emlékezet idegrendszeri lokalizációját Verseghy és mtsai, (2007) egyrészt a parietális lebenyhez kötik, ahol a statikus-téri vizuális folyamatokkal, a testséma működéssel, illetve a munkamemóriával kapcsolódik össze. Másik lokalizációs terület a frontális komponens, ahol az aktív téri memóriával kapcsolódik, harmadik lokalizációs rész a hippocampális formáció, ami az allocentrikus téri emlékezettel mutat kapcsolatot. Az útvonalak, támpontok több keretben is végbemehetnek, amelyek között asszociációs kapcsolatot alakít ki a hippocampus, így sok reprezentációt kell integrálnia. Ezért fontos a téri munkamemória, mert több irányt, változó referenciakeretet és referenciapontot kell időlegesen aktívan tartani, hogy megatáljuk az utat a céltárgyhoz. Ehhez kapcsolódik az az eredmény, mely szerint a téri munkamemória hatással van a téri-vizuális fejlődésre (Pickering, Gathercole, Hall, Lloyd 2001). Cornoldi és Vecchi (2003) eredményei alapján, ha a vizsgált gyerekeknek szelektíven alacsony volt a téri-vizuális munkamemóriája, azok kognitív profiljára egyrészt a gyenge téri képesség, másrészt gyenge matematikai teljesítmény, harmadrészt gyenge verbális és performációs képesség volt jellemző.

Tehát a gyenge téri-vizuális munkamemória egyrészt gyenge téri képességet, másrészt gyenge matematikai teljesítményt eredményez. Ez is erősíti a téri és a matematikai képesség együttjárását.

A téri képességek és a matematika közti kapcsolat

A téri képességek és matematikai képesség kapcsán visszautalunk a dolgozatunk korábban tárgyalt „számmodellek" című fejezetére, azon belül is Stanislas Dehaene (1992) „hármas kódolás" modelljére. Dehaene alapján a számfeldolgozás lehetséges preverbális szinten is, az analóg nagyság reprezentáció segítségével. Ez az egység tartalmazza a mentális számegyenest, amely folytonos, nem diszkrét formában tárolja a számokat, és amely egyebek mellett a becslési feladatokban aktív (Dehaene, 1992). Dehaene et al. (1999) fMRI vizsgálata alapján a becslési feladatok során a téri vizuális területek mentén mutatható ki agyi aktivitás, míg az egzakt számolásnál inkább a nyelvi (verbális) területek aktívak. További eredmények is alátámasztják, hogy a számolási folyamatok idegrendszeri szinten kapcsolatban állnak a térlátással, amit például a neuronális átfedés bizonyít a parietális lebenyben (Hubbard, Piazza, Pinel és Dehaene, 2005). Így nem meglepő, hogy már a 0-3 napos újszülötteknél is kimutatható, a tér és a mennyiség reprezentációjának kapcsolata (de Hevia, Izard, Coubart, Spelke és Streri, 2014): a babák képesek voltak kapcsolatot teremteni a vonal hosszúsága és a hallott hangok száma között. Ez további megerősítése annak, hogy a téri terület kapcsolatban áll a mennyiségi reprezentációval, hiszen a babák kora kizárja, hogy ez tanult kapcsolat lenne.

A veleszületettség mértékét Tosto et al. (2014) vizsgálták. Nagy létszámú (több, mint 4000) 12 éves ikerpárt vizsgálva arra keresték a választ, hogy a genetikai és a környezeti faktorok milyen szerepet játszanak a téri képességek és a matematikai teljesítmény kapcsolatában. Eredményük szerint a genetikai faktor hatása a téri képességre 30%, a matematikai képességre 40%, míg a téri és a matematikai képesség kapcsolatára 40%. Tehát a környezeti hatás is jelentős, továbbá, mivel a téri képesség a mentális számegyenes kialakulásának pontosságát segíti így, közvetett módon javítja a későbbi matematikai teljesítményt.

Ugyanakkor Lean és Clements (1981) ellentmond az eddigi eredményeknek, mert ők azt tapasztalták, hogy a téri képesség kevésbé hat a matematikai képességre. Azok az egyetemi hallgatók, akik a matematikai információ feldolgozásában inkább a verbális módot használják, jobbak a matematikában, mint azok, akik inkább a vizuális feldolgozást preferálják. Ebben az eredményben az a probléma, hogy a vizuális és a téri feldolgozást nem különböztetik meg, azonosnak tekintik, noha a kettő nem egyezik. Ezt a különbséget mutatta ki Hegarty és Kozhevnikov (1999) vizsgálata, mely szerint, míg a téri reprezentáció pozitívan korrelál a matematikai teljesítménnyel, a képi reprezentáció viszont negatívan korrelál a matematikai teljesítménnyel, bár ez utóbbi csak marginálisan szignifikáns.

Az újabb kutatások azt mutatták ki, hogy van kapcsolat a numerikus és a téri képességek között a legkülönbözőbb életkorokban. Az 5 éves kori téri képesség szignifikánsan bejósolja a 8 éves kori hozzávetőleges szimbolikus számolást (Gunderson, Ramirez, Beilock, Levine 2012). Az erős téri képesség hozzásegíti a gyereket ahhoz, hogy egy erős, biztos mentális számegyenes épüljön ki, ami később segíti a gyereket például abban, hogy a becslési feladatokban jól teljesítsen. Ebből az eredményből a mentális számegyenes fogalmát emelnénk ki, mivel ez jelentheti a közvetlen kapcsolódást a téri képességek és a matematika között, továbbá, mert fejlesztő módszerünkben hangsúlyt fektettünk arra, hogy a tárgyak tervezésénél a gyerekeknek maguknak kellett vonalzóval kimérni a kívánt hosszúságot. Lachance és Mazzocco (2006) 200 főnyi általános iskolás gyereket vizsgáltak egy 4 éves longitudinális vizsgálatban, amelyben nem csak azt mutatták ki, hogy a téri és a matematikai képesség között kapcsolat van, hanem azt is, hogy nincs olyan matematikai terület, ahol tartós különbséget lehetne kimutatni a két nem között. Cornoldi és Vecchi (2003) eredménye is utal arra, hogy a téri képesség és a matematikai kapcsolatban áll egymással. Thompson, Nuerk, Moeller, Kadosh (2013) egyetemistáknál vizsgálták a mentális forgatás és többféle számolási feladat közti kapcsolatot. Eredményük szerint a mentális forgatási képesség szignifikánsan korrelál a számok számegyenesen való elhelyezésének pontosságával.

Az eddig bemutatott vizsgálatok arra fókuszáltak, hogy a jobb téri képességűek jobban teljesítenek-e matematikai/numerikus feladatokban. Azt azonban nem vizsgálták, hogy a gyengébb téri képességűeknél van-e kapcsolat a matematikai képeségekkel, illetve ha van ilyen kapcsolat, az milyen jellemzőkkel bír? Ezt a hiányt pótolták Crollen és Noël (2015) vizsgálatukkal, amelyet olyan 4. osztályosokkal végeztek, akiknek alacsony illetve magas volt a vizuális-téri képességük. A kutatásban a SNARC-hatást vizsgálva azt az eredményt kapták, hogy az alacsony vizuális-téri képességű csoportnál is megjelenik a hatás, de sokkal több hibát vétettek a feladatban. Ennek okaként azt feltételezik, hogy ezeknél a gyerekeknél a téri-vizuális képességek korlátozottsága miatt nem alakult ki olyan erős és tartalmas mentális számegyenes, mint a magas vizuális-téri képességű gyerekeknél.

Gunderson et al. (2012), Thompson et al. (2013) és Crollen, Noël (2015) vizsgálat egyaránt megerősíti, hogy a téri képesség és a matematika kompetencia között a mentális számegyenes minősége a közvetítő. Amennyiben a téri képességek kifejezettebbek, pontosabb mentális számegyenes alakul ki, ami a becslési helyzetben közvetlen hatással van, illetve a számjegyekhez kapcsolt mennyiségi tudás bázisára építve a későbbi matematikai ismereteket is segíti közvetett módon. Ezek a vizsgálatok alátámasztják Dehaene (1992) feltételezését az analóg nagysági reprezentációhoz kapcsolódó mentális számegyenesről.

A téri képességek nem csak a matematikával, hanem a természettudományokkal is kapcsolatban vannak. Kimutathatóan jobban teljesítenek a jobb téri képességűek a kémiában (Stieff, 2011), a fizikában (Kozhevnikov, Motes és Hegarty, 2007) és a gépészmérnök hallgatóknál is így van (Sorby, 2001). Wai, Lubinski és Benbow (2009) 9-12-es diákok egy óriási (400 000 fős, bár ebből végül csak közel 2000 személy adatait használták) mintáján a különböző képességeket (verbális, téri, matematikai, stb.) alapján azt nézték meg, hogy 11 év múlva ki, milyen foglalkozású. Azokból, akiknek jobbak voltak a téri képességeik, mérnökök és természettudományokkal foglakozók lettek, míg ezeket a területeket az alacsony téri képességűek jellemzően nem választották. Továbbá érdekessége a vizsgálatuknak az az eredménye, hogy a téri képesség jobb előre jelezője a későbbi pályaválasztásnak, mint a verbális vagy a matematikai képesség.

A téri fejlesztés életkori határa

A térlátás hatékony fejleszthetőségének életkori határát Séra és mtsai, (2002) vizsgálatuk alapján 18 éves korig látták fejleszthetőnek. Sorby (2011) 10 hetes téri fejlesztő kurzust dolgozott ki mérnökhallgatók számára, ami komoly fejlődést hozott a diákok STEM kurzusainak teljesítésében. Ez az eredmény azonban nem hosszú idejű. Miller és Halpern (2013) megismételte a Sorby által kidolgozott fejlesztő foglalkozást fizikus hallgatókkal, akiknek javultak nem csak a téri képességeik, de a vizsgákon is jobban teljesítettek. Azonban a fejlesztő kurzus során elért eredmény nem volt tartós, 6 hónapon belül eltűnt. Ez pedig megerősíti a Séra és mtsai. (2002) által a téri képesség fejleszthetőségére megállapított életkori korlátját.

Ebből viszont egyértelműen következik, hogy a téri fejlesztést minél kisebb, lehetőleg alsó tagozatban érdemes elkezdeni, mert ekkor eredményezhet tartós hatást (Taylor és Hutton

2013). Newcombe (2013) azt hiányolja az Amerikai Egyesült Államok általános iskolásainak szánt matematika tananyagban, hogy hiányzik a téri fejlesztés, holott ebben az életkorban lehetne a legtartósabb hatást elérni, ezzel közvetve az úgynevezett STEM-tárgyakat hatékonyabbá, ezen keresztült kedveltebbé tenni az iskolások körében (Stieff, Uttal, 2015).

A téri fejlesztés módszerei

A téri képességek és a matematikában mutatott teljesítmény összekapcsolódik, további kérdés, hogy a téri képességek fejleszthetőek-e, illetve ezen keresztül javítják-e a matematikai teljesítményt.

A téri képesség fejleszthető, ezt már nagyon korán kimutatta Brinkmann (1966), aki 8. osztályosokkal végzett 3 hetes tréninget geometriai idomok, minták hajtogatásával, mintákkal való manipulációval. A számítógépes videojáték hatására is nő a téri-vizuális pontszám (Dorval, Pepin, 1986), aminek hátterében valószínűleg inkább a téri képesség javulása áll, legalábbis Moreau (2013) azt mutatta ki, hogy 3 hetes videojáték tréning javítja a teljesítményt a mentális forgatás tesztben. Az 5-8. osztályos korosztálynál 3 hetes téri-vizuális tréninggel Ben-Chaim, Lappan, Houang (1988) azt az eredményt kapták, hogy mind a négy osztálynál javult a térbeli képesség.

Cheng és Mix (2014) fiatalabb, 6-8 éves gyerekeket vizsgálva azt az eredményt kapta, hogy a 40 perces mentális forgatást gyakorolva jobb volt a teljesítmény a mentális forgatási tesztben, de a téri viszonyok tesztben nem volt különbség a kontrollhoz képest. Ami különösen érdekes az eredményeikben, hogy a mentális forgatási feladat járulékosan még bizonyos matematikai feladatok megoldását is fejlesztette, mint a hiányzó elemű feladatok megoldása (például: 3+_=8), ugyanakkor ez a pozitív hatás az egy- és többjegyű műveletekben nem jelentkezett.

Uttal et al. (2013) meta-analízisükben a téri képesség fejlesztésével kapcsolatos kutatási eredményeket is áttekintve, azt a következtetést vonták le, hogy ezek egyértelműen bizonyítják a téri képességek fejleszthetőségét, továbbá azt, hogy a tréningek hatékonyak és a fejlesztés eredménye transzferálható. A fejlesztő módszereket két csoportba sorolták, ennek alapján beszélhetünk *direkt* fejlesztésről, amikor egy adott téri képességet gyakoroltatnak, mint például a mentális forgatást. A másik csoportba az *indirekt* a fejlesztések tartoznak, amelyek során nem az adott eljárást gyakorolják célzottan, hanem általánosabb feladatokat végeznek a személyek, mint az origami hajtogatás, ami közvetetten fejleszti a téri képességeket.

Origami

Az origami ősi japán művészeti forma, melyet Akira Yoshizawa a 20. század elején a geometriai fogalmak tanítására használt, ezzel a modern origami művészet alapítójának tekintik (http://langorigami.com/articles/yoshizawa_doodle/yoshizawa_doodle.php).

A geometria-oktatásban világszerte egyre elterjedtebb az origami használata. Ezt alkalmazza Sastry (2010), aki a „Learning curve" című matematika tankönyvben a páva hajtogatásának lépései kapcsán elemzi, milyen geometriai fogalmakat sajátíthatnak el ezen keresztül a gyerekek. Az origamival játékos, indirekt formában tanulhatják meg az iskolások a geometria fogalmait, ugyanakkor a fejezet további része alapján azt is állíthatjuk, hogy ez a tevékenység fejleszti a téri képességeket is. Mivel az origaminak eleme a mentális forgatás, a mentális hajtogatás és motoros aktivitás, így együttes formában kimutatható fejlesztő hatásuk van a téri képességekre. Cakmak, Isiksal, Koc (2014) 4-6. osztályos gyerekekkel 10 héten keresztül origami hajtogatásos fejlesztést végeztek, aminek hatására a gyerekek téri képességei javultak.

Az origami a téri képességek fejlesztése mellett a geometriai gondolkodásra, és a geometria eredményre is hat tizedikes diákoknál egy 4 hetes tréninget követően (Arici, Aslan-Tutak, 2015). Eredményük alapján a diákoknak mind a téri képessége, mind a geometriai teljesítménye fejlődött az origami hatására. Itt visszautalunk Salat és Séra 2002-es vizsgálatára, ahol szintén középiskolás korosztály geometria tudását fejlesztették, bár ott direkt módon, geometriai feladatokkal tették ezt. Az alacsonyabb szintű oktatásban is kimutatható ez a hatás, sőt Chen (2006) amellett érvel, hogy az origami hasznos ezen a szinten matematika oktatásában nem csak a normál, hanem a siket és a nagyothalló gyerekek fejlesztésénél is.

Taylor és Hutton (2013) 10 éves korosztályt fejlesztettek origamival illetve papírból szerkesztett és kivágott előugró minta készítésével (pop-up paper engineering). Céljuk a térlátás fejlesztése, ezen keresztül pedig a STEM-tárgyak eredményességének növelése. A módszer hatására a mentális hajtogatási feladatban kimutatható a fejlődés. Továbbá a kutatók hangsúlyozzák, hogy a téri fejlesztést az iskola alsóbb évfolyamaiban lenne hatékony fejleszteni, ami egybecseng Newcombe (2013) korábban tárgyalt kijelentésével. Taylor és Hutton (2013) a korábban tárgyalt tevékenységek téri dimenziói alapján (Newcombe és Shipley, 2015) az origami egy nem rigid, intrinzik-dinamikus tevékenység, ahol a hajtogatási vagy vágási lépéseket le kell fordítani az alakuló tárgyhoz. Vizsgálatuk eredménye szerint az origami indirekt módon fejleszti a téri képességeket és ezen keresztül a STEM-tárgyakban elért eredményt is. Shumakov és Shumakov (2000) 7-11 éves gyerekeknél 1 hetes intenzív origami tréning hatását vizsgálva azt mutatták ki, hogy a két kézzel végzett manuális tevékenység fejleszti a motoros, intellektuális és kreatív képességeket. Véleményük szerint az origami segít kialakítani és memorizálni a tevékenységek szekvenciáit. Taylor és Tenbrink (2013) az origami hajtogatást kiegészítették egy további, az eddigiekhez képest új elemmel, a gyerekeket megkérték arra, hogy hangosan mondják el, mi lesz a következő lépés, amit végezni fognak. Különösen hasznosnak látták a téri képességek fejlesztése során a tevékenységek gyakorlásának összekapcsolását a fogalmakkal, azaz origami technika verbálizálással kiegészítve különösen alkalmas arra, hogy a téri transzformációk vizuális és verbális nyelvezetét gyakoroljuk általa.

A bemutatott specifikus hatás mellett kimutatható egy másik, járulékos hatás is. Boruga (2011) vizsgálatában 11-13 éves gyerekekkel origamizott, megfigyelése alapján nem specifikus hatásként azt találta, hogy a gyerekek jobban odafigyeltek egymásra, munkájukban lelkessé és motiválttá váltak még a tanulási szempontból problémás gyerekek is. Ezt a hatást mi is tapasztaltuk, hogy az iskolai helyzetben sikertelen tanulók a fejlesztő foglalkozáson motiválttá váltak, lelkesen dolgoztak ugyanakkor figyeltek is egymásra.

Newcombe (2013) a STEM-tárgyak eredményessé tételében nem csak a téri képességek fejlesztését tartja fontos elemnek, hanem azt is, hogy az ilyen tantárgyak absztrakt fogalmainak megértésében segít, ha vázlatot, modellt készítünk, ezzel téri reprezentációval egészítjük ki az absztrakt jelenséget.

Az eddigiek alapján bemutatott eredmények alapján bizonyítottnak tekinthetjük a téri- és a matematikai képességek közötti kapcsolatot. Azt is több vizsgálat igazolta, hogy a téri képességek fejleszthetőek. Ezek alapján meggyőzően érvelhetünk amellett is, hogy a téri képesség fejlesztésével a matematikai, természettudományos képességek fejleszthetőek.

FEJLŐDÉSI DISZKALKULIA

Definíció

A szakirodalom nagyon sokszínű a diszkalkulia definíciójával kapcsolatban. Az egydimenziójú fejlődési diszkalkulia fogalmától eljutunk a heterogén, multidimenzionális matematikai tanulási nehézség fogalmáig. Ez jelzi, hogy az utóbbi évtizedekben nagyon sok információt szereztünk a diszkalkulia természetéről, aminek szerteágazóságát a diagnózis változatossága is tükrözi. A sokféle probléma egyéni mintázatot alkot(hat), amit egységes diagnózissal nem tudunk már leírni. A markáns diszkalkulia diagnózisa helyett számolási/matematikai zavarról (mathematical disorder), illetve számolási/matematikai (tanulási) nehézségről (mathematical (learning) difficulties) beszélünk. Ezen belül is erősödik az egyéni problémák/profilok feltérképezésének igénye, amivel személyre szabott fejlesztő és tanári beavatkozás is lehetővé válik (Karagiannakis, Baccaglia-Frank, Papadatos, 2014).

A felnőttkori sérülés következtében fellépő számolási problémát szerzett diszkalkuliának, vagy medicinális területen akalkuliának nevezik. A *diszkalkuliát* azokra az esetekre alkalmazzák, ahol neurológiai trauma nélkül jelenik meg a számolási probléma. Később, a diszkalkulia fogalmát finomítva Kosc (1974) bevezeti a *fejlődési diszkalkulia* fogalmát, hangsúlyozva azt a probléma csoportot, ahol neurológiai serülés nélkül, atipikus fejlődés eredményeként jelenik meg a –főként- aritmetikával kapcsolatos probléma.

DSM-IV kritériumai szerint fejlődési diszkalkuliás az a személy, akinek matematikai képességei elmaradnak kortársaitól, és ezt nem magyarázza sem az illető életkora, sem a mentális életkora, sem az oktatás elégtelensége. A BNO 2004-es kiadványában is hasonló meghatározás szerepel a diszkalkulia diagnózisára. A DSM-V. magyar változatában specifikus tanulási zavar számolási zavarral megnevezés szerepel, ami a számok felfogására, számtani törvények megjegyzésére, pontos vagy folyékony számolás és pontos matematikai érvelés területén bekövetkezett enyhe, mérsékelten súlyos, vagy súlyos hiányát jelöli. Érdekes, hogy a 2013-as DSM-V diagnosztikus kritériumai alapján a diszkalkulia fogalma alternatív elnevezésként ugyan használható a specifikus tanulási zavar számolási zavarral elnevezés mellett, de ekkor meg kell határozni azt a probléma mintázatot, amit ezzel a fogalommal lefedünk („pl. matematikai érvelés nehézsége" DSM-V, 101. oldal). A korábbi, globális, változatos probléma mintázatot egységes fogalommal lefedő diszkalkulia megfogalmazás helyébe a differenciált, probléma centrikus meghatározás lépett. Másrészt az új felosztás szerint a specifikus tanulási zavarok csoportjába került. Ez a nagy fogalmi vátozás jól jelzi a fejlődési diszkalkuliával kapcsolatos tudományos megközelítés haladási irányát. Shalev és Gross-Tsur (2001) fejlődési diszkalkulia megfogalmazásában fontos elem, hogy idegrendszerileg lokalizálják a problémát. Szerintük a fejlődési diszkalkulia egy specifikus tanulási nehézség, ami az aritmetikai képességeket érinti, normál IQ-jú gyerekeknél. Ezt a problémát a gyenge oktatási módszerek, a kevésbé motiváló és ingergazdag környezet, illetve az alacsony IQ érték fokozhatja. A fejlődési diszkalkulia megjelenésének alapvető oka idegrendszeri bázisú, familiáris genetikai hajlammal (részletesebben lásd később). A fejlődési diszkalkulia modern definíciója nagy vonalakban azonos Shalev és Gross-Tsur 2001-es megfogalmazásával. Például Noël 2015-ös meghatározása szerint a fejlődési diszkalkulia komoly aritmetikai tanulási probléma, melyet nem az alacsony IQ és nem is az oktatás hiánya okozza. Új elem az, hogy a tanulási problémák közé sorolják a fejlődési diszkalkuliát. Másik változás, hogy nem a fejlődési diszkalkulia fogalmát változtatták, inkább a problémák köre bővült, ezzel új elnevezések jelentek meg (például matematikatanulási zavar, matematikatanulási nehézség). Harmadrészt új irány az, hogy a markáns diagnózisok helyett inkább leírások, egyéni profilok megadásával haladunk a személyre szabott, egyéni definiálások irányába.

A fő kérdés az, hogy a fejlődési diszkalkulia problémája mire is vonatkozik: csupán az alapműveletekre vonatkozó *aritmetikai nehézségre,* vagy globálisan a *matematikát érintő nehézségre?* Geary és Hoard (2005) írásában is megelenik az aritmetika és a matematika elkülönítése. Ann Dowker (2005 a,b) először az aritmetikai nehézség fogalmát ajánlja, hiszen a problémák nagyrészt az alapműveletekkel kapcsolatosak. Az algebra és a geometria témaköre ritkán érintett, sőt egyes anekdotikus esetek alapján az aritmetika deficitje mellett a matematika egyéb területeiben akár kimagaslóan is teljesíthetnek. Ennek ellenére a matematikai nehézség fogalma vált szélesörűen elterjedtté.

Fejlődési diszkalkulia prevalenciája

Gross-Tsur, Manor és Shalev 1996-os vizsgálatukban 3029 főnyi 11 éves gyereket vizsgáltak. A fejlődési diszkalkulia előfordulási arányát 6,5%-nak találták, azonos mértékűnek, mint a diszlexiát és az ADHD-t. További eredményük, hogy szemben a diszlexiával és az ADHD-val, a fejlődési diszkalkuliánál nem mutattak ki nemi eltérést, vagyis azonos mértékben jelenik meg ez a probléma lányok és fiúk körében. Shalev 2007-es tanulmányában a fejlődési diszkalkuliát már a tanulási problémákhoz sorolja, bár elismeri, hogy egységes, konszenzusos definíció még nem áll rendelkezésre, ami megnehezíti a probléma előfordulásának vizsgálatát. Tanulmányában a fejlődési diszkalkulia prevalenciáját 5-7% között határozza meg. Butterworth 2005-ös tanulmányában összegyűjtötte a fejlődési diszkalkulia előfordulását célzó méréseket, és az eltérő definíció, különböző vizsgáló eljárás és eltérő kritériumok alkalmazása miatt szélsőséges eredményeket talált. Az eredményeket 3-6% közötti előfordulási gyakorisággal összesíthetjük.

A fejlődési diszkalulia kiváltó okai

A fejlődési diszkalkuliás gyerekeknél a hozzávetőleges számolási feladat során gyengébb aktivitás mutatható ki a kétoldali parietális és prefrontális régiókban (Kucián, Loenneker, Dietrich et al. 2006). További neurológiai vizsgálatok kimutatták (Bachot, Gevers, Fias, Roeyers, 2005), ha a számolási nehézség vizuális-téri képeségek gyengeségével jár együtt, akkor ott a mentális számegyenesen való tájékozódás kimutathatóan gyengébb. Ennek következtében, míg a tipikus fejlődésű gyerekekeknél 7-8 éves jelenik meg a SNARC hatás, addig a fejlődési diszkalkuliás gyerekeknél jóval később, néha még 12 éves korban sem jelenik meg. Ez okozhatja azt, hogy a tanult számjegyekhez nem, vagy csak később kapcsolódik stabil mennyiségi tudás, ami hátráltatja a matematikai ismeretek elsajátítását. Von Aster és Shalev (2007) a fentiek alapján arra a következtetésre jut, hogy a fejlődési diszkalkulia egy idegrendszeri bázisú probléma, mely atipikus fejlődési menetet indukál.

Genetikai és környezeti faktor

A fejlődési diszkalkulia kialakulásában kimutatható a genetikai faktor, ugyanakkor a környezeti faktor is jelentős (Kovas, Harlaar, Petrill, Plomin, 2005). A másik oldalról, a matematikai tehetség felől is azt találjuk, hogy örökletes jelleget mutat, mivel egypetéjű ikrek esetében hasonló matematikai teljesítmény várható (Dehaene, 2004). Környezeti hatásként a pre-, peri- és postnatális hatások egyaránt közrejátszhatnak a probléma kialakulásában. Ezen belül a terhesség alatt és a szülés során kialakult oxigénhiány lehet negatív hatással a matematikai képességekre. A neurológiai panaszoktól mentes, de nagyon kicsi súllyal született újszülöttek felnőve, az átlagos populációban előforduló számolási problémához képest nagyobb arányban mutattak ilyen eltérést (Márkus, 2007). További környezeti faktorként az iskolai oktatást kell megemlíteni. Itt egyrészt az oktatási módszereken van a hangsúly: hogyan, mennyire változatos módszerekkel igyekeznek a tanárok elérni és megszerettetni minden diákkal a matematikát. A kizárólagosan frontális oktatás előnytelen. Továbbá gondot okozhat a gyerek számára, ha túl gyakori a tanárcsere, ami a személyes aspektuson túl, megváltozott tanítási módszert is jelenthet (Krüll, 2000). Egy másik fontos faktor a tanár személye, a tanár hideg attitűdje, ami rizikófaktor lehet a matematikai szorongás kialakulásában (Turner, Midgley, Meyer, Gheen, Anderman, Kang, Patric, 2002). Ashcraft és Ridley (2005) is közvetett oknak feltételezi a tanár személyét, amennyiben a tanár megszégyenítő viselkedése miatt a gyerekek szoronghatnak a matematikától, ami a teljesítményükre negatívan hat.

Tegyünk egy kis kitérőt az okatás felé: Dehaene (2003) javaslata szerint a matematikaoktatásban ki kellene aknázni a gyerekek gazdag intuícióit. A matematikát játékosan tanítani, megláttatni a gyerekekkel azt, hogy a matematika egy játék. Persze ehhez az is kell, hogy maga a tanár is tudja annak tekinteni a tárgyát, és ne szorongjon, amit indirekten átadhat a gyerekeknek, ahogy a matematikához való pozitív hozzáállást is. Ezt alátámasztja Beilock, Gunderson, Ramirez és Levine (2010) vizsgálata – részletesebben lásd a Matematikai szorongás fejezetben – amelyben azt tapasztalták, hogy az alsós tanítónők matematikai szorongását átvették a nemi sztereotípiára érzékeny lányok. A tanítónők szorongása a lányokban kialakította azt a hitet, hogy ők gyengébbek matematikából, ez pedig rontotta a matematikai eredményességüket.

