Pécsi Tudományegyetem
Közgazdaságtudományi Kar
Gazdálkodástani Doktori Iskola
2010.

A nettó jelenérték maximalizálása az erőforráskorlátos projekt ütemezés során - egy új harmónia kereső metaheurisztika

Tézisek

Láng Blanka

Témavezetők: Dr. Csébfalvi Anikó, CSc, PhD

Dr. Csébfalvi György, CSc

Bevezetés

Disszertációnkban egy új harmóniakereső metaheurisztikát mutatunk be, amely a minimális időtartamú erőforráskorlátos ütemezések halmazán a projekt nettó jelenértékét maximalizálja. Olyan megoldás, amely a projekt időtartam minimalizálását elsődleges -, és a projekt nettó jelenértékének maximalizálását másodlagos szempontnak tekinti, legjobb tudomásunk szerint korábban még nem született.

Napjainkban a projekt ütemezés problémaköre egyre sokszínűbb, egyre több irányban fejlődik, és kísérel meg megoldásokat adni. Különböző célokat valósítunk meg a projekt ütemezés során, a tevékenységek között fennálló elsőbbségi feltételek és esetlegesen fellépő erőforráskorlátok megléte mellett – például a projekt időtartamának minimalizálása, erőforrás fogyasztás kisimítása – mely célok közül a projekt nettó jelenértékének maximalizálása (a projekt időtartamának minimalizálása mellett) talán a legéletszerűbb, pénzügyileg leginkább motivált cél különösképpen hosszú időtartamú projektek esetében.

A technikai fejlődésnek megfelelően a probléma méretek egyre nőnek, a valós életben pedig az erőforrások igen szűkösek, ez arra készteti a kutatókat, hogy egyre jobb és hatékonyabb egzakt és heurisztikus megoldásokat dolgozzanak ki.

A valós életben előforduló projektek elsősorban nagy méretű, sok tevékenységből álló projektek. Az ilyen esetekben, amikor a projekt záró időpontja időben kitolódik – jellemzően például a gyógyszerfejlesztési projektek, az építőipari projektek, a jármű tervezés, vasútfejlesztés, haditechnikai védelmi projektek, elméleti alapkutatások – a nettó jelenérték maximalizálása és a projekt időtartamának minimalizálása egyaránt kiemelt gyakorlati jelentőséggel bír a projekt menedzserek számára a feladat ütemezés során.

A dolgozat felépítése

1. Az első fejezetben a projekt ütemezési terület legfontosabb fogalmait tekintjük át:
- tevékenységek és elsőbbségi feltételek, kritikus út,
- erőforrások,
- ábrázolási módszerek,
- ellenőrzési technikák,
- nettó jelenérték fogalma,
- a projekt ütemezés lehetséges céljai.

2.-3. A második és harmadik fejezetben áttekintjük a(z) - elsősorban nemzetközi - szakirodalom korábbi eredményeit,
- a reguláris modelleket,
- irreguláris modelleket,
- az erőforráskorlátos,
- illetve erőforráskorlát nélküli megoldásokat,
- az egzakt és
- a heurisztikus megoldásokat.

Vizsgáljuk a korábbi időtartam minimalizáló és a nettó jelenérték maximalizáló eljárásokat is, mivel a disszertációban kifejlesztett algoritmusunk két ilyen típusú célfüggvénnyel dolgozik.

Bár algoritmusunk erőforráskorlátos problémát old meg, az erőforráskorlát nélküli megoldások fontos előzményként tekintendők, mivel sok esetben alkalmazhatóak megfelelő módosításokkal erőforráskorlátos esetekre.

Az egzakt modellek kizárólag kis- és közepes méretű projektek esetén alkalmazhatóak, mivel akkor optimális megoldást adnak, azonban problémánk NP-nehéz volta miatt csak korlátozottan alkalmazhatjuk őket. Ezzel szemben a heurisztikus módszerek nagyméretű feladatok esetén is alkalmazhatóak, mivel elfogadható időn belül is képesek jó minőségű megoldást adni.
Annak indoklása, hogy nagyméretű probléma esetén miért említjük mégis az egzakt megoldásokat ugyanaz, mint reguláris modellek esetén: a heurisztikus megoldások sokszor vesznek át módszertani elemeket a kizárólag kis problémák megoldására alkalmas egzakt megoldásoktól, természetesen módosítva azokat a feladatméretnek megfelelően.
Kiemelten foglalkozunk a heurisztikus, és azon belül a metaheurisztikus megoldásokkal, mivel a probléma természetéből adódóan az ilyen megoldások bizonyulnak hatékonynak.
Az irodalomban bemutatott eredményekkel alátámasztjuk azt az állításunkat, hogy a disszertációban tárgyalt problémára a jövőben a leghatékonyabb megoldásokat a metaheurisztikák között érdemes keresnünk.
Bemutatjuk a területen jelenleg egyik leghatékonyabbnak bizonyuló heurisztika típust, a harmónia kereső metaheurisztikát.