A fejlődési diszkalkulia specifikusabb jellemzői

A *fejlődési diszkalkuliás* gyerekek specifikus, matematikai folyamatokra vonatkozó jellemzőik a következőek. Nehézséget mutatnak az aritmetikai tények megtanulásában és arra való visszaemlékezésben, illetve a kalkulációs folyamatok végrehajtásában (Shalev és Gross-Tsur, 2001). Ezt támasztja alá Ostad 2000-es vizsgálata, amelyben kimutatta, hogy a fejlődési diszkalkuliás gyerekek nehezen tudják az alapvető aritmetikai tényeket a hosszú tartamú memóriájukból előhívni. Temple és Sherwood 2002-es vizsgálatában is arra a következtetésre jutottak, hogy a fejlődési diszkalkuliás gyerekeknél a tények tudása, a számolási folyamatok megragadása és a stratégiák disszociálódnak. Landerl, Bevan és Butterworth (2004) vizsgálatában 9 éves fejlődési diszkalkuliás gyerekek a kontrollhoz képest kevésbé pontosan végezték az egyjegyű kivonási és szorzási feladatokat, ugyanakkor szignifikánsan lassabbak voltak az összeadásban, kivonási és szorzási feladatokban. Mussolin, Mejitas és Noël (2010) eredményei alapján a fejlődési diszkalkuliás gyerekek kifejezettebb *numerikus távolság hatást* mutattak, mint a kontroll csoport, függetelenül attól, hogy szimbolikus vagy nem szimbolikus formában mutatták be a számokat. Továbbá a 7-9 éves fejlődési diszkalkuliás gyerekeknél a kontroll csoporttal szemben, a nagyság meghatározásában van idői eltérés, ami azonban a életkor előrehaladtával eltűnik (Kucian et al., 2006., Soltesz, Szucs, Dekany, Markus, Csepe, 2007). Emellett a fejlődési diszkalkuliás gyerekek perceptuális jellemzői között *térlátással* kapcsolatos hiányosságok mutathatóak ki. Gyakori az irányok tévesztése (fent-lent, jobb-bal), melynek következménye, hogy elvétik a számolás irányát, számolás közben eltévesztik a számolás sorrendjét (Krüll, 2000). Jellemző még a diszkalkuliás gyerekekre, hogy *hiányos testi képzettel* rendelkeznek. Ezt támasztja alá Márkus és munkatársai vizsgálata (2001), akik ezt a megállapítást kiegészítik azzal, hogy a diszkalkuliás gyerekek testképe differenciálatlan: jellemző a közeli tévesztés (kar-kéz), illetve a funkcionális tévesztés (csukló-könyök). A testképen belül a kéz reprezentációja kitüntetett helyzetben van a számolás során, hisz gyerekkorban a számolást sokszor ezzel is segítjük. A diszkalkuliás gyerekeknél a testkép pontatlanságai miatt még ez is nehezíti a számolási folyamatokat. Dehaene (2003) is alátámasztja, hogy az egyedfejlődés folyamán a *kéz ujjai* és a számok reprezentációja szomszédos agyi tartományokhoz lokalizálhatóak. Illetve, hogy a számok, valamint a kéz felépítésének agyi reprezentációja nagyon hasonló elvek szerint működik. Ez okozhatja azt, hogy a legkézenfekvőbb „számológép” a kezünk. További jellemzője a fejlődési diszkalkuliás gyerekeknek a *durva- és finommotoros tevékenységben* és a téri-vizuális tervezésben való ügyetlenség (Márkus 2000). A térben végzett motoros tevékenység a kognitív fejlődés szempontjából kitüntetett, fejlesztő szerepe évtizedek óta ismert jelenség (Lurija, 1966, idézi Márkus, 2007). Az ujjak szerepének fontosságát erősíti Geary és Hoard (2005) is, akik az aritmetikai és matematikai számolási nehézséggel küszködő - vagyis a fejlődési diszkalkuliánál enyhébb problematikájú - csoportot vizsgáltak. Eredményük szerint a matematikai és aritmetikai számolási nehézséggel rendelkező gyerekek kis számokkal való műveletvégzéskor a teljesítményük közel azonos volt a kontroll csoportéhoz. Ugyanakkor nagyobb számok esetében már kimutatható volt a gyengeség néhány aritmetikai területen. Megfigyelésük szerint, ezek a gyerekek gyakran alkalmaznak a számolás során olyan eljárásokat, amelyek életkoruk szerint már túlhaladottak. Ostad (1999, 2008) vizsgálatai is alátámasztják ezt, megfigyelése szerint a matematikai nehézséggel rendelkező gyerekek *kezdetleges számolási stratégiákat* alkalmaznak, mint például az ujjukon való számolást.

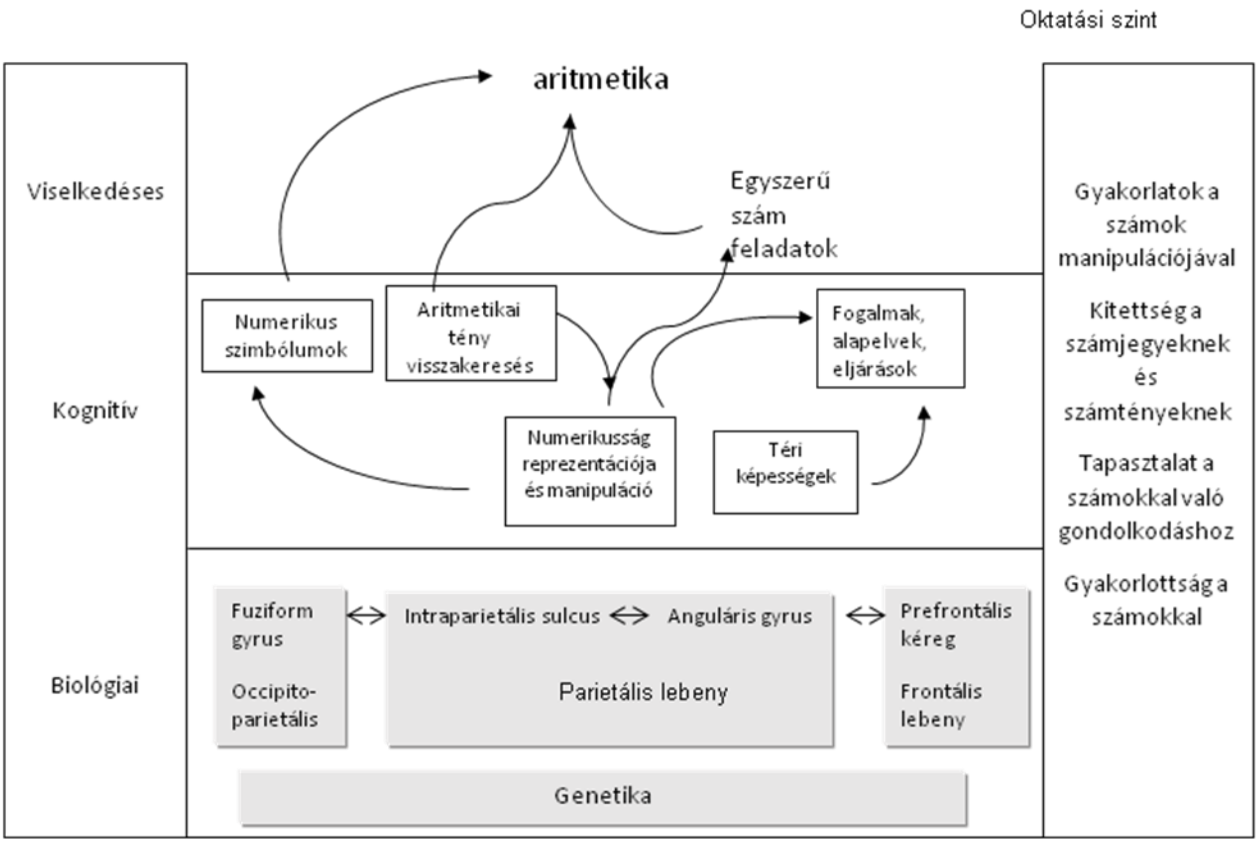
A fejlődési diszkalkulia együttjárása más tanulási problémával

A fejlődési diszkalkulia gyakran jár együtt más tanulási zavarral. Az egyik gyakori együttjárás az olvasási nehézség (Gross-Tsur et al. 1996). Von Aster és Shalev 2007-es tanulmányában egyenesen azt javasolják, hogy érdemes lenne megkülönböztetni a két típust és elnevezni a komorbid formát is, a tiszta diszlexia mellett, a fejlődési diszkalkulia és diszlexia komorbiditásának gyakorisága miatt, a „kombinált" diszkalkulia típust. A másik komobiditás, amikor a fejlődési diszkalkulia ADHD-val együtt jelentkezik (Mounteaux, Faraone, Herzig, Navsaria, Biederman, 2005). Márkus, Tomasovszki és Barczi (2001) vizsgálata is alátámasztja a fejlődési diszkalkulia és az ADHD együttjárásának lehetőségét.

Fejlődési diszkalkulia kapcsolódása más kognitív jellemzőkhöz

Azzal kapcsolatban, hogy a fejlődési diszkalkuliát egy, a problémára specifikus, számolási folyamat deficitje okozza, vagy egy általános kognitív képesség közvetett hatása okozza-e, még nincs egységes álláspont. Az általános területi problémát képviselők a munkamemória kapacitásának hiányát, a hosszútartamú memóriában kimutatható interferenciára való érzékenységet, téri-vizuális képességeket és a figyelmi működést, azon belül is a végrehajtó funkciót látják érintettnek egy számolási folyamat megoldása során (Moore, Rudig, Ashcraft, 2015). Landerl, Bevan és Butterworth 2004-es vizsgálatuk alapján arra a következtetésre jutottak, hogy a diszkalkulia sokkal inkább egy specifikus, alapvető számolási folyamat gyengeségének a következménye, sem mint más kognitív készség deficitjének a következménye.

A fejlődési diszkalkuliánál kimutattak genetikai prediszpozíciót, amit a környezeti faktorok (otthoni, iskolai) befolyásolhatnak. Ezt kiegészíti a nemekhez köthető szocializációs hatás is, amit a matematikai szorongás vizsgálatánál kutattak részletesebben. Fontos elem, hogy mindkét féltekén kimutatható alulaktivitás tapasztalható, amely atipikus fejlődést eredményez, ezzel lassítva a számolási folyamatok fejlődését. A fejlődési diszkalkuliás gyerekek esetében gyenge a vizuális-téri képesség, ezen kívül a testkép, azon belül is a kéz reprezentációja, illetve a durva és finommotoros tevékenység. Ezek a hiányosságok is lassíthatják a számolási folyamatok fejlődését. Egyéb kognitív jellemzőkkel is kimutatható az összefüggés, bár vannak erre cáfolatok is (Landerl et al., 2004), de a figyelmi, a téri-vizuális képességekkel, a munkamemória központi végrehajtó elemével és a téri-vizuális vázlattömbbel több kutatás is bizonyította a kapcsolatot. A matematikai szorongás is a munkamemória kapacitásának csökkentésével rontja a matematikai feladatmegoldás teljesítményét. A biológiai, kognitív és viselkedéses szinten megjelenő elemek összetettségét ábrázolja Butterworth et al. (2015) alapján készített 4. ábra.



4. ábra A lehetséges kapcsolatok a biológiai, kognitív és a viselkedéses szintek között, kiegészítve az oktatási szinttel (Butterworth et al., 2015. 651. o. alapján).

Fejlesztő programok

A fejlődési diszkalkulia fejlesztésére kidolgozott programok száma csekély, ahhoz viszonyítva pedig különösen az, hogy a diszlexia fejlesztésére hány programot dolgoztak ki (Butterworth et al., 2015, Cohen Kadosh et al., 2013, Noël, 2015). Ugyanakkor kimutatható, hogy a matematikai képességek nagyban befolyásolják a munkavállalást, hiszen gyenge matematikai teljesítmény mellett a diákok nem választanak olyan szakmát, ahol szükség lehet a matematikára. Ez pedig hosszú távon gazdasági problémát, hiányszakmákat eredményezhet. Erre az új tendenciára figyeltek fel például az Amerikai Egyesült Államokban, ahol az ún. STEM-tárgyakat (Science, Technology, Engineering, Mathematics= természettudomány, technológia, mérnöki terület, matematika) a térlátás játékos fejlesztésével igyekeznek vonzóvá tenni az amerikai fiatalok körében, hogy ezáltal szívesebben válasszanak olyan egyetemi szakot, ahol fontos szerepe van a matematikának (Newcombe, 2013).

Cohen Kadosh et al. (2013) alapján összegezzük a gyenge matematikai képességek erősítésére kidolgozott fejlesztő programokat és intervenciós technikákat (Butterworth et al., 2015). Ők is kiemelik, amit az amerikaiak a STEM-kutatásoknál, hogy a gyenge matematikai képesség negatív hatással van a munkahelyi lehetőségekre. Ezért is tartják fontosnak a fejlesző módszereket, mégpedig minél fiatalabb életkorban alkalmazva. A fejlesztő technikák csoportosítása a következő: egyik típus a számolás erős és gyenge specifikus elemeinek a célzott fejlesztése, másik fejlesztő módszer típus az iskolai számítógépes játékok, harmadik típusa a nem invazív agyi stimulációk.

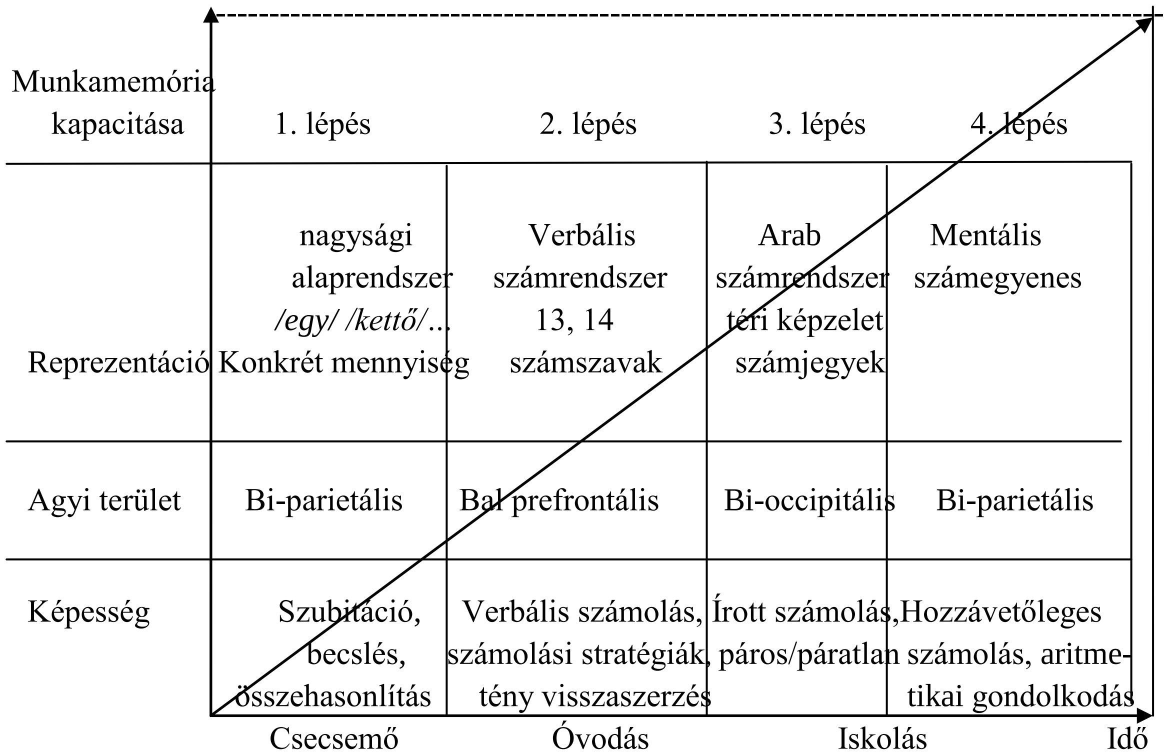
A fejlődési diszkalkulia definíciója meghatározza a diagnosztikus eljárást, amivel kiszűrjük a problémás gyerekeket, és azt is meghatározza, hogy milyen módon fejlesztjük ezt a képességet. Butterworth (2003) a diszkalkuliára egységes problémaként tekint, ahol altípusokat nem tudunk megkülönböztetni. Ennek megfelelően alakította ki az ún. diszkalkulia szűrő (Dyscalculia Screener) eljárást (Butterworth, 2003), ami 2002. óta a hivatalos diszkalkulia szűrő eljárás Nagy-Brittaniában. Az eljárás alapja, hogy egyetlen momentumban ragadja meg a diszkalkulia problémáját: az analóg rendszer hiányosságában, ami a mentális számegyenes deficitjében jelenik meg. Ez egyszerű vizsgáló módszert tesz lehetővé, ami számítógépen futtatható időmérő eljárás. Ezzel kiküszöbölhetőek, illetve tetten érhetőek a fejlődési diszkalkuliás gyerekek kompenzációs mechnaizmusai, amelyekkel ugyan -általában- meg tudják oldani a feladatot, de hosszabb időre van ehhez szükségük. Ezen az elméleti bázison hoztak létre egy fejlesztő programot, a „Graphogame-Maths”-t (Butterworth et al., 2015). Egy további fejlesztő eljárást, számítógépen futtatható számítógépes játékot fejlesztettek ki „Számverseny” (Number Race) elnevezéssel. Ez a program 5-8 éves gyerekek számára készült, amivel a számérzéket kívánják fejleszteni. Fontos, hogy nem csak a diszkalkuliás gyerekeket segíti, hanem támogatja a hátrányos helyzetű, azonos korú gyerekek felzárkóztatását. A program az alacsony szintű folyamatokat javítja: az analóg mennyiségi rendszer és annak szimbolikus rendszerrel való kapcsolatát segíti vizuálisan látványos, motiváló formában (Wilson, Rekvin, Cohen, Cohen, Dehaene, 2006).

Specifikus fejlesztő módszerek közé tartozik a - szintén – a mentális számegyenest fejlesztő számítógépes játék, amit Kucian, Grond, Rotzer, Henzi et al. (2011) fejlesztettek. Ez azért fontos, mert a fejlődési diszkalkuliás gyerek mentális számegyenese hiányos, így a számegyenes gyakoroltatásával fejleszthető a matematikai hatékonyság. A vizsgálatban 8-10 éves fejlődési diszkalkuliában szenvedő gyerekeket és azonos korú kontroll személyeket vontak be, akik hetente 5 alkalommal 15 percig gyakoroltak a programmal. Az eredmények szerint a program hatására a fejlődési diszkalkuliás és a normál képességű gyerekek is javultak a számok téri reprezentációjában és az aritmetikai problémák helyes megoldásában. Az fMRI vizsgálatok alapján a fejlődési diszkalkuliás gyerekek agyi aktivitása kevésbé volt kifejezett a kétoldali parietális területen, ami neuronális diszfunkciót jelez a számfeldolgozás elsődleges területén. Mindkét csoportban a tréninget követően mérséklődött a számfeldolgozásban fontos területek aktivitása, ami azt jelezte, hogy a feladatok megoldásához szükéséges kognitív folyamatok automatizáltabbá váltak. A vizsgálat eredménye szerint a fejlődési diszkalkuliás gyerekek számára kidolgozott tréning program egyaránt fejleszti a mentális számegyenes téri reprezentációját és a neurális aktivitás modulációját, melyek agyaránt serkentik a számolási feladatok megoldásának hatékonyságát (Kucian, Grond, Rotzer, Henzi et al., 2011).

Fejlődési modell

A fejlődési diszkalkulia fázisait magyarázó modell kevés található a szakirodalomban, ezek közül az egyik legkidolgozottabb Von Aster és Shalev 2007-ben publikált fejlődési modellje.

A modell idegrendszeri alapú, amelyben Kucian et al. (2005) és Bachot et al. (2006) eredményeire alapozva kialakítottak egy négylépéses fejlődési modellt (ld. 5. ábra).

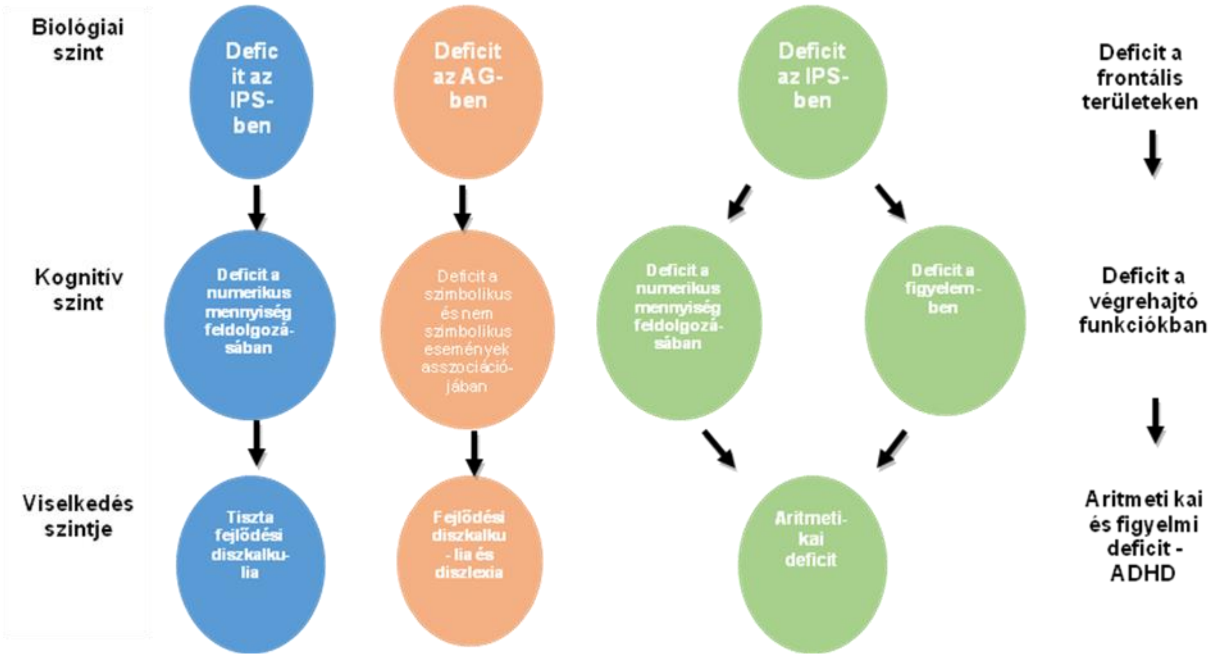


5. ábra A numerikus megismerés négylépéses fejlődési modellje (Von Aster és Shalev, 2007, Kaufmann, Kucian és von Aster, 2015. 488. o. alapján)

Von Aster és Shalev (2007) szerint a fejlődési diszkalkulia idegrendszeri eltérés, amelyet a rossz oktatás és a kedvezőtlen környezeti faktorok felerősíthetnek. Úgy vélik, a csecsemők esetében is adott egy preverbális bázis rendszer (több-kevesebb érzékelés/tárgyak számosságában történő változás érzékelése), ez azonban nem azonos azzal, ahogy később a mentális számegyenes révén „érezzük” a mennyiséget. A mentális számegyenes egy produktum, a neuroplasztikus fejlődés eredménye, ami óvodás és kisiskolás időszakban alakul ki, fejlődésében a munkamemória és a téri-vizuális képzelet is szerepet játszik.

A fejlődési diszkalkulia heterogenitása, profilok kidolgozása

Henik, Rubinstein, és Ashkenazi (2015) szintén neurológiai alapon ragadja meg a fejlődési diszkalkulia heterogén jellegét, és ez alapján profilokba rendezi azt. Véleményük szerint a fejlődési diszkalkuliában egyformán érintettek az aritmetikával kapcsolatos specifikus területek és az általános területek, mint a munkamemória, a figyelem és a téri-vizuális folyamatok. Ezzel feloldja a fejlődési diszkalkulia okait illetően kialakult két tábor - az aritmetikát specifikusan érintő és a nem specifikus területek diszfunkcióinak hívei - közötti ellentétet. Henik et al. (2015) megkülönböztet biológiai szintet, kognitív szintet és viselkedéses szintet, ami az alábbi ábrán jól látható (ld. 6. ábra). A neurológiai lokalizáció alapján különböző profilokat feltételeznek a fejlődési diszkalkulián belül:



6. ábra A fejlődési diszkalkulia, mint heterogén zavar (Henik, Rubinstein, Askenazi, 2015. 664. o. alapján)

1. az intraparietális szulkusz (IPS) deficitje, ami a számnagyság téri reprezentációját támogatja, ez vezet a tiszta számterület gyengeséghez;

2. ugyanakkor az intraparietális szulkusz deficitje nehezíti a számmennyiség feldolgozását és a rontja figyelemi folyamatokat;

3. a frontális lebeny deficitje vezethet a végrehajtó funkció gyengeségéhez (figyelem és munkamemória), ami az ADHD-hoz és az aritmetikai nehézségekhez vezethet;

4. a bal anguláris gírusz (AG) bevonódik a szemantikus információk integrációjába;

A fejlődési diszkalkulia kapcsolódik a téri-vizuális figyelmi deficithez (Ashkenazi és Henik, 2010). Az intraparietális szulkusz támogatja a mentális számegyenes téri reprezentációját, amihez szükséges a téri-vizuális munkamemória és a figyelem (Simon, Mangin, Cohen, Le Bihan, Dehaene, 2002). Az intraparietális szulkusz erősen involvált a munkamemória, és különösen a vizuális-téri munkamemória és a téri figyelem esetében (Simon et al., 2002). Ezt támasztja alá Rotzer et al. (2009), akik kimutatták, hogy azoknál a személyeknél, akinél viselkedéses deficit mutatható ki a téri-vizuális munkamemória feladatokban, azoknál csökkent az aktivitás az intraparietális szulkuszban, a jobb insulában és a jobb inferior frontális gíruszban a kontroll személyekhez képest.

A bemutatott kutatásokat úgy összegezhetjük, hogy a kognitív szint deficitje az egyéni fejlődés során nagyon sokféle viselkedéses szimptómát alakíthat ki, amit azonban további vizsgálatokkal szükséges elemezni. A fejlődési diszkalkulia heterogén viselkedéses tünetegyütteseit tekintjük át a következő fejezetben.

Új fogalmak megjelenése: matematikai nehézség és matematikai (tanulás) zavar meghatározása

A fejlődési diszkalkulia fogalma mellett megjelent a matematikai zavar (mathematical disabilities, Geary, 2015), matematikai nehézség (mathematical difficulties, Ostad, 2008), illetve a matematikai tanulási nehézség (mathematical learning difficulties, Dowker, 2005. a,b, Karagiannakis et al., 2014) fogalma. Egyes esetekben szinonímaként használják a fejlődési diszkalkuliára, de az esetek többségében a matematikai problémák új csoportjára vonatkozik. Fletcher, Lyon, Fusch és Barnes (2007) állítása szerint nincs egységes sztenderdje annak, hogy mi alapján döntünk abban, hogy van-e matematikatanulási nehézség, így a definíció és az előfodulással kapcsolatban sem tudunk egységes álláspontot bemutatni.

Dowker (2008) megfogalmazásában a matematikai nehézség a diszkalkuliánál kevésbé komoly, és kevésbé specifikus probléma. Ezt a definíciót alkalmazza Mazzocco (2015) is, mely szerint a matematikatanulási zavarnak (mathematics learning disability, MLD) nincs széles körben elfogadott definíciója, heterogén probléma. Ezeknek a gyerekeknek nagy kihívást jelentenek azok a matematikai feladatok, amelyek társaik számára rutin feladatok. Ennek alapján talán kijelenthetjük, hogy a matematikatanulási zavar a fejlődési diszkalkuliához képest kevésbé komoly probléma, ugyanakkor nagyon heterogén, illetve jóval változatosabb és egyénibb jelleget mutat annál.

Matematikai nehézség (MD) és matematikai tanulási nehézség (MLD) jellemzői

Geary és Hoard (2005) a matematikai tanulási nehézséget definiálva azt állapították meg, hogy ezeknek a gyerekeknek kis számok körében közel normál szintűek a számfeldolgozási képességeik. További jellemzőjük a matematikai tanulási nehézséggel küzdő gyerekeknek, hogy állandó deficitjük van néhány aritmetikai terüeleten és számolási képességben. Továbbá gyakran alkalmaznak olyan problémamegoldó procedúrát, amit fiatalabb korosztály esetében gyakori. Ostad (1999, 2008) matematikai nehézséggel küzdő gyerekeknél a matematikai feladatok során alkalmazott megoldási stratégiákat vizsgálta. Eredménye alapján a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek kizárólag regresszív, tartalék (back-up) stratégiákat alkalmaznak. A tartalék stratégiák közül is csak a legelemibbeket és ezeket is csak korlátozott mértékben használják. Longitudinális vizsgálata során azt tapasztalta, hogy ezek a stratégiák évről- évre alig változnak, nem mutatnak fejlődést. További sajátosságot is megfigyelt a matematikai nehézséggel küzdő gyerekeknél: az alaptények felidézése során nagyon gyenge teljesítményt nyújtanak. Geary 2015-ös publikációjában a matematikai zavarral küzdő gyerekek jellemzőiként a gyenge munkamemória kapacitást jelöli meg, azon belül is a központi végrehajtó gyengébb működését. Feltételezése szerint ez az oka a matematikai zavarral küzdő gyerekek lassú számfejlődésének.

Saját kutatásunkban is azt tapasztaltuk, hogyha a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek elakadtak a számolásban, nem hagyták, hogy segítsünk nekik. Arra sem voltak hajlandóak, hogy hangosan mondják a feladat megoldását. Féltek, hogyha hangosan mondják, akkor kiderül, hogy hol a hiba: a szégyenlősség, szorongás hangsúlyosabb volt, mint az a törekvés, hogy helyesen oldják meg a feladatot.

Ostad (1999, 2008) azt javasolja, hogy ne matematikai tényekkel árasszuk el a matematikai nehézséggel küzdő gyereket, hanem azt tanítsuk neki, hogyan tudja kiválasztani a legcélravezetőbb eljárást, stratégiát. Ehhez rugalmasan kell az eljárásokat az adott helyzethez társítani, illetve aktívan kell monitorozni a helyzetet, hogy a legjobb stratégiát illessze hozzá.

Véleménye szerint a matematikaoktatás szerepe az, hogy megtanítsa a gyerekeket a legjobb stratégia kiválasztására. Ehhez rugalmasságra és folyamatos monitorozásra van szükség, visszacsatolásra, hogy jót választott-e? Ez alapján egy feladat helyes megoldásához rugalmasság, kitartó monitorozás, a helyes megoldó stratégia aktív keresése és motiváltság együttesen szükséges.

Karagiannakis et al. (2014) a matematikai tanulási nehézség klasszifikációját írja le. A fogalom definiálása véleményük szerint is problémába ütközik, mert nagy változatosságot mutat a matematikai készségek deficitje, bár tipikusan az aritmetikánál és az aritmetikai problémáknál jelentkezik. Vizsgálatuk során sok iskolás gyerek számolási folyamatát rögzítették. Ez alapján állítottak fel egy 4 altípusból álló klasszifikációs modellt. Ebből kiindulva egyéni profilok készítését javasolták, annak hangsúltyozásával, hogy a gyerekek milyen képességekben erősek. Ez alapján az iskola számára is használható profil keletkezik, amit az oktatásban fel lehet használni. Eredményeik alapján a következő négy altípust különböztettek meg: „mennyiség belső reprezentációja" altípus, „emlékezet, tények visszaszerzése" altípus, „érvelés, változatos végrehajtó mechanizmusok" altípus és a „vizuális-téri munkamemória" altípus. Ezek az altípusok egységbe rendezik a matematikai tanulási nehézséggel kapcsolatban megjelenő kutatási eredményeket.

Mazzocco 2015-ös tanulmányában a matematikatanulási zavart heterogenitása ellenére igyekszik megragadni néhány fenotípusos jellemzővel. Egyrészt ezeknek a gyerekeknek problémát jelent a nem szimbolikus mennyiségek feldolgozása, továbbá aszimbolikus referensek nem szimbolikus mennyiséggel való összekapcsolása, továbbá nehézségbe ütközik a szimbolikus reprezentációk elérése. Másrészt gyenge a rövid tartamú memóriájuk, emiatt sok számolási hibát vétenek. Mazzocco megfigyelése szerint a matematikatanulási zavarral küzdő gyerekek kis korukban nem mutatnak spontán érdeklődést a számosság iránt. Ezen kívül a számok leírásakor és kiolvasásakor kevésbé pontosak, több hibát vétenek. Utolsó jellemzőként lassabb és kevésbé pontos számítási képességekkel rendelkeznek ezek a gyerekek.

Összegezve a matematikatanulási nehézség fenotípusának jellemzőit, megállapíthatjuk, hogy matematika specifikus és nem matematika specifikus kognitív képességek egyaránt szerepet játszanak a probléma kialakulásában. Továbbá fontos szerepük van a matematikai eredményekben az olyan nem kognitív faktoroknak is, mint a motiváció, vagy a környezeti faktorok (Moore, Rudig és Ashcraft, 2015). Fontos figyelembe venni ezeket a komponenseket, habár nem mindig egyértelmű, hogy ezek hogyan hatnak, esetlegesen, vagy indirekten, illetve egy- vagy kétirányú a hatás. Ez mind együttesen azt eredményezi, hogy a matematikai teljesítmény, illetve deficitje nagy egyéni változatosságot mutat a matematikatanulási nehézséggel küzdő személyek között. Ezért az lehet a kutatói cél, hogy azonosítjuk a gyerekek erősségeit, térképezzük fel a matematikatanulási nehézség megjelenési formáit, ugyanakkor az egyéni fejlődési hatásokat is ismernünk kell, mert nem minden matematikatanulási nehézséggel küzdő gyerekre jellemző ugyanaz a fenotípus.

Matematikai nehézség-egyéni eltérések

A matematikai nehézséget Dowker (2008) a diszkalkuliához képest definiálja, mint ami ennél kevésbé komoly, ugyanakkor kevésbé specifikus probléma. A matematikai nehézség hátterében Dowker (2009) három kognitív képességet határoz meg: nyelvit, téri-vizuális képességeket és a memóriát. A matematikai nehézség prevalenciáját nehéz meghatározni a diagnózis heterogén volta miatt, azonban Dowker (2009) a diszkalkulia körülbelül 6%-os gyakorisága mellett a matematikai nehézség előfordulási gyakoriságát 15-20%-ra becsüli. Véleménye szerint fontos, hogy minden gyerek aritmetikai nehézségeit elkülönítsük, meghatározzuk egyéni erősségeit és gyengeségeit, hogy a fejlesztő beavatkozás a legcélzottabb lehessen (Dowker, 2009). Az egyéni eltéréseknek több komponense is lehet. Egyrészt az aritmetikai folyamatok természete (pl. számlálás, számolás, tény visszaszerzés), másrészt a kulturális faktor befolyásoló hatása (pl. nyelvi eltérés a számok kiolvasásában és a számolás fejlődésében), végül a fejlődési szakaszok egyéni eltérése.

Összegzés

A fejlődési diszkalkulia, matematikatanulási nehézség, matematikai nehézség tüneteiben egyaránt megjelennek terület specifikus problémák, mint például a számmennyiség feldolgozásának nehézsége. Másrészt fontos szerepük van az általános területek gyengeségének is: munkamemória kapacitásának korlátozottsága, hiányosság a fonológiai tudatosságban, vagy túlzott érzékenység az interakciókra a hosszú tartamú memóriában, ami a megtanult számtények felidézését nehezíti. Ezeknek a faktoroknak különböző mértékű szerepe okozhatja a fejlődési diszkalkulia, matematikai nehézség profiljának heterogenitását, ugyanakkor magyarázhatja a diszkalkuliával gyakran együtt járó más tanulási problémák, mint a diszlexia vagy az ADHD megjelenését.

A neurológiai vizsgálatok eredményei alapján főleg statikus modellek születtek. A fejlődési diszkalkuliás gyerekek fejlődési lépéseit von Aster és Shalev (2007) szervezte modellbe. A kauzális faktorok dinamikus kapcsolódását is csak néhány tanulmány dolgozza ki (Noel, Rousselle, 2011).

A fejlődési diszkalkulia nemzetközi szakirodalma nagyon szerteágazó mind a probléma diagnosztizálása, mind a háttérben megjelenő okok tekintetében, így a diagnosztikus eljárások vonatkozásában is. Ugyanakkor ebben a szerteágazó rendszerben megjelenhet sok új, a felődési diszkalkulia problémájához közelebb vivő eredmény. A kezdeti, homogén diszkalkulia probléma mostanra nagyon heterogén kérdéssé vált (Dowker, 2005 a,b). Ennek a tükrében vizsgáljuk meg a fejlődési diszkalkulia magyar vonatkozásait a következő fejezetben.

A FEJLŐDÉSI DISZKALKULIA MAGYAR VONATKOZÁSAI

Mivel a kísérletünkben részt vevő számolási nehézséggel küzdő gyerekek a gyógypedagógusok diagnózisa alapján kerültek a tesztcsoportba, ezért fontos, hogy röviden ismertessem azt a diagnosztikus rendszert, amelyik kiszűrte ezeket a gyerekeket. Másrészt ismertetjük a fejlesztési protokollt is, hiszen így látszik, hogy a fejlesztő módszerünk milyen hagyományos rendszerbe illeszkedett.

Magyarországon az iskolai matematika órán nagyon gyengén teljesítő gyerekeket gyógypedagógus vizsgálja meg Dékány Judit Diszkalkulia Prevenciós Vizsgálatával (Dékány, 1999; Dékány és Juhász, 2002). Ez egy feladatsor, amely a számoláshoz szükséges részképességeket vizsgálja egzakt pontozás nélkül. Dékány és Juhász (2002) megfogalmazásában a diszkalkulia diagnóziaként a DSM-IV-et veszik alapul, mely szerint a diszkalkulia egy speciális számolási zavar, az iskolai teljesítményzavarok egyik típusa.

A számfogalom állapotát a következő feladat típusokkal vizsgálják iskoláskorú 1-4. osztályos gyerek esetében:

1. számlálás (számlálás egyesével növekvő illetve csökkenő sorrendben);
2. globális mennyiség felismerés saját testen és tárgyakon számlálás nélkül (pl. mutasd az ujjaidon, hogy mennyi 7; kirakunk 5 korongot olyan elrendezésben, mint a dobókockán és mondja meg számlálás nélkül, hogy mennyi);
3. mennyiségi relációk alkotása, megnevezése („több”, „kevesebb”, „ugyanannyi” fogalmának helytelen használata; a relációs jel helytelen használata – azt meg tudja mondani, hogy a 7 több, mint a 4, de így írja: 7<4);
4. számnév-számjegy egyeztetés; (diktált számnevek hibás leírása, pl. 105 helyett 150, vagy jól írja le, hogy 6539, de hatszáz-ötszáz-harminckilencnek olvassa);
5. mennyiségállandóság; (pl. ha a korongok megszokott elrendezése megváltozik, a mennyiséget nem észleli azonosnak);
6. helyiérték-fogalom;
7. számemlékezet;

   alapműveletek (összeadás, kivonás, szorzás, osztás értelmezése, leírása és elvégzése)

   -egyszerű és összetett szöveges feladatok megoldása

   -matematikai logikai szabályok felismerése;

A gyógypedagógus szakemberek az itt mutatott teljesítmény alapján diagnosztizálják a gyerekeket. A diszkalkuliánál kévésbé komoly problémát matematikai nehézségnek diagnosztizálják.

A magyar gyógypedagógiai szemlélet sokáig homogénnek mutatkozott a diszkalkulia definiálása és a diagnózist megállapító teszttel kapcsolatban. Ezt az egységes szemléletetet bontja meg Farkasné Gönczi Rita (2008), aki tanulmányában differenciálja a korábbi egységes diszkalkulia megfogalmazást: elkülöníti a *matematikai tanulási nehézség* fogalmát, ami a matematikai teljesítményben bekövetkező nehézség, és a *matematikai tanulási zavart*, ami a súlyosabb, matematikatanulásban bekövetkező zavar, és ez azonosítható a diszkalkuliával. Ez a fogalomhasználat tükrözi a magyar gyógypedagógusok által használt diagnosztikus fogalmakat, mely besorolás alapján kerültek a vizsgálatunkba a matematikai tanulási nehézséggel rendelkező gyerekek. Továbbá Farkasné Gönczi Rita ugyanitt közli annak az általa végzett nem reprezentatív vizsgálatnak az eredményét, ami tükrözi a hazai és a nemzetközi gyógypedagógus szakemberek diagnosztikus és vizsgáló eljárásainak eltérését. Kérdőívet küldött nemzetközi és hazai szakembereknek, amiben a diszkalkulia definiálására kérte őket, illetve arra, hogy nevezzék meg, hogy a diagnózist milyen eljárás alapján állítják fel. Kiderült, hogy a nemzetközi diagnosztikus metódus nagyon heterogén, ugyanakkor a magyar fejlesztő szakemberek több mint kétharmad része Dékány Judit kérdéssorát jelölte meg. Ez a kérdéssor nagyon részletes, minden fontos területre kiterjed, azonban hiányossága, hogy az eredmények nem számszerűsíthetőek. Krajcsi Attila 2003-as tanulmányában is az objektív kritériumokat hiányolta ebből a kérdéssorból.

A magyar tudományos élet fejlődési diszkalkulia definiálása és diagnosztizáló eljárása sokáig egységes volt, a nemzetközi, nagy változatosságot mutató tudományos infomációk lassan jelentek meg hazánkban. A homogén hazai szemlélet változását jelzi az is, hogy a klasszikusnak mondható Dékány Judit-féle (1999, 2002) diagnosztikus eljárást átdolgozták, amely ennek köszönhetően a fogalmak és módszertani formáját tekintve is a fejlődési diszkalkulia modern, tudományos megközelítését követi. Dékány Judit kérdéssorának megújítását és pontozhatóvá tételét Csonkáné Polgárdi Veronika 2012-es és Csonkáné Polgárdi Veronika, Dékány Judit 2013-as tanulmányában valamint Dékány Judit, Mohai Katalin 2012-es tanulmányukban közlik. Az átdolgozásban azáltal, hogy pontozhatóvá tették a tesztet és módszertanilag hibaelemzést használnak, megjelentek az objektív kritériumok. A teszt eredménye alapján egyéni teljesítményprofilt állíthatunk fel. Kétféle teszt készül, egyik az óvodások szűrésére, másik a kisikolások diagnosztizálására. Az új vizsgáló eljáráshoz új, differenciáltabb diagnózisra is szükség van. Csonkáné (2012) elkülöníti a fejlődési diszkalkuliát, vagy más néven súlyos tanulási zavart, és a tanulási nehézség fogalmát. Az általa használt *tanulási nehézség* fogalma fedi le a vizsgálatunkban fejlesztett gyerekek problematikáját.

Csonkáné és Dékány (2013) megítélése szerint a teszt alkalmas több diagnosztikus kategória elkülönítésére: a *diszkalkulia é*s *a matematikai nehézség* fogalmának szétválasztására, továbbá az egyéb *sajátos nevelési igényű gyerekek* kiszűrésére, sőt, még az *általános tanulási nehézséget* mutató gyerekek vizsgálatára is használható. A teszthez jegyzőkönyvet is mellékelnek, amiben lejegyezhető a gyerekek egyéb tevékenysége: motiváltsága, feladattudata, feladattartása. Vizsgálandó szempont a válasz megadásához szükséges reakcióidő, amivel az esetleges kompenzációs tevékenységet lehet kiszűrni. Az egyéb viselkedéses jellemzők detektálása megítélésünk szerint is fontos információ, hiszen tapasztalatunk alapján a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek számolási tevékenység közben változatos viselkedéses és érzelmi jellemzőket is mutatnak.

A magyar fejlesztő szakirodalom fejlődési diszkalkulia definíciójának és diagnosztikus eljárásának modernizálását követően a hagyományos gyógypedagógiai fejlesztő eljárást tárgyaljuk, illetve azt a protokollt, ami a magyar matematikai problémával küzdő gyerekek iskolai eljárás rendjét foglalja össze.

A matematikai nehézség hagyományos gyógypedagógiai fejlesztő foglalkozásának jellemzői Gombos Hajnalka gyógypedagógussal készített interjú alapján

A magyar pedagógiai protokoll szerint a matematikai nehézséggel diagnosztizált gyerekeknek, bár jelen kell lenniük az általános iskolai matematika órán, de felmentést kaphatnak az osztályozás alól. A gyerekeknek az iskolai órák mellett részt kell venniük a gyógypedagógus fejlesztő foglalkozásain is. A kutatásunk elsődleges helyszíne Budapesten, az V. kerületi Pedagógiai Szakszolgálatban volt. A gyerekek diagnózisát Gombos Hajnalka állította fel Dékány Judit (1999) Diszkalkulia Prevenciós Vizsgálata alapján, egyénileg kidolgozott kérdések mentén. A továbbiakban az ő tapasztalatai alapján foglaljuk össze a diagnózis felállításának módját és a fejlesztés során alkalmazott eljárásokat, technikákat.

Magyarországon a matematikai nehézséggel és matematikai zavarral rendelkező gyerekek gyógypedagógusok vagy fejlesztő pedagógusok által végzett fejlesztő foglalkozásairól egységes módszert nem tudunk megállapítani. Egyrészt a gyógypedagógus saját tapasztalatai, eszközei határozzák meg az alkalmazott fejlesztő feladatokat, másrészt a gyerekek igényei, problémái, nehézségei heterogének, egyénileg változnak. A diagnózis felállítása során a gyógypedagógus felméri, hogy a tanuló milyen számkörben tud biztonsággal mozogni. Erre építve felállít egy fejlesztési tervet, hogy a fejlesztő foglalkozásokon milyen ismereteket kell elsajátítania a gyereknek.

Gombos Hajnalka a fejlesztő foglalkozást mindig valamilyen részképesség fejlesztéssel kezdi. Ez egyrészt ráhangolást biztosít az órai munkára, másrészt azért is lényeges, mert a szakember megfigyelése szerint a hozzá kerülő számolási nehézséggel küzdő gyerekeknél gyakran jelentkezik memória hiányosság, figyelmi nehézség, gondolkodási probléma, amit ezekkel a részképességet fejlesztő játékokkal fejleszt. Ezt követi az előző foglalkozás átismétlése, majd a számkör bővítése játékos feladatokkal. A foglalkozást számolásos játékkal zárják.

A szakember túlnyomó részt a Mesterházi Zsuzsa (1999) szerkesztésében megjelent „Diszkalkuliáról-pedagógusoknak" című tankönyvre, másrészt Szabó Ottilia (2001, 2004) kiadványaira támaszkodik a fejlesztési tervek struktúrájának kialakításában[1]. Az előbb említett könyvekben tematikusan szerepelnek az egyes számkörök (tízes, húszas, ötvenes és százas, ezres, százezres és milliós) kialakításának módszertani útmutatói a fejlesztési területek egymásra építésével. A gyógypedagógus ezek alapján állítja össze a fejlesztési lépések gyakoroltatását biztosító feladatokat számos tankönyvből és kiadványból. Néhány illusztráló könyv bibliográfiai adatait lásd a lábjegyzetben.[2]

Gombos Hajnalka módszerének leglényegesebb vonása, ami sokszor hiányzik az általános iskolai matematika órákból: az eszközökkel végzett, tevékeny számkör elmélyítés. Számtalan eszköz áll a rendelkezésére: kocka, pálcika, műanyag állatok, de lehet egy marék gesztenye is, minden, amit meg lehet számolni, elvenni, hozzáadni, csoportosítani.

---

[1] Mesterházi Zsuzsa (szerk.) (1999): *Diszkalkuliáról-pedagógusoknak*. Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Tanárképző Főiskola

Szabó Ottilia (2001): *Számtól számig I. kötet* Szám-és mennyiségfogalom kialakítása 100-as számkörben. Meixner Alapítvány, Budapest

Szabó Ottilia (2004): *Számtól számig II. kötet* Szorzás, bennfoglalás, részekre osztás műveletének kialakítása. Meixner Alapítvány, Budapest

[2] Ardai Éva (2009): *Számolós színező Számolós színező - Tízes számkör*. Nemzeti Tankönyvkiadó

Tényi Katalin, Ardai Éva (2002): *Számolós színező-Szorzás*. Nemzeti Tankönyvkiadó

Csehné Hossó Aranka (2005): *Tanuljunk együtt! Matematika-gyakorló munkafüzet az eltérő tantervű 5. osztály számára.* Pedellus Kft., Debrecen

Fontos elem az is, hogy ezekkel az eszközökkel a gyerek tevékenykedjen, ő rakja, csoportosítsa, ezzel élményszerűen, cselekvésesen mélyítse el a számköröket. Ezzel a tevékenységgel a gyógypedagógus megszilárdítja a számok ismeretét, amivel alkalmassá teszi a gyerekeket a továbblépésre, amikor a számokkal majd műveleteket kell végezniük. A fejlesztő tevékenység további fontos komponensei a színes, rajzos gyakorlófüzetek feladatai, melyeket akár otthon is lehet gyakorolni szülői segítséggel.
A gyógypedagógus a diákokkal végzett fejlesztő munkát lehetőség szerint egyezteti azzal a tanárral, aki az iskolában a matematika korrepetálást végezi, hiszen a fejlesztő foglalkozáson az alapokat sajátítják el a gyerekek, ami hozzásegíti őket ahhoz, hogy az iskolai matematika órán és a matematika korrepetáláson meg tudják tanulni a tananyagot. Ha ez az együttműködés megvalósul, az nagyon hatékonnyá tudja tenni a gyerek fejlesztését. További előny, ha a szülőt is sikerül együttműködésre sarkallni. Ebben az esetben a szülőknek jelzi, hogy milyen otthoni gyakorlással tudják a gyógypedagógiai foglalkozáson vett anyagrészt elmélyíteni. Így a gyermek többoldalú megsegítése teszi lehetővé a matematikai készségek minél alaposabb elsajátítását, ami segíti, hogy az iskolában behozza a hátrányát és a mindennapi életben elboldoguljon a számok világában.

A kísérletünkben matematikai nehézséggel küzdő gyerekeket vizsgáltunk egyrészt tesztekkel, másrészt a fejlesztő csoport, illetve a preteszt és posztteszt alatt tapasztalt viselkedéses jellemzőik megfigyelésével. Ezzel alaposabban rávilágítva ennek a probléma csoportnak a komplex kognitív, érzelmi és szociális jellemzőire.

A SZÁMOLÁSI KÉPESSÉG FEJLESZTÉSE A TÉRI KÉPESSÉG FEJLESZTÉSÉVEL

Az eddigiek alapján bemutatott eredmények alapján bizonyítottnak tekinthetjük a téri- és a matematikai képességek közötti kapcsolatot a genetikai szinten (Tosto et al., 2014), ami a két terület neuronális átfedésében (Hubbard et al.. 2005) jelentkezik. Így nem meglepő, hogy megjelenik az újszülöttektől (de Hevia et al.. 2014) az általános iskolás korosztályon át (Lachance és Mazzocco, 2006) az egyetemistákig (Thompson et al.. 2013). A téri képességek fejleszthetőségét is meggyőzően demonstrálják az erre irányuló kutatások, mind a direkt fejlesztés pl. mentális forgatás (Cheng és Mix, 2014), mind az indirekt fejlesztés, pl. kiugró minták készítése, origami (Taylor és Hutton, 2013). Ezek alapján meggyőzően érvelhetünk amellett is, hogy a téri képesség fejlesztésével a matematikai, természettudományos képességek fejleszthetőek. Bármennyire is kézenfekvőnek tűnik, meglepő módon Stieff és Uttal (2015) az elmúlt 30 évben a témában megjelent tanulmányokat áttekintve, csak 6 olyan publikációt találtak, ahol a téri fejlesztés hatását vizsgálták a természettudományos, mérnöki és matematikai képességekre (STEM). Ezek közül csak egyetlen tanulmány szól a matematikai képesség javulásáról a téri képesség fejlesztésén keresztül (Cheng és Mix, 2014), ám ez, mint láttuk csak részleges eredményt hozott. Ennek oka lehet, hogy rövid idejű és indirekt fejlesztést használtak - mentális forgatást gyakoroltattak. Séra, Kárpáti és Gulyás (2002) viszont éppen a mozgás, azon belül a manuális tevékenység jelentőségét hangsúlyozzák a téri képesség fejlődésében. Azt is kiemelték, hogy a 3D-s, azaz a térbeli tárgyakkal való manipuláció az, ami a térlátást igazán fejleszti.
A mentális forgatás, a mentális hajtogatás és motoros aktivitás együttes formája az origami, aminek fejlesztő hatása van a téri képességekre (Shumakov és Shumakov, 2000; Taylor és Hutton, 2013; Cakmak et al., 2014). Az origami a téri képességek fejlesztése mellett a geometriai gondolkodásra, és a geometria eredményre is hat már egy 4 hetes tréning után is 10. osztályos diákoknál (Arici és Aslan-Tutak, 2013).

Ezért alkalmaztuk saját fejlesztőprogramunkban az origamit.

A fejlesztő program hossza is eldöntendő kérdés volt. Az egyik szempont az, hogy a gyerekek csoporttá alakuljanak, ezzel egy biztonságos, támogató közeget nyújtsanak egymás számára, ami a szorongást csökkenti. A másik szempont az volt, hogy kevés hosszúidejű tréning hatásának vizsgálata található a szakirodalomban. Uttal et al. (2013) átfogó elemzésükben nem használták az 1 hónapnál hosszabb idejű tréningeket, mert ez az általuk áttekintet tanulmányoknak 1%-a volt csupán.

Ezért olyan programot dolgoztunk ki, amelyben hosszú idejű, indirekt fejlesztési módszet használunk a téri képesség javítására. További újszerűsége vizsgálatunknak, hogy a fejlesztendő csoportot nem átlagos képességű-, hanem matematikai nehézséggel küzdő gyerekekből szerveztük.

Ez viszont felvetette azt a problémát, hogy ilyen időtartamban az origami önmagában nem lenne elég érdekes a kevésbé motiválható gyerekeknek. Emiatt további feladatokat is használtunk. Ezek kiválasztásánál felhasználtuk azt, hogy a fejlődési diszkalkuliás gyerekek esetében gyenge a vizuális-téri képesség, ezen kívül a testkép, azon belül is a kéz reprezentációja, illetve a durva és finommotoros tevékenység is gyengébb, mint az azonos korú átlagos gyerekek ilyen típusú képességei (Márkus 2000). Ezért olyan feladatokat választottunk, amelyek az adott korosztálynak érdekesek és fejlesztik a kéz finom motoros tevékenységét, mint pl. doboz készítés (2 dimenzióból 3 dimenzióba átlépés, Séra és mtsai, 2002), gyöngyfűzés (szerialitás), amelyek a változatosság mellett olyan készségeket is fejlesztettek, amelyek a matematikai nehézséggel küzdő gyerekeknél mi is hiányosnak láttunk. Ezek részletes kifejtését a fejlesztés leírásánál közöljük.

A korosztály kiválasztásánál két szempontot vettünk figyelembe. Az egyik a fejleszthetőség életkori határa, mint láttuk 18 év felett már nem fejleszthető (Séra és mtsai, 2002) illetve a egyetemistáknál a fejlesztés hatása 6 hónap után eltűnik Miller és Halpern (2013). A másik specifikusabb. Magyarországon az általános iskola tanulási követelményeiről a Nemzeti Alaptanterv (2012) rendelkezik. Ez a szabályozás az első 4 osztályban lehetővé teszi a tanár számára, hogy az ebben az életkorban jelentős egyéni különbségeket kezelje. A negyedik osztály végére a teljesítmény-elvárások kapnak nagyobb hangsúlyt, emiatt az 5. osztályban már jobban kiütköznek az esetlegesen megmaradt egyéni tanulási problémák. Továbbá ekkortól több elvont számolási feladatot végeznek a gyerekek, mindezt kevesebb egyéni segítséggel, nagyobb tempót diktálva. Emiatt az eddig lassabban számoló gyerekek látványosan lemaradnak a többi osztálytárshoz képest. Ezért küldik el ezt a korosztályt nagyobb arányban gyógypedagógiai vizsgálatra és fejlesztő foglalkozásra.
Így az 5-6. osztályos korosztályt választottuk, mert a Pedagógiai Szakszolgálatnál megjelenő gyerekek legnagyobb számban ebből a korosztályból kerülnek ki.

Ezek figyelembevételével dolgoztunk ki egy olyan fejlesztő tréninget 5. és 6. osztályos számolási nehézséggel küzdő gyerekeknek, amely a kéz finom motorikáját és a téri képességeket javító elemeket tartalmaz úgy, hogy az számukra is érdekes legyen. Azt vizsgáltuk, hogy manuális, motoros feladatokkal, élvezetes, játékos formában fejleszthető-e a téri képesség és ezen keresztül a matematikai képesség. Ez a fejlesztés *specifikus* hatása, mellette feltételezhető, hogy a didaktikus csoportvezetésből, a csoportjellegből, a szorongást oldó légkörből és a motiváló, érdekes feladatokból további, *nem specifikus* hatások is következnek, melyek egyrészt mérhetőek, mint a szorongás csökkenése vagy a kreativitás javulása, másrészt a csoportfoglalkozások során mutatott viselkedéses jellemzőkben figyelhető meg.

VIZSGÁLAT LEÍRÁSA

Vizsgálati személyek

A kísérletben résztvevő gyerekek *matematikai nehézséggel* küzdő felső tagozatos általános iskolások (5. és 6. osztályosok), akik normál állami általános iskolában (a budapesti III. V. VI. X. és XI. kerületben), általában *felmentés* mellett tanulják a matematikát. Mindegyikük a kerületi Nevelési Tanácsadó- vagy az iskola gyógypedagógusával hagyományos fejlesztésben (ld. fejlődési diszkalkulia fejezet) részesült. Az általunk vezetett speciális fejlesztés ezen kívül történt. A fejlesztést Budapesten a Belvárosi Pedagógiai Szak- és Szakmai Szolgálatban és a VI. kerületi Erkel Ferenc Általános Iskolában végeztük.[3]

A gyógypedagógusok diagnózisa alapján matematika nehézséggel küzdő gyerekeket véletlenszerűen soroltuk be a teszt csoportba, akiket fejlesztettünk és a kontroll csoportba, akik csak a hagyományos fejlesztésben vettek részt. Ezek a gyerekek általánosságban a következő matematikai problémával küzdöttek: helyi érték tévesztés, számok megjegyzésének nehézsége, számolási mechanizmusok bizonytalan alkalmazása 3-4 jegyű számok esetében, lassúság, bizonytalanság számolási folyamat során. Második kontrollcsoportot is alkalmaztunk, szintén 5-6. osztályos diákokat, akiknek nem volt matematikai nehézsége, így sem a hagyományos, sem az általunk vezetett fejlesztésben nem vettek részt.

A fejlesztés kiscsoportos formában zajlott (4, illetve 5 fő), így több csoportot is vezettünk, melyek 10 hétig tartottak, alkalmanként először 90 percesek voltak a foglalkozások, végül a 60 perces tartam vált be. Az eredetileg 10 hetesre tervezett képzésünket a gyerekek kérésére folytattuk az 1. és a 2. Tesztcsoportból összesen 8 gyerekkel további 10 hétig, de ekkor már nem mértük a téri- és matematikai képességeiket.