4. Ezen előzmények után a negyedik fejezetben rátérünk új harmóniakereső hibrid algoritmusunk ismertetésére, amely a minimális időtartamú erőforráskorlátos ütemezések halmazán a projekt nettó jelenértékét maximalizálja.
Az optimális ütemezés elméletileg két egészértékű bináris programozási feladat megoldását jelenti, ahol az első lépésben meghatározzuk a minimális időtartamú erőforráskorlátos ütemezések időtartamát, majd a második lépésben az optimális időtartamot feltételként kezelve megoldjuk a nettó jelenérték maximalizálási problémát minimális időtartamú erőforráskorlátos ütemezések halmazán. A probléma NP-nehéz jellege miatt azonban az egzakt megoldás elfogadható idő alatt csak kisméretű projektek esetében képzelhető el, heurisztikus megoldást kell keresnünk.
A bemutatandó új metaheurisztika a 2007-ben Csébfalvi által a minimális időtartamú erőforráskorlátos ütemezések időtartamának meghatározására és a tevékenységek ennek megfelelő ütemezésére kifejlesztett harmóniakereső metaheurisztika a Sounds of Silence - továbbfejlesztése.
A továbbfejlesztett modell lényege, hogy az új eljárás a rejtett erőforrás felhasználási konfliktusokat konfliktus javító elsőbbségi relációk beépítésével oldja fel. Részletesen ismertetjük

- modellünket,
- a modellnek megfelelő harmónia keresési analógiát,
- az algoritmus főbb lépéseit:
    - az improvizálást,
    - a rejtett erőforrás felhasználási konfliktusok javítását,
    - a teljesen unimoduláris halmazok módszer alkalmazását,
- bemutatunk egy ütemezési feladatot, végigkövetve az ütemezés lépéseit,
- majd ismertetjük eljárásunk pszeudokódját.

Mivel olyan megoldás, amely a projekt időtartam minimalizálását elsődleges - és a projekt nettó jelenértékének maximalizálását másodlagos szempontnak tekinti, legjobb tudomásunk szerint korábban még nem született, eljárásunk eredményeit nem tudjuk összehasonlítani korábbi eredményekkel. Az ajánlott metaheurisztika hatékonyságának és életképességének szemléltetésére számítási eredményeket adunk a jól ismert és népszerű PSPLIB tesztkönyvtár J30 részhalmazán futtatva.

5. Végül megadjuk a lehetséges továbbfejlesztési irányokat, a sikerrel járó, és az eredményt nem adó ötleteket is. Eredményes továbbfejlesztésként bemutatjuk fenti heurisztikánk továbbfejlesztését, mely egyéb kisebb mértékű módosítások mellett egy harmadlagos szempontot is kezel: megoldja az erőforrás kiegyenlítési problémát. Ezzel a változtatással heurisztikánk egy még inkább valóságközeli optimalizálási problémát képes kezelni. A továbbfejlesztés lényeges eleme új modellünk, mely a pénzmozgásokra nulla hosszúságú áltevékenységekként tekint.

Kutatási célkitűzések, hipotézisek, számítási eredmények

Dolgozatunkban a minimális időtartamú erőforráskorlátos ütemezések halmazán a projekt nettó jelenértékét maximalizáló, minél hatékonyabb ütemező eljárást keresünk.
Első feltevéseink az alábbiak voltak:

1. *A fenti problémára hatékony megoldást a heurisztikák között kell keresnünk.*

Az irodalmat tanulmányozva a kutatók egybehangzó állítása volt, hogy egzakt megoldások ezen a területen csak kis méretű problémák megoldása esetén, és csak igen egyszerű, reguláris célfüggvényekkel rendelkező problémák esetén működnek. A valós életben előforduló problémák azonban nem kis méretűek, a fenti probléma pedig nem reguláris. Egzakt megoldás belátható időn belül nem adna eredményt, így mindenképpen heurisztikus módszert kell választanunk.

2. *A heurisztikák közül a metaheurisztikák között találjuk a legmegfelelőbb megoldást.*

Részletesen áttanulmányoztuk a tudományterületen alkalmazott heurisztikák típusait, és úgy találtuk, hogy a kutatók szerint különböző területeken különböző típusú heurisztikák alkalmazása ad hatékonyabb eredményt.
A metaheurisztikus megoldások hatékonyságát számos kutató támasztja alá, - elsősorban a PSPLIB teszthalmazon végzett - futtatási eredményekkel. A szakirodalmat tanulmányozva felvázoltuk a metaheurisztikák sajátosságait. Ezeket a sajátosságokat összevetve problémánk természetével úgy találtuk, hogy disszertáció-beli problémánk esetében nagy valószínűséggel a metaheurisztikák alkalmazása esetén kapunk hatékony algoritmust.