[3] Köszönet Gombos Hajnalka gyógypedagógusnak, aki a legelső fejlesztő csoport megindításától szakmai támaszom, Pólya Juditnak a Belvárosi Pedagógiai Szak- és Szakmai Szolgálat volt vezetőjének és Béki Andrea gyógypedagógus-logopédusnak, aki a VI. kerületi Nevelési Tanácsadó és EPSZ munkatársa, hogy támogatta a tesztcsoportok indítását. A kontroll vizsgálatok megszervezéséért Dr. Gálné Csabai Klára gyógypedagógusnak és a Budapest III. kerületi Óbuda-Békásmegyer Önkormányzat Óbuda-Békásmegyer Nevelési Tanácsadó Békásmegyeri Telephely munkatársainak, Zsirka-Klein Katalinnak a X. kerületi Nevelési Tanácsadó gyógypedagógusának, illetve Jakab Éva táncpedagógusnak, az FMH Táncműhely vezetőjének tartozom köszönettel.

A kísérleti személyek 13 fő (M=12,1 S=0,7) matematikai nehézséggel küzdő 5. és 6. osztályos általános iskolások, akik rendszeresen, hagyományos matematikai fejlesztésben vesznek részt a kerületi Pedagógiai Szakszolgálatban, illetve az Erkel Ferenc Általános Iskola esetében az iskolában dolgozó gyógypedagógusnál. Emellett kétféle illesztett kontroll csoportot vizsgáltunk. Az egyik a matematikai nehézséggel rendelkezők 12 fő (M=11,9 S=0,9), akik csak a hagyományos egyéni matematikai fejlesztésen vettek részt. A második kontroll csoport szintén 5-6. osztályos gyerekekből állt, akiknek nem volt matematikai nehézségük: 12 fő (M=11,6 S=0,5). Ezzel a két kontroll csoporttal szerettük volna a kapott eredményből kiszűrni a spontán, életkori fejlődést és a gyógypedagógusok fejlesztő foglalkozásának a hatását illetve azt megnézni, hogy a teszt csoport utoléri-e a normál kontroll teljesítményét.

A fejlesztőprogramot a következő helyszíneken és időpontokban bonyolítottuk le:

1. Tesztcsoport: „Kreatív csoport" (2010. szeptember-2011. június; V. kerületi Nevelési Tanácsadó, Budapest; Az intézmény mostani neve: Belvárosi Pedagógiai Szak- és Szakmai Szolgálat)
2. Tesztcsoport: „Ügyeskezű csoport" (2011. január-2011. november; V. kerületi Nevelési Tanácsadó, Budapest; Az intézmény mostani neve: Belvárosi Pedagógiai Szak- és Szakmai Szolgálat)
3. Tesztcsoport: „Ügyeskezű csoport" (2011. szeptember-december; Erkel Ferenc Általános Iskola, Budapest, VI. kerület)

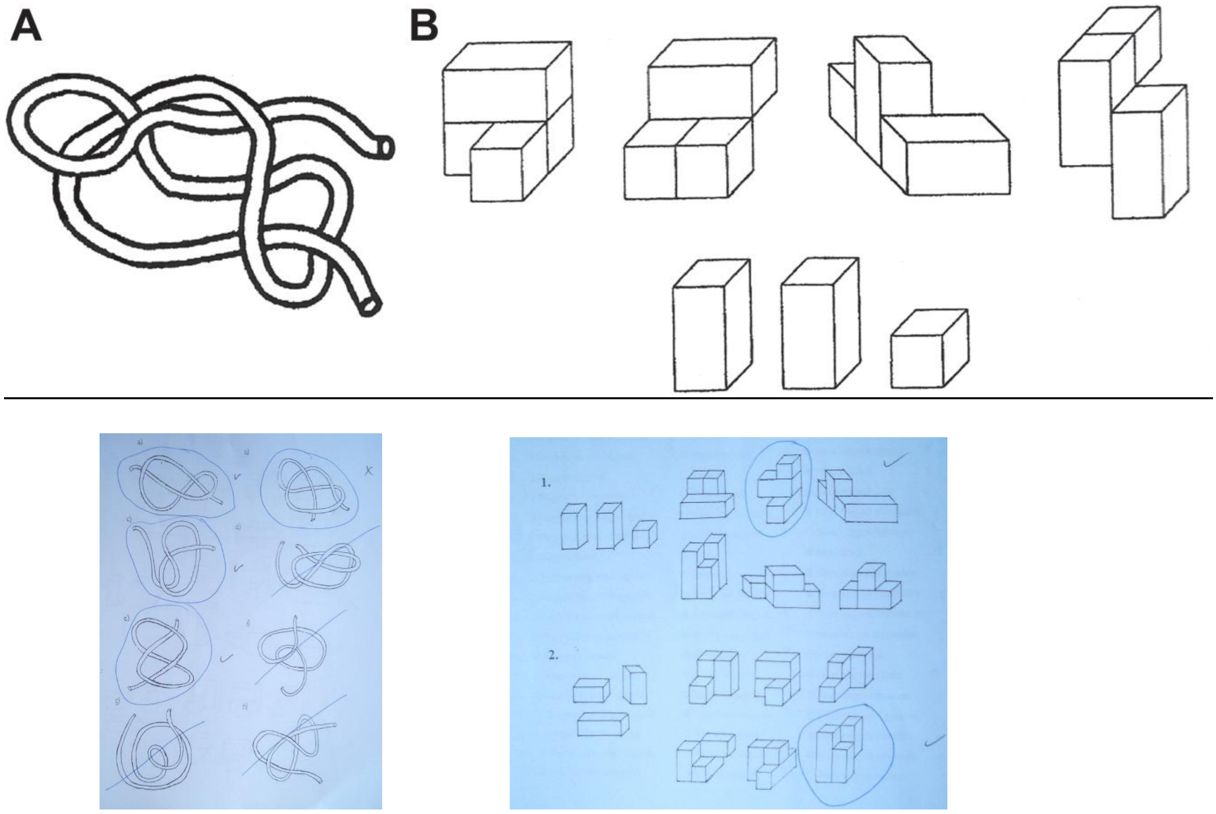
Tesztek

A teszteket egyénileg vettem fel, ami alkalmanként körülbelül 70 percet vett igénybe. Ha szükséges volt, közben pihenhettek a gyerekek. A vizsgálat során egyrészt mértem az időt egy stopperrel, ami nem zavarta a gyerekeket, másrészt figyeltem a munkamódszerüket. Főleg a számolásnál kértem, hogy hangosan számoljanak, mert így a gondolkodás menetét is figyeltem, a hibázások sok információt adtak a számolási folyamataikról, amit lejegyeztem. A feladatoknál utólagosan megkérdeztem, hogy milyen stratégiával dolgoztak az egyes megoldásoknál. A gyerekek a számolási feladatoknál, főleg a procedúra kiválasztásakor figyelték a reakciómat, de én igyekeztem semleges maradni, hiszen az volt a fontos számomra, hogy segítség nélkül hogyan számolnak. A feladatok végeztével azért megcsináltunk egy-egy számolást helyesen (főleg az osztási feladat ment nagyon rosszul, és nem akartam, hogy a helytelen procedúra rögzüljön).

A matematikai nehézséggel küzdő kontroll csoportba tartozó gyerekek nem ismertek, velem csak a teszt kitöltésekor találkoztak. Néhány ismerekedő mondat után általában oldódott a feszültségük, és probléma nélkül töltötték ki a teszteket, egy kislány kivételével, aki annyira szorongott (holott bátorításként bejött a fejlesztő pedagógus is, akit ismer), hogy a feladat megoldása nagyon lassú volt, végül félbe is kellett hagyni, mert elsírta magát. Második tesztfelvételnél már (önmagához képest) sokkal oldottabb volt, időben el is készült mindennel.

1. A térszemlélet teszt általános iskolások számára átalakított változata

A téri képességeket egy olyan feladatsorral vizsgáltuk, amelynek eredeti változata Séra, Kárpáti, Gulyás (2000) térszemlélet tesztje, melyet középiskolás korosztályra dolgoztak ki. Ezt egyszerűsítettük a vizsgálatunk 11-12 éves korosztályához. A feladatok között szerepel síkbeli alakzatok (háromszögek és négyszögek) megszámlálása, mentális forgatás, mentális csomózás (ld. 7. ábra „A"jelzésű eleme) és olyan további feladat, amelyben azt kell eldönteni, hogy adott hasábok megjelölt pontjánál azokat összeragasztva a bemutatott térbeli alakzatok közül melyiket kapjuk meg (ld. 7. ábra „B" jelzésű eleme).



7. ábra A vizsgálatban használt térszemlélet tesz 2 feladata (A és B jelöléssel), továbbá alul láthatóak az egyik gyerek megoldásai.

A téri képesség mérésére összeállított feladatok típusai:

1. feladat: forma azonosítás és számolás, ahol 15 darab háromszög, és 15 darab téglalapot kellett összeszámolniuk 1-1 perc alatt (hány darabot ismert fel az adott idő alatt?);

A feladat során aktív mentális tevékenység a *forma percepció;*

2. feladat: maghatározott síkbeli alakzat felismerése három hasonló közül;

A feladat során aktív metális tevékenység a *síkbeli formák metális forgatása;*

3. feladat: síkbeli zsínórral végzett képzeletbeli manipuláció (ld. 7. ábra “A” feladat)

4. feladat: adott három térbeli testből melyik komplex együttes állítható össze? (ld. 7. ábra „B” feladat) Itt mértük a válaszadáshoz szükséges időt.

A feladat során aktív mentális tevékenység a *térbeli formák mentális forgatása, és komplex formává alakítása;*

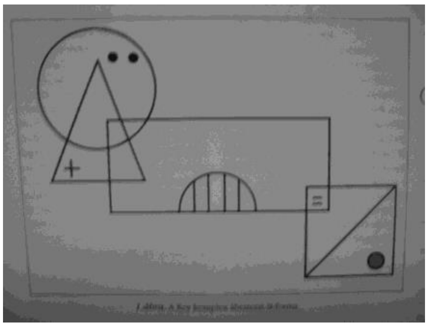
2. Kreativitás vizsgálat

A „Szokatlan használat” és a „Torrance-féle körök” tesztekkel mértük a verbális és a képi kreativitást.

3. Szorongás

A fejlesztéskor nem állt rendelkezésre magyar nyelvű matematikai szorongást mérő teszt, ezért az Állapot- Vonásszorongás Kérdőívből az „Állapot” kérdőív gyermek változatát használtuk (State-Trait Anxiety Inventory for Children, STAI-C, Spielberger, C. D., 1973, Fordította: Sipos K. In: Perczel-Forintos, 2005). A vizsgálat után jelent meg Nótin, Páskuné és Kurucz (2012) matematikai szorongást mérő tesztje.

4. Rey Komplex Ábrateszt gyerek változata („B”) (ld. 8 ábra) (Kónya, Verseghi, Rey, 2000)



8.ábra A Rey Komlpex Ábrateszt „B”-változata

5. A számolási képesség mérése

A számolási képességet a 4 alapművelettel vizsgáltuk: 10-10 összeadás, kivonás, szorzás, osztás volt a feladat, idői korlát nélkül. Az összeadás és kivonás négyjegyű számokkal történt a szorzás és osztás esetén négyjegyű számokat kellett egyjegyűvel szorozni illetve osztani. A pontozás úgy történt, hogy minden jó megoldás 1 pont, így összesen 40 pontot lehetett elérni.

A feladatsor megoldása után egy héten belül következett a teszt csoportnál a fejlesztés, majd ez után, szintén egy héten belül következett a feladatsor második felvétele. A két kontroll csoportnál ugyanilyen időzítéssel történt a feladatsorok megoldása.

Fejlesztési módszer, foglalkozás menete

A matematikai nehézséggel küzdő gyerekek hagyományos, gyógypedagógusok által végzett fejlesztő foglalkozásának leírását a „fejlődési diszkalkulia” fejezetben részletesen közöltük. Itt a játékos, oldott, bizalmi légkör mellett direkt számolási feladatokat végeznek, eszközös formában.

Általános jelenség a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek fejlesztése esetében, hogy a probléma változatossága miatt a személyre szabott fejlesztés gondot jelent. Ezért törekedtünk arra, hogy olyan fejlesztési tervet dolgozzunk ki, ahol a számolási képesség javítása mellett nagy hangsúlyt fektettünk a matematikai nehézség nem specifikus tényezőire. Egyrészt erősítettük a kognitív készségeket, mint a memória, figyelem, téri képességek és a gondolkodás rugalmassága (kreativitás, problémamegoldó gondolkodás). Másrészt érzelmi komponensként igyekeztünk csökkenteni a matematikai szorongás mértékét, illetve javítani a társas készségeket, kommunikációt. Ezen kívül fontos volt, hogy sikerélményt adjon, és szülői elismeréshez juttassa a gyerekeket, akik meglehetősen negatívan tekintenek saját képességeikre.

A fejlesztés során olyan manuális tevékenységeket végeztünk, amelyek közvetett módon fejlesztik a téri képességeket, memóriát, szerialitást, kreativitást és a végrehajtó funkciókat. Továbbá olyan művészeti terápiás elemeket alkalmaztunk, ami csökkenti a szorongás mértékét, illetve a matematikának alkalmazott formában való megjelenése biztosította azt, hogy a szituatív, matematikai szorongás se váltódjon ki.

A fejlesztés során fontos szempont volt, hogy a feladatok megoldása során úgy alkalmaztuk a matematikát (mérés, szerkesztés), hogy nem beszéltünk arról, hogy most „matekozunk”. Ezzel igyekeztünk elkerülni a matematikai szorongás megjelenését.

A fejlesztő foglalkozások során fontos volt számunkra a csoporttá szervezés, ezért főleg a fejlesztés elején és a csoportfoglalkozás lezárásakor alkalmaztunk művészetterápiás feladatokat.

Bemutatkozó alkalmakkor kértük a gyerekeket, hogy hozzák magukkal kedvenc tárgyukat, zenéjüket, ezen keresztül kicsit személyesebben is be tudták mutatni magukat a csoporttagoknak. Ezt folytattuk azzal, hogy mindenki a magára jellemző ábrákkal, szövegekkel díszíthette ki azt a pólót, amit a ruha védelme miatt hoztak. Ezt a bemutatkozó részt folytattuk azzal, hogy olyan mappát készítettek, amit újságkivágásokkal egyéni módon díszíthettek ki.

A csoportmunka zárásakor búcsúzásképpen is művészetterápiás módszert alkalmaztunk: közös képet készítettünk, ahol lerajzoltuk az utcát, ahol minden csoporttagnak van egy háza.

A foglalkozások alkalmával lágy instrumentális, főleg klasszikus zenét hallgatunk, ami megnyugtató, segít a szorongások oldásában (Antalfay, 2007), ami meglátásom szerint nagymértékben rontja a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek teljesítményét.

A fejlesztés kiscsoportos formában zajlott (4, illetve 5 fő), ami az egyéni fejlesztő munkához képest jobban segíti a tagok közti kooperációt, a mások elfogadását valamint saját teljesítményük, gondolataik felvállalását, amit a tanulási nehézséggel küzdő gyerekek esetében különösen hiányosnak láttunk.

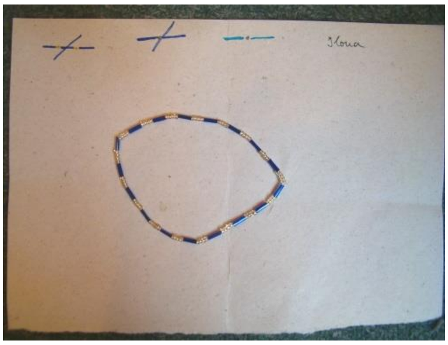
Alkalmazott technikák

Origami

Origami hajtogatás előtt nekik kellett kimérni és kivágni az A4-es formátumú téglalapból az aznapi munkához szükséges méretű négyzetet. Ehhez vonalzó használatával *mérniük* kellett. Ha több részből álló origami kompozíciót készítettünk, akkor a méretek meghatározásához *számolni* kellett. Például, ha egy virág elkészítéséhez 8x8-as négyzet kell, a hozzá tartozó levél elkészítéséhez fele akkora. Ezt nekik kellett kiszámolni. Fontos volt, hogy a csoportvezető csak rávezette a gyerekeket, hogy mit kell kiszámolni, de az eredményre maguknak kellett rájönniük. Ezzel azt kívántuk elérni, hogy a matematikával „alkalmazott" közegben találkozzanak. Ezzel *motiváltabbá* téve a gyerekeket a számolás fontosságára. A lapok kimérése néhányszor nehezebbnek bizonyult, mint gondoltuk, például amikor 2 cm-es csíkokat kellett kivágni a papírból, az egyik lány megkérdezte, hogy a vonalzón az egyestől kell-e mérni a kettőig? Ilyen esetben igyekeztünk végig gondoltatni velük a problémát, hogy ők maguk jöjjenek rá a megoldásra. Ez az eset a *mentális számegyenes* (Dehaene, 1992) bizonytalanságáról szól.

A figurák elkészítése során precízen, betartva a meghatározott lépések sorrendjét (*szerialitás*), és a hajtogatás *irányára* figyelve kellett követni az instrukciókat. Kitartó *figyelmet* és koncentrációt igényelt a munka, mely fejlesztette a *kézmozgást* is.

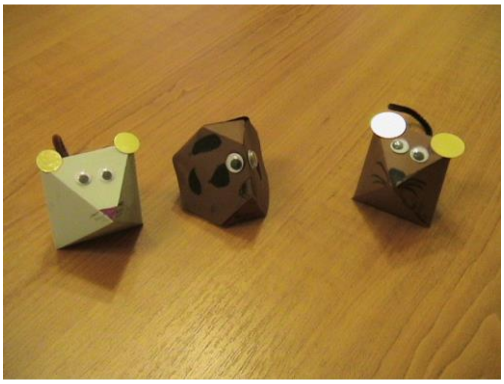
Gyöngyfűzés tervezéssel

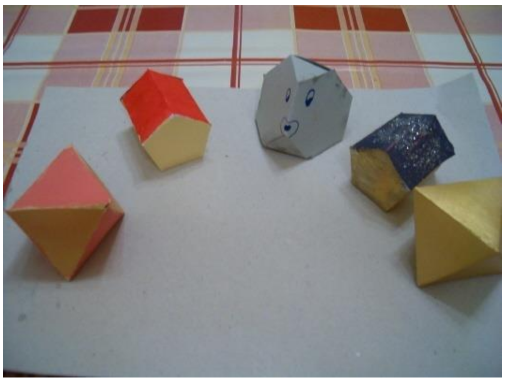


A felkínált különböző színű, formájú és nagyságú gyöngyökből saját esztétikai döntésük alapján kellett egy minta *tervet* készíteni, amit le is rajzoltak. Ezt követte a damil méretre vágása (*mérés)* majd a terv alapján a minta megfűzése (*szerialitás).* A munka a *figyelmet* és a *kézmozgás* pontosságát is fejlesztette.

Térbeli testek hajtogatása

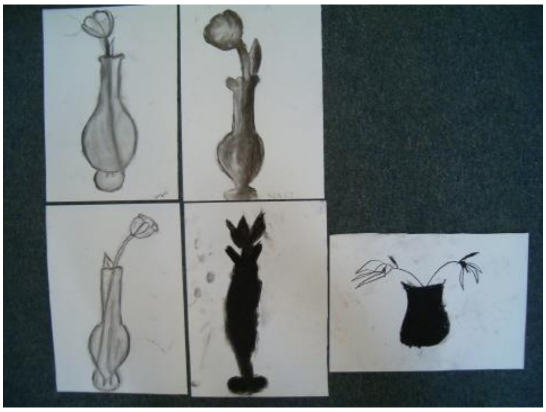
A térbeli testek hajtogatása olyan feladat volt, ahol az előre megrajzolt sablont ki kellett vágniuk, majd a megfelelő oldalakat összeragasztani. Ebben az volt a nehéz, hogy az összetett alakzatot el kellett képzelni ahhoz, hogy a megfelelő oldalakat ragasszák össze. Mintaként előttük volt egy már elkészített forma. Az előre nyomtatott sablonok kivágása után hosszú türelemjáték következett, ahol az egymáshoz illő füleket kellett összeragasztani. Fontos volt, hogy a gyerekek képesek legyenek *elővételezni* az összetett térbeli formát ahhoz (*síkból térbe való átlépés; térlátás*), hogy a sík lap egymáshoz illő füleit tudják egymással párosítani. A térbeli testek geometriai megnevezése igen nagy ellenállásba ütközött, el sem akarták kezdeni a feladatot, ezért az általuk javasolt elnevezéseket használtuk. Így lett például az oktaéderből egér, amit viszont már nagy lelkesedéssel készítettek el.





Modellrajz

A feladat lerajzolni a modellt, jelen esetben egy szál tulipánt, aminek formáját és arányait előzetesen megvizsgálták. Fontos volt, hogy mennyire tudják *megfigyelni (perceptuális folyamat)*, majd saját mozdulatokra lefordítani a látottakat (*vizuális kifejezőkészség*).



Fantáziarajz

A modellrajz után készítettük a fantázia rajzot. Fontos volt a koncentrált figyelmi munka után váltásként a *fantázia* működtetése. Feltételezésünk szerint ez a *rugalmasság* hasznos a probléma-megoldásban, legyen az akár egy matematika feladat végrehajtása. Kitalálni olyat, ami nem létezik *(kreativitás),* szintén a megoldási lehetőségek bővítését célozza. Itt nagy tere volt a személyes érzések megjelenítésének is. Fontos volt számunkra, hogy a gyerekek érezzék azt, hogy nem csupán az iskolai teljesítményük az egyetlen, ami fontos az ő megítélésük szempontjából, hanem a gondolataik, ötleteik, érzéseik is.

Kartondoboz készítése tervezéssel és díszítéssel

A munka *tervezése* hosszadalmas volt, mivel sok döntést kellett hozni: mekkora dobozt szeretne készíteni, milyen formájút. Ezt követően mindenkinek magának kellett megrajzolnia a doboz sablonját (*mérés, szerkesztés*). A kivágás és összeragasztás után következett a díszítés, ahova belevihették saját ötleteiket, ízlésüket (festés és minták ragasztása).

Nem specifikus hatások

A foglalkozásnak több nem specifikus hatása van, ami reményem szerint sokat segít a teljesítménnyel kapcsolatos szorongásokon. Mivel ezek a hatások kevésbé mérhetőek, csak saját megfigyeléses tapasztalataimmal tudom leírni, illetve azzal, hogy az első és a második fejlesztő csoportot eredetileg 10 alkalomra terveztem, és a gyerekek kérésére folytattuk még 10 héten keresztül. A gyerekek, a szülők és a fejlesztő pedagógusok lelkes visszajelzése inspirált az újabb fejlesztő foglalkozások kidolgozására.

A támogató csoport fontos hatással rendelkezik, hiszen ezek a gyerekek tanulmányi sikertelenségeik miatt (néhány esetben hiányos szociális készségük is belejátszhatott ebbe) általában az osztályaikban periférián levő gyerekek. Ezt igyekeztem ellensúlyozni egy elfogadó környezettel. Hogy ez kialakuljon, a félév elején több ismerkedő játékot játszottunk, illetve olyan munkákat készítettünk, ahol az egyéniségüket, jellemzőiket jobban meg tudták mutatni (póló és mappa kidekorálása). A kezdeti ismerkedő játékot folytattam a záró közös rajz elkészítésével, ami művészeti terápiás eszközként jó érzelmi zárást tud biztosítani, az egyébként fejlesztő hangsúlyú csoportnak.

Mint kiderült, nincs „csupán fejlesztő” csoport, mert ha csoport, akkor mindenképpen megjelenik a lelki dinamika is. A „Kreatív csoport” második félévében megjelent, illetve felerősödött egy csoporton belüli konfliktus. Két lány nagyon ellenségesen viselkedett egymással. Mindkettejüknek egyéni pszichoterápiára lett volna szükségük (sajnos ezt a csoportalakításnál nem vettük figyelembe). A konfliktus feldolgozásához szintén alkalmaztam művészeti terápiás eszközöket, amikor egy közös „Érzelmi vihar” című rajzot kellett elkészíteniük.

Önkifejezés támogatása*:* A bizonytalan gyerekeknél fontos, hogy olyan tárgyakat készítsünk, ami sikerélményt okoz. Az első alkalmakkor különösen figyeltem erre. Ekkor könnyű, inkább látványos munkákat készítettünk. Aztán látva a csoport teherbírását, nehezedtek a feladatok. Figyeltem arra is, hogy használható tárgyak legyen ezek, különösen egy prepubertás korú lány számára (pl. mappa, kincsesdoboz, egyéni díszítésű jegyzetfüzet, karkötő).

A díszítést fokozta, hogy beszereztem olyan anyagokat, amelyek különlegessé tesznek egy egyszerű tárgyat is (pl. arany és ciklámen színű csillámpor, arany festék, flitterek). Tapasztalatom szerint ezek a csillogó kiegészítők nagyon felvillanyozták a lányokat. Fiúk esetében is „működtek" ezek az anyagok, csak „fiús" színekben (pl. kék és zöld csillámpor, ezüst festék).

Csoporton belüli kooperáció

Azt tapasztaltam, hogy a fejlesztő csoportba járó gyerekek sikertelenség esetén passzívak lettek, abbahagyták a munkát, elkedvetlenedtek, esetleg tőlem kértek segítséget. Én a kezdeti foglalkozásokon azonnal segítettem, de ilyenkor azt tapasztaltam, hogy nem figyelnek a gyerekek. Mintha nem az lett volna a fontos, hogy megértsék a helyzetet, inkább azt, hogy „meglegyen" az adott lépés.

Emiatt én is váltottam, ha probléma volt, igyekeztem rávezetni a megoldásra, esetleg megmutattam a saját munkámon az adott lépést. Azt szerettem volna, ha nem adja fel, töri a fejét a megoldáson, akár kreativitását is latba veti, hogy eljusson a kívánt eredményig. Másik törekvésem, azon túl, hogy kitartóak, és bíznak magukban, bízzanak a társukban is, tőlük is kérhetnek segítséget. Azt láttam, hogy a gyerekek alig fordulnak a társukhoz, mintha a kommunikációs csatornák a diák-tanár között lennének behuzalozva (iskolai frontális minta), amit a fejlesztő csoportban csak nehezen tudtam a társak felé, „oldalirányba" nyitni.

A csoportfoglalkozások elején mindenki röviden elmondta, hogy éppen hogyan érzi magát, mi történt az iskolában, milyen élményeket hozott. Kértem, hogy figyeljenek egymásra, hiszen ezeket az információkat a tagok nem csak nekem mondják, hanem a csoporttagoknak is. A foglalkozások lezárásaként, ami továbbra is a csoport kohéziót erősítette, megnéztük egymás alkotását (ha nem kellett sokat segítenem, én is alkottam a gyerekekkel együtt), végül együtt elpakoltuk az eszközöket, majd kikísértem a gyerekeket a szülői váróba, ahol néhány szóban reflektáltam a szülőknek arra, hogy mi történt a foglalkozás alatt.

Fontos törekvésünk volt a *gondolkodásuk rugalmassá* tétele, így váltakozva követték egymást a tervező kreatív szakasz, a megvalósításhoz szükséges *céltudatos* munkafázis. A tárgyak elkészülte után rendszerint még volt egy harmadik rész, amikor kidíszítettük az alkotást, amiben újra *kreatívak,* elengedettek lehettek. *Egyéni jelleget* is belevihettek a munkájukba. Tapasztalatunk szerint a kezdeti, sztereotip díszítéseket a félév végére felváltotta az újszerűbb, egyéni díszítés.

A foglalkozás végén közösen megnéztük az elkészült tárgyakat. A csoport számára az alkotó elmondta, hogy mit készített, kép esetén címet adott neki. Fontosnak tartottam, hogy ne csupán a vezető szemrevételezze a munkákat, hanem a csoport többi tagja is, ezzel a *csoport összetartó erejét* igyekeztem támogatni. Az alkotás bemutatásával igyekeztem tudatosítani azt is bennük, hogy a munkájuk *céltudatos* legyen, tudják, hogy mit miért csináltak (pl. miért azt a színt használták, miért azt a formát választották; amelyet irányított kérésekkel tereltem őket efelé). Persze ez önmagukra is reflektál (*önismeret*), néhány esetben már meg is jelen ez.[4]

A *verbális megnyilatkozás,* a többiek előtt való beszéd is nem specifikus hatása volt a foglalkozásnak. Önmaguk, munkájuk felvállalása is fontos jelenség volt, gyakorolják a döntéseik mellett való érvelés képességét (ha az csupán az edényük furcsa formája is…).

Úgy választottam témákat, hogy az kapcsolódjon az aktuális évkör eseményéhez (pl. Mikulás, Karácsony, Valentin-nap, Húsvét, Anyák napja) vagy az adott évszakhoz (pl. tavaszi kert, őszi levelek rajza) (Antalfay, 2007). Az aznapi feladat megnevezése után először arra kértem őket, hogy az adott témával kapcsolatban mi jut az eszükbe („Járjunk végig képzeletben egy májusi kertet!”). Ez a szabad asszociáció ráhangolja

[4] „Élénk színeket választottam, mert én olyan élénk vagyok”-mondta az egyik 11 éves lány, amikor bemutatta az alkotását.

a gyerekeket az aznapi munkára, illetve én is képet kapok arról, hogy mi van a fejükben az adott témáról, illetve a csoporttagok „hangulatáról”.

A foglalkozások alkalmával lágy instrumentális, főleg klasszikus zenét hallgatunk, ami megnyugtató, segít a *szorongások oldásában*, ami meglátásom szerint nagymértékben rontja a számolási zavaros gyerekek teljesítményét.

A fejlesztés végén kiállítást szerveztünk, ahova meghívtuk a szülőket is, ez további bíztatást ad a megtépázott önbizalmú gyerekeknek, és a szüleiknek. Ekkor összegzem a féléves munkát, amit a gyerekek, és a szülők is véleményeznek.

A félév során folyamatos a *kapcsolatom a szülőkkel* (több esetben nagyszülővel), hiszen a legtöbb gyereket nem engedik még egyedül közlekedni. Így minden alkalommal mód nyílik arra, hogy váltsunk pár szó a foglalkozáson végzett munkáról. Ezekben a rövid reflexiókban igyekeztem kiemelni a gyerek képességeit, amiből tud merítkezni, illetve fejlesztendő területeket is megemlítettem. A szülőknek való visszajelzésnél törekedtem arra, hogy a gyerek jelenlétében történjen. Fontosnak tartottam, hogy ne a gyerek „feje fölött" beszéljük meg az őt érintő dolgokat. A foglalkozások során a gyerekeknek is reflektáltam, hogy az aznapi munkájában mi a pozitív, és mire kell odafigyelnie. Nem titkolt szándékom volt, hogy a foglalkozáson megismert technikákat otthon is gyakorolják. Szünetre adtam gyöngyöt, origami papírt, gyurmát, ezzel segítve a szociálisan hátrányos gyerekeket.

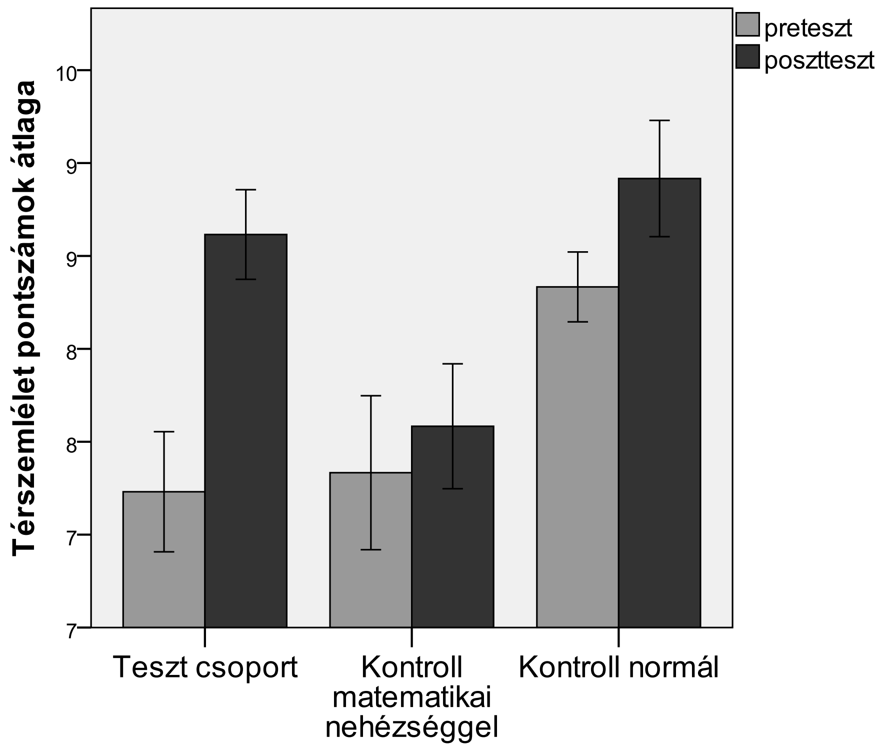
A szülőkkel való kapcsolattartás számomra ismeretlen téma volt (eredeti munkámban, az egyetemi oktatásban erre nincs szükség). Az elején kihátráltam ez elől, és Gombos Hajnalkát, a fejlesztő kollégámat kértem, hogy a kéréseimet ő kommunikálja a szülők felé. Ez a számomra kényelmes helyzet azonban a szülők felelősségét, és az én vezetői feladataimat elkentebbé tette. Ezért második félév során már közvetlenül én tartottam telefonon a kapcsolatot a szülőkkel.

A tesztadatok elemzése

1. A térszemlélet teszt eredménye

A téri képességek alakulását a fejlesztés előtt és a fejlesztés után (ld. 9. ábra) kevert mintás varianciaanalízissel vizsgáltuk (csoport x mérés). Az effect size értékekhez a gyenge η_p^2= 0,0099, közepes η_p^2= 0,0588, erős η_p^2= 0,1379 értékek az irányadóak Cohen (1988, 287-288. old.) alapján.

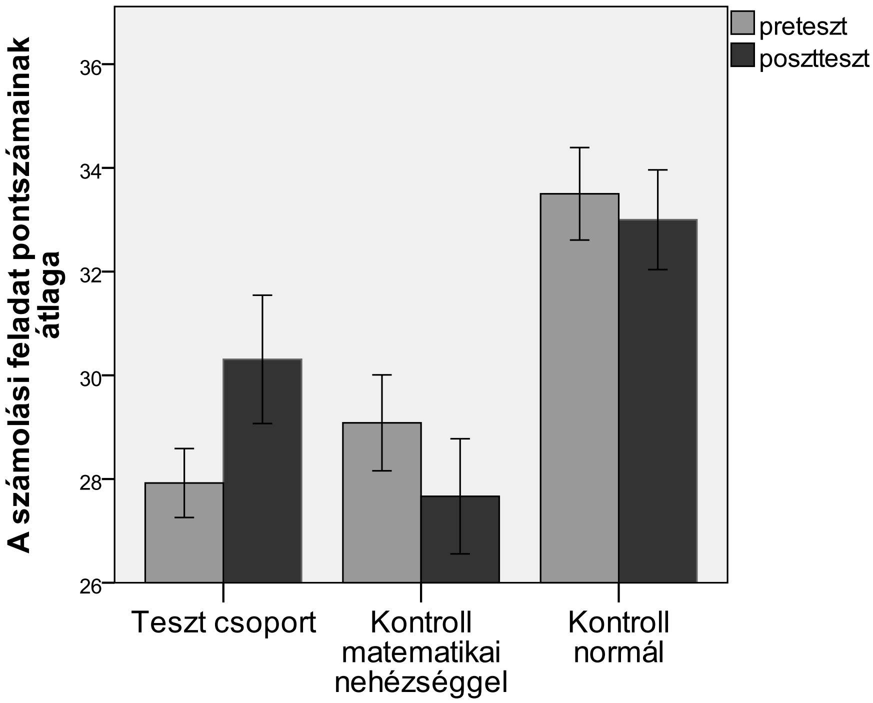
A két mérés eredményei szignifikánsan különböznek $F(1,34)=12,28$ $p<0.05$ és ez erős hatás, $\eta^2{}_p=0,26$, a csoportok közötti különbség is szignifikáns és szintén erős $F(2,34)=5,37$ $p<0,05$, $\eta^2{}_p=0,24$, a Bonferroni féle többszörös összehasonlítás alapján a matematikai nehézséggel küzdő kontroll csoport teljesítménye alacsonyabb a normál kontrollénál, a normál kontroll és a teszt csoport nem különbözik, a csoport x mérés interakció $F(2,34)= 2,59$ $p<0.1$ marginálisan szignifikáns, de közepesen erős hatást mutat, $\eta^2{}_p=0,13$, ami azt jelzi, hogy míg a teszt csoport téri képessége jelentősen javult, addig a két kontroll csoportnál nem volt változás a 10 hét során.



9. ábra A térszemlélet pontszámok átlagának alakulása a három csoportnál

2. A számolási feladatok eredménye

A számolási képesség alakulását szintén kevert mintás varianciaanalízissel vizsgáltuk (csoport x mérés). Az eredmények alakulását a 10. ábra mutatja. A két mérés eredményei nem különböznek $F(1,34)= 0,065$ $p>0,05$ a $\eta^2_p =0,002$, a csoportok közötti különbség is szignifikáns és erős $F(2,34)=9.85$ $p<0,05$, a $\eta^2_p =0,367$, a csoport x mérés interakció szignifikáns $F(2,34)= 3,60$ $p<0,1$, a $\eta^2_p =0,175$ szintén erős hatás, ami azt jelzi, hogy míg a teszt csoport számolási képessége jelentősen javult, addig a két kontroll csoportnál nem volt változás a 10 hét során.



10. ábra A számolási feladat pontszámai átlagának alakulása a három csoportnál

3. Rey Komplex Ábrateszt eredménye

A Rey teszt eredményeinek alakulását szintén kevert mintás varianciaanalízissel vizsgáltuk (csoport x mérés) és Bonferroni-féle páros összehasonlítással vizsgáltuk. A leíró statisztikai adatokat az 1. táblázat mutatja.

A másolási idő:

A két felvétel között szignifikáns a különbség $F(1,34)=29,75$ $p=0,055$ $\eta^2_p = 0,467$, a második alkalommal gyorsabbak, mint az első alkalommal. A csoportok közötti különbség is szignifikáns $F(2,34)=6,54$ $p<0,05$ $\eta^2_p = 0,278$ a két kontroll csoport különbözik egymástól. Az interakció nem szignifikáns $F(2,34)=0,01$ $p>0,05$ $\eta^2_p = 0,006$. Második alkalommal a csoportok gyorsabbak voltak, ami valószínűleg gyakorlási hatás. A normál kontroll csoport gyorsabb, mint a kontroll matematikai nehézséggel küzdő.

A másolási pontszám:

A két felvétel között egy marginálisan szignifikáns különbség van $F(1,34)=3,94$ $p=0,055$ $\eta^2_p = 0,104$. Sem a csoportok közötti különbség $F(2,34)=1,07$ $p>0,05$ $\eta^2_p = 0,059$, sem az interakció nem szignifikáns ($F(2,34)=1,56$ $p>0,05$ $\eta^2_p = 0,084$. Itt is csak gyakorlási hatást kaptunk.

A felidézési idő:

A két felvétel között nincs különbség $F(1,34)=1,08$ $p>0,05$, $\eta^2_p =0,031$. A csoportok között viszont van $F(2,34)=4,51$ $p<0,05$ $\eta^2_p =0,21$, az első mérésnél jelentős különbség van a teszt csoport és a kontroll normál csoport között, de a fejlesztés után ez a különbség eltűnik, amit az interakció ($F(2,34)=5,97$ $p<0,05$ $\eta^2_p =0,26$, mutat. Ennek alapján a tesztcsoport felidézési ideje javult.

A felidézési pontszám:

Sem a felvételek $F(1,34)=0,09$ $p>0,05$ $\eta^2_p =0,003$, sem a csoportok között ($F(2,34)=2,29$ $p>0,05$ $\eta^2_p=0,119$ nincs különbség és nincs interakció sem ($F(2,34)=0,23$ $p>0,05$ $\eta^2_p =0,013$.

Összességében a Rey Komplex Ábrateszt vizsgálat nem mutatott fejlődést, amennyiben a tesztet a központi végrehajtó vizsgáló eljárásának tekintjük, akkor ezt nem fejlesztette a módszerünk.

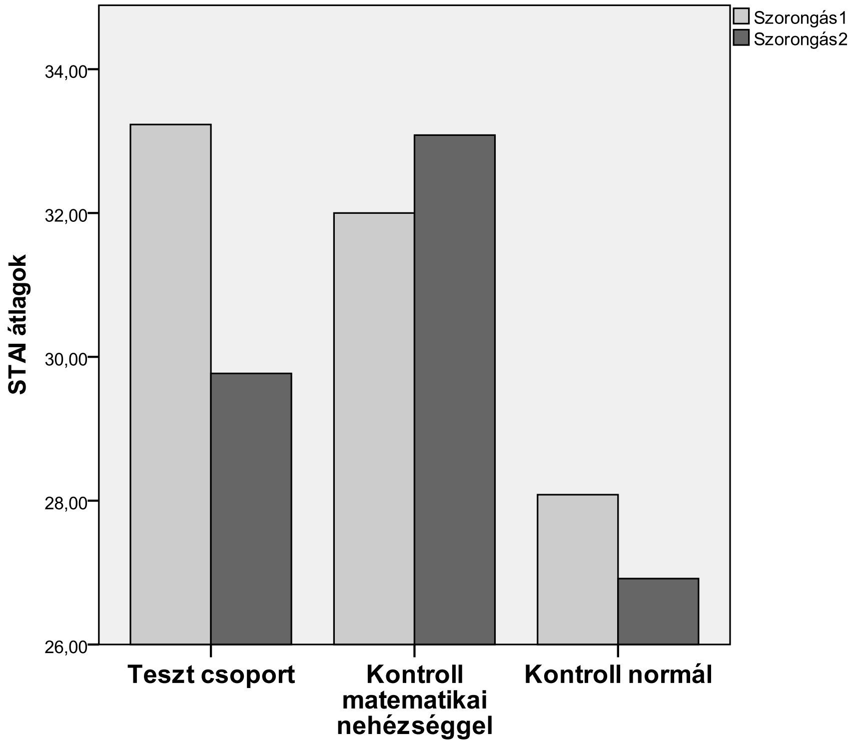
Részfeladat	csoport	Átlag	Szórás
Másolási idő1	teszt	82,00	20,34
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	94,16	47,33
	kontroll normál	67,25	15,96
Másolási idő2	teszt	54,65	14,912
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	69,62	25,89
	kontroll normál	36,91	10,29
Másolás pont1	teszt	25,88	3,34
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	27,45	2,24
	kontroll normál	27,87	2,05
Másolás pont2	teszt	25,76	3,56
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	26,73	2,58
	kontroll normál	25,50	2,24
Felidézési idő1	teszt	89,56	22,24
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	54,50	26,30
	kontroll normál	51,16	21,27
Felidézési idő2	teszt	63,26	25,82
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	63,73	21,01
	kontroll normál	54,08	30,48
Felidézési pont1	teszt	20,73	5,42
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	21,41	6,29
	kontroll normál	23,50	3,39
Felidézési pont2	teszt	21,62	4,11
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	20,88	2,86
	kontroll normál	23,95	2,49

1. táblázat A Rey teszt leíró statisztikai jellemzői.

4. A szorongás teszt eredménye

Az eredmények alakulását (ld. 11. ábra) kevert mintás varianciaanalízissel (csoport x mérés) és Bonferroni-féle páros összehasonlítással vizsgáltuk. A két felvétel között nincs különbség $F(1,34)=2,55$ $p>0,05$, $\eta^2_p = 0,07$. A csoportok között marginálisan szignifikáns a különbség

$F(2,34)=2,68$ $p=0,08$ η^2_p =0,137 és az interakció is marginálisan szignifikáns $F(2,34)=3,19$ $p=0,053$ η^2_p =0,158, de mindkét utóbbi esetben erős a hatás, ami azt jelzi, hogy a kis mintaelemszám miatt nem sikerült kimutatni a különbséget, csak marginálisan. Ennek alapján tesztcsoportnál csökkent a szorongás a fejlesztés hatására.



11. ábra A STAI Állapot szorongás alakulása csoportonként a fejlesztés előtt és után.

5. Kreativitási teszt eredmények

Az eredmények alakulását (ld. 2. táblázat) kevert mintás varianciaanalízissel (csoport x mérés) és Bonferroni-féle páros összehasonlítással vizsgáltuk.

Verbális originalitás:

A két felvétel között nincs különbség $F(1,34)=0,19$ $p>0,05$, η^2_p =0,001. A csoportok között szignifikáns a különbség, a normál kontroll originálisabb, mint a két matematikai nehézséggel küzdő csoport $F(2,34)=4,76$ $p<0,05$ η^2_p =0,219 és nincs interakció, $F(2,34)=1,69$ $p>0,05$ η^2_p =0,091.

Verbális flexibilitás:

A két felvétel között nincs különbség $F(1,34)=0,28$ $p>0,05$, $\eta^2_p=0,008$. A csoportok között szignifikáns a különbség, a normál kontroll rugalmasabb, mint a két matematikai nehézséggel küzdő csoport $F(2,34)=5,58$ $p<0,05$ $\eta^2_p=0,247$, de a marginális interakció, $F(2,34)=2,62$ $p=0,08$ $\eta^2_p=0,134$ azt mutatja, hogy a teszt csoport a fejlesztés hatására javult.

Verbális fluencia

A két felvétel között nincs különbség $F(1,34)=0,31$ $p>0,05$, $\eta^2_p=0,009$. A csoportok között szignifikáns a különbség, a normál kontroll fluensebb, mint a két matematikai nehézséggel küzdő csoport $F(2,34)=4,45$ $p<0,05$ $\eta^2_p=0,207$, de a marginális interakció, $F(2,34)=3,02$ $p=0,06$ $\eta^2_p=0,151$ azt mutatja, hogy a teszt csoport a fejlesztés hatására javult.

Verbális átlag flexibilitás:

A két felvétel között nincs különbség $F(1,34)=0,82$ $p>0,05$, $\eta^2_p=0,024$. A csoportok között szignifikáns a különbség, a normál kontroll átlag rugalmassága magasabb, mint a két matematikai nehézséggel küzdő csoporté $F(2,34)=6,13$ $p<0,05$ $\eta^2_p=0,265$, nincs interakció, $F(2,34)=0,92$ $p=0,08$ $\eta^2_p=0,051$.

Verbális átlag originalitás:

A két felvétel között nincs különbség $F(1,34)=0,82$ $p>0,05$, $\eta^2_p=0,024$. A csoportok között sincs $F(2,34)=6,13$ $p<0,05$ $\eta^2_p=0,265$, és nincs interakció, $F(2,34)=0,92$ $p=0,08$ $\eta^2_p=0,051$ ez viszont azt jelzi, hogy a matematikai nehézséggel küzdők nem különböznek a normál csoporttól, ami az originalitás eredményét pontosítja, abban csak azért jobbak, mert fluensebbek lévén több választ adnak.

Képi originalitás:

A két felvétel között van különbség $F(1,34)=4,81$ $p<0,05$, $\eta^2_p=0,124$. A csoportok között nincs különbség $F(2,34)=2,41$ $p>0,05$ $\eta^2_p=0,124$, és nincs interakció, $F(2,34)=1,93$ $p>0,05$

η^2_p =0,102. Ennek alapján a képi originalitásban nincs különbség a normál és a matematikai nehézséggel küzdő csoportok között.

Képi flexibilitás:

A két felvétel között van különbség $F(1,34)=5,88$ $p<0,05$, η^2_p =0,148. A csoportok között nincs különbség $F(2,34)=1,83$ $p>0,05$ η^2_p =0,098, és van interakció, $F(2,34)=3,73$ $p>0,05$ η^2_p =0,180. A teszt csoport és a normál kontroll csoport jobb a második felvételnél.

Képi fluencia:

A két felvétel között van különbség $F(1,34)=6,52$ $p<0,05$, η^2_p =0,1161. A csoportok között nincs különbség $F(2,34)=1,73$ $p>0,05$ η^2_p =0,092, és marginálisan szignifikáns az interakció, $F(2,34)=3,05$ $p=0,06$ η^2_p =0,1152. A tesztcsoport és a normál kontroll csoport jobb a 2. felvételnél.

Képi átlag flexibilitás:

Sem a felvételek $F(1,34)=1,19$ $p>0,05$ η^2_p =0,034, sem a csoportok között ($F(2,34)=0,23$ $p>0,05$ η^2_p =0,014 nincs különbség és nincs interakció sem ($F(2,34)=1,14$ $p>0,05$ η^2_p =0,063.

Képi átlag originalitás:

Sem a felvételek $F(1,34)=0,26$ $p>0,05$ η^2_p =0,008, sem a csoportok között ($F(2,34)=0,63$ $p>0,05$ η^2_p =0,036 nincs különbség és nincs interakció ($F(2,34)=0,10$ $p>0,05$ η^2_p =0,006.

	csoport	Átlag1	Szórás1	Átlag2	Szórás2
verb_o	teszt	2,7300	1,64663	3,5777	2,56791
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	3,4933	,83263	3,1808	,89512
	kontroll normál	5,2250	2,80236	4,8208	1,71520
verb_fx	teszt	2,6923	2,95479	4,4615	3,97105
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	3,5000	2,27636	3,2500	2,34036
	kontroll normál	7,0000	3,88470	6,2500	2,30119
verb_fu	teszt	5,9231	3,81797	8,3846	5,45494
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	6,5000	2,23607	6,1667	1,89896
	kontroll normál	10,5833	4,75697	9,5000	2,54058
verb_rx	teszt	,3581	,25401	,4618	,18998
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	,5048	,14728	,4744	,19433
	kontroll normál	,6116	,24750	,6490	,13859
verb_ao	teszt	,4592	,12985	,4555	,17464
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	,5529	,08757	,5278	,08960
	kontroll normál	,4898	,09722	,5067	,14126
kép_o	teszt	6,9415	5,20539	8,1831	3,58376
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	5,6800	2,69347	5,5158	2,82853
	kontroll normál	7,0275	3,31773	9,4842	2,34288
kép_fx	teszt	7,3846	3,75363	8,4615	4,64786
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	6,7500	3,86417	6,3333	3,72542
	kontroll normál	7,7500	3,19446	10,5833	2,19331
kép_fu	teszt	13,4615	10,50885	16,1538	9,40608
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	11,5000	5,24838	10,9167	5,50138
	kontroll normál	13,3333	5,19324	18,8333	5,42441
kép_rx	teszt	,7063	,31709	,5762	,34155
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	,5814	,18078	,5951	,23665
	kontroll normál	,6016	,19097	,5830	,14150
kép_ao	teszt	,5246	,16706	,5503	,14800
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	,4905	,06489	,5123	,13540
	kontroll normál	,5138	,08529	,5101	,06483

2. táblázat A kreativitási tesztek leíró statisztikai jellemzői.

Összegzés

A téri képességek 10 hetes, heti egyszer 60 perces fejlesztése hatására javult a résztvevők téri képessége, olyan mértékben, hogy utolérték a normál kontroll teljesítményét. A teszt csoport számolási teljesítménye is javult a kontroll matematikai nehézséggel küzdő csoporttal szemben. Emellett nem specifikus hatásokat is kaptunk, a fejlesztett csoport szorongása csökkent, valószínűleg ennek hatására javult a verbális fluenciájuk és verbális flexibilitásuk. Az átlagos verbális originalitásban nem különböznek a csoportok, viszont normál kontroll átlag rugalmassága magasabb, mint a matematikai nehézséggel küzdő csoportoké. A képi kreativitás feladatok esetén a csoportok nem különböznek az originalitásban és az átlag originalitásban, továbbá az átlag flexibilitásban. A fluencia és a flexibilitás mutatókban, hasonlóan a verbális esethez, a második felvételkor jobban teljesített a teszt csoport, bár ez utóbbi két mutatóban a normál kontroll teljesítménye is javult.

Az a véleményünk, hogy ez a fajta közös munka az egyéni fejlesztő munkához képest jobban segíti a tagok közti kooperációt, a mások elfogadását valamint saját teljesítményük, gondolataik felvállalását, amit a tanulási nehézséggel küzdő gyerekek esetében különösen hiányosnak láttunk. Ez megerősíti azt, amire Boruga (2011) hívta fel a figyelmet, hogy az origaminak van egy olyan nem specifikus hatása is, hogy a tanulási problémás gyerekek kevésbé problémássá váltak, javult az önértékelésük és jobban figyeltek az órákon.

MATEMATIKAI SZORONGÁS

A matematikai szorongás jelenségével a fejlesztő foglalkozások során akkor találkoztam, amikor a tesztcsoportba bevittem egy „Matematika” könyvet, mert a síkidomok képét szerettem volna megmutatni a gyerekeknek. Szinte egy emberként sikítottak fel, amikor meglátták a könyv címét, hogy „Csak matekot ne!”. Ezután a síkidomokra már nem is tudtak figyelni.

Ennek a szerencsétlen esetnek volt egy nagyon tudatos előzménye: a fejlesztő foglalkozásokon nagy hangsúlyt fektettünk arra, hogy a csoportba kerülés fő kritériuma, azaz a matematikai nehézség ne kerüljön szóba. Szándékosan hagytuk ki a hiányosságukat, azaz a matematikát, és hangsúlyoztuk a pozitívumaikat, például ezért adtuk a csoportoknak az „Ügyeskezű csoport” elnevezést. A matematikát alkalmaztuk, például mértünk, sőt alapműveleteket is végeztek, amikor felrajzolták egy doboz alaprajzát, de sosem beszéltünk róla, hogy most épp’ matematikával foglalkozunk. Ezt a szorongás miatt szerveztük így, ami működött is: matematikával foglalkoztunk anélkül, hogy beszéltünk volna róla, a fenti ügyetlenségünktől eltekintve.

Másik élményünk az volt, amikor a foglalkozás előtt és utána felvettük a gyerekekkel a teszteket, köztük a négy alapművelettel való számolást. A többi teszt felvétele mellett ez ment mindig a legnehezebben: tiltakoztak, alkudoztak, ki, ki vérmérséklete szerint, de a tesztcsoport és a matematikai nehézséggel küzdő kontroll csoport szinte minden részvevője jelezte a nemtetszését. Ellenben a normál kontroll csoportnak nem volt problémája a feladattal, sőt, néhányuknak felcsillant a szeme, kihívásnak tekintették a számolási feladatot.

Ezek az élmények teljesen megerősítettek bennünket abban, hogy a matematikai szorongás, különösen az általunk vizsgált speciális, matematikai nehézséggel küzdő populációban sajnos már 10-11 éves korban nagyon erősen gyökeret vert és minimális ingerre kiváltható.

Ebben az időben még nem állt rendelkezésre magyar nyelvű matematikai szorongást mérő kérdőív (Nótin és mtsai, 2012), ezért elkezdtük egy, az általános iskolás mintán is használható kérdőív adaptálását, de ez csak a fejlesztő program lezárása után készült el, így ekkor még nem tudtuk használni.

Történeti előzmény

A matematikai szorongás történeti előzménye az a megfigyelés, hogy a számolási nehézségek inkább érzelmi, mint intellektuális tényezőknek tudhatók be (Schonell, 1937, hiv. Dreger és Aiken,1957). Ezt az érzelmi vonalat erősíti az a szintén korai megfigyelés is, hogy a matematika órai kudarcok hátterében egy sajátos jelenség, a „matematika fóbia" („mathemaphobia") tekinthető oki tényezőnek (Gough, 1954). A fogalmat nem tartja szükségesnek definiálni a szerző: „A matematikai szorongást nem kell definiálni. A fogalom önmagát definiálja" (Gough, 1954, 290. old.). Gough (1954) inkább azt mutatja be két eset kapcsán, hogy a kezdeti pozitív érzelmi viszonyulás hogyan alakul át fóbiává azáltal, hogy a gyerek hiányzás, vagy más ok miatt lemarad a tananyagban és ettől kezdve nem tudja követni az órán elhangzottakat. Másrészt felteszi a kérdést, hogy míg a különböző szomatikus betegségek okait intenzíven kutatják, miért nincsenek hasonló kutatások a matematikával kapcsolatos problémák kezelésére? Három évvel Gough írását követően jelent meg Dreger és Aiken (1957) tanulmánya, amelyben feltételezik, hogy létezik a szorongásnak egy speciális fajtája, amelyet „mintegy próbaképpen" (Dreger és Aiken, 1957, 344. old.) „számolási szorongás"-nak („numerical anxiety") neveznek. Feltételezik továbbá, hogy ez egy összetettebb jelenség, nem szorongás, hanem szorongások. Ennek mérésére kialakítottak egy 3 tételből álló skálát és azt a Taylor-féle szorongás skálához illesztették. A 704 egyetemi hallgató eredménye alapján a számolási szorongás a Taylor skálán mért szorongással gyengén korrelál (r=0,33), a intelligenciával nem korrelál és matematikai eredménnyel negatívan korrelál.

Definíció

Ha definiálni szeretnénk a matematikai szorongást, több megfogalmazással is találkozunk, de leggyakrabban Richardson és Suinn (1972) meghatározását használják: „Egyfajta nyomás és szorongás érzése, amely számokkal való foglalkozás és matematikai problémák megoldása során jelentkezik széleskörűen a hétköznapi életben és iskolai helyzetben egyaránt." (p. 551)

A szorongás több formában is megjelenhet, hiszen amellett, hogy a feladatmegoldás teljesítményét rontja, érzelmi és viselkedéses szinten is megnyilvánul, amikor zavartan, fészkelődve végzik a feladatukat, többnyire sok hibával, ugyanakkor viszonylag gyorsan, csakhogy meneküljenek ebből a szorongató feladathelyzetből (Ashcraft, 2002).

Matematikai szorongás kapcsolata a tanári és szülői magatartással

A matematikai szorongás kiváltó okaként talán a legnehezebb a tanári és szülői magatartást vizsgálni. Turner, Midgley, Meyer, Gheen, Anderman, Kang és Patric (2002) számol be olyan tanári magatartásról, ahol a tanár elvárja a diákoktól a hibátlan feladatmegoldást, de ő kevés kognitív vagy motivációs segítséget ad a diákoknak ehhez. Ez a tanári működés rizikó faktor lehet a matematikai szorongás megjelenésében, bár a vizsgálat –természeténél fogva- nehezen dokumentálható. Ashcraft és Ridley (2005) tanulmányukban is megerősítik, hogy a tanári attitűd, a tanári stílus nagy szerepet játszik a diákok matematikával kapcsolatos attitűdjében, motivációiban és aktuális tanulási aktivitásában.