3. *A probléma természetéhez leginkább illeszkedő, és így leghatékonyabban alkalmazható metaheurisztika típus a harmónia kereső metaheurisztika.*

A metaheurisztikák széles választékát áttekintve úgy találtuk, hogy különböző területeken különböző típusú metaheurisztikák alkalmazása ad hatékonyabb eredményt. Ilyen az utóbbi években Lee és Geem által kifejlesztett egy igen hatékonynak bizonyuló harmónia kereső metaheurisztika.
A Harmony Search eljárás annak a keresésnek a folyamatát igyekszik megragadni, amelynek segítségével egy improvizációra képes zenekar eljut az általa tökéletesnek gondolt teljes harmóniáig. A zenei világ-beli harmónia analóg az optimalizációs megoldás-vektorral, a zenei rögtönzések analógok az optimalizációs technikák keresési sémáival. A zenei improvizációban minden zenész ötletszerűen játszik valamilyen dallamot a hangszerén, és az együttes hangzás, a „harmónia-vektor" jó esetben valamilyen harmonikus, szép dallam lesz.
Sajátosságait tanulmányozva (nem igényel kezdeti értékeket a döntési változókhoz, tág keresési teret használ, függetlenül kezeli a vektor elemeit, szimultán kezeli a vektorokat) úgy találtuk, hogy problémánk természetéhez leginkább illeszkedő metaheurisztikának a harmónia kereső metaheurisztika bizonyul.

Miután a fenti gondolatmenet során megbizonyosodtunk afelől, hogy harmónia kereső megoldást keresünk, megkíséreltünk hatékony és gyors algoritmust adni problémánkra.

Munkánk legfontosabb eredményeit az alábbi tézisekben fogalmaztuk meg:

1. **Tézis:** ***A disszertációban ismertetett, a projekt időtartamának minimalizálását elsődleges szempontként kezelő, és a projekt nettó jelenértékének maximalizálását másodlagos szempontként kezelő optimalizálás az adott feladattípus esetében közelebb áll a valósághoz, mint az egy szempont szerinti optimalizáló modellek.***

Korábbi megoldások vagy a projekt időtartamát minimalizálták, vagy a nettó jelenértékét maximalizálták, illetve a két szempontot egyenrangúként kezelték.
A projekt időtartam minimalizáló korábbi megoldásokat, a heurisztikus és egzakt algoritmusokat a 2. fejezetben tekintettük át. Ezek a megoldások nem vették figyelembe a tevékenységekhez társított pénzmozgásokat, így kevéssé életszerűek, a gyakorlatban kevéssé alkalmazhatóak, mivel a projekt nettó jelenértékének növelése minden projekt menedzser kétségtelen és elhagyhatatlan célja.
A projekt nettó jelenértékét maximalizáló megoldásokat, az erőforráskorlátos és erőforráskorlát nélküli, illetve a heurisztikus és egzakt algoritmusokat a 3. fejezetben tekintettük át. Ezek a megoldások nem minimalizálták szükségszerűen a projekt időtartamát, így nem adnak életszerűen optimális megoldást, mivel szélsőséges esetben egy magas nettó jelenértékkel rendelkező tevékenység a projekt időtartamát irreálisan kitolhatja.
A szakirodalom tanulmányozása során megfogalmaztuk véleményünket, miszerint a probléma lényegét kizárólag egy elsődleges – másodlagos szempontot együtt kezelő, hierarchikusan felépített célfüggvénnyel tudjuk megragadni: az elsődleges cél a projekt időtartamának minimalizálása, a természeténél fogva másodlagos cél a nettó jelenérték maximalizálása. Ez az elsődleges – másodlagos szempontot együtt kezelő modell tudomásunk szerint új, korábban nem született hasonló hierachikusan felépített célfüggvényt kezelő megoldás a projekt időtartamának minimalizálására és a nettó jelenérték maximalizálására.

Célkitűzésünk megfogalmazása után úgy találtuk, egy már ismert harmónia kereső heurisztikát, a Sounds of Silence algoritmust lenne érdemes továbbfejleszteni a probléma megoldására. Ez az algoritmus eredetileg az erőforráskorlátos projektek időtartam minimalizálási problémáját oldotta meg. Úgy véltük, megfelelő módosításokkal az algoritmus kezelni tudja többcélfüggvényes problémánkat.

Megfogalmaztuk következő tézisünket:

2. **Tézis:** ***A rejtett erőforrás felhasználási konfliktusok konfliktusjavító kapcsolatok beillesztésével feloldhatóak, így az eljárásunk alkalmassá válik egy másodlagos szempont szerinti optimalizálásra is, mivel az eredményül adódó ütemezésben minden eltolás erőforráskorlátos eltolás lesz.***