A kultúrák közti eltérést vizsgálta Stevenson, Chen és Lee (1993). Azt nézték, hogy milyen az amerikai és kínai szülők vélekedése a gyerekük matematikában mutatott előmenetelével kapcsolatban. Eredményük szerint az amerikai szülők elégedettebbek a gyerekük matematikai teljesítményével, mint a kínai szülők. Ha mégsem elégedettek, akkor az amerikai szülők a gyenge teljesítményt vagy a gyerek képességeivel, vagy a matematikatanítás színvonalával magyarázzák. Így az amerikai gyerekeken kevesebb a nyomás, mint a kínaiakon, ahol a szülők a gyerekük igyekezetének hiányával magyarázzák az esetleges rossz teljesítményt.

Matematikai szorongás és nemi hatás

A matematikai szorongás és a nemek között erős hatást mutattak ki, ugyanakkor a matematikai teljesítményben, ami férfiak által uralt terület, a vizsgálati eredmények jóval ellentmondásosabbak ennél. A szocializációs hatások és a sztereotípiák erősebbek, mint a matematikai feladatok végzésekor mutatott konkrét nemi eltérés.

Hyde, Fennema és Lamon (1990) meta-analízisükben vizsgálták, hogy kimutatható-e a matematikai teljesítményben nemek közti eltérés. A problémamegoldó gondolkodást igénylő feladatokban nem volt különbség a nemek területén általános és középiskolás populációban, csak a felsőoktatásban tanuló fiúk esetében volt kimutatható előny. Összességében a nemek közötti különbség a matematikai teljesítményben kicsi. Ennek alapján megállapítják, hogy a férfi dominancia a matematika terén lehet, hogy egyszerűen szociális nyomás eredménye: nehéz elkülöníteni a szociális és kulturális hatásokat a nemi hatásoktól. Ugyanakkor a matematikai szorongás vizsgálatakor pregnánsabb a nemek közötti különbség, Hembree (1990) tanulmánya alapján a nők nagyobb matematikai szorongást mutatnak, mint a férfiak. Ennek oka lehet egyrészt az, hogy a nők hajlamosabbak beismerni saját szorongásukat, mint a férfiak. Ezt a vélekedést erősíti Dowker (2005 a,b), aki szerint a nők érzékenyebbek saját szorongási állapotaikra, mint a férfiak. Eszerint a nők nem szoronganak jobban, mint a férfiak, egyszerűen csak érzékenyebben detektálják és könnyebben vállalják ezt az állapotot.

A nemek eltérő szorongási szintjében közreműködő lehet még a társadalmi nemi sztereotípiát közvetítő matematika tanár szerepe. A tanárok eltérően reagálhatnak a gyerek rossz matematika teljesítményére a nemük alapján: lányoknál a képességeiket okolják, fiúknál a szorgalmukat. Ennek következménye, hogy a fiúkban az a kép alakul ki a tanár megítélése alapján, hogy tudnának, ha szorgalmasabbak lennének, ugyanakkor a lányokban az a kép, hogy úgyis hiábavaló az igyekezetük, hisz a képességeiken nem tudnak változtatni (Beilock, Gunderson, Ramirez és Levine, 2010). Visszautalnék a korábban tárgyalt eredményre (Hyde et al., 1990), mely szerint a valóságos matematikai teljesítményben alapvetően nem lehet nemek alapján különbséget tenni, tehát valódi kognitív alapja ennek a vélekedésnek nincsen, a matematikai képességek kiegyenlítettek a két nem között. A tanár nemi sztereotípiát közvetítő hatását vizsgálva Beilock et al. (2010) arra a kérdésre keresték a választ, hogy a tanár matematikai szorongása milyen hatással van a lány- és a fiú tanulók matematikai teljesítményére az első év elején és végén. Az Amerikai Egyesült Államokban az általános iskola alsóbb osztályaiban szinte csak női tanító tanít. Azt figyelték meg, hogy a tanár szorongása és a diákok matematikai teljesítménye között az év elején nincs kapcsolat, azonban az év végére azok a lányok, akik erősebben hisznek a nemi sztereotip képességekben, gyengébben teljesítenek, mint azok a lányok, akik nem azonosulnak ezekkel a nemi sztereotípiákkal, illetve a fiúk teljesítményére. Negatív a kapcsolat a lányok nemi hiedelmének erőssége és a matematikai teljesítménye között, azaz minél erősebben hisz egy lány a nemi sztereotípiákban, annál gyengébb a matematikai teljesítménye. Magyarázatként azt hozzák fel, hogy a lányok szociálisan érzékenyebbek a nemekhez kapcsolódó sztereotípiákra (pl. a fiúk matekban, a lányok olvasásban jobbak). Emiatt a férfi tanár által közvetített sztereotip vélekedésre is ugyanígy érzékenyebbek lennének, bár ez a kutatásban nem vizsgált elem. Továbbá a nemi sztereotípiák az otthoni környezetből is jöhetnek, amivel kiegészítik a tanári hatást Beilock et al. (2010).

Azt gondoljuk, hogy az iskolai karrier elején a nemek szerint nincs eltérés a matematikával kapcsolatos képességek terén, de a tanárok eltérő visszajelzései alapján (akik képviselik a társadalmi sztereotípiákat) a lányokban, akik érzékenyek a nemi sztereotípiákra az erősítődik, hogy nincs megfelelő képességük a matematikához. Ez csökkenti a tárggyal kapcsolatos motivációt, elkerülő magatartást eredményez, ugyanakkor növelheti a matematikai szorongás szintjét, ami együttesen, hosszú távon hatva ronthatja a matematikával kapcsolatos kompetenciát.

A matematikai szorongás kapcsolata egyéb szorongási formákkal

Mint már láttuk, a legkorábbi vizsgálat (Dreger és Aiken, 1957) eredménye szerint van kapcsolat a szorongás és a matematikai szorongás között, bár a kapcsolat gyenge. Dew, Galassi és Galassi (1984) megvizsgálva a különböző szorongások közti kapcsolatot, azt az eredményt kapták, hogy a magas matematikai szorongás szintű személyek hajlamosak magas szintet megütni a teszt-, vonás-, állapot- és általános szorongás terén is. Ezt az eredményt erősíti Ashcraft (2002) is, a magas matematikai szorongással rendelkező emberek más szorongási tesztben is magas pontot érnek el. Szintén ezt támasztja alá Young, Wu és Menon (2012) eredménye, mely szerint a matematikai szorongás esetében azonos idegrendszeri területek ingerlődnek, mint az egyéb szorongásos helyzetekben.

Ugyanakkor a matematikai szorongás a tesztszorongás, vonás- és állapotszorongástól elkülönült szorongási típus. A matematikai szorongás a tesztszorongáshoz áll a legközelebb, mivel mindkettő specifikus, helyzethez kapcsolódó szorongási reakció, ugyanakkor van néhány olyan adat, ami arra utal, hogy a matematikai szorongás, bár hasonlít a tesztszorongáshoz, mégis különálló konstrukció (Hembree, 1990). Például Faust 1992-es doktori disszertációjában (hiv. Ashcraft, 2002) magas- és alacsony matematikai szorongással rendelkező csoporttal egyre nehezedő matematikai- és verbális feladatokat oldatott meg. Mindkét helyzetben a feladatmegoldás közben vizsgálták a kísérleti személyek fiziológiai mutatóit (pl. szívritmus). A magas matematikai szorongású csoportnál a verbális feladatok megoldása közben alig volt változás, ugyanakkor matematika feladatok alatt ez a változás kifejezett volt. Az alacsony matematikai szorongással rendelkező csoportnál sem a matematikai, sem a verbális feladatok alatt nem emelkedtek a fiziológiai mutatók.

A matematikai szorongás és a matematikai teljesítmény közti kapcsolat

Hembree (1990) 151 tanulmány meta-analízise alapján a következő eredményeket kapta: a matematikai szorongás és a matematikai teljesítmény közötti kapcsolat r=-0,34, a matematika élvezete és a matematikai szorongás között az 5-12-es korosztályban a kapcsolat r=-0, 75. A matematikai szorongás 6. osztálytól lineárisan nő a 9-10-osztályig, utána már azonos szinten marad.

A magas matematikai szorongással rendelkezők elkerülik a matematikai helyzeteket, ennek végeredményeként alacsonyabb lesz a matematikai kompetenciájuk és az előmenetelük (Ashcraft, 2002). Az azonban kérdés, hogy egy magas matematikai szorongással rendelkező személy gyenge matematikai teljesítménye minek az eredménye, az alacsony matematikai kompetenciájának, vagy a magas matematikai szorongási szintjének? A következő vizsgálati eredmények erre próbálnak választ adni. Faust, Ashcraft és Fleck (1996) nem találtak szorongási hatást, amikor egész számokkal kellett műveleteket végezni, papír-ceruza módszerrel, idői nyomás nélkül. Ugyanakkor, amikor ezeket a feladatokat online, időmérés mellett kellett végezni, akkor megjelent a szorongás. Ashcraft, Kirk és Hopko (1998) a matematikai szorongás mértéke alapján a kísérleti személyeket alacsony, közepes és magas matematikai szorongású csoportba sorolták. A vizsgálat első részében a 3 csoportnak egész számokkal kellett feladatokat végeznie, ekkor nem jelent meg a szorongás. A második feladatban viszont már vegyesen kellett megoldani feladatokat, köztük törtékkel végzendő műveleteket, százalékkal kapcsolatos számításokat, ismeretlent tartalmazó egyenleteket. Ekkor már megjelent a matematikai szorongás. Azt is megfigyelték, hogy a matematikai szorongás szintje és a feladatok megoldása során mutatott pontosság fordított kapcsolatban van, azaz minél erősebb a szorongás, annál pontatlanabb a feladat megoldása. A vizsgálat konklúziója az, hogy a magas szintű matematikai szorongással rendelkező emberek nem globális matematikai deficittel rendelkeznek, hiszen ők is meg tudják oldani az egész számokkal végzendő műveleteket. A szorongás a magasabb szintű, összetettebb matematikai feladatok során jelent meg.

Ez a vizsgálati eredmény már jelzi, hogy a matematikai szorongás megjelenését nagyban befolyásolja a végzendő matematikai feladat jellege. A következő alfejezetben ezt fejtjük ki részletesebben.

A matematikai feladat jellegének hatása a matematikai szorongás megjelenésére

Ashcraft, Kirk és Hopko 1998-as eredményei arra vezetnek bennünket, hogy a matematikai szorongás a nehéz feladatok során jelenik meg. Ezt az állítást árnyalja Beilock, Feltz és Carr 2002-es kutatása (hiv. Ashcraft, Ridley, 2005), amelyben a résztvevőknek könnyű és nehéz feladatokat kellett megoldaniuk. Ezt követően az összetett, nagy munkamemória igényű feladatmegoldást nagyon sokszor gyakoroltatták a kísérleti személyekkel (48 ismétlés volt), melynek hatására a kezdeti sok hibázás eltűnt. A nyomás negatív hatása csak a nem gyakorlatlan problémáknál jelentkezett.

A matematikai szorongás megjelenésének esetlegességét vizsgálták Beilock, Rydell, McConnel és Carr 2003-as vizsgálatukban (hiv. Ashcraft, Ridley, 2005), ahol azt kutatták, hogy a matematikai feladatmegoldást hogyan befolyásolja az érzelmi reakció. A vizsgálatban részt vevő női kísérleti személyeket megfenyegették egy sztereotip állítással, miszerint a vizsgálatok alapján a férfiak magasabb pontokat érnek el matematikai képességet mérő tesztekben, mint a nők. Ezt követően megfigyelték a résztvevők eredményeit könnyű és nehéz aritmetikai feladatokban. Az eredmények szerint csak a nehéz matematikai feladatoknál mutatott eltérést a fenyegetett csoport eredménye a kontrollhoz képest, itt is csak az újszerű, korábban kevésbé gyakorolt problémáknál, ami azonos a kutatócsoport 2002-es eredményével. Ebből az a következtetésük, hogy az érzelmi reakció, mint a matematikai szorongás vagy indukált sztereotip félelem megszakítja a munkamemória funkcióját, így rontja azoknak a feladatoknak a megoldását, amelyekhez szükséges ennek a működése.

Matematikai szorongás: korlátozott munkamemória kapacitás vagy gyenge gátló folyamatok?

Ashcraft és Faust (1994) kimutatták, hogy a matematikai szorongásnak csak minimális hatása van az egyjegyű összeadási feladatokra és a szorzással kapcsolatos feladatokban. Egyedül a döntéshozatali feladatok érzékenyek a matematikai szorongásra, ahol a vizsgálat eredménye szerint igaz-hamis döntés meghozatala során többet hibáztak a magasan szorongó emberek (pl. Igaz-e az alábbi összeadás eredménye? 9+8=39). Továbbá a nagy számokkal végzett aritmetikai feladatok (kétjegyűek összeadása, szorzása) is lényeges matematikai szorongást váltanak ki. Az ilyen helyzetben a magasan szorongó emberek gyorsan válaszolnak, gyorsabban, mint az alacsonyan szorongók, így azonban gyakran hibáznak. Vélhetően a gyorsasággal az a célja egy magas matematikai szorongással rendelkező embernek, hogy minél kevesebb időt töltsön a matematikai feladat megoldásával, ezzel minél kevésbé involválódjon a számolási helyzetben, ezzel azonban növeli a hibázás valószínűségét. Ashcraft és Faust (1994) eredménye alapján az összeadási helyzetek közül azok válnak a legnehezebbé a magas matematikai szorongással rendelkező emberek számára, ahol maradékot kell továbbvinni, ez akár megháromszorozhatja a kiszámításhoz szükséges időt, szemben azokkal a feladatokkal, ahol nincs maradék. Ashcraft és Faust (1994) ezt azzal magyarázták, hogy a maradék fejben tartása erősen igénybe veszi a munkamemóriát, továbbá a matematikai szorongás kapcsolatban áll azokkal a kognitív műveletekkel, amelyek igénybe veszik a munkamemória erőforrásait.

Ashcarft és Kirk 2001-es vizsgálatukban egy- és kétjegyű összeadási problémákat teszteltek kétféle helyzetben. Az első feladatban mentális számolást kellett végezni, közben random betűkre kellett emlékezni. A második feladat nehezebb volt, hiszen több betűt (2 vagy 6 betűt) kellett megtartani, majd az összeadás végeredményét követően felidézni. Eredményük szerint az összeadási feladat megjelenésekor a magas matematikai szorongással rendelkező kísérleti személyek hibázása megnőtt az alacsony matematikai szorongással rendelkező személyekhez képest. A második típusú feladat közül is a 6 betű megtartását igénylők bizonyultak a legnehezebbnek, hiszen ez vette igénybe leginkább a munkamemória kapacitását, amit a magas matematikai szorongású csoportnál tovább csökkentett maga a szorongás, így a számolásra nagyon kevés munkamemória kapacitás maradt. Ez eredményezte a nagy hibázási százalékot. Nagyon érdekes eredményük továbbá az, hogy a vizsgálat előtt felmérték a kísérleti személyek munkamemória kapacitását, és nem volt különbség a matematikai szorongási szintben eltérő egyének között, ha verbális feladattal vizsgálták, azonban megjelent a különbség a munkamemória kapacitásban, ha aritmetikai feladattal vizsgálták a munkamemória kapacitásukat. Tehát a matematikai szorongásos személyeknek nem generálisan alacsony a munkamemória kapacitásuk, csupán a számok indítják be a csökkent kapacitási szintet.

Ashcraft 2002-es tanulmányában azt vizsgálta, hogy amikor idői nyomás mellett kell egész számokkal műveleteket végezni, megjelenik-e a matematikai szorongás. Eredménye szerint az időmérés elegendő volt ahhoz, hogy kiváltódjon a matematikai szorongás. Következtetése szerint a matematikai szorongás megszakítja a kognitív folyamatot azzal, hogy veszélyezteti a folyamatban levő aktivitást a munkamemóriában. Ashcraft és Krause (2007) szerint valakinek a matematikára vonatkozó félelme és szorongása, mint egy „másodlagos feladat”, azokat az erőforrásokat gyengíti, amelyek elengedhetetlenek az aritmetikai feladatok elkészítésében.

Feldolgozás hatékonysági elmélet (Processing efficiency theory; Eysenck, Calvo, 1992)

A fenti eredmények alátámasztják Eysenck és Calvo (1992) feldolgozás hatékonysági elméletét. Eszerint a generalizált szorongás megszakítja a munkamemória folyamatot azáltal, hogy a szorongás állapotával kapcsolatos tolakodó gondolatok elvonják az ideges személy figyelmét a számolási feladatról. Ez a jelenség megfigyelhető matematikai helyzetben, ahol a személy figyelmét eltereli a megoldandó feladatról a matematikával kapcsolatos félelem. Ennek mértéke azon múlik, hogy az adott matematika feladat milyen mértékben veszi igénybe a munkamemóriát, ha nagyon, akkor a szorongás nagymértékben ront a produkción (például maradékos számolási feladat során, vagy valamilyen összetett feladat végzésekor például százalékszámítás, ismeretlenes egyenlet, algebra feladat elvégzése). Azonban, ha kevésbé igényli a munkamemóriát az adott feladat, akkor a szorongás kevésbé ront a megoldás színvonalán, például egyszerű, egyjegyű számokkal végzett összeadás, szorzás, ha nincs maradék a számolás során. Egy kivételt találtak ez a becslési feladat, ahol a szorongás a számérzék, azaz a „number sense” ellen dolgozik (Dehaene, 2003).

Gátló teória (Inhibition theory; Connelly, Hasher, Zacks, 1991)

Amikor a gátló folyamatok jól működnek, az egyén képes az elvégzendő feladatnak adekvát információk kiemelésére, és az interferáló egyéb ingerek gátlására. Azonban, ha ez a gátló folyamat nem működik kielégítően, a munkamemória kapacitását felemészti az irreleváns információ feldolgozása, ami gyenge teljesítményt eredményez az elsődleges feladat megoldásában. Hunt, Clark-Carter, Sheffield 2014-es vizsgálatukban az volt a hipotézisük, hogy negatív kapcsolat van a matematikai szorongás és a végrehajtás között komplex összeadási probléma esetén, ha a számolás során van maradék, amit tovább kell vinni, de nincs köztük összefüggés, ha az összeadás során nincs maradék. Továbbá azt feltételezték, hogy negatív kapcsolat van a tolakodó, zavaró gondolatok hatásának önbeszámolója és az összeadási feladat megoldásának hatékonysága között. Eredményeik alapján az átlagos válaszadási idő szignifikánsan hosszabb volt akkor, ha a maradékot tovább kellett vinni, ugyanakkor szignifikánsan több hibát is vétettek ezekben a feladatokban a kísérleti személyek. A matematikai szorongás kapcsolatban áll a magasabb hiba szinttel azoknál a problémáknál, ahol szükség volt az átviteli műveletre. Ezekben az esetekben a zavaró gondolatok mértéke összefüggést mutat a hiba szinttel, így eredményük támogatja a matematikai szorongás gátló elméletét.

A Feldolgozás hatékonysági elmélet és a gátló teória integrálását javasolja Hopko, Ashcraft, Gute, Ruggiero, Lewis (1998) s ezzel széleskörű magyarázattal szolgálhatunk a matematikai szorongás és a munkamemória kapacitása között. Azzal érvelnek, hogy a magas matematikai szorongással rendelkező személyeknek esetleg nehézségeik vannak a figyelmet megzavaró, tolakodó, gyötrő gondolatok gátlásában. Vizsgálatukban a közepes és magas matematikai szorongással rendelkező csoportnál gyenge volt a gátló kontroll, amit azzal bizonyították, hogy a kísérleti személyeknek olyan szöveget kellett felolvasniuk, amiben irreleváns információk is voltak. A közepes és magas matematikai szorongással rendelkező személyeket, szemben az alacsony szorongási szinttel rendelkezőkkel, megzavarták az irreleváns információk, amik növelték az olvasáshoz szükséges időt.

Maloney, Risko, Ansarit és Fugelsang (2010) az eddig bemutatottakkal szemben sokkal elemibb szintet vizsgáltak. Matematikai szorongással rendelkező személyeket hasonlítottak össze nem szorongásos csoporttal, miközben vizuális számbavételi feladatot végeztek, mellyel két alapvető számolási folyamatot, a szubitizációt és a számlálást vizsgálták. A matematikai szorongásos csoport deficitet mutatott a számlálási területen a kontroll csoporthoz képest, de a szubitizációban nem, továbbá a csoportok közti eltérést a munkamemória mediálja. Ezek az eredmények arra mutatnak, hogy a matematikai szorongás jóval alapvetőbb számolási szinten is érezteti hatását, mint ahogy azt eddig feltételeztük.

Vukovic, Kieffer, Bailey és Harari (2013) 2. és 3. osztályos gyerek longitudinális vizsgálatukban a gyerekek matematikai szorongása és az összeadási, kivonási feladatokban nyújtott teljesítménye illetve a matematikai szorongás és a matematikai alkalmazások (szöveges feladatok, valószínűség, táblázat értelmezés) között negatív kapcsolatot kaptak. Ugyanakkor a matematikai szorongás és a geometria között nem találtak kapcsolatot. Eredményük megerősíti, hogy a matematikai szorongás gyökerei kora gyerekkorba nyúlnak vissza. Továbbá vizsgálatuk arra is mutat, hogy a matematikai szorongás nem csak arra van hatással, hogy a kisgyerekek hogyan oldják meg a matematikai feladatokat, de arra is, hogy mennyi matematikai feladatot oldanak meg. Vukovic et al. (2013) azon eredménye különösen fontos lehet, hogy a matematikai szorongás egy különleges típusú egyéni különbsége a gyerekek számolási képességeinek és matematikai feladat megoldásának, de nem vonatkozik a geometriai érvelésre, azaz a matematikai szorongás nem hat egységesen minden típusú matematikai teljesítményre. Ez azért fontos, mert ebből az is következik, hogy a matematikai szorongás mérése nem tartalmazza a geometria specifikus szorongást. A számolási képesség és geometriai feladatmegoldás közti szakadék magyarázata lehet az, hogy a számolásnak és matematikai feladatoknak a szimbolikus számrendszer az alapja, így a számolási hatékonyság ezeken a formális rendszereken alapszik. Ezzel szemben a geometriai gondolkodásnál nem involválódnak a számok, sokkal inkább téri elemek és a geometriai forma attribútumai közti kapcsolatok.

A téri képesség és a matematikai szorongás kapcsolatát vizsgálta Ferguson, Maloney, Fugelsang és Risko (2015). Az eredmények azt igazolja, hogy a magas matematikai szorongással rendelkező egyének rosszabb irány érzékkel rendelkeznek (sense-of-direction), téri szorongásuk és általános szorongásuk kifejezettebb, és rosszabbul teljesítenek a „kicsi és nagy téri képesség skála" (small- and large-scale spatial skills) nevű viselkedéses teszten. Konklúziójuk az, hogy az általuk vizsgált tényezők közül a téri szorongás, az általános szorongás és a „kis skála téri képesség" a legmarkánsabb bejóslója a matematikai szorongásnak.

Az utóbbi két kutatásban differenciálódni látszik a szorongás, illetve az egységes matematikai szorongás megfogalmazása. Vukovich et al. (2013) a geometriai szorongás fogalmát különíti el a matematikai szorongás fogalmától, Ferguson et al. (2015) pedig a téri szorongás fogalmának viszonyát vizsgálja a matematikai szorongással.

A továbbiakban tekintsük át a matematikai szorongás mérésére kialakított mérőeszközöket és a MAS-UK magyar adaptációját.

A matematikai szorongás mérése

A matematikai szorongás mérésére létrehozott első mérőeljárást, mint láttuk, Dreger és Aiken (1957) alakították ki. Az első valódi teszt a Richardson és Suinn által 1972-ben publikált 98 itemes matematikai szorongást mérő skála (Mathematics Anxiety Rating Scale; MARS). Egyetemi hallgatókon bemérve a teszt-reteszt korreláció 0,85, a Cronbach α=0,97. A validitást a szerzők egyrészt a matematikai teljesítmény és a tesztpontszám közötti negatív korrelációval (r=-0,64), másrészt azzal demonstrálták, hogy a viselkedésterápiában részt vett hallgatók tesztpontszáma szignifikánsan csökkent. Capraro, Capraro és Henson (2001) 67 tanulmány metaanalízise alapján azt kapták, hogy a Cronbach α átlaga 0,91, a teszt reteszt korreláció átlaga 7 tanulmány alapján 0,84. A jó pszichometriai mutatók ellenére a teszt hosszúsága miatt és azért, mert egyetlen dimenziót (a matematikai szorongást) mér, a későbbiekben több, rövidebb és több dimenzión mérő kérdőívet alakítottak ki. Ilyen például Plake és Parker (1982) 24 itemes, 2 faktoros (Matematika tanulási szorongás és Matematikai feladat szorongás) tesztje (MARS-R), amely nagyon magas belső reliabilitással rendelkezik vagy Alexander és Martray (1989) rövidített MARS kérdőíve (shortened MARS-sMARS), mely 25 itemet tartalmaz és 3 skálán méri a matematikai szorongást: „Matematikai teszt szorongás", „Matematika órai szorongás" és a „Numerikus feladat szorongás". A későbbi megerősítő faktoranalízis vizsgálatok azonban azt mutatták, hogy a konstrukciójuk nem megfelelő: A MARS-R 24 állítása közül 12-őt el kellene hagyni, hogy az illeszkedési mutatók elfogadhatóak legyenek (Hopko, Mahadevan, Bare és Hunt 2003), az sMARS estén szintén nem megfelelőek az illeszkedési mutatók, amit 5 nem megfelelő tétel okoz (Baloglu és Zelhart, 2007).

Hopko et al. (2003) a MARS-R-ből állítottak elő egy 9 itemes, rövidített matematikai szorongás tesztet (Abbreviated Math Anxiety Scale- AMAS), amely ugyanazt a 2 skálát tartalmazza, mint az eredeti teszt. A szerzők vizsgálata alapján a pszichometriai mutatók megfelelőek.

Hunt, Clark-Carter és Sheffield 2011-ben publikálták „Az Egyesült Királyság matematikai szorongást mérő kérdőíve" néven (U.K. Scale for Matematics Anxiety) tesztjüket, amely az eredeti MARS (Richardson és Suinn, 1972) rövidített és néhány új tétellel kiegészített változata. A szerzők szerint azért kellett néhány állítást módosítani, mert noha az eredeti MARS angol nyelvű, az állítások egy része az USA-Brit kulturális különbségek miatt a brit diákok számára nehezen értelmezhető vagy félreérthető. Ugyanilyen problémákat okoz az AMAS is (Hunt et al., 2011). A teszt eredetileg 38 itemet (28 az eredeti MARS-ból, 10 új) tartalmazott, amelyből a feltáró faktoranalízis után 23 maradt meg (kiesett az új kérdések egy része is), amelyek 3 faktort, azaz skálát alkotnak. Ezek a következők: „Matematikai műveletekkel kapcsolatos szorongás", „Matematikai szorongás mindennapi vagy társas helyzetekben" és a „Matematikai obszervációs szorongás" (Hunt et al., 2011). A kérdésekre 5 fokú Likert-típusú skálán kell válaszolni az 1 (egyáltalán nem)-től az 5 (nagyon)-ig.

A teszt pszichometriai paraméterei nagyon jók, a Cronbach α a teljes tesztre 0,96, az 1-3 alskálákra rendre 0,92, 0,85 és 0,89. Az időbeli stabilitás, a teszt-reteszt korreláció a teljes tesztre r=0,89, az egyes alskálákra sorrendben r=0,90, r=0,73 és r=0,80. A validitást a matematikai szorongás, a matematikai teljesítmény és a vonás szorongás kapcsolatával vizsgálták. A matematikai szorongás a matematika teljesítménnyel fordított kapcsolatban van (r=-0,40), a vonásszorongással gyenge, de szignifikáns a kapcsolata (r=0,22) (Hunt et al. 2011).

Mivel a fejlesztőprogramunk lebonyolításakor nem állt rendelkezésre magyar nyelven matematikai szorongást mérő teszt, és a fejlesztés során kiderült, mennyire szükség lenne rá, ezért egy jól használható és a pszichometriai mutatóit tekintve is jó tesztet kerestünk. Választásunk a Hunt et al. (2011) által kidolgozott MAS-UK kérdőívre esett. Mint láttuk, egyrészt igyekeztek kiküszöbölni a kulturális különbségeket, ami vélhetően a magyar mintában fokozottabban megjelenhet, másrészt a teszt nem csak a szokásos matematikai feladatok kapcsán méri a matematikai szorongást több dimenzióban, hanem a hétköznapi, társas helyzetekben megjelenő matematikai szorongást is méri, ez pedig az általunk áttekintett tesztek közül egyedülivé teszi.
A teszt lefordítása során a 7. állítást kicsit módosítottuk, az eredeti „ossz el 9,36 fontot 4 felé" helyett „936 forintot 4 felé-re", elsősorban azért, mert a 6. osztály előtt még nem tudnak tizedes törtekkel számolni és ugyancsak ezért a 9. állításban az eredeti „algebra" kifejezést az „egyenlet" kifejezésre írtuk át. A visszafordítás majd pontosítás után 512 diákkal vettük fel a kérdőívet[5] (ld. a fejezet végén). Az iskola típusonkénti eloszlásukat a 3. táblázat mutatja.

	alsó tagozatosok (3-4. osztály)	felső tagozatosok (5-8. osztály)	gimnázium	egyetem	Összesen
Fiú	34	82	54	36	206
Lány	45	82	65	114	306
Összesen	79	164	119	150	512

3. táblázat A tesztet kitöltő diákok neme és létszáma az egyes iskolatípusok szerint.

[5] Köszönet a teszt kialakításában és felvételében nyújtott segítségért Bernáth Lászlónak, George N. Bernathnak, Lukács Ferencnek, Lukács Alexandrának, Peitler Viktóriának és Zsidó Andrásnak.

A MAS-UK faktorszerkezete

Az eredeti faktorstruktúrát megerősítő faktorelemzéssel vizsgáltuk, maximum likelihood módszerrel. A CMIN/DF=3,37 (χ2=766,6, df=227 p<0,001). Ezen mutató értéke felette van a Tabachnick és Fidell (2007) által ajánlott 2 értéknek, tehát nem elfogadható. Az RMSEA=0,068 (a konfidencia intervallum 0,63-0,74) felette van az ajánlott 0,06 (Hu és Bentler, 1999) értéknek, bár határesetnek számít, így ez sem elfogadható. Az NFI=0,81; CFI=0,86; IFI=0,86; TLI=0,0,84; GFI=0,88. Ezen mutatók egyike sem éri el az elvárt 0,95-ös értéket (Hu és Bentler, 1999), de a korábbi, megengedőbb 0,9-et sem (ez utóbbi paraméterek a szerzők eredeti vizsgálatában sem érték el a 0,95-ös értéket, csupán a 0,9-est).

Ezért feltáró faktorelemzést végeztünk főkomponens elemzéssel és varimax forgatással, a KMO=0,91. Az eredmények alapján 3 faktort kaptunk, amelyek a varianca 51,3%-át magyarázzák, ezen belül az F1 (Matematikai szorongás mindennapos/társas helyzetekben) 18,8%, F2 (Matematikai műveletekkel kapcsolatos szorongás) 17,6%, az F3 (Matematika obszervációs szorongás) 14,9%. A faktorszerkezetet a 4. táblázat mutatja. Visszakaptuk az eredeti Hunt et al., (2011) által készített teszt faktorszerkezetét két kivétellel. Az 1., 10., 19. itemek nem tartoznak egyik faktorba sem, így ezeket el kell hagyni. További 2 állítás (7. és 17.) nem csak egy faktorra tölt, hanem mindegyik kettőre. Ez tartalmilag érthető, hiszen „7. Ha megkérnek, hogy ossz el 936 Forintot 4 felé." egyrészt matematikai műveletet hív, másrészt társas elemet is tartalmaz, ugyanígy a „17. Amikor matematika órán ülsz." egyrészt a matematika órán nyilván előjön a matematika obszervációs szorongás, másrészt matematika órán matematikai műveleteket szoktak végezni.

A teszt konzisztenciája megfelelő, a teljes skálára a Cronbach α=0,893, a Matematikai szorongás mindennapos/társas helyzetekben skálán a Cronbach α=0,818, a Matematikai műveletekkel kapcsolatos szorongás skálán a Cronbach α=0,833, a Matematika obszervációs szorongás skálán a Cronbach α=0,808. Az időbeli stabilitás vizsgálatát 70 egyetemi hallgatóval végeztük, a két tesztfelvétel között 4 hét telt el. A teszt –reteszt korrelációk: a teljes tesztre r=0,883, a *Matematikai szorongás mindennapos/társas helyzetekben* skálán r=0,861, a *Matematikai műveletekkel kapcsolatos szorongás* skálán r=0,897, a *Matematika obszervációs szorongás* skálán r=0,817. Hasonlóan magas értékeket kaptunk, mint Hunt et al. (2011), ezek alapján a teszt megbízhatóan mér.

	F1	F2	F3
13. Ha ki kell számolnod, hogy mennyit kellett volna visszaadnia a pénztárosnak a boltban, miután több dolgot is vettél.	,696	-	-
22. Ha ki kell számolnod, mennyibe fog kerülni összesen, amit a boltban vettél.	,658	-	-
14. Ha el kell döntened, hogy mennyi pénzt kell kérned mindenkitől, miután vettél valamit, aminek az árát elosztjátok magatok között.	,634	-	-
5. Azt számolva, hány nap van még valaki születésnapjáig.	,619	-	-
4. Ha megkérnek, hogy add össze egy teremben lévő emberek számát.	,611	-	-
2. Ha meg kell számolnod egy halom aprópénzt.	,573	-	-
8. Ha kapsz egy telefonszámot, és emlékezned kell rá.	,508	-	-
11. Ha ki kell számolnod, hogy mennyi időd van még az iskolába indulásig.	,457	-	-
19. Ha az órán azt a feladatot kapod, hogy tanuld meg az egyik szorzótáblát.	-	-	-
18. Amikor matematika órán kiderül, hogy röpdolgozatot írtok.	-	,771	-
6. Amikor dolgozatot írsz matematikából	-	,711	-
23. Amikor a tanár egy matematikával kapcsolatos kérdést tesz fel neked az osztály előtt.	-	,682	-
3. Ha megkérnek, hogy írj fel egy eredményt a táblára az osztály előtt matematika órán.	-	,674	-
7. Ha megkérnek, hogy ossz el 936 Forintot 4 felé.	,471	,535	-
21. Ha arra kérnek, hogy számold ki a háromötödöt százalékban.	-	,528	-
10. Ha ki kell számolnod több szorzási feladatot írásban.	-	-	-
1. Valaki néz, miközben papíron szorzol (pl. 12x23).	-	-	-
12. Amikor hallgatsz valakit, aki a matematikáról beszél.	-	-	,713
15. Amikor a matematika tankönyvet olvasod.	-	-	,698
9. Ha azt a szót olvasod, hogy egyenlet.	-	-	,626
16. Ha látsz valakit, aki nehéz matematika feladatot old meg.	-	-	,625
20. Amikor látod, hogy a tanár egyenleteket ír a táblára.	-	-	,596
17. Amikor matematika órán ülsz.	-	,535	,562

4. táblázat A faktoranalízis eredményei (a 0,45 alatti faktorsúlyokat nem jelöltük)

A validitást úgy vizsgáltuk, hogy tanár szakos hallgatók 2 csoportjának eredményét hasonlítottuk össze a tesztben. Az egyik csoportba azok kerültek, akiknek mindkét szakja valamely természettudományi tantárgy, ezen belül az egyik matematika (29 fő). A másik csoportba olyan diákokat válogattunk, akiknek mindkét szakja bölcsészettudományi (61 fő). A független mintás t-próbák (lásd 5. táblázat) alapján mindegyik alskálán és a teljes teszten is szignifikánsan magasabb pontot értek el a bölcsészek, mint a matematika-természettudomány szakosok, azaz magasabba a matematikai szorongásuk minden helyzetben.

		N	Átlag	Szórás	t(88)	p
F1	matematika-ttk	29	14,7586	4,25655	2,665	p<0,01
	bölcsész	61	18,7213	7,43669		
F2	matematika-ttk	29	14,0000	4,78091	4,996	p<0,01
	bölcsész	61	21,1639	6,97180		
F3	matmatika-ttk	29	7,5862	2,67952	3,885	p<0,01
	bölcsész	61	11,4426	5,00508		
F	matematika-ttk	29	36,3448	9,95086	4,592	p<0,01
	bölcsész	61	51,3279	16,14489		

5. táblázat Természettudományi és bölcsészettudományi szakos hallgatók eredményei a három alskálán és a teljes skálán.

Összegzés

A matematikai szorongás kapcsolatban áll a gyenge matematikai teljesítménnyel. Ha valakinek magas a matematikai szorongás értéke, ha teheti, elkerüli azokat a helyzeteket, ahol matematikával kellene foglalkozni. Ha nem tudja elkerülni, akkor minimalizálja azt az időt, amit a feladat megoldásra fordít, függetlenül attól, ha ezzel növeli a hibázás valószínűségét.

A megoldandó matematikai feladat nagymértékben befolyásolja a matematikai szorongás megjelenését: az összetett, még nem begyakorolt feladatok, idői nyomás mellett végzett, munkamemóriát erősen igénybe vevő feladatok, mint a maradék átvitelét igénylő alapműveletek bizonyítottan kiváltják a matematikai szorongás. A feladatok gyenge teljesítésében szerepe lehet a matematikai szorongás által lecsökkent munkamemória kapacitásnak, és az irreleváns információk kiszűrésének hiánya.

A matematikai szorongás nagyon sokféle komponens együttese. Egészleges képet nem tudunk még alkotni róla, de a kutatások eredményei alapján már jobban látjuk azokat a faktorokat, amelyek növelik a megjelenésének valószínűségét. Ezek a kutatások nagyon fontosak amiatt, hogy iskolai és otthoni környezetben hogyan tudjuk minél hatékonyabban elkerülni azokat a körülményeket, amelyek kiváltják és megerősítik a gyerekekben a matematikai szorongás jelenségét, ezen keresztül pedig a matematikával kapcsolatos elkerülő viselkedést.

Adaptáltuk Hunt et al. (2011) MAS-UK matematikai szorongást mérő tesztjét (ld. melléklet), amely az 512 fős 3. osztályostól egyetemi hallgatóig terjedő minta alapján jó pszichometriai jellemzőkkel rendelkezik. Ez a teszt segítheti a gyógypedagógusokat és a matematika tanárokat abban, hogy kiszűrjék azokat a diákokat, akiknek a matematikai teljesítménye nem a kompetencia hiánya miatt gyenge, hanem az erős matematikai szorongástól. A szorongó diákok kiszűrésén túl abban is segíthet a teszt, hogy a pedagógus tudatosíthatja magában ezt a jelenséget, ezzel nagyobb eséllyel kerülheti el azt, hogy a diákokat olyan helyzetbe hozza, ami kiválthatja ezt a fajta szorongást.

DISZKUSSZIÓ

Közel 20 éve jelent meg a kognitív pszichológia vizsgálati módszerei között az fMRI, ami nagy előrelépést jelentett a matematikai megismerés kutatásában is. A korábbi klasszikus, közvetett vizsgáló eljárások után az idegrendszeri lokalizáció megjelenésével elhalványultak az egységes, minden matematikai feladattal kapcsolatos tevékenységet modelláló elméletek jelentősége. A kérdés már nem az, hogy melyik/milyen számreprezentációs modell tud egységes magyarázatot adni a számtalan aritmetikai jelenségre, hanem egy bizonyos számolási folyamat részterületének pontos idegrendszeri lokalizációja. A legújabb vizsgálatok még tovább lépnek, azt igyekeznek feltárni, hogy melyik régiók hogyan és milyen mértékben, milyen időzítéssel kapcsolódnak egymáshoz és milyen mértékben vesznek részt a feldolgozásba (Klein et al., 2014).

A számolási folyamatok kapcsolatban állnak a téri képességekkel, amit egyrészt a neuronális átfedés bizonyít (Dehaene et al., 1999, Hubbard és Piazza, 2005), továbbá 0-3 napos újszülötteknél is igazolták, hogy kapcsolatban van a téri terület és a mennyiség reprezentációja (de Hevia et al., 2014). Tosto et al. (2014) pedig a téri és a matematikai képesség kapcsolata genetikai- és környezeti hátterének arányát mutatták ki iker vizsgálatokkal. Más kutatások pedig azt mutatták ki, hogy a különböző életkorokban is fennáll ez a kapcsolat, például az 5 éves kori téri képesség szignifikánsan bejósolja a 8 éves kori hozzávetőleges szimbolikus számolást (Gunderson et al., 2012). Továbbá ezt a kapcsolatot igazolták általános iskolásoknál (Lachance és Mazzocco, 2006) és egyetemistáknál is (Thompson et al., 2013).

A téri képesség fejleszthetőségét geometriai idomok, minták hajtogatásával már fél évszázaddal ezelőtt kimutatta Brinkmann (1966). A téri képesség különböző módszerekkel fejleszthető, indirekt módon, például origamival (Shumakov és Shumakov, 2000, Cakmak et al., 2014), vagy direkt módon, például mentális forgatással (Cheng és Mix, 2014). A téri képességek fejleszthetőségének átfogó elemzését végezte el Uttal et al., (2013) 217 fejlesztő tréninget vizsgáló tanulmány metaanalízise alapján. Eredményük szerint a tréningek hatékonyak, a téri képesség fejleszthető.

A kezdeti, homogén „diszkalkulia", majd „fejlődési diszkalkulia" probléma mostanra nagyon heterogén, multidimenzionális „matematikai tanulási nehézség" problematikává vált (Dowker, 2005a, b). A fejlődési diszkalkulia, matematikatanulási nehézség, matematikai nehézség tüneteiben egyrészt megjelennek terület specifikus problémák, mint például a számmennyiség feldolgozásának nehézsége. Másrészt fontos szerepük van az általános területek gyengeségének is: a munkamemória kapacitásának korlátozottsága, hiányosság a fonológiai tudatosságban, vagy túlzott érzékenység az interakciókra a hosszú tartamú memóriában, ami a megtanult számtények felidézését nehezíti. A terület specifikus és terület általános problémák az egyes konkrét esetekben eltérő mértékben játszanak szerepet és ez okozhatja a fejlődési diszkalkulia, matematikai nehézség profiljának heterogenitását, ugyanakkor magyarázhatja a fejlődési diszkalkuliával gyakran együtt járó más tanulási problémák megjelenését is, mint a diszlexia, vagy az ADHD. A korábbi, statikus megközelítéshez képest újdonságot jelent a numerikus megismerés négylépéses fejlődési modellje, (von Aster és Shalev, 2007), illetve a fejlődési diszkalkulia heterogenitását bemutató modell (Henik et al., 2015).

Noha a téri képesség és a matematikai képesség kapcsolata elég régóta ismert (pl. Dehaene et al., 1993), azt pedig még régebben tudjuk, hogy a téri képesség fejleszthető (Brinkman, 1966), mégis Stieff és Uttal (2015) az elmúlt 30 évben a témában megjelent tanulmányokat áttekintve, csak 6 olyan publikációt találtak, ahol a téri fejlesztés hatását vizsgálták a természettudományos, mérnöki és matematikai képességekre. Ezek közül csak egyetlen tanulmány szól a matematikai képesség javulásáról a téri képesség fejlesztésén keresztül (Cheng és Mix, 2014), ám ennek az eredménye nem egyértelmű, a mentális forgatás gyakorlásával ugyan javult a szám kiegészítéses feladat megoldása, de nem kaptak javulást az egyszerű aritmetikai műveletekben. Azt pedig, hogy a számolási nehézség (diszkalkulia) esetén a téri képesség fejlesztését fel lehetne használni a matematikai képességek fejlesztésére, egyáltalán nem vizsgálták.

Ezért egy olyan fejlesztő tréninget dolgoztunk ki számolási nehézséggel küzdő gyerekeknek, amely a téri képességet javító elemeket tartalmaz úgy, hogy az számukra is érdekes legyen. Azt vizsgáltuk, hogy az origami, a térbeli testek hajtogatása és a gyöngyfűzés segítségével élvezetes, játékos formában fejleszthető-e a téri- és ezen keresztül a matematikai képesség. Azért döntöttünk ezek mellett, mert a mozgásnak, azon belül a manuális tevékenységnek van jelentős szerepe a téri képesség fejlődésében, továbbá a térbeli tárgyakkal való manipuláció az, ami a téri képességeket igazán fejleszti (Séra és mtsai, 2002). Fejlesztő programunkba 5. és 6. osztályos gyerekek vettek részt. Azért ezt a korosztályt választottuk, mert egyrészt ekkor kerülnkek legnagyobb számban hagyományos fejlesztésre, másrészt ebben az életkorban a téri képességek még biztosan javíthatóak (Séra és mtsai, 2002). A 10 hetes, heti egyszer 60 perces tréning hatására a számolási nehézséggel küzdő 5. és 6. osztályos gyerekek teljesítménye mind a téri, mind a matematikai feladatokban jelentősen javult a matematikai nehézséggel küzdő kontroll csoporthoz képest. A téri feladatokban annyira erős volt ez a fejlődés, hogy utolérték a normál kontroll csoport teljesítményét, a számolási feladatokban ugyan nem érték el ezt a szintet, de fejlődésük így is jelentős volt, erősen megközelítették a normál csoportot. Emellett nem specifikus hatásként csökkent a szorongásuk és fluensebbek, rugalmasabbak lettek a kreativitási teszt eredménye és a fejlesztő foglalkozás alatt megfigyelt viselkedésük alapján. Ez a fajta kiscsoportban végzett közös munka az egyéni fejlesztő munkához képest jobban segíti a tagok közti kooperációt, a mások elfogadását valamint saját teljesítményük, gondolataik felvállalását, amit a tanulási nehézséggel küzdő gyerekek esetében különösen hiányosnak láttunk.

A fejlesztőprogram és a vizsgálat újszerűsége az, hogy sikerült egyértelműen kimutatni azt, hogy a téri képesség hosszú idejű, indirekt fejlesztésének hatására fejlődnek az elemi számolási képességek is a matematikai nehézséggel küzdő gyerekeknél.

Mivel a vizsgálat idején nem ált rendelkezésre matematikai szorongást mérő teszt, ezért elvégeztük a MAS-UK magyar adaptációját, hogy a tervezett további vizsgálatokban már felhasználhassuk. Az eredeti MAS-UK kérdőív - 3 tétel (az eredeti 1., 10., és 19.) elhagyása után – jó reliabilitással rendelkezik, mind a Cronbach alfák, mind a teszt reteszt korrelációk magasak (0,8 felettiek).

Tapasztalatok a praxisra vonatkozóan[6]

A fejlesztő foglalkozás irányítása, kiscsoportos szervezési formája és a biztonságos, oldott légkör megteremtése további *nem specifikus, indirekt* hatást gyakorolt a gyerekekre. Fejlesztő módszerünk a közvetlen téri és matematikai készségek fejlesztésén túl a tanuláshoz, teljesítményhez való hozzáállást is igyekezett megváltoztatni.

1. Szorongás oldása:

A fejlesztő foglalkozáson sikerült a feladathoz való hozzáállást eltolni az oldás irányába. Az o*ldott légkör* általánosan hat a szorongásra, csökkenti azt, így a tanulási helyzetekre is

[6] Köszönöm az ELTE PPK Iskolapszichológia Tanszékének segítségét a kutatással kapcsolatos együttgondolkodásban. Név szerint N. Kollár Katalin, Bernáth László, Forrás-Biró Aletta, Shildné Pulay Klára, Solymosi Katalin, Nagy János, Gyebnár Viktória, Füzi Virág, Ágoston Csilla.

pozitívan hat, ezáltal segít a matematikában is, továbbá lehetőséget ad a rugalmas gondolkodásra is.

2. Didaktikus vezetés, a szervezett munkavégzés tervezése, tanítása:

A fejlesztő foglalkozás alatt vezetőként nagyon tudatos törekvés volt, hogy segítsem a feladat elvégzéséhez szükséges lépések megtervezését és kivitelezését, ezzel a *tervezés és fókuszálás* készségét igyekeztem fejleszteni. A szervezett munkavégzés lépéseinek gyakoroltatása transzferálható az aritmetikai feladatok végzésére, ahol szintén sok lépésen kell áthaladni a helyes végeredmény eléréséhez.

A *probléma megoldási képességüket* is igyekeztem fejleszteni azzal, hogy amikor nehézségbe ütköztek, ahelyett, hogy megmondtam volna a megoldást, igyekeztem rávezetni őket (pl. „Hogyan oldanád meg ezt a problémát?”).

Végül a c*élállítás, a produktum hangsúlyozása* is fontos elem volt a módszerünkben. Ezt egyrészt úgy valósítottam meg, hogy miden óra végén mindenki bemutatta, hogy mit készített, másrészt a 10 alkalom végén egy kiállítás során a szülőkkel újra megnéztük mindenki összegyűjtött félévi munkáját.

3. Kiscsoportos forma, mint eszköz:

A kiscsoportos forma lehetővé tette a gyerekek *verbális megnyilatkozásainak* gyakoroltatását, ami a gátlásos gyerekek számára gyakran nehéz feladatnak bizonyult (pl. „Mutasd be a csoportnak a munkádat!”).

A probléma megoldási készségük gyakoroltatásának van egy másik aspektusa, amikor egy nehézség megoldásához a *kooperációs készségüket* igyekeztem fejleszteni azzal, hogy ahelyett, hogy én segítettem volna, a társaik felé irányítottam őket (pl. „Kérj segítséget!” „Segíts a társadnak!”).

Az *önkifejezést* könnyen elkészíthető tárgyakkal, látványos, egyéni díszítéssel igyekeztem támogatni. Az egyéni díszítés megvalósításával a *kreatív feladatmegoldás* volt a célom, amit külön feladattal is igyekeztem erősíteni (Pl. „Rajzolj egy fantázia virágot!”). Másrészt a *gondolkodásuk rugalmasságának* növelése is célom volt, ami transzferálható a matematikai problémák megoldására.

Az általunk kidolgozott technika egyrészt értelmezhető úgy, mint új megközelítés a fejlesztő módszerek terén (oldottság, játékosság, motiváltság), ami párhuzamban áll a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek lelki beállítottságával (motiválatlanság, szorongás). Másrészt olyan részterületeket fejleszt, amelyek közvetlenül vagy közvetetten pozitívan hatnak a számolási képességre.

Ez a két aspektus össze is kapcsolódhat, mert ha pozitívra tudjuk hangolni a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek matematikával kapcsolatos attitűdjét, akkor kevésbé szoronganak, így nem csökken annyira a munkamemóriájuk kapacitása, ami segíthet a matematikai faladatok megoldásának hatékonyságában. Másrészt, ha motiváltabbá tudjuk tenni őket, akkor lelkesebbek, a gondolkodásuk is rugalmasabbá válik, így nő az esélye, hogy megjelenhessen a matematika játékos oldala, s nem csupán a szorongató volta. Ezt erősíti egyrészt az, hogy az eredetileg fél éves programot meg kellett toldani még egy félévvel a gyerekek és a szülők kérésére. Másrészt a fejlesztő foglalkozások befejezése után az egyik gyógypedagógustól azt a visszajelzést kaptam, hogy a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek azt kérték tőle, hogy a hagyományos fejlesztő foglalkozáson is origamizzanak. Ez megerősítő visszajelzés volt a számomra, hogy az origami érdekes és motiváló módja a fejlesztésnek.

Fejlesztő módszerünk iskolai alkalmazhatósága:

Az általunk alkalmazott téri képességeket fejlesztő módszereket az iskolában *rajzórán* lehetne felhasználni, ahol ezekkel a módszerekkel együttesen lehetne fejleszteni a matematikai nehézséggel küzdő gyerekeket a problémamentes gyerekekkel, akik – feltételezhetően – szintén kedvelnék ezeket a munkákat.

Továbbá a módszer, különösen az origami feladat alkalmazható a *matematikai* órán, egyrészt a téri fejlesztő hatása miatt közvetetten, illetve a geometriai fogalmak gyakorlásához közvetlenül (Sastry, 2010).

A vizsgálatunknak több korlátja van. Egyrészt a viszonylag kis minta, másrészt az, hogy nem tudjuk elkülöníteni a fejlesztés direkt/specifikus (téri képességen keresztüli) és indirekt/nem specifikus (szorongás csökkenés, oldódás, stb.) hatásának mértékét. További korlát, hogy míg a teszt csoport aktív fejlesztésben vett részt, a kontroll csoportoknál nem volt azonos idejű, de más jellegű aktív tevékenység. Ezért kutatási tervünk további fejlesztő csoportok indítása, azzal az eltéréssel, hogy a tesztcsoport mellett *aktív kontroll csoportot* szervezünk, akikkel szintén foglalkozást tartunk, ami élvezetes tevékenység, de nem fejlesztő, mint az origami. Ezzel ki lehet szűrni a foglakozások motiváló hatását. További változtatásunk, hogy a továbbiakban a szorongást már specifikusan, mint *matematikai szorongást* tudjuk mérni az általunk adaptált és jó pszichometriai mutatókkal rendelkező kérdőívvel.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A disszertációmat Apukám emlékének ajánlom.

Köszönöm páromnak, Bernáth Lászlónak a szakmai és érzelmi támogatást, gyermekeimnek a türelmet és a rugalmasságot!

Köszönöm Pólya Juditnak és Gombos Hajnalkának az inspirációt, és azt, hogy hellyel, eszközzel támogatták az első „Ügyeskezű csoport” beindítását.

Köszönöm Béki Andrea lelkes segítségét további két fejlesztő csoport megszervezésében, valamint Dr. Gálné Csabai Márta és Zsirka-Klein Katalin támogatását a kontroll csoportok létrehozásában.

Köszönöm témavezetőim Dr. habil. Révész György, prof. Dr. Vereczkei Lajos és tanszékvezetőm, Dr. habil. N. Kollár Katalin türelmes noszogatását, hogy fejezzem már be a dolgozatot.

FELHASZNÁLT IRODALOM

Alexander, L., Martray, C. R. (1989): The development of an abbreviated version of the Mathematics Anxiety Rating Scale. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 22, 3, 143-150.

Antalfay Márta (2007): Gyógyítás és személyiségfejlesztés a vizuális művészet-pszichoterápiával. A módszer ismertetése. *Psychiatria Hungarica*, XXII, 4, 276-299.

Ardila, A., Rosselli, M. (2002): Acalculia and Dyscalculia. *Neuropsychology Review, 12, 4, 179-231.*

Arici, S., Aslan-Tutak, F. (2015): The effect of origami-based instruction on spatial visualization, geometry achievement, and geometric reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13, 179-200.*

Arsalidou, M., Taylor, M. J. (2011): Is 2+2=4? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations. *NeuroImage*, 54, 2382–2393.

Ashcraft, M. H. (1992): Cognitive arithmetic: A review of data and theory. Cognition, 44, 75-106.

Ashcraft, M. H. (1995): Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. Mathematical Cognition, 1, 3-34.

Ashcraft, M. H. (2002): Math anxiety: personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science,* 11, 5, 181-185.

Ashcraft, M. H., Faust, M. W. (1994): Mathematics anxiety and mental arithmetic performance: An exploratory investigation. *Cognition and Emotion,* 8, 97-125.

Ashcraft, M. H., Kirk, E. P. (2001): The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130, 224-237.

Ashcraft, M. H., Kirk, E. P., Hopko, D. (1998): On the cognitive consequences of mathematics anxiety. In: Donlan, C. (Ed): *The development of mathematical skills. Studies in developmental psychology*. Hove, England: Psychology Press/Taylor & Francis, 175-196.

Ashcraft, M. H., Krause, J. A. (2007): Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review*, 14. 2. 243–248.

Ashcraft, M. H., Ridley, K. (2005): Math Anxiety and Its Cognitive Consequences. In: Campbell, J. I. D. (Ed.): *Handbook of Mathematical Cognition.* Psychology Press, NewYork and Hove, 315-327.

Ashkenazi, S., Henik, A. (2010): A disassociation between physical and mental number bisection in developmental dyscalculia. *Neuropsychologia*, 48, 10, 2861–2868.

Bachot, J., Gevers, W., Fias, W., Roeyers, H. (2005): Number sense in children with visuospatial disabilities: orientation of the mental number line. *Psychology Science*, 47, 1, 172 – 183.

Baloglu, M., Zelhart, P. F. (2007): Psychometric properties of the revised Mathematics anxiety rating scale. *The Psychological Record*, 2007, 57, 593–611

Beilock, S. L., Gunderson, E. A., Ramirez, G., Levine, S. C. (2010): Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America*, 107, 5, 1860-1863.

Ben-Chaim, D., Lappan, G., Houang, R. T. (1988): The effect of instruction on spatial visualization skills of middle school boys and girls. *American Educational Research Journal*, 25, 51-71.

Berch, D. B., Foley, E. J., Hill, R. J., Ryan, P. M. (1999): Extracting parity and magnitude from Arabic numerals: developmental changes in number processing and mental representation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 286-308.

BNO-10-zsebkönyv-Betegségek és egészséggel kapcsolatos problémák nemzetközi statisztikai osztályozása. Animula Kiadó, Budapest, 2004.

Boller, F., Grafman, J. (1983): Acalculia: Historical Development and Current Significance. *Brain and Cognition, 2, 205-223.*

Boruga, A. (2011): Origami art as a means of facilitating learning. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 11, 32–36.

Brinkmann, E. H. (1966): Programed instruction as a technique for improving spatial visualization. *Journal of Applied Psychology*, 50, 2, 179-184.

Butterworth, B. (2003): *Dyscalculia Screener*. London, Nelson Publishing Company Ltd.

Butterworth, B. (2005): Developmental dyscalculia. In: Campbell, J. D. (Ed.): *The handbook of mathematical cognition*. New York, Psychology Press, 455-469.

Butterworth, B., Varma, S., Laurillard, D. (2015): Dyscalculia: from brain to education. In: Kadosh, R. C., Dowker, A. (Eds.): *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*. Oxford University Press, 647-661.

Bühner, M., König, C. J., Prick, M., Krumm, M. (2006): Working memory dimensions as differential predictors of the speed and error aspect of multitasking performance. *Human Performance*, 19, 253-275.

Çakmak, S., Isiksal, M., Koc, Y. (2014): Investigating effect of origami-based instruction on elementary students' spatial skills and perceptions. *The Journal of Educational Research*, 107, 1, 59-68.

Campbell, J. I. D. (1994): Architectures for numerical cognition. *Cognition*, 53, 1-44.

Campbell, J. I. D., Clark, J. M. (1992): Cognitive number processing: An encoding-complex perspective. In: Campbell, J. I. D. (Ed.): *The nature and origins of mathematical skills*. Elsevier, Amsterdam, 457–491.