A hagyományos „idő alapú” modellekben az erőforráskorlátokat kielégítő ütemezéseket a tevékenységek kezdési idejével reprezentáljuk. Ebben a modellben az explicit erőforráskorlát kezelésnek megfelelően a tevékenységek mozgatása sértheti az erőforráskorlátokat, azaz előfordulhat olyan eset, amikor egy tevékenység eltolásának eredményeként az ütemezés már nem elégíti ki az erőforráskorlátokat.
A konfliktus javító változatban az elsődleges változók a konfliktus javító relációk, a megoldás egy projekt időtartam minimalizáló, erőforráskorlátokat kielégítő megoldás halmaz lesz, melyben minden mozgatható tevékenység eltolható anélkül hogy az erőforráskorlátokat megsértenénk. A konfliktus javító modell időtartam minimalizáló megoldásai védettek a tevékenységek mozgatása ellen, így bevezethetünk egy nem szükségszerűen reguláris

másodlagos teljesítmény mértéket, hogy a generált megoldás halmazból a „legjobb” időtartam minimalizáló erőforráskorlátos megoldást válasszuk.
A fentiek alapján hagyományos idő-alapú modellek alkalmazása helyett úgy találtuk, hogy a konfliktus javító modell alkalmazása lesz a célravezető problémánk kezelésére. A disszertációban ajánlott megközelítés a Sounds of Silence algoritmus továbbgondolásaként a rejtett erőforrás felhasználási konfliktusokat konfliktusjavító elsőbbségi kapcsolatok beépítésével oldja fel. Az ütemezési sorrendet meghatározó eljárás eredményeként olyan ütemezéseket kapunk, amelyekben az összes olyan tevékenység, amely az elsődleges szempont szerint mozgatható, mozgatható lesz az erőforráskorlátok megsértése nélkül. Íly módon a metaheurisztika alkalmassá válik a másodlagos szempont kezelésére is, mivel a kapott ütemezés halmazokból – melyek az elsődleges szempontra már optimalizáltak – kiválaszthatjuk a másodlagos szempontra nézvést leginkább ígéretes ütemezést.

A továbbiakban megkíséreltük algoritmusunk azon pontján gyorsítani, ahol nettó jelenértéket számítunk.

3. *Tézis: A teljesen unimoduláris megelőző-rákövetkező formula alkalmazásával a nettó jelenérték maximalizálási probléma polinomiális idő alatt megoldható.*

Hibrid eljárásunk egy pontján szükségünk lesz egy adott ütemezéshalmaz minden ütemezéséhez tartozó nettó jelenérték kiszámítására.
A nettó jelenérték maximalizálási probléma a tevékenység szám exponenciális függvényeként kapott idő alatt oldható meg, így algoritmusunk megoldási idejére igen nagy értéket kapnánk. A teljes unimodularitás alkalmazásával azonban a probléma exponenciális megoldási idejét lényegesen le tudjuk csökkenteni. Amennyiben a megelőző-rákövetkező kapcsolatok hagyományos leírását egy teljesen unimoduláris (TU) leírással helyettesítjük, és kihasználjuk hogy a célfüggvény minden komponensében monoton, lineáris programozási feladathoz jutunk, mellyel polinomiális idő alatt megoldhatjuk a problémát. A teljesen unimoduláris mátrix és az egész lineáris program kapcsolatát Schrijvernél [1987] találjuk. Így algoritmusunk megoldási idejét jelentősen csökkentjük.
Megjegyzendő, hogy a hagyományos explicit erőforrás korlátok nem írhatók fel a TU jelleg megsértése nélkül. Szerencsére esetünkben az algoritmus ezen pontján az elsőbbségi feltételek szerint mozgatható tevékenységek az erőforráskorlátok szerint is mozgathatók így ez a probléma nem fodulhat elő.
A hagyományos modell a következő:

$$\boldsymbol{max}\left[NPV=\sum_{i=1}^{N}\sum_{t\in T_i}C_{it}*X_{it}\right]=NPV^* \qquad (1)$$

$$X_i+D_i\le X_j\,,\ i\to j\in \boldsymbol{PS} \qquad (2)$$

$$X_{N+1}=\overline{T}+1 \qquad (3)$$

$$X_i=\sum_{t\in T_i}X_{it}*t\,,\ T_i=\left\{\underline{X}_i,\underline{X}_i+1,\ldots,\overline{X}_i\right\},\ i\in\left\{1,2,\ldots,N\right\} \qquad (4)$$

$$\sum_{t\in T_i}X_{it}=1\,,\ X_{it}\in\left\{0,1\right\},\ i\in\left\{1,2,\ldots,N\right\} \qquad (5)$$

$$A_t = \left\{ i \mid X_i \le t < X_i + D_i, i \in \{1,2,...,N\} \right\},\ t \in \{1,2,...,T\} \qquad (6)$$

$$U_{tr} = \sum_{i \in A_t} R_{ir}\ ,\ t \in \{1,2,...,T\},\ r \in \{1,2,...,R\} \qquad (7)$$

$$U_{t\,\mathrm{r}} \le R_r\ ,\ t \in \{1,2,...,T\},\ r \in \{1,2,...,R\} \qquad (8)$$

$$C_{it} = C_i * e^{-\alpha(t + D_i - 1)},\ i \in \{1,2,...,N\},\ t \in T_i \qquad (9)$$

$$X_{it} \in \{0,1\},\ t \in T_i\ ,\ i \in \{1,2,...,N\} \qquad (10)$$

Helyettesítettük a szokásos formában leírt elsőbbségi feltételeket (2) a teljesen unimoduláris formulával (12), így kaptuk a következő modellt:

$$\boldsymbol{max} \left[NPV = \sum_{i=1}^{N} \sum_{t \in T_i} C_{it} * X_{it} \right] = NPV^* \qquad (11)$$

$$\sum_{p=T_i}^{\overline{X}_i} X_{ip} + \sum_{q=\underline{X}_p}^{T_i + D_i - 1} X_{jq} \le 1\ ,\ T_i \in \left\{ \underline{X}_i , \underline{X}_i + 1, \ldots, \overline{X}_i \right\},\ i \to j \in \mathrm{PS}^+ \qquad (12)$$

$$X_{N+1} = \overline{T} + 1 \qquad (13)$$

$$X_i = \sum_{t \in T_i} X_{it} * t\ ,\ T_i = \left\{ \underline{X}_i , \underline{X}_i + 1, \ldots, \overline{X}_i \right\},\ i \in \{1,2,...,N\} \qquad (14)$$

$$\sum_{t \in T_i} X_{it} = 1\ ,\ X_{it} \in \{0,1\},\ i \in \{1,2,...,N\} \qquad (15)$$

$$C_{it} = C_i * e^{-\alpha(t + D_i - 1)},\ i \in \{1,2,...,N\},\ t \in T_i \qquad (16)$$

$$X_{it} \in \{0,1\},\ t \in T_i\ ,\ i \in \{1,2,...,N\} \qquad (17)$$

Az új modellből elhagytuk nemkorlátosságra vonatkozó feltételeket, mivel konfliktusjavító megoldásunk eredményeképpen megoldásunk ezen pontján már nem kell az erőforráskorlátokat figyelembe vennünk.
Ekkor az együttható mátrix teljesen unimoduláris lesz, tehát alkalmazhatjuk Schrivjer tételét. Míg az eredeti probléma NP-nehéz feladat volt, csak exponenciális idő alatt oldhattuk meg, ezzel a lépéssel az eredeti MILP problémát visszavezettük egy lineáris programozási feladatra, amely már megoldható polinomiális idő alatt.

Számítási eredmények az elsődleges - másodlagos szempont szerint optimalizáló heurisztikához

Mivel legjobb tudomásunk szerint korábban még nem született ilyen, elsődleges és másodlagos szempontot kezelő megoldás a pénzmozgásos RCPSP problémára, eljárásunk eredményeit nem tudjuk összehasonlítani korábbi megoldások eredményeivel. Algoritmusunk életképességének és hatékonyságának illusztrálására teszthalmaz-beli eseteken futtatott

számítási eredményeket adunk, a teszthalmaz minden elemére. A nemzetközileg elismert PSPLIB teszthalmaz J30 alkönyvtára 480 esetet tartalmaz, mely 48 eset 10 ismétlése, minden tipikusnak ítélt projekt típust tartalmaz. Az elsődleges szempontot, az időtartam minimalizálást tekintve, az alkönyvtár minden esetére ismert az optimális megoldás. A másodlagos szempontra, a nettó jelenérték maximalizálásra az egzakt megoldásokat egy korszerű MILP solverrel (CPLEX 8.1) generáltuk.
A számítási eredményeknél törekedtünk a számítási folyamat reprodukálhatóságára, hogy az eredmények az esetleges jövőbeli megoldásokkal összehasonlíthatóak legyenek.
Külön vizsgáltuk azon teszthalmaz-beli eseteket, melyekre egy alkalmasan választott időkorláton belül CPLEX-el optimális megoldást kapunk (ezeket „könnyű” eseteknek hívtuk), és külön azokat, melyekre nem kapunk optimális megoldást ez idő alatt, de megvalósíthatót igen (ezeket „nehéz” eseteknek hívtuk).

1. „Könnyű” esetek

Az „könnyű” esetek összesített futási eredményei

Ismétlésszám	**Elsődleges szempont eltérése (%)**	**Másodlagos szempont eltérése (%)**	**Megoldási idő**	
			μ (sec)	**σ (sec)**
100	0.02	1.06	0.111	0.045
1000	0.00	0.98	1.080	0.246

A megoldások minőségét az elsődleges szempont értékének az optimális elsődleges szempont szerinti értéktől való százalékos eltérésében mértük. A másodlagos szempont értékének százalékos eltérését az elsődleges eltérés nélküli megoldással számítottuk.
100 ismétlésszám esetén a legtöbb esetben elértük az optimális elsődleges szempontot, 1000 ismétlésszám során minden esetben megkaptuk a minimális időtartamú projektet. A másodlagos szempontot tekintve is igen kedvező értékeket kaptunk. A „könnyű” esetekre hibrid algoritmusunk az esetek nagy részében nagyságrendekkel gyorsabbnak bizonyult egy CPLEX-et használó eljárásnál az optimális megoldás elérésében.
Az eredmények alátámasztották eljárásunk hatékonyságáról és gyorsaságáról tett állításunkat a „könnyű” esetekre.