Capraro, M. M., Capraro, R. M., Henson, R. K. (2001): Measurement error of scores ont he Mathematics Anxiety Rating Scale across studies. *Educational and Psychological Measurement,* 61, 3, 373-386.

Chen, K. (2006): Math in motion: origami math for students who are deaf and hard of hearing. *Journal of deaf studies and deaf education*, 11, 2, 262-266.

Cheng, Y., Mix, K. S. (2014): Spatial training improves children's mathematics ability. *Journal of Cognition and Development*, 15, 1, 2-11.

Cohen Kadosh, R., Dowker, A., Heine, A., Kaufmann, L., Kucian, K. (2013): Interventions for improving numerical abilities: present and future. *Trends in Neuroscience and Education*, 2, 85-93.

Cohen, J. (1988): *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Lawrence Erlbaum Associates, Hilsdale New Jersey

Connelly, S. L., Hasher, L., Zacks, R. T. (1991): Age and reading: The impact of distraction. *Psychology and Aging*, 6, 533–541.

Cornoldi, C., Vecchi, T. (2003): *Visuo-spatial working memory and individual differences.* Hove, Psychology Press.

Crollen, V., Noël, M-P. (2015): Spatial and numerical processing in children with high and low visuospatial abilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, 132, 84–98.

Csonkáné Polgárdi Veronika (2012): Ismertető a Diszkalkulia Pedagógiai Vizsgálatáról óvodás és kisiskolás korú gyerekeknél 1. rész. *Gyógypedagógiai Szemle*, XL, 4, 343-351.

Csonkáné Polgárdi Veronika, Dékány Judit (2013): A Diszkalkulia Pedagógiai Vizsgálata (DPV). Ismertető a Diszkalkulia Pedagógiai Vizsgálatáról óvodás és kisiskolás korú gyerekeknél 2. rész. *Gyógypedagógiai Szemle*, XLI, 2, 118-136.

de Hevia, M. D., Izard, V., Coubart, A., Spelke, E. S., Streri, A. (2014): Representations of space, time, and number in neonates. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 111, 4809-4813.

Dehaene, S. (1992): Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.

Dehaene, S. (2003): *A számérzék*. Osiris Kiadó, Budapest

Dehaene, S. (2004): Evolution of human cortical circuits for reading and arithmetic: The „neural recycling" hypothesis. In: Dehaene, S., Duhamel, J. R., Hauser, M., Rizzolatti (Eds.): *From monkey brain to human brain*. MIT Press, Cambridge, Massachusets

Dehaene, S., Bossini, S., Giraux, P. (1993): The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122, 3, 371-396.

Dehaene, S., Cohen, L. (1991): Two mental calculation systems: A case of study of sever acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia*, 29, 1045-1074.

Dehaene, S., Cohen, L. (1997): Cerebral pathways for calculation: double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arthmetic. *Cortex*, 33, 219-250.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., Cohen, L. (2003): Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20, 478-506.

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., Tsivkin, S. (1999): Sources of mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, 284, 970-974.

Dékány Judit (1999): *Kézikönyv a diszkalkulia felismeréséhez*. Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Tanárképző Főiskola. Budapest, 1999.

Dékány Judit, Juhász Ágnes (2002): A diszkalkulia. In: Martonné Tamás Márta (szerk.): *Fejlesztő pedagógia.* ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 181-200.

Dékány Judit, Mohai Katalin (2012): Egyéb pszichés fejlődési zavarral küzdő gyermekek, tanulók komplex vizsgálatának diagnosztikus protokollja – Specifikus tanulási zavarok (írott nyelvhasználat zavarai, diszkalkulia). In: *Diagnosztikus kézikönyv*, 9. fejezet. Educatio Társadalmi Szolgáltató Nonprofit Kft, www.educatio.hu/pub_bin/.../diagnosztikai_kezikonyv_9fejezet.pdf (Letöltés dátuma: 2015-04-20)

Dew, K. M. H., Galassi, J. P., Galassi, M. D. (1984): Math anxiety: relation with situational test anxiety, performance, physiological arousal, and math avoidance behavior. *Journal of Counseling Psychology*, 31, 580-583.

Dorval, M., Pepin, M. (1986): Effect of playing a video game on a measure of spatial visualization. *Perceptual and Motor Skills*, 62, 1, 159-162.

Dowker, A. (2005a): *Individual Differences in Arithmetic*. Psychology Press, Hove and New York, 221-238.

Dowker, A. (2005b): Early identification and intervention for students with mathematical difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 324-332.

Dowker, A. (2008): Introduction. In: Dowker, A. (Ed.): *Mathematical difficulties*. London

Dowker, A. (2009): *What works for children with mathematical difficulties*. University of Oxford.

Dreger, R. M., Aiken, L. R. (1957): The identification of number anxiety in a college population. *Journal of Educational Psychology*, 48, 6, 344-351.

DSM-IV-TR diagnosztikai kritériumai. Animula Kiadó, Budapest, 1995.

DSM-V referencia kézikönyv a DSM-5 diagnosztikus kritériumaihoz. Oriold és Társai Kiadó és Szolgáltató Kft., Budapest, 2013.

Eysenck, M. W., Calvo, M. G. (1992): Anxiety and Performance: The Processing Efficiency Theory. *Cognition and Emotion*, 6, 6, 409-434.

Farkasné Gönczi Rita (2008): Diszkalkulia a gyógypedagógia és határtudományai aspektusából. *Gyógypedagógiai Szemle*, 36, 3, 204-214.

Faust, M. W., Ashcraft, M. H., Fleck, D. E. (1996): Mathematics anxiety effects in simple and complex addition. *Mathematical Cognition*, 2, 1, 25-62.

Ferguson, A. M., Maloney, E. A., Fugelsang, J., Risko, E. F. (2015): On the relation between math and spatial ability: The case of math anxiety. *Journal of Learning and Individual Differences*, 39, 1-12.

Fletcher, J. M., Lyon, G. R., Fuchs, L. S., Barnes, M. A. (2007): *Learning disabilities: from identification to intervention*. New York: Gulford Press.

Fürst, A.J., Hitch, G.J. (2000): Separate roles for executive and phonological components of working memory in mental arithmetic. *Memory and Cognition*, 28, 774–782.

Gathercole, S. E., Durling, E., Evans, M., Jeffcock, S., Stone, S. (2008): Working Memory Abilities and Children's Performance in Laboratory Analogues of Classroom Activities. *Applied Cognitive Psychology*. 22, 1019-1037.

Gathercole, S. E., Pickering, S. J. (2000): Assessment of working memory in six- and seven-year-old children. *Journal of Educational Psychology*, 92, 2, 377-390.

Gathercole, S. E., Pickering, S. J., Ambridge, B. (2004): The Structure of Working Memory From 4 to 15 Years of Age. *Developmental Psychology*, 40, 2, 177–190.

Geary, C. D. (2015): The classification and cognitive characteristics of mathematical disabilities in children. In: Kadosh, R. C., Dowker, A. (Eds.): *The Oxford Handbook of Numerical Cognition.* Oxford University Press, 767-786.

Geary, D. C. Hamson, C. O., Hoard, M. K. (2000): Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficit sin children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*. 77, 3, 236-263.

Geary, D. C., Hoard, M. K. (2005): Learning disabilities in arithmetic and mathematics. Theoretical and empirical perspectives. In: Campbell, J. I. D. (Ed.): *Handbook of Mathematical Cognition.* Psychology Press, New York and Hove, 253-266.

Gerstmann, J. (1940): The syndrome of finger agnosia, disorientation for right and left, agraphia and acalculia. *Archives of Neurology and Psychiatry*, 44, 398–408.

Gough, M. F. (1954): Matemaphobia: causes and treatments. *Clearing House*, 28, 290-294.

Gross-Tsur, V., Manor, O., Shalev, R. S. (1996): Developmental dyscalculia: prevalence and demographic features. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 38, 1, 25–33.

Gunderson, E. A., Ramirez, G., Beilock S. L., Levine, S. C. (2012): The relation between spatial skill and early number knowledge: the role of the linear number line. *Developmental Psychology*, 48, 5, 1229-1241.

Harris, J., Hirsh-Pasek, K., Newcombe, N. S. (2013): Understanding spatial transformations: similarities and differences between mental rotation and mental folding. *Cognitive Processing*, 14, 2, 105-115.

Hegarty, M., Kozhevnikov, M. (1999): Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91, 684-689.

Hembree, R. (1990): The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education.* 21, 1, 33-46.

Henik, A., Rubinstein, O., Ashkenazi, S. (2015): Developmental dyscalculia as a heterogeneous disability. In: Kadosh, R. C., Dowker, A. (Eds.): *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*. Oxford University Press, 662-677.

Hopko, D. R., Ashcraft, M. H., Gute, J., Ruggiero, K. J., Lewis, C. (1998): Mathematics anxiety and working memory: support for the existence of a deficient inhibition mechanism. *Journal of Anxiety Disorders*, 12, 4, 343–355.

Hopko, D. R., Mahadevan, R., Bare, R. L., Hunt, M. K. (2003): The Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS). Construction, validity, and reliability. *Assessment*, 10, 2, 178-182.

http://langorigami.com/articles/yoshizawa_doodle/yoshizawa_doodle.php (letöltés: 2014. 03. 05.)

Hu, L. Peter M. Bentler, P. M. (1999): Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives, *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 6, 1, 1-55.

Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P., Dehaene, S. (2005): Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Reviews Neuroscience*, 6, 435–448.

Hunt, T. E., Clark-Carter, D., Sheffield, D. (2011): The development and part validation of a U.K. Scale for Matematics Anxiety. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 29, 5, 455-466.

Hunt, T. E., Clark-Carter, D., Sheffield, D. (2014): Math anxiety, intrusive thoughts and performance. Exploring the relationship between mathematics anxiety and performance:

The role of intrusive thoughts. *Journal of Education, Psychology and Social Sciences*, 2, 2, 69-75.

Hyde, J. S., Fennema, E., Lamon, S. J. (1990): Gender differences in mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 107, 2, 139-155.

Igács János, Janacsek Karolina, Krajcsi Attila (2008): A numerikus feldolgozás és számolás teszt (NFSZT) magyar változata. *Magyar Pszichológiai Szemle*, 63, 4, 633-650.

Karagiannakis, G., Baccaglini-Frank, A., Papadatos, Y. (2014): Mathematical learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8, 57.

Kaufmann, L., Kucian, K., von Aster, M. (2015): Development of the numerical brain. In: Kadosh, R. C., Dowker, A. (Eds.): *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*. Oxford University Press, 485-501.

Klein, E., Suchan, J., Moeller, K., Karnath, H-O., Knops, A., Wood, G., Nuerk, H-C., Willmes, K. (2014): Differential connectivity for magnitude processing and arithmetic facts in the fronto-parietal network of numerical cognition. *Brain Structure and Function. 1-17.*

Kobayashi, T., Hiraki, K., Mugitani, R., Hasegawa, T. (2004): Baby arithmetic: one object plus one tone. *Cognition*, 91, B23–B34.

Kónya Anikó, Verseghi Anna, Rey, Teresinha (2000). A Rey-tesztek hazai tapasztalatai. *Magyar Pszichológiai Szemle,* LV, 4, 545-557.

Kosc, L. (1974): Developmental dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities*, 7, 3, 164-177.

Kovas, Y., Harlaar, N., Petrill, S. A., Plomin, R. (2005): ‘Generalist genes’ and mathematics in 7-year-old twins. *Intelligence*, 33, 5, 473-489.

Kozhevnikov, M., Motes, M. A., Hegarty, M. (2007): Spatial visualization in physics problem solving. *Cognitive Science*, 31, 549-579.

Krajcsi Attila (2003): Numerikus képességek. *Erdélyi Pszichológiai Szemle,* 4, 331-382.

Krajcsi Attila (2008): A numerikus képességek sérülései és a diagnózis nehézségei. *Pedagógusképzés*, 1-2. szám 101-125.

Krajcsi Attila (2010): A numerikus képességek zavarai és diagnózisuk. *Gyógypedagógiai Szemle*, 38, 2, 93-113.

Krajcsi, A., Szabó, E., Mórocz, I. (2013): Subitizing is sensitive to the arrangement of objects. *Experimental Psychology*, 60, 4, 227-234.

Krüll, K. E. (2000): *A diszkalkuliás (számolásgyenge) gyerek*. Akkord Kiadó

Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., Gälli, M., Martin, E., von Aster, M. (2011): Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage*, 57, 3, 782–795.

Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Dosch, M., Martin, E., von Aster, M. (2006): Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: a functional MRI study. *Behavioral and Brain Functions*, 2, 31-48.

Lábadi Beatrix, Osváth Anikó (2004): Motoros fejlődés hatása a téri tájékozódásra csecsemőkorban. In: László, J., Kállai, J., Bereczkei, T. (szerk.): *A reprezentáció szintjei.* Gondolat Kiadó, Budapest, 57-68.

Lachance, J. A., Mazzocco, M. M. M. (2006): A longitudinal analysis of sex differences in math and spatial skills in primary school age children. *Learning and Individual Differences*, 16, 195-216.

Landerl, K., Bevan, A., Butterworth, B. (2004): Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8–9-year-old students. *Cognition*, 93, 2, 99–125.

Lean, G., Clements M. A. (1981): Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 3, 267-299.

Maloney, E. A., Risko, E. F., Ansarit, D., Fugelsang, J. (2010): Mathematics anxiety affects counting but not subitizing during visual enumeration. *Cognition*, 114, 2, 293–297.

Mandel, G., Shebo, B. J. (1982): Subitizing: an analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111, 1-22.

Márkus Attila (2000): A matematikai képességek zavarai. In: Illyés Sándor (szerk.): *Gyógypedagógiai alapismeretek*. Budapest, ELTE Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Főiskola. 279-307. o.

Márkus Attila (2007): *Számok, számolás, számolászavar.* Pro Die Kiadó, Budapest

Márkus Attila, Tomasovszki László, Barczi Judit (2001): Diszkalkulia és a figyelemzavar-hiperaktivitás szindróma. In: Racsmány Mihály, Pléh Csaba (szerk.): *Az elme sérülései.* Akadémiai Kiadó, Budapest, 197-212.

Mazzocco, M. M. M. (2015): The contributions of syndrome research to the study of MLD. In: Kadosh, R. C., Dowker, A. (Eds.): *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*. Oxford University Press, 678-695.

McCloskey, M. (1992): Cognitive mechanisms in numerical processing: evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, 44, 107-157.

McCloskey, M., Caramazza, A., Basili, A. (1985): Cognitive mechanisms in number processing and calculation: evidence from dyscalculia. *Brain and cognition*, 4, 171-196.

McCloskey, M., Macaruso, M. (1995): Representing and using numerical information. *American psychologist*, 50, 5, 351-363.

McCloskey, M., Sokol, S. M., Goodman, R. (1986): Cognitive processes in verbal-number production: inferences from performance of brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psycholgy: General,* 115, 4, 307-330.

Miller, D. I., Halpern, D. F. (2013): Can spatial training improve long-term outcomes for gifted STEM undergraduates? *Learning and Individual Differences*, 26, 141–152.

Moore, A. M., Rudig, N. O., Ashcraft, M. H. (2015): Affect, motivation, working memory, and mathematics. In: Kadosh, R. C., Dowker, A. (Eds.): *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*. Oxford University Press, 933-952.

Moreau, D. (2013): Differentiating two-from three-dimensional mental rotation training effects. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 66, 7, 1399-1413.

Mounteaux, M. C., Faraone, S. V., Herzig, K., Navsaria, N., Biederman, J. (2005): ADHD and dyscalculia: evidence for independent familial transmission. *Journal of Learning Disabilities,* 38, 89-93.

Moyer, R., S., Landauer, T., K. (1967): Time required for judgements of numerical inequality. *Nature*, 215, 1519 – 1520.

Mussolin, C., Mejitas, S., Noel, M.P. (2010): Symbolic and nonsymbolic number comparison in children with and without dyscalculia. *Cognition*, 115, 10-25.

Nemzeti Alaptanterv (2012) Magyar Közlöny 66. szám 110/2012. (VI.4.) Korm. rendelet A Nemzeti Alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról 10635.

Newcombe, N. S. (2013): Seeing relationships using spatial thinking to teach science, mathematics, and social studies. *American Educator*, 26-40.

Newcombe, N. S., Shipley, T. F. (2015): Thinking about spatial thinking: new typology, new assessments. In: Gero, J. S. (Ed.): *Studying visual and spatial reasoning for design creativity*. New York, Springer, 179-192.

Nótin Ágnes, Páskuné Kiss Judit és Kurucz Győző (2012): A matematikai szorongás személyen belüli tényezőinek vizsgálata középiskolás tanulóknál. *Magyar Pedagógia*, 112, 4, 221-241.

Noël, M-P. (2015): When number processing and calculation is not your cup of tea. In: Kadosh, R. C., Dowker, A. (Eds.): *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*. Oxford University Press, 635-646.

Noël, M-P., Rousselle, L. (2011): Developmental changes in the profiles of dyscalculia: an explanation based on a double exact-and-approximate number representation model. *Frontiers in Human Neuroscience,* 5, 165, 1-4.

Noël, M-P., Seron, X. (1997): On the existence of intermediate representations in numerical processing. *Journal of Experimental Psycholgy: Learning, Memory and Cognition,* 23, 3, 697-720.

Ostad, S. A. (2000): Cognitive subtraction in a developmental perspective: Accuracy, speed-of-processing and strategy-use differences in normal and mathematically disabled children. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 22,* 18–31.

Ostad, S. O. (1999): Developmental progression of subtraction strategies: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education*, 14, 1, 21-36.

Ostad, S. O. (2008): Children with and without mathematics difficulties aspects of learner characteristics in a developmental perspective. In: Dowker, A. (Ed.): *Mathematical difficulties*. London, Chapter 7.

Perczel-Forintos Dóra (szerk.) (2005): *Kérdőívek, becslőskálák a klinikai pszichológiában*. Semmelweis Kiadó, Budapest.

Pickering, S. J., Gathercole, S. E., Hall, M., Lloyd, S. A. (2001): Development of memory for pattern and path: Further evidence for fractionation of visuo-spatial memory. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 54A, 397-421.

Plake, B. S., Parker, C. S. (1982). The development and validation of a revised version of the Mathematics Anxiety Rating Scale. *Educational and Psychological Measurement, 42,* 551-557.

Rekvin, S. K., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L., Dehaene, S. (2008): Does subitizing reflect numerical estimation? *Psychological Science,* 19, 6, 607-614.

Richardson, F. C., Suinn, R. M. (1972): The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric Data. *Journal of Counseling Psychology,* 19, 6, 551-554.

Roelofs, A. (2006): Functional Architecture of Naming Dice, Digits, and Number Words. *Language and Cognitive Processes,* 21, 1-3, 78-111.

Rotzer, S., Loenneker, T., Kucian, K., Martin, E., Klaver, P., von Aster, M. (2009): Dysfunctional neural network of spatial working memory contributes to developmental dyscalculia. *Neuropsychologia*, 47, 13, 2859–2865.

Rumbaugh, D. M., Savage-Rumbaugh, S., Hegel, M. T. (1987): Summation in the chimpanzee (Pan troglodytes). *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Process,* 13, 107-115.

Salat Annamária-Enikő, Séra László (2002): A téri vizualizáció fejlesztése transzformációs geometriai feladatokkal. *Magyar Pedagógia*, 102, 4, 459-473.

Sastry, V. S. S. (2010): Fold paper and learn mathematics. In: Karopady, Sudhakar, Raghavan, Tiwari, Giridhar, Periodi (Eds.): *Learning curve. Special Issue on School Mathematics.* XIV, 77-80.

Schmeichel, B. J., Volokhov, R., Demaree, H. A. (2008): Working memory capacity and the self-regulation of emotional expression and experience. *Journal of Personality and Social Psychology,* 95, 1526–1540.

Séra László, Kárpáti Andrea, Gulyás János (2002): *A térszemlélet*. Comenius Bt., Pécs

Shalev, R. S. (2007): Prevalence of developmnental dyscalculia. In: Berch, D. B., Mazzocco, M. M. M. (Eds.): *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities.* Baltimore, MD, Paul H Brookes Publishing Co.

Shalev, R. S., Gross-Tsur, V. (2001): Developmental dyscalculia. *Pediatric Neurology,* 24, 5, 337–342.

Shrager, J., Siegler, R. S. (1998): SCADS: A model of Children’s strategy choices and strategy discoveries. *Psychological Science*, 9, 5, 405-410.

Shumakov, K., Shumakov, Y. (2000): *Functional interhemispheric asymmetry of the brain in dynamics of bimanual activity in children 7–11 years old during origami training*. Russia, Rostov State University

Simon, O., Mangin, J. F., Cohen, L., Le Bihan, D., Dehaene, S. (2002): Topographical layout of hand, eye, calculation, and language-related areas in the human parietal lobe. *Neuron*, 33, 475–487,

Simon, T. J., Hespos, S. J., Roschat, P. (1995): Do infants Understand Simple Arithmetic? A replication of Wynn (1992). *Cognitive Development*, 10, 253-269.

Soltesz, F., Szucs, D., Dekany, J., Markus, A., Csepe, V. (2007): A combined event-related potential and neuropsychological investigation of developmental dyscalculia. *Neuroscience Letters*, 417, 181–186.

Sophian, C., Adams, S. (1987): Infant’s undersdtanding of numerical transformation. *British Journal of Developmental Psychology,* 5, 257-264.

Sorby, S. A. (2011): *Developing spatial thinking*. Independence: Cengage.

Spielberger, C. D. (1973): *State-Trait Anxiety Inventory for Children, STAI-C*

Stevenson, H. W., Chen, C., Lee, S-Y. (1993): Mathematics achievement of Chinese, Japanese, and American children: Ten years later. *Science***,** 259, 5091,53-58.

Stieff, M. (2011): When is a molecule three-dimensional? A task-specific role for imagistic reasoning in advanced chemistry. *Science Education*, 95, 2, 310-336.

Stieff, M., Uttal, D. H. (2015): How much can spatial training improve STEM achievement? *Educational Psychology Review, 27, 4, 607-615.*

Süß, H. M., Oberauer, K., Wittmann, W. W., Wilhelm, O., Schulze, R. (2002): Working-memory capacity explains reasoning ability—and a little bit more. *Intelligence*, 30, 261–288.

Swanson, H. L., Beebe-Frankenberger, M. (2004): The relationship between working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for math disabilities. *Journal of Education Psychology*, 96, 471–491.

Szűcs Dénes, Csépe Valéria (2004): A számreprezentációk aktivációs szintje modalitásfüggő. In: László, J., Kállai, J., Bereczkei, T. (szerk.): *A reprezentáció szintjei.* Gondolat Kiadó, Budapest, 44-56.

Taylor, H. A., Hutton, A. (2013): Think3d!: Training spatial thinking fundamental to STEM education. *Cognition and Instruction*, 31, 434-455.

Taylor, H. A., Tenbrink, T. (2013): The spatial thinking of origami: evidence from think-aloud protocols. *Cognitive Processing*, 14, 2,

Temple, C. M., Sherwood, S. (2002): Representation and retrieval of arithmetical facts: Developmental difficulties. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A: Human Experimental Psychology,* 55, 3, 733-752.

Thompson, J. M., Nuerk, H., Moeller, K., Kadosh, R., C. (2013): The Link Between Mental Rotation Ability and Basic Numerical Representations. *Acta Psychologica*, 144, 324–331.

Tosto, M. G., Hanscombe, K., Haworth, C. M. A., Davis, O. S. P., Petrill, S. A., Dale, P. S., Malykh, S., Plomin, R., Kovas, Y. (2014): Why do spatial abilities predict mathematical performance? *Developmental Science*, 17, 462-470.

Turner, J. C., Midgley, C., Meyer, D. K., Gheen, M., Anderman, E. M., Kang, Y., Patric, H. (2002): The classroom environment and students' reports of avoidance strategies in mathematics: A multimethod study. *Journal of Educational Psychology,* 94, 88-106.

Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C., Newcombe, N. S. (2013): The malleability of spatial skills: a meta-analysis of training studies. *Psychological Bulletin*, 139, 352-402.

Verseghy Anna, Gerván Patrícia, Donauer Nándor (2007): A téri komplex ábra. In: Racsmány Mihály (szerk.): *A fejlődés zavarai és vizsgálómódszerei*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 40-70.

von Aster, M. G., Shalev, R. S. (2007): Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 49, 868-873.

Vukovic, R. K., Kieffer, M. J., Bailey, S. P., Harari, R. R. (2013): Mathematics anxiety in young children: Concurrent and longitudinal associations with mathematical performance. *Contemporary Educational Psychology*, 38,1–10.

Wai, J., Lubinski, D., Benbow, C. P. (2009): Spatial ability for STEM domains: aligning over fifty years of cumulativa psychological knowledge solidifies its importance. *Journal of Educational Psychology,* 101, 817-835.

Wilson, A. J., Rekvin, S. K., Cohen, D., Cohen, L., Dehaene, S. (2006): An open trial assessment of "The Number Race", an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions,* 2, 20.

Wynn, K. (1992): Addition and Subtraction by Human Infants. *Nature*, 358, 749-750.

Young, C. B., Wu, S. S., Menon, V. (2012): The Neurodevelopmental basis of math anxiety. *Psychological Science*, 23, 5, 492-501.

MELLÉKLET

A MAS-UK kérdőív beméréskor használt változata.

MAS-UK

Jelige/név:……………………………………………………….

Életkorod:………….év Nemed:fiú/lány A legutóbbi év végi jegyed matematikából:…..

Olvasd el figyelmesen az alábbi állításokat és döntsd el, mennyire szoronganál (mennyire éreznéd magad nyugtalannak) a következő helyzetekben? Kérlek, húzd át X-szel a megfelelő számot!

1 – Egyáltalán nem 2 – Egy kicsit 3 – Közepesen 4 – Eléggé 5 – Nagyon

Például, ha úgy érzed, hogy egyáltalán nem nyugtalanít, amikor felelned kell, akkor jelöld meg az 1-est, ha pedig nagyon, akkor jelöld meg az 5-öst.

Nincs jó vagy rossz megoldás, az egyes helyzetekben megjelenő érzéseidre vagyunk kíváncsiak.

1. Valaki néz, miközben papíron szorzol (pl. 12x23).	1	2	3	4	5
2. Ha meg kell számolnod egy halom aprópénzt.	1	2	3	4	5
3. Ha megkérnek, hogy írj fel egy eredményt a táblára az osztály előtt matematika órán.	1	2	3	4	5
4. Ha megkérnek, hogy add össze egy teremben lévő emberek számát.	1	2	3	4	5
5. Azt számolva, hány nap van még valaki születésnapjáig.	1	2	3	4	5
6. Amikor dolgozatot írsz matematikából.	1	2	3	4	5
7. Ha megkérnek, hogy ossz el 936 Forintot 4 felé.	1	2	3	4	5
8. Ha kapsz egy telefonszámot, és emlékezned kell rá.	1	2	3	4	5
9. Ha azt a szót olvasod, hogy egyenlet.	1	2	3	4	5
10. Ha ki kell számolnod több szorzási feladatot írásban.	1	2	3	4	5
11. Ha ki kell számolnod, hogy mennyi időd van még az iskolába indulásig.	1	2	3	4	5
12.Amikor hallgatsz valakit, aki a matematikáról beszél.	1	2	3	4	5
13. Ha ki kell számolnod, hogy mennyit kellett volna visszaadnia a pénztárosnak a boltban miután több dolgot is vettél.	1	2	3	4	5
14. Ha el kell döntened, hogy mennyi pénzt kell kérned mindenkitől, miután vettél valamit, aminek az árát elosztjátok magatok között.	1	2	3	4	5
15. Amikor a matematika tankönyvet olvasod.	1	2	3	4	5
16. Ha látsz valakit, aki nehéz matematika feladatot old meg.	1	2	3	4	5

17. Amikor matematika órán ülsz.	1	2	3	4	5
18. Amikor matematika órán kiderül, hogy röpdolgozatot írtok.	1	2	3	4	5
19. Ha az órán azt a feladatot kapod, hogy tanuld meg az egyik szorzótáblát.	1	2	3	4	5
20. Amikor látod, hogy a tanár egyenleteket ír a táblára.	1	2	3	4	5
21. Ha arra kérnek, hogy számold ki a háromötödöt százalékban.	1	2	3	4	5
22. Ha ki kell számolnod, mennyibe fog kerülni összesen, amit a boltban vettél.	1	2	3	4	5
23. Amikor a tanár egy matematikával kapcsolatos kérdést tesz fel neked az osztály előtt.	1	2	3	4	5

PLÁGIUM NYILATKOZAT

PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM
Bölcsészettudományi Kar
Pszichológiai Intézet

H-7624 Pécs, Ifjúság útja 6.
Telefon: (72) 501-516; (72) 501-500/4609

PLÁGIUM NYILATKOZAT

Alulírott **Krisztián Ágota** büntetőjogi felelősségem tudatában kijelentem a jelen nyiltakozat aláírásával kijelentem, hogy a plágium fogalmát ismerem és a **Matematikai nehézséggel küzdő gyerekek fejlesztő módszerének kidolgozása és hatásvizsgálata** című dolgozatban azokat tartottam.

A jelen nyilatkozat aláírásával tudomásul veszem, hogy amennyiben plágium vétsége igazolást nyer, a dolgozat automatikusan elégtelen minősítést kap és a dolgozat benyújtója ellen fegyelmi eljárás indítható.

Krisztián Ágota

PhD hallgató

Pécs, 2016. március 7.