2. ”Nehéz” esetek

A „nehéz” esetekre annak érdekében, hogy hibrid eljárásunkat összehasonlíthassuk a CPLEX-et használó eljárás eredményeivel, a minőség mérésére bevezettük a *QualityMeasure* mértéket. Minden futtatást 30-szor futtatunk le egymás után egymástól függetlenül. Ezzel a módszerrel az eljárás robusztus jellegével kapcsolatban megbízható (szignifikáns) statisztikai információkat kaptunk.
Az elsődleges szempont vizsgálatakor az időtartam értékek közötti eltérés igen kicsi – a legtöbb esetben nulla -, ami azt mutatja, hogy a legtöbb esetben elértük az elsődleges szempont szerinti optimális értéket, vagy jelentősen megközelítettük azt, tehát eljárásunk igen hatékony. Az alacsony – legtöbb esetben 0 - szórás értékek algoritmusunk robosztusságát mutatják.
A másodlagos szempont vizsgálatakor a futási eredmények között előforduló negatív eredmények azt jelentik, hogy abban az esetben hibrid algoritmusunk bizonyult eredményesebbnek, azaz adott magasabb nettó jelenértéket. (17-ből 6 eset). A legtöbb esetben

jelentősen megközelítettük a másodlagos szempont szerint optimális értéket. Az alacsony - több esetben 0 - szórás értékek algoritmusunk robosztusságát mutatják.

A „nehéz” esetek összesített futási eredményei (QM)

	Átlag	Szórás	Minimum	Maximum
Elsődleges szempontra	0.25	0.00	0.34	1.19
Másodlagos szempontra	0.89	0.71	-3.98	4.12

A számítási időket vizsgálva azt találtuk, hogy hibrid algoritmusunk minden „nehéz” esetben nagyságrendekkel gyorsabbnak bizonyul a másik eljárásnál.
Az eredmények alátámasztották eljárásunk hatékonyságáról, gyorsaságáról és robosztusságáról tett állításunkat a „nehéz” esetekre.

4. ***Tézis: Amennyiben az ábrázolási módszerünket alkalmasan megváltoztatjuk, modellünk egy harmadlagos szempont szerinti optimalizálásra és így egy még inkább valósághű probléma kezelésére válik alkalmassá.***

Amennyiben az ábrázolási módszerünket megváltoztatjuk, modellünk alkalmassá válik egy harmadlagos szempont szerinti optimalizálásra. Ez az új szempont az erőforrás kiegyenlítés problémája: minimalizáljuk az erőforrás egységek indítási - újraindítási eseményeinek számát az erőforráskorlátot kielégítő tevékenység mozgatások halmazán, rögzítve a projekt időtartamát és a pénzmozgás események helyét a lokális legjobb megoldásnak megfelelően. Az új szempont bevezetésével a folyamatos munkát részesítjük előnyben, ami a valós életben igen fontos szempont.
Az új modellben a pénzmozgásokra 0 hosszúságú áltevékenységként tekintünk, az elsőbbségi feltételeket kiterjesztjük a pénzmozgás tevékenységekre is. Ez a modell figyelembe veszi azt a tényt, hogy amíg az erőforrás felhasználás tevékenység orientált, addig a pénzmozgás eseményorientált. Negatív pénzmozgás általában egy tevékenységhalmaz megkezdése előtt következik be - ilyen például az anyagvásárlás -, pozitív pénzmozgás pedig tevékenység halmaz befejezése után, például részhatáridő teljesítésekor. Amennyiben új modellünknek megfelelően rögzítjük a pénzáram tevékenységeket, a nem pénzáram tevékenységek mozgatása az erőforráskorlátokat nem sérti, és az optimális NPV értéket nem változtatja meg.
Tekintsük elsődleges célnak a projekt időtartamának minimalizálását, majd ezt követően maximalizáljuk a projekt NPV-t.
A megoldandó modell:

$$\boldsymbol{max}\left[NPV = \sum_{i=1}^{E} \sum_{t \in E_i} C_{it} * E_{it} \right] = NPV^* \tag{18}$$

$$X_i + D_i \leq X_j,\ i \to j \in \boldsymbol{PS}, \tag{19}$$

$$E_i \leq X_j,\ i \to j \in \boldsymbol{ES},$$

$$X_i + D_i \leq E_j,\ i \to j \in \boldsymbol{PE},$$

$$X_{N+1} = \overline{T} + 1 \quad (20)$$

$$X_i = \sum_{t \in T_i} X_{it} * t\,,\; T_i = \left\{ \underline{X}_i, \underline{X}_i + 1, \ldots, \overline{X}_i \right\},\; i \in \left\{1,2,...,N\right\} \quad (21)$$

$$E_i = \sum_{t \in E_i} E_{it} * t\,,\; E_i = \left\{ \underline{E}_i, \underline{E}_i + 1, \ldots, \overline{E}_i \right\},\; i \in \left\{1,2,...,E\right\}$$

$$\sum_{t \in T_i} X_{it} = 1\,,\; X_{it} \in \left\{0,1\right\},\; i \in \left\{1,2,...,N\right\} \quad (22)$$

$$\sum_{t \in T_i} E_{it} = 1\,,\; E_{it} \in \left\{0,1\right\},\; i \in \left\{1,2,...,E\right\}$$

$$A_t = \left\{ i \mid X_i \le t < X_i + D_i, i \in \left\{1,2,...,N\right\}\right\},\; t \in \left\{1,2,...,T\right\} \quad (23)$$

$$U_{tr} = \sum_{i \in A_t} R_{ir}\,,\; t \in \left\{1,2,...,T\right\},\; r \in \left\{1,2,...,R\right\} \quad (24)$$

$$U_{t\,\mathrm{r}} \le R_r\,,\; t \in \left\{1,2,...,T\right\},\; r \in \left\{1,2,...,R\right\} \quad (25)$$

$$C_{it} = C_i * e^{-\alpha(t-1)},\; i \in \left\{1,2,...,E\right\},\; t \in E_i \quad (26)$$

$$X_{it} \in \left\{0,1\right\},\; t \in T_i\,,\; i \in \left\{1,2,...,N\right\} \quad (27)$$

$$E_{it} \in \left\{0,1\right\},\; t \in E_i\,,\; i \in \left\{1,2,...,E\right\}$$

Ezek után az alkalmazott erőforrás kiegyenlítő eljárás alkalmazásával minimalizáljuk az erőforrás egységek indítási - újraindítási eseményeinek a számát. Az újítás lényege, hogy a harmónia keresést egy MILP formulán alapuló erőforrás kiegyenlítő-hozzárendelő eljárással kombináltuk. Megkíséreltük minimalizálni a számítási erőfeszítéseket, ezért a karmester csak abban az esetben hívja meg az eljárást, ha a pillanatnyi „legjobb megoldást” cseréljük jobbra. Ekkor a „javított” erőforráskorlátos megoldás halmazon megoldjuk az erőforrás kiegyenlítési problémát, rögzítve a pénzmozgás tevékenységek helyét a pillanatnyi optimális megoldásnak megfelelően. Az esemény orientált pénzmozgás formulának megfelelően, miután rögzítettük a pénzmozgás tevékenységek helyét, marad valamennyi szabadságunk a tevékenységek mozgatásával az erőforráskorlátos tevékenység mozgatások halmazán kisimítani az erőforrás profilt.
Az erőforrás kiegyenlítési problémát az alábbi egyenletrendszerrel írhatjuk le:

$$\boldsymbol{min}\left[LM = \sum_{r=1}^{R}\sum_{i=1}^{T} CU_{rt}^{+} \right] = LM^{*} \quad (28)$$

$$X_i + D_i \le X_j\,,\; i \to j \in \boldsymbol{PS}^{*} \quad (36)$$

$$X_i = \sum_{t \in T_i} X_{it} * t\,,\; T_i = \left\{ \underline{X}_i, \underline{X}_i + 1, \ldots, \overline{X}_i \right\},\; i \in \left\{1,2,...,N\right\} \quad (29)$$

$$\sum_{t \in T_i} X_{it} = 1\,,\; X_{it} \in \left\{0,1\right\},\; i \in \left\{1,2,...,N\right\} \quad (30)$$

$$A_t = \left\{ i \mid X_i \leq t < X_i + D_i, i \in \{1,2,...,N\} \right\},\ t \in \{1,2,...,T\} \tag{31}$$

$$U_{tr} = \sum_{i \in A_t} R_{ir},\ t \in \{1,2,...,T\},\ r \in \{1,2,...,R\} \tag{32}$$

$$U_{t\,r} - CU_{tr}^{+} + CU_{tr}^{-} = U_{t-1\,r},\ t \in \{2,3,...,T\},\ r \in \{1,2,...,R\} \tag{33}$$

$$U_{1\,r} - CU_{1r}^{+} = 0,\ r \in \{1,2,...,R\}$$

$$X_{it} \in \{0,1\},\ t \in T_i,\ i \in \{1,2,...,N\} \tag{34}$$

Az erőforrás kiegyenlítési problémától teljesen függetlenül megoldásunk egy másik fejlesztést is megvalósít. Annak érdekében, hogy megközelítésünk még valósághűbb legyen, megköveteljük hogy egy tevékenység egységnyi erőforrás igényét pontosan egy erőforrás elégítse ki.
Az algoritmus kihasználja azt a tényt, hogy az erőforrás kiegyenlítési probléma és ez utóbbi, a „dedikált hozzárendelési probléma” (annak megkövetelése, hogy egy tevékenység egységnyi erőforrás igényét pontosan egy erőforrás elégítse ki) elkülönítve kezelhető, mert az adott erőforrás kiegyenlítési mérték invariáns az erőforrás egységek permutációjára, a „dedikált erőforrás hozzárendelés” nem képes megváltoztatni a fenti mérték értékét.

Számítási eredmények a harmadlagos szempont szerint is optimalizáló heurisztikához

Mivel legjobb tudomásunk szerint korábban még nem született ilyen, elsődleges, másodlagos és harmadlagos szempontot kezelő megoldás a fenti problémára, eljárásunk eredményeit nem tudjuk összehasonlítani korábbi megoldások eredményeivel. Modellünkben rejlő további lehetőségek illusztrálására a korábban használt PSPLIB J30 alkönyvtár egy elemére, a J30-1-1 esetre vonatkozó számítási eredményeket adtunk.
Az erőforrás kiegyenlítés hatását a alábbi táblázatban adtuk meg:

Az erőforrás kiegyenítés hatása az újraindítási események számára

Erőforrás	**Kiegyenlítés előtt**	**Kiegyenlítés után**
1	21	18
2	28	22
3	6	4
4	16	16
	71	**60**

Az eredmények igazolták, hogy eljárásunk elfogadható időn belül képes egy erőforráskorlátos ütemezést adni, melynek időtartama minimális, NPV-je maximális, az erőforrás profilja „kisimított”, és egy tevékenység egységnyi erőforrás igényét pontosan egy erőforrás elégíti ki.

Összegzés

Disszertációnkban egy új harmóniakereső metaheurisztikát mutattunk be, amely a minimális időtartamú erőforráskorlátos ütemezések halmazán a projekt nettó jelenértékét maximalizálja.

A megoldás újszerűsége annak hierarchikus célfüggvény kezelése. Legjobb tudomásunk szerint korábban nem született még ilyen elsődleges – másodlagos szempontot együtt kezelő megoldás, mely a minimális időtartamú erőforráskorlátos ütemezések halmazán a projekt nettó jelenértékét maximalizálja. A célfüggvényeket egy korábbi harmónia kereső algoritmus, a Sounds of Silence metaheurisztika megfelelő továbbfejlesztésével kezeltük. Ezek a módosítások a konfliktusjavító modell és a teljesen unimoduláris mátrixok alkalmazása voltak. A módosított algoritmus hatékonyságának életképességének, és még a „nehéz" esetekre is robosztus voltának bizonyítására reprodukálható számítási eredményeket adtunk.
Bemutattuk ezenkívül a modell egy továbbfejlesztett lehetőségét, mely egy harmadlagos szempont szerint is optimalizál. Minimalizálja az erőforrás egységek indítási - újraindítási eseményeinek a számát, így egy még valósághűbb probléma megoldására válik alkalmassá. Megjegyzendő, hogy a pénzáram esemény orientált modellünkben igen sok további lehetőség rejlik. Harmadlagos szempontként a számtalan erőforrás kiegyenlítő-kisimító eljárás közül szemléltetésképpen választottuk a fent leírt eljárást, de a jövőben érdemes megfontolni további eljárások választását is.

Publikációk

Láng Blanka: *A nettó jelenérték maximalizálása erőforráskorlátos projektekben - egy új harmóniakereső metaheurisztika*, Vezetéstudomány, 2009, 10, 55-61

Láng Blanka: *A robust hybrid method for the resource constrained project scheduling problem with discounted cash flows,* Pollack Periodica, 2010, Volume 5, Number 3

Anikó Csébfalvi, Blanka Láng: *An improved hybrid method for the resource-constrained project scheduling problem with discounted cash flows*, Pollack Periodica, megjelenés alatt

Konferencia előadások és konferenciakiadványok-beli megjelenés

György Csébfalvi, Oren Eliezer, Blanka Láng, Roni Levi: *A conflict repairing harmony search metaheuristic and its application for bi-objective resource-constrained project scheduling problems,* Conference paper: The Eleventh International Workshop on Project Management and Scheduling (PMS 2008)

Blanka Láng, György Csébfalvi: *A new harmony search metaheuristic for the resource-constrained project scheduling problem with discounted cash flows,* Veszprém Optimization Conference: Advanced Algorithms (VOCAL 2008)

Blanka Láng: *A hybrid method for the resource-constrained project scheduling problem with discounted cash flows*, Conference paper, CC 2009, The Twelfth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing, B.H.V. Topping, Y. Tsompanakis, (Editors), Civil-Comp Press, Stirlingshire, United Kingdom, paper 3, doi:10.4203/ccp.92.3

Láng Blanka: *Hibrid eljárás a diszkontált pénzáramos erőforrás korlátos projekt ütemezési problémához,* Conference paper, Országos Gazdaságinformatikai Konferencia, 2009

Láng Blanka: *A hybrid method for the resource-constrained project scheduling problem with discounted cash flows*, Konferencia előadás, Fifth PhD & DLA Symposium, 2009

Blanka Láng: *A Hybrid Method for the Resource-Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows and Strip Packing like Resource Constraints,* Conference paper, CST2010 & ECT2010, B.H.V. Topping, J.M. Adam, F.J. Pallarés, R. Bru, M.L. Romero, (Editors), "Proceedings of the Seventh International Conference on Engineering Computational Technology", Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 92, 2010. doi:10.4203/ccp.94.92

Láng Blanka: *Egy hibrid eljárás erőforrás-korlátos projektek nettó jelenértékének maximalizálására erős hozzárendelési feltételekkel*, Konferencia előadás, Intelligens Rendszerek 2010 - Fiatal Kutatók 5. Szimpóziuma: IRFIX'10